

Homework 3: Class เอกนาม

Monomial class

- | เอกนาม (Monomial) หมายถึง นิพจน์ที่เป็นผลคูณของค่าคงที่ (สัมประสิทธิ์, Coefficient) และตัวแปรตั้งแต่ 1 ตัว
- | $2x$ เป็นเอกนามเพราะ 2 เป็นค่าคงที่ และมี x เป็นตัวแปรที่มีเลขชี้กำลัง ≥ 0
- | $-5x^2y^3$ เป็นเอกนามเพราะ -5 เป็นค่าคงที่ และมี x, y เป็นตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังแต่ละตัว ≥ 0
- | 4 เป็นเอกนามเพราะ 4 เป็นค่าคงที่ และมี x เป็นตัวแปรที่มีเลขชี้กำลัง $= 0$
- | $\frac{1}{5}x^{-2}y^3$ ไม่เป็นเอกนาม เพราะถึงแม้ว่า $\frac{1}{5}$ จะเป็นค่าคงที่ แต่ตัวแปร x มีเลขชี้กำลัง < 0
- | $\sqrt{2}xy^2z^{0.1}$ ไม่เป็นเอกนามเพราะถึงแม้ว่า $\sqrt{2}$ เป็นค่าคงที่ และมี x, y, z เป็นตัวแปรที่มีเลขชี้กำลังของแต่ละตัวแปร ≥ 0 แต่เลขชี้กำลังของ z ไม่ใช่จำนวนเต็ม

เขียน class ของเอกนามซึ่งสร้าง (__init__) โดย

- จำนวน 1 จำนวนได้แก่จำนวนจริง a เป็นค่าสัมบูรณ์ของสัมประสิทธิ์ (absolute coefficient)
- ลิสต์ของเลขชี้กำลัง (degree) ขนาด k ซึ่งเป็นเลขชี้กำลังของ k ตัวแปรนั้น

เช่น

- $2x^3$ จะมีค่า $a = 2, k = [3]$
- $-x^2y$ จะมีค่า $a = -1, k = [2, 1]$
- $-\frac{1}{5}x_0^4x_1x_2^2$ จะมีค่า $a = -\frac{1}{5}, k = [4, 1, 2]$
- 6 จะมีค่า $a = 6, k = [0]$

และให้สร้าง method ประจำ class ดังนี้

1. เช็คว่าเป็นเอกนามหรือไม่
2. หาเลขชี้กำลังที่สูงที่สุดในเอกนามนี้
3. เช็คว่าเป็นเอกนามที่เป็นค่าคงที่หรือไม่ (นั่นคือไม่มีตัวแปรใด ๆ)
4. หาจำนวนตัวแปรทั้งหมดของเอกนามนี้
5. Method ชื่อว่า “__str__” ซึ่งจะให้ค่ากลับมาเป็น String ของเอกนามนี้ในรูปแบบพจน์เชิงคณิตศาสตร์ โดยให้ตัวแปรของ $k[i]$ คือ x_i เช่น หาก $a = -0.5, k = [2, 1, 6]$ ซึ่งเขียนในเชิงสัญลักษณ์ได้เป็น $-0.5x_0^2x_1x_2^6$ และ print ใน python ในรูปแบบด้านล่างนี้

```
"-0.5x_0^2x_1x_2^6"
```

6. [Adv] ให้สร้าง function นอก class ที่รับ Monomial สองตัว แล้วเช็คว่าเป็นเอกนามทั้งสองนั้นสามารถบวกกันให้เป็นพจน์เดียวได้หรือไม่ (กล่าวคือ
7. [Adv] ให้สร้าง function นอก class ที่รับ Monomial สองตัว แล้วถ้าเป็นเอกนามคล้าย ให้บวกทั้งสองเอกนามเข้าด้วยกัน แล้ว return กลับมา
8. [Adv2] ให้สร้าง function รับ Monomial สองตัว แล้ว return ผลคูณของเอกนามนั้นกลับมาเป็น object Monomial
9. [Adv3] ให้สร้าง function ที่รับจำนวนเต็มบวก n แล้ว return จำนวนเต็มบวกที่น้อยที่สุดที่คูณกับ n แล้วได้เป็นจำนวนกำลังสองสมบูรณ์
9. [Adv4] ให้สร้าง function ที่รับ Monomial หนึ่งตัว (M) แล้ว return เอกนามเต็มเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์ (Complementary monomial) ก็ต่อเมื่อ $M \times M'$ ที่น้อยที่สุด กล่าวคือ return object Monomial ที่มีสัมประสิทธิ์และเลขชี้กำลังที่น้อยที่สุด (Minimal Complementary Monomial) ที่เป็นเอกนาม M

สำหรับเอกนาม M ใด ๆ กำหนดให้ M' เป็นเอกนามเต็มเต็มที่ไม่ใช่ศูนย์ (Complementary monomial) ก็ต่อเมื่อ $M \times M'$

ให้ผลลัพธ์เป็นเอกนามที่เมื่อถอดรากที่สอง (Square root) แล้วทำให้สัมประสิทธิ์และเลขชี้กำลังของทุกตัวแปรเป็นจํ

เช่น ให้ $M = -3xy^5$ จะได้ว่า $M' = -12x^3y$ เป็น Complementary monomial เพราะ $M \times M' = -3xy^5 \times -12x^3y = 36x^4y^6$ ซึ่งสามารถถอดรากที่สองได้เป็น $6x^2y^3$
 ได้สัมประสิทธิ์และเลขชี้กำลังเป็นจำนวนเต็มบวก แต่ $M' = -12x^3y$
 ไม่ใช่ Complementary monomial ที่น้อยที่สุด

ถ้า $M = -12xy^3z^4$ จะได้ว่า $M' = -3xy$ เป็น Minimal Complementary monomial ของ M



Formally say, let M be a monomial, and given that M' is a **complementary monomial** of M such that $\sqrt{M \times M'}$ is a monomial. Obviously, M' can be multiple monomials. Let \mathbb{M} be set of M' , then M' which can be expressed as $M' = cx_1^{p_1}x_2^{p_2}...x_n^{p_n}$ is the **Minimal Complementary Monomial** of M if and only if $|c| + \sum_{i=1}^n p_i$ is minimum among \mathbb{M} .

คะแนนแต่ละข้อคือ 3 คะแนน หากทำได้ 5 ข้อถือว่าคะแนนเต็ม แต่ถ้าทำได้มากกว่า 5 ข้อจะมีคะแนนพิเศษ