Subspace

Et subspace av $\mathbb{R}^n$ er et subset V av $\mathbb{R}^n$, som oppfyller:

1. Nonemptiness: $\vec{\mathbf{0}} \in V$
2. Closure under additiion: $\vec{\mathbf{u}}, \vec{\mathbf{k}} \in V \Leftrightarrow \vec{\mathbf{u}} + \vec{\mathbf{k}} \in V$
3. Closure under multiplication: $\vec{\mathbf{u}} \in V \Leftrightarrow c\vec{\mathbf{u}} \in V$

Alle subspaces er et span og alle span er et subspace

Finne ut om et subset er et subspace

- Er subsettet et span? Kan det skrives som et span?
- Kan det bli skrevet som et columnspace til en matrise?
- Kan det bli skrevet som nullspacet til en matrise
- Er det hele $\mathbb{R}^n$ eller $\{\vec{\mathbf{0}}\}$
- Kan det skrives som en type subspace?
  - Eigenspace
  - Ortogonal complement etc...
- Kan en bekrefte de tre kravene til et subspaces er oppfylt?

Basis:

La V være et subspace av $\mathbb{R}^n$. En basis til V vil da være et sett av vektorer $\{\vec{\mathbf{v_1}}, \vec{\mathbf{v_2}}, \ldots \vec{\mathbf{v_n}}\}$ slik at:

1. $V = Span\{\vec{\mathbf{v_1}}, \vec{\mathbf{v_2}}, \ldots \vec{\mathbf{v_n}}\}$
2. $\{\vec{\mathbf{v_1}}, \vec{\mathbf{v_2}}, \ldots \vec{\mathbf{v_n}}\}$ Er lineært uavhengig.

Rank Theorem:

- $Rank(A) = Dim(Col(A))$
- $Nullity(A) = Dim(Null(A))$

Hvis A er en $m \times n$ matrise, Da:
$Rank(A) + Nullity(A) = n$

Invertibel matrise teorem:

La A være en $n \times m$ matrise. Følgende utsagn er ekvivalent:

1. A er invertibel
2. Redusert trappeform til A er identitetsmatrisen
3. $A\vec{\mathbf{x}} = 0$ Har ingen løsninger annet en den trivielle
4. $Nul(A) = \{\vec{\mathbf{0}}\} \quad Nullity(A) = 0$
5. Kolonnene til A er lineært uavhengig
6. Kolonnene til A former en basis for $\mathbb{R}^n$
7. $Col(A) = \mathbb{R}^n$
8. $Rank(A) = n$
9. $A\vec{\mathbf{x}} = b$ er konsistent for alle b i $\mathbb{R}^n$
10. $A\vec{\mathbf{x}} = b$ har en unik løsning for alle b i $\mathbb{R}^n$
11. $det(A) \neq 0$
12. $\vec{\mathbf{0}}$ er ikke en egenvektor til A