

Sannsynlighetsfordelinger:

Binomisk Fordeling:

- 1. n uavhengige delforsøk
- 2. Suksess eller ikke
- 3.  $P(A)=p$  i alle forsøk
  - $X =$  Antall ganger  $A$  inntreffer på  $n$  forsøk.
  - $X \sim binom(n, p)$
  - $f(x) = \binom{n}{x} \cdot p^x \cdot (1 - p)^{n-x}, x = 0, 1, 2, \dots, n$
  - $P(X \leq x) = \sum_{k=0}^x P(X = k)$
  - $E(X) = np \quad Var(X) = np(1 - p)$

Hypergeometrisk:

- 1. Populasjon med  $N$  elementer.
- 2.  $k$  av disse regnes som ”Suksess”,  $N - k$  som fiasko
- 3. Trekker  $n$  elementer uten tilbakelegging
  - $X$ , antallet suksesser.
  - $f(x) = \frac{\binom{k}{x} \cdot \binom{N-k}{n-x}}{\binom{N}{n}}$
  - $E(X) = np \quad Var(X) = np(1 - p) \frac{N-n}{N-1}, p = k/N$

Negativ-Binomisk:

- $X$  er antall forsøk en må gjøre for at en hendelse  $A$  skal inntreffe  $k$  ganger
- $f(x) = \binom{x-1}{k-1} \cdot p^k (1 - p)^{x-k}, x = k, k + 1, k + 2, \dots$
  - $E(X) = k/p \quad Var(X) = k \cdot \frac{1-p}{p^2}$

Geometrisk:

- $X$  er antall forsøk en må gjøre for at hendelsen  $A$  inntreffer første gang.
- $E(X) = 1/p \quad Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$

Geometrisk fordeling er minneløs!

Poisson:

- Antall forekomster av hendelsen  $A$  er Poisson-fordelt hvis:
- 1. Antallet av  $A$  i disjunkte tidsintervall er uavhengige
  - 2. Forventa antall av  $A$  er konstant lik  $\lambda$ (raten) per tidsenhet
  - 3. Kan ikke få to forekomster samtidig
    - $X =$  antall forekomster av  $A$  i et tidsrom  $t$
    - $f(x) = \frac{(\lambda t)^x \cdot e^{-\lambda t}}{x!}, x = 0, 1, 2, \dots$
    - $E(X) = \lambda t \quad Var(X) = \lambda t$
    - $P(X \leq x) = \sum_{k=0}^x P(X = k)$
    - Ventetida til hendelse  $k$  er gammafordelt med  $\alpha = k$  og  $\beta = 1/\lambda$
    - Ventetida til første hendelse, og mellom etterfølgende hendelser, er eksponensialfordelt

Uniform fordeling:

- En kontinuerlig uniformt fordelt variabel, har samme sannsynlighet for alle verdier innen et intervall. Generelt har vi tetthetsfunksjonen:  $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{B-A}, & A \leq x \leq B \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$
- $E(X) = \frac{A+B}{2} \quad Var(X) = \frac{(A-B)^2}{12}$

Gammafordeling:

- En kontinuerlig variabel  $X$  er gammelfordelt med parameter  $\alpha > 0$  og  $\beta > 0$  dersom tetthetsfunksjonen er gitt ved:  $f(x; \alpha, \beta) = \begin{cases} \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} x^{\alpha-1} e^{-\frac{x}{\beta}}, & x > 0 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$
- $E(X) = \alpha\beta \quad Var(X) = \alpha\beta^2$

Eksponensialfordeling:

- $f(x; \beta) = \begin{cases} \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}}, & x > 0 \\ 0, & \text{ellers} \end{cases}$
  - $E(X) = \beta \quad Var(X) = \beta^2$
- Eksponensialfordeling er minneløs!

Normalfordeling:

- $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$
- $P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f(x) dx$

Standard normalfordeling:

- Alle normalfordelinger kan skrives som Standard normalfordeling
- $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$
- $F(x) = P(X \leq x) = P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = P\left(Z \leq \frac{x-\mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$

Anta at  $X_1, X_2, \dots, X_n$  er uavhengige og normalfordelt. Da er:  $Y = \alpha_1 X_1 + \alpha_2 X_2 + \dots + \alpha_n X_n$  Være normalfordelt med:

- $E(Y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i \mu_i \quad Var(Y) = \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \sigma_i^2$

Inferens:

QQ-plot:

- Plotter observasjoner mot teoretiske(”ideelle”) observasjoner fra en aktuell fordeling.
- Teoretiske observasjoner er gitt ved invers kumulativ fordeling av jevnt spredte Sannsynlighetsfordelinger mellom 0 og 1.
- Om antatt fordeling stemmer skal plottet gi tilnærmet rett linje.