Uegentige Integraler:

Sammenligningskriteriet:

La $f, g : [a : \infty) \to \mathbb{R}$, kontinuerlig og positiv. Anta $f(x) \geq (x)$ for alle x:

1. Hvis $\int_a^\infty f(x)dx$ Konvergerer $\Rightarrow \int_a^\infty g(x)dx$ Konvergerer
2. Hvis $\int_a^\infty g(x)dx$ Divergerer $\Rightarrow \int_a^\infty f(x)dx$ Divergerer

Grensesammenligningskriteriet:

La $f, g : [a : \infty) \to \mathbb{R}$, kontinuerlig og positiv.

1. $\int_a^\infty f(x)dx$ Konvergerer og $\lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{f(x)} < \infty \Rightarrow \int_a^\infty g(x)$ Konvergerer
2. $\int_a^\infty f(x)dx$ Divergerer og $\lim_{x\to\infty} \frac{g(x)}{f(x)} > 0 \Rightarrow \int_a^\infty g(x)$ Divergerer

Viktige Integraler:

$\int_0^1 \frac{dx}{x^p}$ Konvergerer for $p < 1$, divergerer for $p \geq 1$
$\int_1^\infty \frac{dx}{x^p}$Konvergerer for $p > 1$,divergerer for $p \leq 1$

Taylorpolynom:

Taylors formel med restledd:

Anta f og den n+1 første deriverte er kont på $[a, b]$:

$f(b) = T_n f(b) + \frac{1}{n!} \int_a^b f^{n+1}(t)(b-t)^n dt$

Lagranges restleddformel

Anta f of dens n+1 første deriverte er kont på $[a, b]$

$R_n f(x) = \frac{f^{n+1}(c)}{(n+1)!}(x-a)^{n+1}$

Funksjonsfølger:

Punktvis og uniform konvergens:

Definisjon av punktvis konvergens:

La $\{f_n\}$ være en følge som er definert på en mengde A, og la f være en funksjon definert på samme mengde A. f_n Konvergerer punktvis mot f på A, Hvis: $\lim_{n\to\infty} f_n(x) = f(x)$ for alle x i A

Definisjon av avstand mellom to funksjoner over A:

f og g er definert på samme mengde A. avstanden blir da: $d_A(f, g) = sup\{|f(x) - g(x) : x \in A|\}$

Definisjon av uniform kovergens:

En funksjonsfølge $\{f_n\}$, definert på A, konvergerer uniformt mot f(Også definert på A) hvis: $\lim_{n\to\infty} d_A(f, f_n) = 0$

Dinis teorem:

Anta at $\{f_n\}$ er en voksende følge av kont. funksjoner som konvergerer punktvis mot en kont. funksjon f på et lukket, begrenset intervall $[a, b]$. Da konvergerer $\{f_n\}$ uniformt mot f på $[a, b]$

Integrasjon og derivasjon av funksjonsfølger

Integrasjon av funksjonsfølger

$\{f_n\}$ er en føge av funksjoner som konvergerer uniformt mot f på [a,b], da er $\lim_{n\to\infty} \int_c^x f_n(t)dt = \int_c^x \lim_{n\to\infty} f_n(t)dt = \int_c^x f(t)dt$ for $c \in [a, b]$ dette gjelder også for
$\lim_{n\to\infty} \int_a^\infty f_n(t)dt = \int_a^\infty \lim_{n\to\infty} f_n(t)dt = \int_c^x f(t)dt$

Derivasjon av funksjonsfølger

$\{f_n\}$ er en funksjonsfølge på [a,b], og de deriverte f_n' konvergerer uniformt mot en funksjon h. Anta at $\{f_n(d)\}$ konvergerer for et tall $d \in [a, b]$. Da konvergerer$\{f_n\}$ mot en deriverbar funksjon f og $f' = h$
$\lim_{n\to\infty} f_n'(x) = [\lim_{n\to\infty} f_n(x)]'$

Rekker

Divergenstesten

$\sum_{n=0}^\infty a_n$Konveregerer $\Leftrightarrow \lim_{n\to\infty} a_n = 0$

Egenskaper ved rekker

La $\sum_{n=0}^\infty a_n$ og $\sum_{n=0}^\infty b_n$ være konvergente rekker:

1. $\sum_{n=0}^\infty (a_n \pm b_n) = \sum_{n=0}^\infty a_n \pm \sum_{n=0}^\infty b_n$
2. $\sum_{n=0}^\infty ca_n = c\sum_{n=0}^\infty a_n$