

**Álgebra I. Doble grado en Informática y Matemáticas**  
**Septiembre 2015**

Propuestas:

**Teoría 1 (1 punto)** Enuncia y demuestra el *Criterio de Eisenstein* sobre polinomios irreducibles.

**Teoría 2 (1 punto)** Demuestra que, si  $R$  cualquier anillo conmutativo, dos bases de un  $R$ -módulo libre tienen el mismo número de elementos.

**Práctica 1 (2 puntos)** Calcular la menor capacidad posible de un depósito de agua sabiendo que a un depósito de doble capacidad le ha faltado un litro para poder ser llenado con garrafas de 5 litros, mientras que a uno de quintuple capacidad también le ha faltado un litro tanto si se llenaba con garrafas de 7 litros como de 11 litros.

**Práctica 2 (2 puntos)** Determinar las descomposiciones cíclica y cíclica primaria del grupo abeliano generado por elementos  $x_1, x_2, x_3$  y  $x_4$  con las relaciones siguientes

$$\begin{cases} 6x_1 & -36x_2 & -30x_3 & +36x_4 & = 0 \\ 12x_1 & +54x_2 & +48x_3 & -54x_4 & = 0 \\ 18x_1 & +54x_2 & +54x_3 & -54x_4 & = 0 \end{cases}$$

**Práctica 3 (2 puntos)** Dada la matriz

$$\begin{pmatrix} 3 & -4 & 6 & -14 \\ 1 & -1 & 1 & -5 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Calcular sus factores invariantes y sus divisores elementales.
- Describir sus formas canónicas racional (Frobenius), racional primaria (Weierstrass) y, si existe, de Jordan.