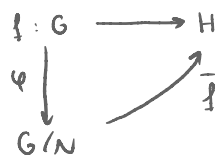


2) TEOREMAS DE ISOMORFÍA

1) Teorema de homomorfismos: Sea $f: G \rightarrow H$ homomorfismo de grupos y N subgrupo de G tal que $N \subseteq \ker(f)$. Entonces existe un único homomorfismo $\bar{f}: G/N \rightarrow H$ tal que $\bar{f} \circ \varphi = f$ donde $\varphi: G \rightarrow (G/N)$ es la proyección:

Además:

- \bar{f} es epimorfismo si f lo es
- $\ker \bar{f} = \ker f / N$
- \bar{f} es monomorfismo si $\ker f = N$



DEM \Rightarrow aplicación $\bar{f}(aN) = f(a)$ $\bar{f}: G/N \rightarrow H$

2) Primer teorema de isomorfía: Si $f: G \rightarrow H$ es homomorfismo de grupos entonces $(G/\ker f) \cong \text{Im } f$

DEM \Rightarrow \bar{f} entre $(G/\ker f)$ y H , que es epimorfismo si tomamos $\text{Im}(f)$. Además, \bar{f} es un monomorfismo \Rightarrow es biyectiva.

3) Segundo teorema de isomorfía: Si N es un subgrupo normal de G y H es un subgrupo de G , entonces $H \cap N$ es normal en H y $\frac{H}{H \cap N} \cong \frac{(HN)}{N}$

DEM \Rightarrow $f: H \rightarrow HN/N$ es epimorfismo y $\ker f = \{h \in H: Nh = N\} = \{h \in H, h \in N\} = H \cap N$, Por el primer teorema es isomorfismo.

4) Tercer teorema de isomorfía: Si H y N son dos ideales de G con $H \subseteq N$ entonces

$$\frac{G}{H} \cong \frac{G/N}{H/N}$$

DEM \Rightarrow $\varphi: G \rightarrow G/H$ la proyección, es un epimorfismo de grupos y $\ker \varphi = H$ luego $N \subseteq \ker \varphi$. entonces existe epimorfismo $\bar{\varphi}: G/N \rightarrow G/H$, pero $aN \in \ker \bar{\varphi}$ si $aN \in H$, si $a \in H$, entonces $\ker \bar{\varphi} = (H/N)$, entonces por el primer teorema existe