

Álgebra I  
31 de febrero de 2014

1. a) En  $\mathbb{Z}_{12}$ , calcula  $5 \cdot 11 + 7^{-1} + 5^{1573}$  y estudia si es un divisor de cero.  
b) Determina cuántas unidades y cuántos divisores de cero tiene el anillo  $\mathbb{Z}_{120}$ .  
c) Resuelve la ecuación  $68x = 100$  en el anillo  $\mathbb{Z}_{120}$ .

2. a) Resuelve en  $\mathbb{Z}[i]$  el siguiente sistema de congruencias:

$$\begin{aligned}x &\equiv i \pmod{1+i} \\x &\equiv -1 \pmod{2+i}\end{aligned}$$

- b) Resuelve la siguiente ecuación en  $\mathbb{Z}_3[x]$ .

$$(x^3 - x^2 + x - 1)F(x) + (x^4 - x^3 + x^2 - 1)G(x) = x^2 - 1$$

y encuentra una solución en la que el grado del polinomio  $F(x)$  sea mínimo.

3. a) Factoriza como producto de irreducibles en  $\mathbb{Q}[x]$  el polinomio

$$f(x) = \frac{2}{17}x^5 - \frac{1}{17}x^4 + 2x - 1.$$

- b) Factoriza como producto de irreducibles en  $\mathbb{Z}[x]$  y en  $\mathbb{Q}[x]$  el polinomio

$$f(x) = 12x^5 + 126x^4 + 48x^3 - 6x^2 + 12x + 6.$$