Richiamiamo il metodo di Newton:

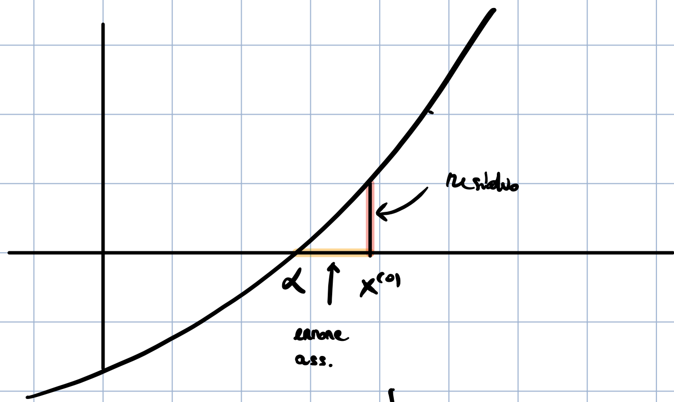
$$x^{(k+1)} = x^{(k)} - \frac{f(x^{(k)})}{f'(x^{(k)})}, \quad k \geq 0$$

PSEUDOCODICE

Input: $f, f', x^{(0)}, tol, nitmax$

1. $nit = 1$
2. $dfx \leftarrow f'(x^{(0)})$
3. se $dfx = 0$, esci con errore
4. $\Delta x = -f(x^{(0)})/dfx$
   $x^{(1)} = x^{(0)} + \Delta x$
5. se $|\Delta x| \leq tol$, esci con $\alpha = x^{(1)}$
6. se $nit = nitmax$, esci con errore
7. $nit = nit + 1$, $x^{(0)} \leftarrow x^{(1)}$
8. torna al punto 2.

Output: α approssimazione dello zero di f



"residuo" $\approx f'(\alpha) \cdot$ "errore ass."

se $f'(\alpha) = 1$

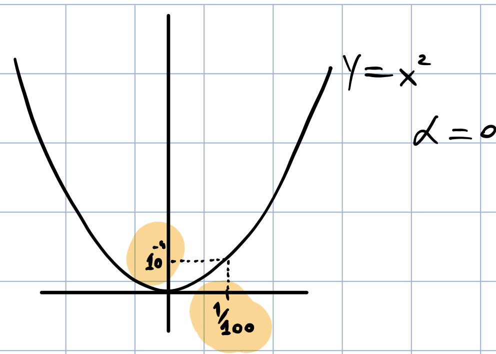
"residuo" $\approx$ "errore ass."

Richiamo:

stimiamo $|x^{(k)} - \alpha|$ con $|x^{(k+1)} - x^{(k)}|$

Se $$\frac{|x^{(k+1)} - \alpha|}{|x^{(k)} - \alpha|^2} \xrightarrow[k \to +\infty]{} C ,$$ allora

$$|x^{(k+1)} - \alpha| \approx C |x^{(k)} - \alpha|^2$$ per k suff. grande!



Verifica sperimentale:

1) zero doppio (non semplice): O.d.C. 1

2) zero p.to di flesso: O.d.C. 3

OSSERVAZIONE:

Se $|x^{(k+1)}-\alpha| \simeq C\,|x^{(k)}-\alpha|^p$, k grande,

Passando ai logaritmi:

$$\log\left(|x^{(k+1)}-\alpha|\right) \simeq \log\left(C\,|x^{(k)}-\alpha|^p\right) =$$

$$= \log C + p\log|x^{(k)}-\alpha| \text{ , da cui}$$

divido per $\log|x^{(k)}-\alpha|$ e riorganizzo:

$$p \simeq \frac{\log|x^{(k+1)}-\alpha|}{\log|x^{(k)}-\alpha|} - \frac{\log C}{\log|x^{(k)}-\alpha|}$$

$\leftarrow$ infinitesima per $k \to +\infty$

quindi per k grande :

$$p \approx \frac{\log|x^{(k+1)} - \alpha|}{\log|x^{(k)} - \alpha|}$$

Esperimenti in Matlab