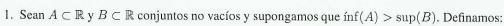
Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas Cálculo I - Examen Final



$$C = \left\{ \frac{1}{a-b} : a \in A, b \in B \right\}$$

Prueba que $\sup(C) \stackrel{*}{=} \frac{1}{\inf(A) - \sup(B)}$

2. Sean
$$\{x_n\}$$
 e $\{y_n\}$ sucesiones acotadas. Prueba que:

$$\underline{\lim}\{x_n\} + \underline{\lim}\{y_n\} \leqslant \underline{\lim}\{x_n + y_n\} \leqslant \overline{\lim}\{x_n\} + \underline{\lim}\{y_n\}$$

Prueba con ejemplos que las desigualdades anteriores pueden ser todas estrictas. Deduce que si ${x_n} \to x \text{ entonces } \underline{\lim} {x_n + y_n} = x + \underline{\lim} {y_n}.$

3. Calcula los límites de las sucesiones:

(a)
$$\frac{1 + \frac{1}{\sqrt[3]{2}} + \frac{1}{\sqrt[3]{3}} + \frac{1}{\sqrt[3]{4}} + \dots + \frac{1}{\sqrt[3]{n}}}{\sqrt[3]{n^2}};$$
 b) $\sqrt[n]{\frac{(3n)!}{(5n)^{3n}}}$

a)
$$\sum_{n\geqslant 1} (-1)^{n+1} \frac{\log(n+2)}{n+2};$$
 b) $\sum_{n\geqslant 1} \sqrt{\frac{4\cdot 6\cdot 8\dots (2n+2)}{9\cdot 11\cdot 13\dots (2n+7)}}$ Cootents Raper

?
$$V$$
 5. Sean I un intervalo abierto y $f:I\to\mathbb{R}$ una función creciente en I . Supongamos que f es continua en un punto $a\in I$. Prueba que:

$$\sup\{f(x): x \in I, \ x < a\} = f(a) = \inf\{f(x): x \in I, \ x > a\}$$

6. Indica si las siguientes afirmaciones son ciertas o falsas, explicando brevemente las respuestas.

- a) Una sucesión monótona que tenga una parcial convergente es convergente.
- b) Si $f:I\to\mathbb{R}$ es una función inyectiva, I es un intervalo y J=f(I) es un intervalo entonces su función inversa f^{-1} es continua en J.
- c) Si $f:A\to\mathbb{R}$ es una función inyectiva, f(A) un intervalo, y f^{-1} es continua, entonces f es
- d) Si $\sum_{n\geqslant 1} x_n$ es una serie convergente de términos positivos, entonces la sucesión $\{x_n\}$ es decreciente.

(2) 7. Elige para responder uno de los temas:

- a) Series absolutamente convergentes y series conmutativamente o incondicionalmente convergentes. Series alternadas. Criterio de Leibnitz.
 - b) Continuidad y monotonía.

Granada, 21 de enero de 2019.

$$\lim_{n \to \infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2^{n}} dx = 0$$

