Estadística E Investigación Operativa

Nombre:

Leer el siguiente cuadro y escribir en la resolución del examen: "*Yo, D.Da (nombre completo) con DNI (número con letra) he leído y acepto las condiciones de la declaración de honestidad académica*" y firmarlo.

Declaración de honestidad académica:
Como estudiante matriculado en la asignatura Estadística e Investigación Operativa perteneciente al plan de estudios del Grado en Ingeniería Electrónica, Robótica y Mecatrónica durante el curso 2019/2020 afirmo que no daré ni recibiré ninguna ayuda no autorizada en este examen y que todo el trabajo será mío.

Realizaré este examen de manera justa, honesta, respetuosa, responsable y honrada. Esto significa que realizaré el examen como si la profesora estuviera observando todas mis acciones. Actuaré de acuerdo con las instrucciones de la profesora, y no daré ni recibiré ninguna ayuda o asistencia que no sea la autorizada. Sé que la probidad de este examen y esta clase depende de mí, y me comprometo a no tomar ninguna medida que rompa la confianza de mis compañeros/as de clase o profesora, o quebrante la imparcialidad de esta clase.

El examen se enviará en un único archivo pdf al correo de la profesora: avalle@us.es.
El asunto del correo debe ser "Final Junio GIERM" seguido del nombre completo.
Las imágenes deben estar bien iluminadas y contener todo lo escrito en el folio. Todo estudiante debe tener preparadas las aplicaciones recomendadas en Enseñanza Virtual para el correcto desarrollo del examen.
Todas las preguntas valen 1 punto, aquellas que contienen subapartados, cada uno de ellos vale 0.5 puntos.
Si se detectan personas conectadas a la sala del examen no matriculadas en la asignatura, se procederá a la anulación del examen.

1. Una urna dispone de **3 bolas rojas**, **2 blancas** y **1 negra**. En primer lugar, se procede a ordenar en fila todas las bolas, si quedan en primer y segundo lugar las bolas blancas, entonces se extraen 4 bolas *sin reemplazamiento*. Si por el contrario no quedan las blancas las primeras, entonces se añade *una bola roja* y, después, se extraen 4 bolas *sin reemplazamiento*.
   a) Calcule la probabilidad de que en las 4 bolas que se extraen finalmente, 3 (y sólo 3) sean de color rojo.
   b) Sabiendo que en la extracción hay exactamente 3 bolas rojas, calcule la probabilidad de que en la ordenación previa quedasen las dos bolas blancas en primer y segunda posición.

2. Sea X variable aleatoria con función de densidad $f(x)$, calcule su función de distribución.

$$f(x) = \begin{cases} |3x| & -k \leq x \leq k \\ & 0 \; cc \end{cases}$$

3. Sea (X, Y) vector aleatorio discreto con función de probabilidad conjunta:

$P(X = x_i, Y = y_j)$	$x_i = 0$	$x_i = 1$
$y_j = 0$	1/12	1/4
$y_j = 1$	1/6	1/2

   Calcule la función generatriz de momentos de la variable W=X+Y.

4. En una cierta aplicación informática, la probabilidad de que una función recurra a otra con éxito, tiene probabilidad **1/4.** Tomamos una muestra de **7** instalaciones, calcule la probabilidad de que más de **5** (estricto) hayan tenido que intentar recurrir menos de **6** veces a la función para conseguirlo.

5. Dada una muestra aleatoria simple de tamaño 49, que sigue una distribución F-Snédecor $F_{2,5}$, calcule la probabilidad de que la suma de todos los valores de la muestra se encuentre en el intervalo $[0,\ 10]$.

6. Dada una muestra aleatoria procedente de una distribución normal de parámetros desconocidos, calcule los valores de k y n para que el siguiente estimador sea insesgado y su error cuadrático medio valga σ^2.

$$\hat{\mu} = \frac{x_1 + x_2}{3} + \sum_{i=3}^{n-1} \frac{x_i}{k+1} + x_n$$

7. Sea M una muestra procedente de una distribución normal de parámetros desconocidos, calcule un intervalo de confianza para la media con un nivel de significación del 2%.
$$M = \{3,\ 3.1,\ 3.5,\ 3.6,\ 3.55\}$$

8. Sea M la muestra del ejercicio anterior, si ahora conocemos el valor de la varianza poblacional que es 2, someta a contraste la hipótesis de que la media poblacional vale 3. Use un nivel de confianza del 90%.

9. Dada una muestra aleatoria simple de tamaño n, distribuida mediante la función de densidad $f(x)$, calcular un estimador de máxima verosimilitud para el parámetro θ.
$$f(x) = \frac{x+1}{\theta} x^{\theta}$$

10. Demostrar la propiedad de reproductividad de la distribución Poisson respecto a su parámetro λ.