

Pregunta 2

29 de junio de 2020

Métodos Numéricos I_Doble Grado en Ingeniería Informática y Matemáticas_UGR

DURACIÓN: 45 minutos

OBSERVACIONES IMPORTANTES:

- En esta pregunta, d denota el segundo dígito (de izquierda a derecha) de tu DNI o pasaporte.
- Esta pregunta se entrega 1 h y 30 min después de empezar esta segunda parte del examen en la plataforma PRADO, en un archivo (preferiblemente pdf) de una fotografía o escaneado del problema escrito, sin exceder en total 50 MB. El nombre del archivo debe ser **2apellido1apellido2nombre**, todo con letras minúsculas y sin huecos.
- En la parte superior de cada una de las páginas que escribas, con las respuestas detalladas deben figurar tu nombre, DNI (o cualquier otro medio válido de identificación admitido por la Universidad de Granada) y tu firma.
- No tienes que copiar los enunciados, solo la numeración de cada apartado.

[2.1]
0.4 puntos

Sea $N \geq 1$, $x_0 = 1 < x_1 < \dots < x_N = \frac{\pi + d + 1}{d + 1}$ y sea $f : [x_0, x_N] \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida en cada $x \in [x_0, x_n]$ como

$$f(x) := (-1)^d \text{sen}((d+1)x).$$

Sea $p \in \mathbb{P}_N$ de forma que

$$j = 0, 1, \dots, N \Rightarrow p(x_j) = f(x_j).$$

Prueba entonces que

$$\|f - p\|_\infty \leq \frac{\pi^{N+1}}{(N+1)!}.$$

[2.2]
0.6 puntos

Sea $h : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}$ la aplicación definida en cada $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^3$ como

$$h(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T \mathbf{A}\mathbf{x} - x_1 - (d+2)x_2 - 5x_3,$$

donde $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & d & 0 \\ d & d^2 + 1 & 2 \\ 0 & 2 & 5 \end{bmatrix}$.

- Calcula, si la admite, una factorización tipo Cholesky de la matriz \mathbf{A} .
- Haciendo uso del apartado a), justifica razonadamente que la función anterior alcanza su mínimo (global) en un único vector, solución de un sistema de ecuaciones lineales cuya matriz de coeficientes es \mathbf{A} .
- Calcula el vector donde h alcanza su mínimo a partir de la factorización del apartado a).