

**Álgebra I. Doble grado en Matemáticas e Informática**  
**23/01/2015**

Propuestas:

**Teoría 1 (1.5 puntos)** Enuncia y demuestra el Lema de Gauss sobre polinomios primitivos.

**Teoría 2 (1.5 puntos)** Demuestra que, si  $R$  es un DIP, todo submódulo de  $R^n$  es finitamente generado. ¿Qué se entiende por “matriz de relaciones” de un  $R$ -módulo finitamente generado?

**Práctica 1 (2.5 puntos)** ¿Es el grupo abeliano definido por la presentación

$$\langle x, y, z \mid 12x + 4y + 6z = 0, -4x + 2y + 8y = 0, -2x + 16y + 34z = 0 \rangle$$

isomorfo al grupo abeliano  $\mathbb{Z}_{50} \times \mathbb{Z}_6 \times \mathbb{Z}_2$ ?

**Práctica 2 (2.5 puntos)** Calcula los factores invariantes, los divisores elementales, el polinomio mínimo y el polinomio característico de la matriz real

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 0 & 1 \\ -4 & 4 & 1 & -2 \\ 4 & -8 & -2 & 3 \end{pmatrix}.$$

Describe su formas canónicas racionales (de Frobenius), de Weierstrass y de Jordan (si existe). ¿Cuales son sus valores propios? ¿es diagonalizable?. A la vista de su polinomio mínimo ¿puedes deducir que  $A^{-1} = 2I - A$ ?