

Pregunta 1

29 de junio de 2020

Métodos Numéricos I_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas_UGR

DURACIÓN: 45 minutos

OBSERVACIONES IMPORTANTES:

- En esta pregunta, m denota el menor de los dígitos de tu DNI o pasaporte.
- Esta pregunta se entrega 45 min después de empezar esta segunda parte del examen en la plataforma PRADO, en un archivo (preferiblemente pdf) de una fotografía o escaneado del problema escrito, sin exceder en total 50 MB. El nombre del archivo debe ser **1apellido1apellido2nombre**, todo con letras minúsculas y sin huecos.
- En la parte superior de cada una de las páginas que escribas, con las respuestas detalladas deben figurar tu nombre, DNI (o cualquier otro medio válido de identificación admitido por la Universidad de Granada) y tu firma.
- No tienes que copiar los enunciados, solo la numeración de cada apartado.

[1.1]

0.35 puntos

Determina los posibles valores de $\alpha \in \mathbb{R}$ de forma que si S es el subespacio vectorial de \mathbb{R}^3 dado por

$$S := \text{lin} \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} m \\ m \\ m \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \right\},$$

entonces la proyección ortogonal del vector $\mathbf{b} := \begin{bmatrix} \alpha \\ 0 \\ 2(m+1) \end{bmatrix}$ sobre S , $P_S(\mathbf{b})$, es el vector

$$(m+1) \begin{bmatrix} \sqrt{2} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

[1.2]

0.65 puntos

Sea $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$ una matriz regular y consideremos el sistema de ecuaciones lineales

$$\mathbf{Ax} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

y el método iterativo

$$\left| \begin{array}{l} \mathbf{x}_0 \text{ dado} \\ n \geq 1 \Rightarrow \mathbf{x}_n = \mathbf{Bx}_{n-1} + \mathbf{c} \end{array} \right. ,$$

$$\text{con } \mathbf{B} = \begin{bmatrix} m^2 + 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ m + 3 \end{bmatrix} \text{ y } \mathbf{c} \in \mathbb{R}^3.$$

- a) Determina el vector \mathbf{c} de forma que el método sea consistente con el sistema.
- b) Prueba que, para ese vector \mathbf{c} concreto, la sucesión $\{\mathbf{x}_n\}_{n \geq 1}$ converge al vector $\mathbf{0}$.
- c) Calcula el radio espectral de la matriz \mathbf{B} .
- d) ¿Entran en contradicción a), b) y c)? Razona tu respuesta.