

Juan de Dios Pérez y Alfonso Romero

Parcial

Este examen pertenece al Banco de Exámenes de la Asociación de Estudiantes de Matemáticas de la Universidad de Granada. Si bien su autoría corresponde a los profesores ya citados, en la asociación nos encargamos de almacenarlos y ceder su uso a los estudiantes para que sea más satisfactoria su labor a la hora de preparar un examen.

1. Contesta razonadamente a las siguientes cuestiones.

- Considera dos subespacios U_1 y U_4 de un e.v. $V(K)$ con dimensión 4, $U_1 \subset U_4$, de dimensiones 1 y 3 respectivamente.
 - ¿Existen subespacios U_2 y U_3 de $V(K)$ tales que $U_2 \cap U_3 = U_1$ y $U_2 + U_3 = U_4$?
 - ¿Son únicos U_2 y U_3 ?
- Sea $A \in M_n(\mathbb{R})$ verificando $A^2 + 2A + I_n = 0$. ¿Es A regular?
- Para cada $a \in \mathbb{R}$ tenemos el sistema

$$ax + y + z = a$$

$$ax + y - z = a$$

$$x + ay + z = a$$

Discútelo y, cuando sea posible, resuélvelo.

2. Considera el subespacio vectorial $W = L(\{(1, 1, 1, 1) + U, (-2, 0, -2, 0) + U\})$ del e.v. $\mathbb{R}^4 \setminus U$ siendo $U = L(\{(1, -1, 1, -1)\})$. Se pide:

- Calcula una base de W .
- Amplíala a una base de $\mathbb{R}^4 \setminus U$.
- Calcula un subespacio W' de $\mathbb{R}^4 \setminus U$ de manera que $\mathbb{R}^4 \setminus U = W \oplus W'$.