

▼ Кинематика твёрдого тела

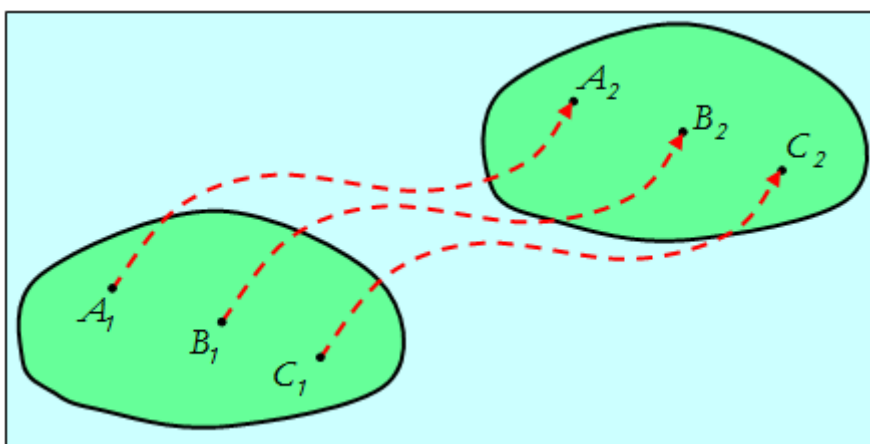
▼ Прошлые темы

- как задаётся движение?
- Что такое скорость?
- Что такое ускорение?
- Что такое тангенциальное и нормальное ускорения?
- Вычислите производную от $3x^2$ по x
- Вычислите производную от $3x^2$ по t
- Вычислите производную от $1/t - \sin(t) + 2$ по t

Виды движения твёрдого тела:

- Поступательное
- Вращательное
- Плоское движение
- Сферическое
- Общий случай движения твёрдого тела

▼ Поступательное движение твёрдого тела



Поступательное движение твёрдого тела – движение при котором, все точки твёрдого тела двигаются по одной траектории

Уравнения движения

$$x_C = f_1(t)$$

$$y_C = f_2(t)$$

$$z_C = f_3(t)$$

где (x_C, y_C, z_C) – точка принадлежащая телу.

- Если известна координата одной точки тела, то можно вычислить и координату любой другой точки тела

$$\vec{r}_B = \vec{r}_C + \vec{BC}$$

- Скорости всех точек одинаковы

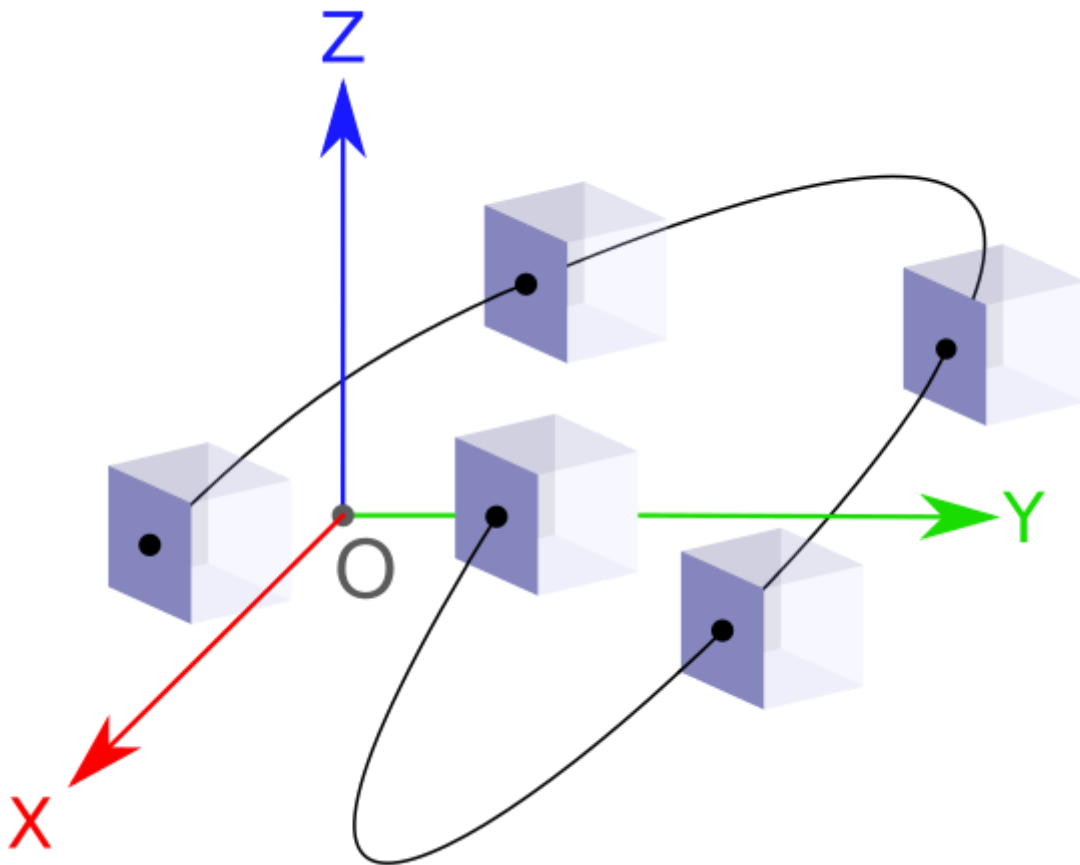
$$\vec{v}_A = \vec{v}_B, \text{ где } A \text{ и } B \text{ -- любые точки тела}$$

- Ускорения всех точек одинаковы

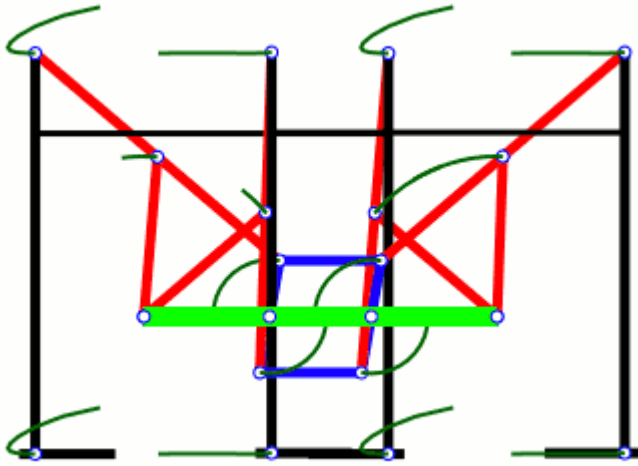
$$\vec{a}_A = \vec{a}_B, \text{ где } A \text{ и } B \text{ -- любые точки тела}$$

Примеры

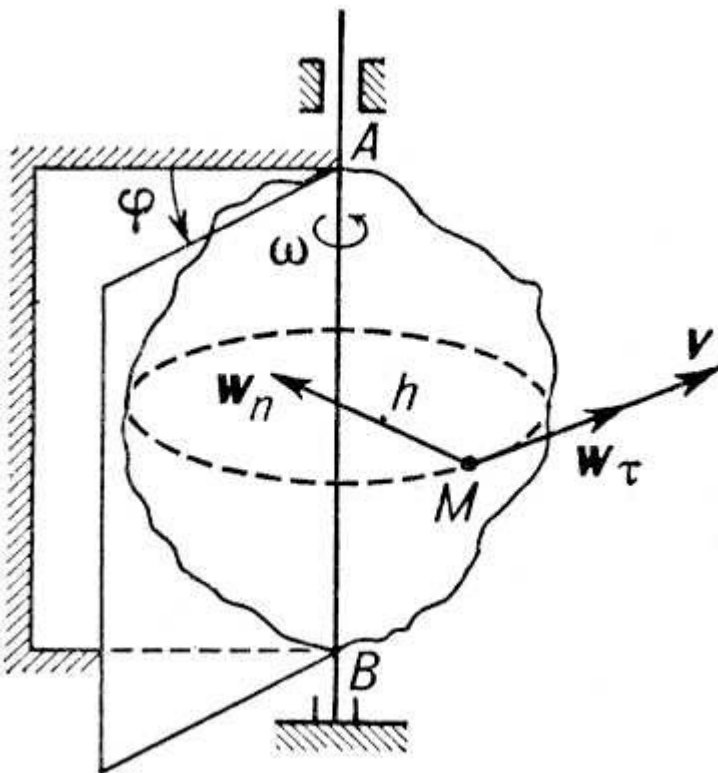
- движение любого тела, без поворота
- движение кабинки колеса обозрения (без учёта раскачивания)



Какие из частей шагающего механизма Чебышёва двигаются поступательно?



▼ Вращательное движение



Вращательное движение – движение вокруг неподвижной оси, при котором любая точка тела описывает окружность (кроме точек, лежащих на оси).

Уравнение движения

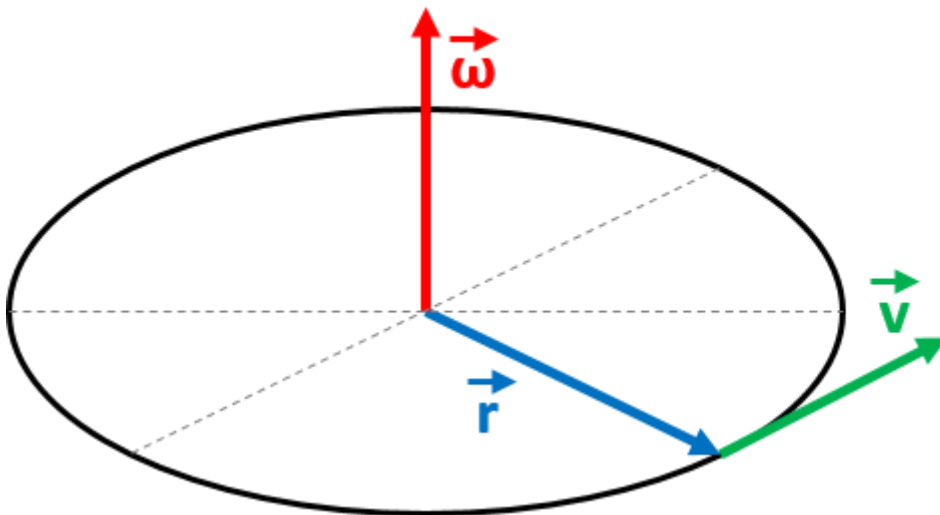
$$\varphi = f(t)$$

где φ – угол поворота. Измеряется в градусах, радианах, оборотах, ...

- линейные скорости (v) и ускорения (a) всех точек тела могут отличаться
- Поэтому для описания движения тела вводится их **угловые** аналоги
- **угловая скорость тела** $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$.
 - Измеряется в градусах/с, радианах/с, оборотах/с, ...
 - угловая скорость – псевдовектор, направленный вдоль оси движения в ту сторону, откуда вращение выглядит происходящим против хода часовой стрелки
 - на схемах обозначается либо вектором либо дуговой стрелкой
- **угловое ускорение тела** $\varepsilon = \frac{d\omega}{dt}$.
 - Измеряется в градусах/с² радианах/с², оборотах/с², ...
 - угловое ускорение – псевдовектор, направленный вдоль оси движения
 - на схемах обозначается либо вектором либо дуговой стрелкой
 - если угловая скорость и угловое ускорение сонаправлены, то вращение ускоренное, иначе – замедленное

Частота вращения и угловая скорость

▼ Линейная скорость точки и угловая скорость тела



$$v = r \cdot \omega$$

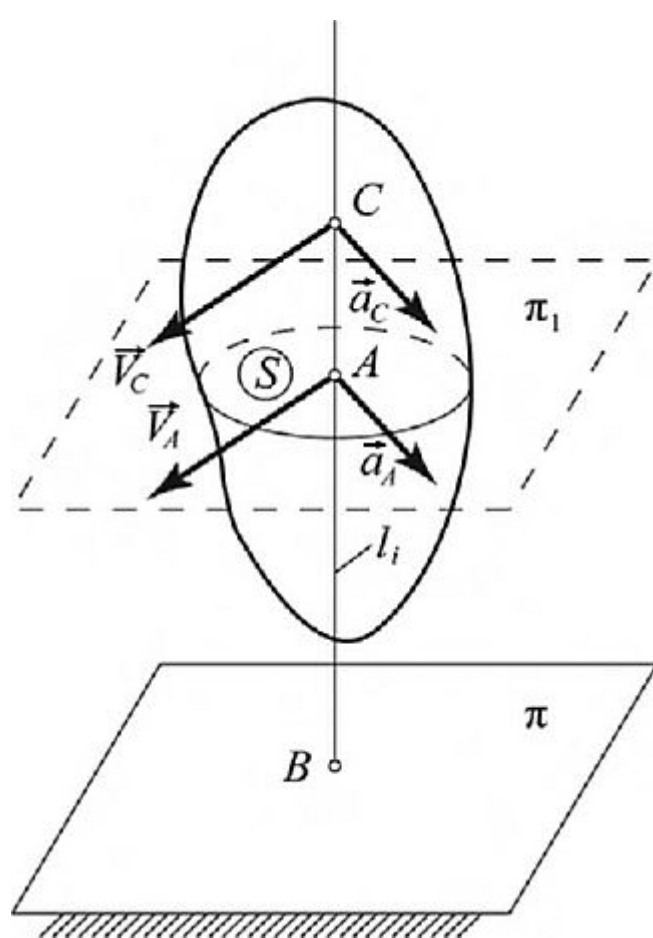
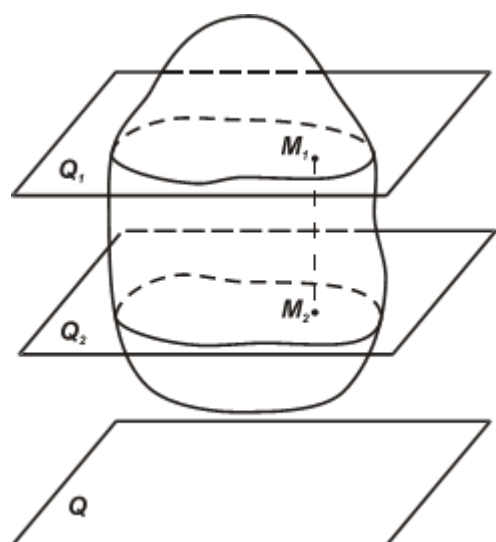
где r – расстояние от оси вращения до точки

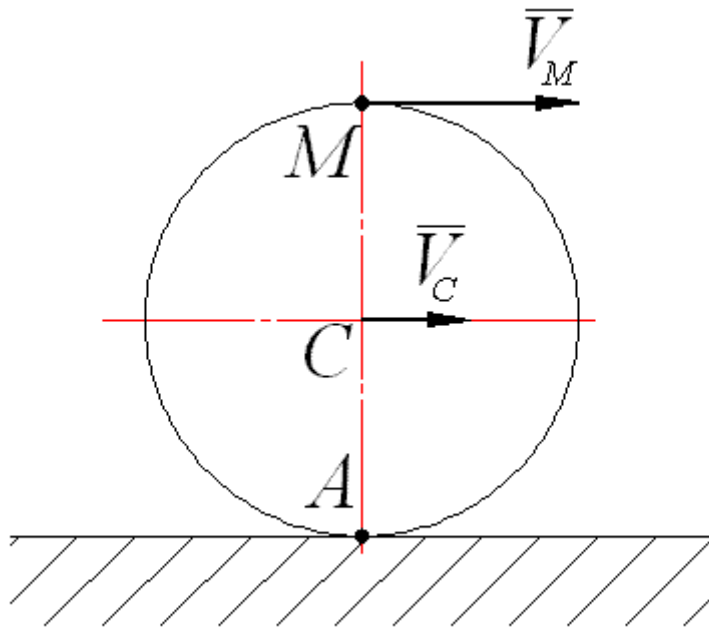
Чтобы получить скорость точки м/с нужно поставить ω в формулу в рад/с = 1/с

Например

...

- ## Задача 1





Разложение плоского движения

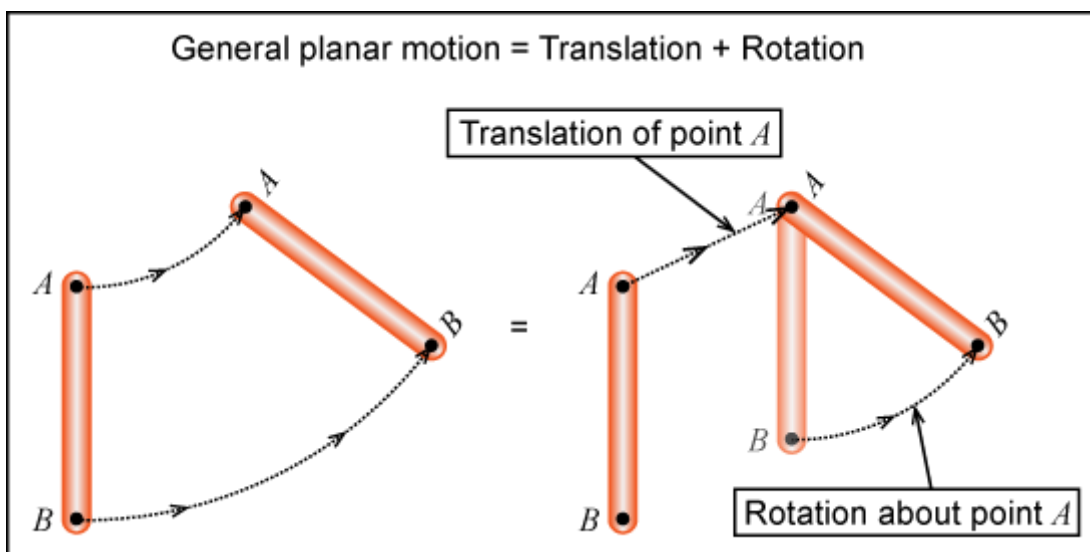
- Плоское движение = поступательное движение в плоскости + вращательное движение
- Уравнения движения
 - Движение полюса (некоторой, связанной с телом, точки O)

$$x_O = f_1(t)$$

$$y_O = f_2(t)$$
 - Вращение вокруг полюса O

$$\varphi_C = f_3(t)$$

это вращение не зависит от выбора полюса



Примеры

- движение тела по плоскости (исключая качение)
- движение шайбы по льду
- движение корпуса болида F1 (в первом приближении, без отрыва колёс от поверхности)
- движение раскачивающейся (в плоскости || плоскости вращению колеса) кабинка на колесе обозрения
- движение многих механизмов, передающих движение в одной плоскости

Теорема о скоростях точек плоской фигуры

Скорость любой точки плоской фигуры при плоскопараллельном движении равна геометрической сумме скорости выбранного полюса и скорости точки во вращательном движении фигуры вокруг полюса.

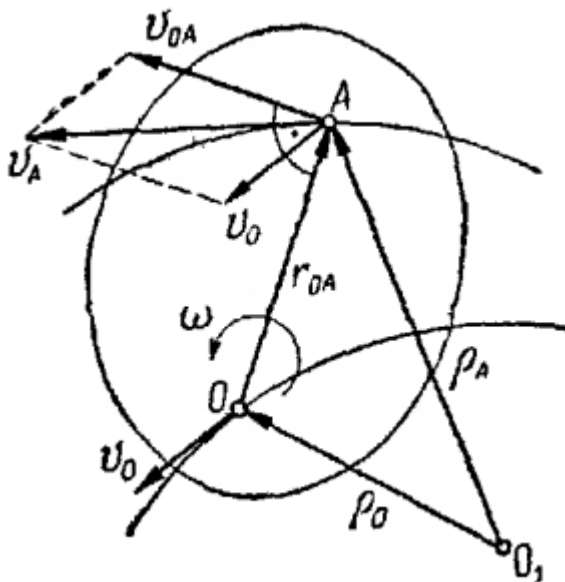
$$\vec{v}_A = \vec{v}_O + \vec{v}_{AO}$$

\vec{v}_O – скорость полюса O

\vec{v}_{AO} – скорость точки A относительно полюса O, т.е. скорость с которой т. A поворачивается вокруг полюса O

$$\vec{v}_{AO} = \vec{\omega}_O \times \vec{r}_{OA}$$

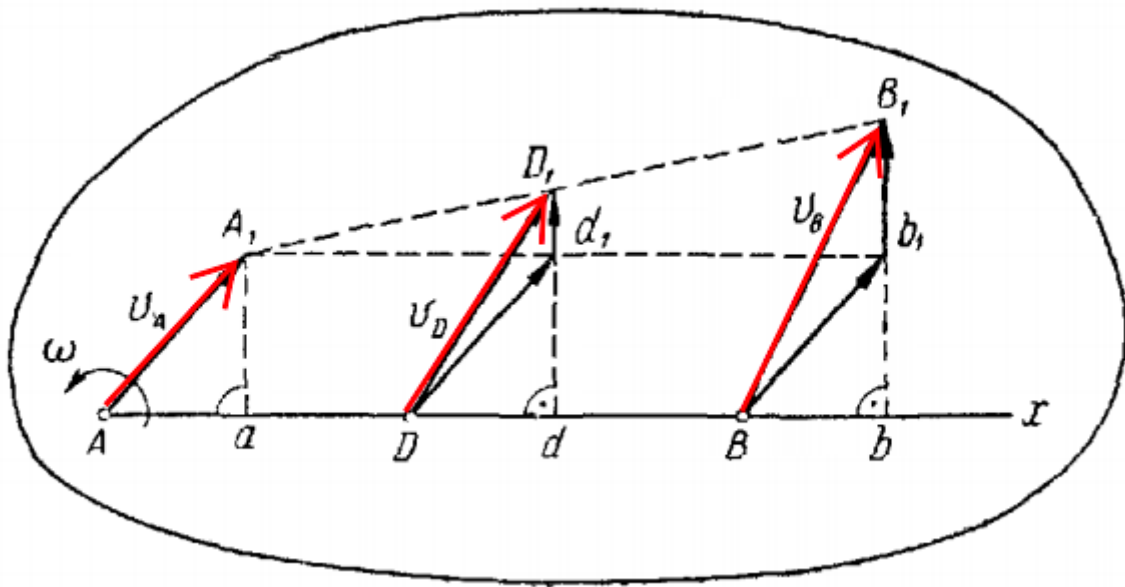
$$v_{AO} = \omega_O \cdot r_{OA}$$



следствие 1: теорема о проекции скоростей двух точек твёрдого тела

проекции скоростей точек плоской фигуры, расположенных на одной прямой, на направление этой прямой, равны друг другу

$$v_{Ax} = v_{Dx} = v_{Bx}$$



следствие 2

концы векторов скоростей точек прямолинейного отрезка на плоской фигуре располагаются на одной прямой и делят её на части, пропорциональные расстояниям между точками

▼ Мгновенный центр скоростей

Мгновенный центр скоростей — при плоскопараллельном движении абсолютно твёрдого тела точка, связанная с этим телом, которая обладает следующими свойствами: а) её скорость в данный момент времени равна нулю; б) относительно неё в данный момент времени вращается тело.

Она существует в любой момент времени, но её положение меняется со временем за исключением одного случая — вращательного движения.

Чем дальше точка от МЦС тем больше её линейная скорость

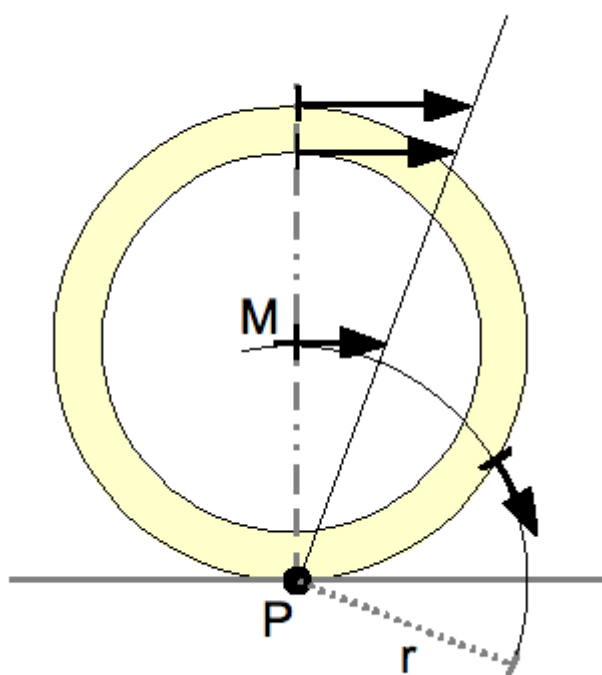
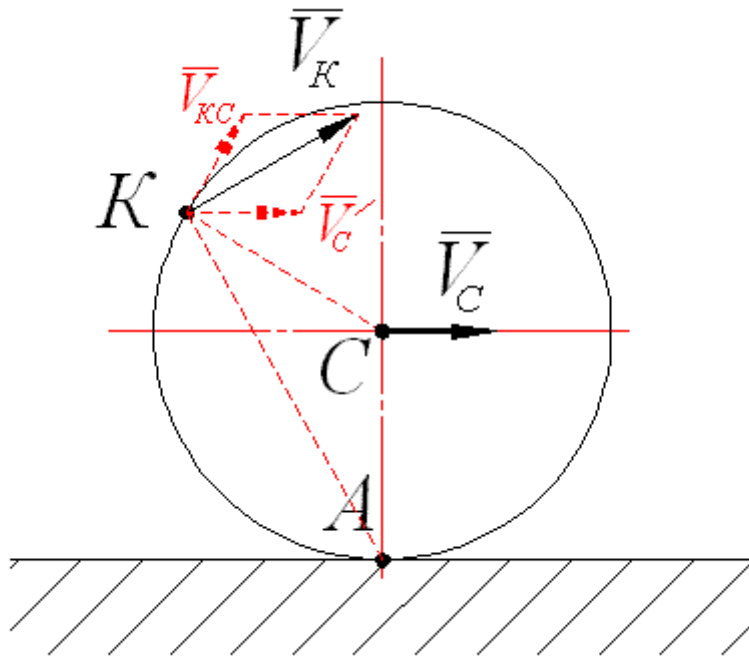
Определение положения МЦС

- необходимо знать направления скоростей любых двух различных точек тела, скорости которых не параллельны.
- провести перпендикуляры к прямым, параллельным линейным скоростям выбранных точек тела. В точке пересечения этих перпендикуляров и будет находиться мгновенный центр скоростей.
- В том случае, если векторы линейных скоростей двух различных точек тела параллельны друг другу, и отрезок, соединяющий эти точки, не перпендикулярен векторам этих скоростей, то перпендикуляры к этим векторам также параллельны.

В этом случае говорят, что мгновенный центр скоростей находится в бесконечности, и тело движется мгновенно поступательно.

- Если известны скорости двух точек, и эти скорости параллельны друг другу, и кроме того, указанные точки лежат на прямой, перпендикулярной скоростям, то положение мгновенного центра скоростей определяется так, как показано на рис. 2.

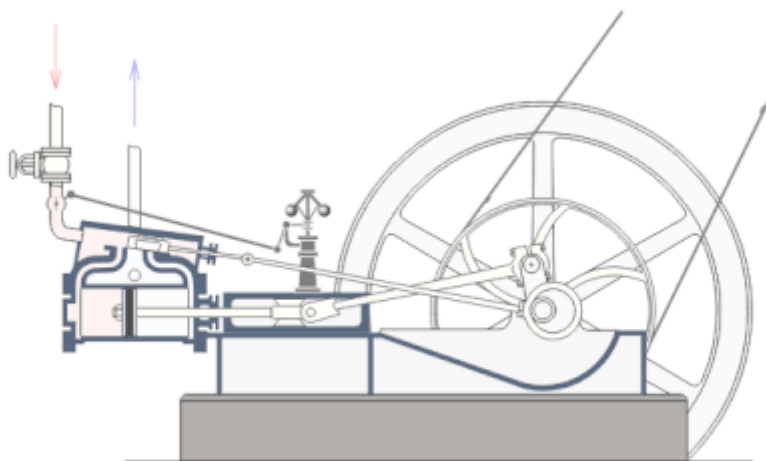
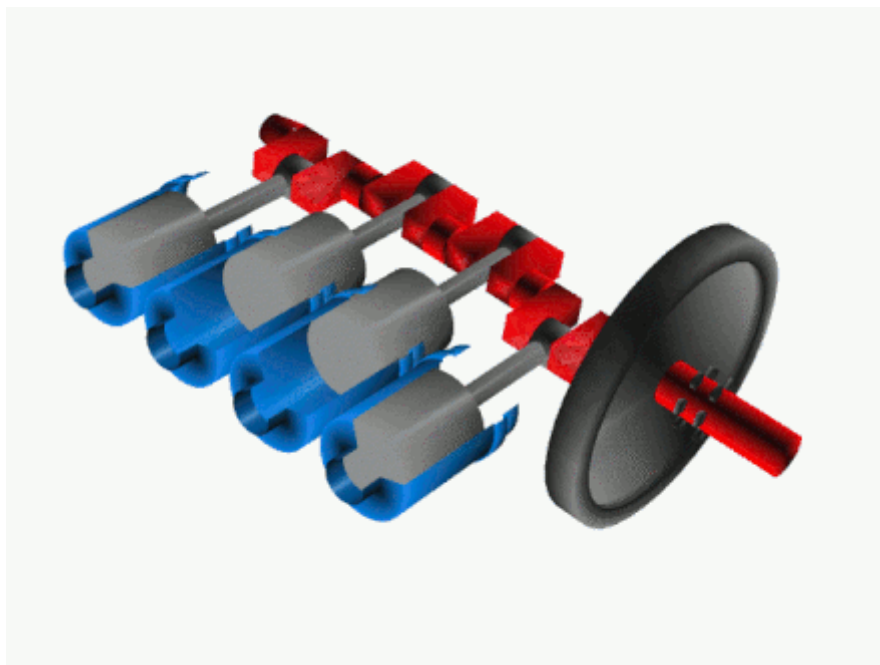
МЦС колеса,двигающегося по поверхности без проскальзывания

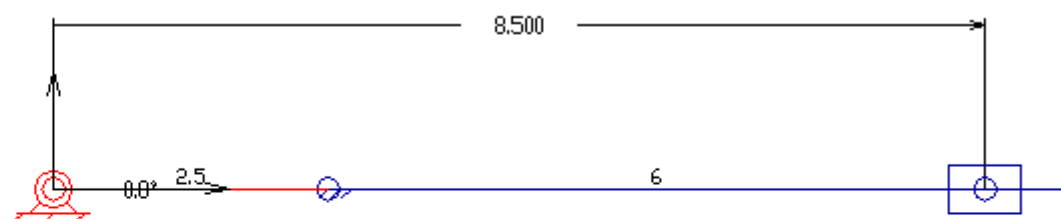
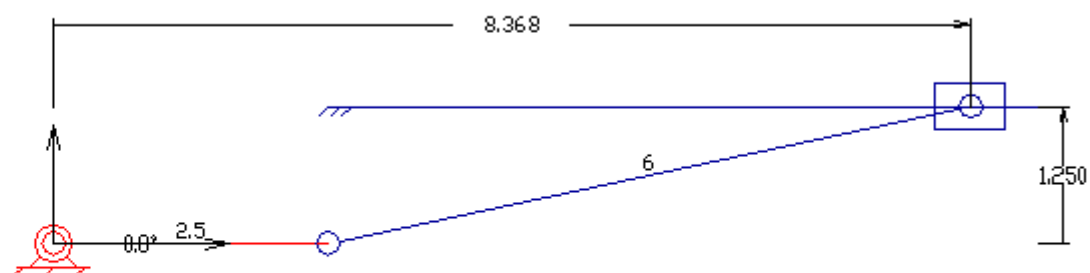


▼ Передаточные механизмы

...

▼ Пример: кривошипно-шатунный механизм

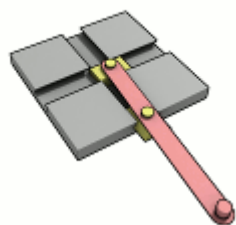


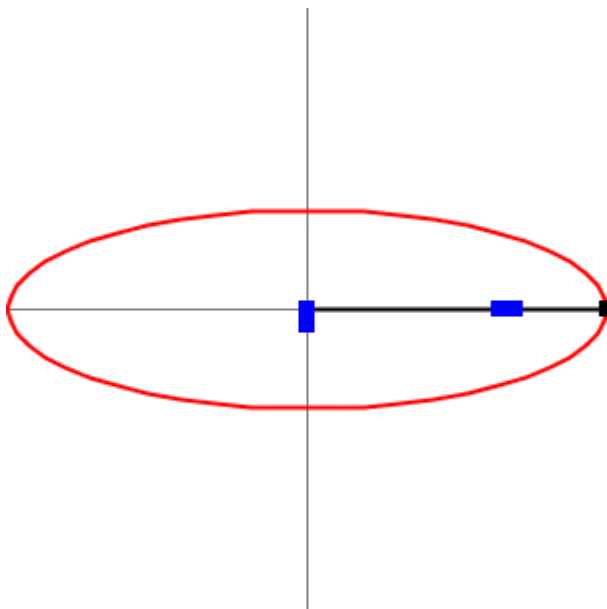


Разобрать самостоятельно

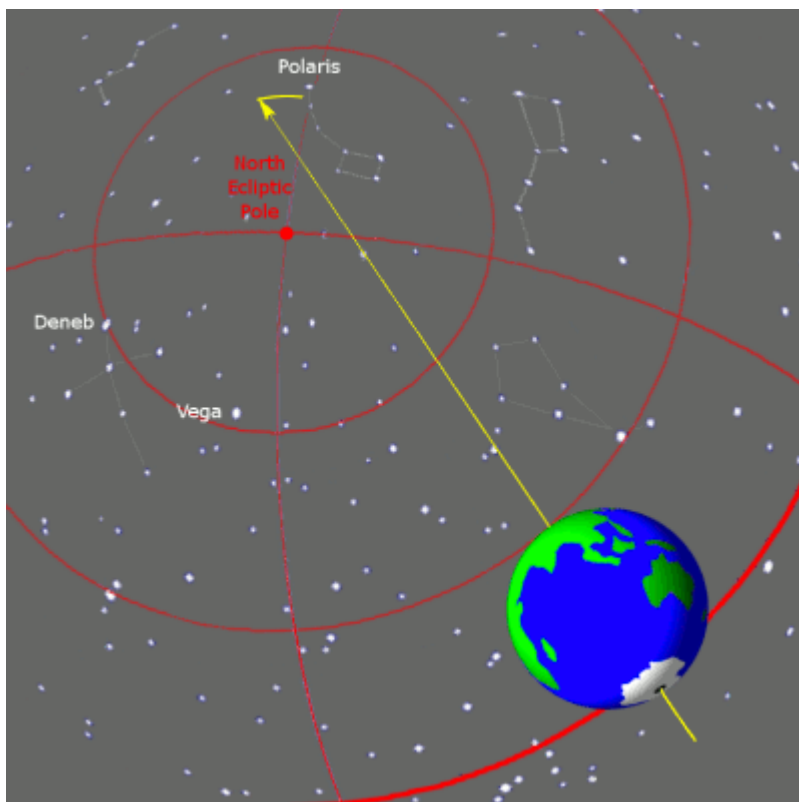
см. задачу определения скоростей точек шатуна из [1]: задача 63, в параграфе 57

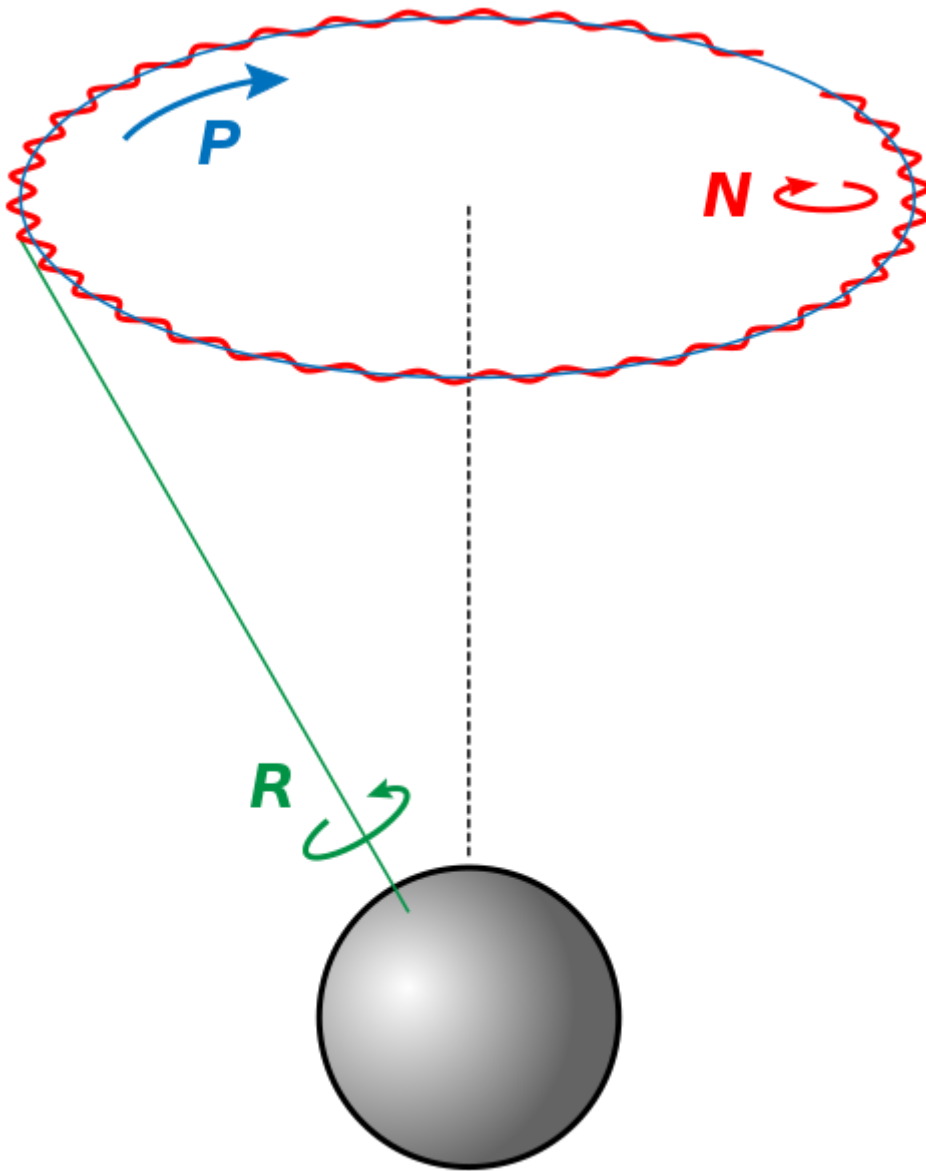
Эллипсограф





▼ Сферическое движение





Литература

1. Краткий курс теоретической механики. Тарг С.М., издания после 2000 г.
2. Курс теоретической механики в 2 т. Яблонский А. А., Никифорова В. М., издания после 2000 г.

Дополнительные ссылки

- Theo Jansen's Wind Sculpture (Fully 3D Printed) <https://www.youtube.com/watch?v=EArh3Ydpyle>
- Skeletal 'beests' walk the shoreline - BBC News <https://www.youtube.com/watch?v=3ZePhxfXlns>

- Chebyshev's Lambda Mechanism

https://en.wikipedia.org/wiki/Chebyshev%27s_Lambda_Mechanism