J. Valentín Guerrero Cano

1) a) $S := \{(1\,0\,0)^t \quad (1\,1\,1)^t \quad (0\,1\,1)\}$

$b = (\alpha, \; 0, \; 4)^t \qquad P_S(b) = 2(\sqrt{2}, 1, 1)^t$

~~Llamaremos~~ $\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \dim S = 2$

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ sabemos que: $P_S(b) = x_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + x_2 \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

En nuestro caso $x_1 = 2\sqrt{2}$ y $x_2 = 2$.

Luego mediante el producto escalar sabemos que:

$\langle (1\,0\,0), (\alpha, 0, 4) - 2\sqrt{2}(1\,0\,0) - 2(0\,1\,1) \rangle = 0$

$\langle (1\,0\,0), (\alpha - 2\sqrt{2}, -2, 2) \rangle = 0$

$\alpha - 2\sqrt{2} = 0 \qquad \boxed{\alpha = 2\sqrt{2}} \Rightarrow$ $b = \begin{pmatrix} 2\sqrt{2} \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} = 2 \cdot$

$\langle (0\,1\,1), (\alpha - 2\sqrt{2}, -2, 2) \rangle = 0$

$-2 + 2 = 0$

J. Valentín Guerrero Cano

b) $A \in \mathbb{R}^{3\times 3}$ y A regular

$$Ax = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

método iterativo:

$$\begin{cases} x_0 \text{ dado} \\ n \geq 1 \Rightarrow x_n = Bx_{n-1} + c \end{cases}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad x_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} \quad c \in \mathbb{R}^3$$

a) $c = (I - B)A^{-1} \cdot b$ siendo $b = (0 0 0)$

Luego $c = (0\ 0\ 0)$

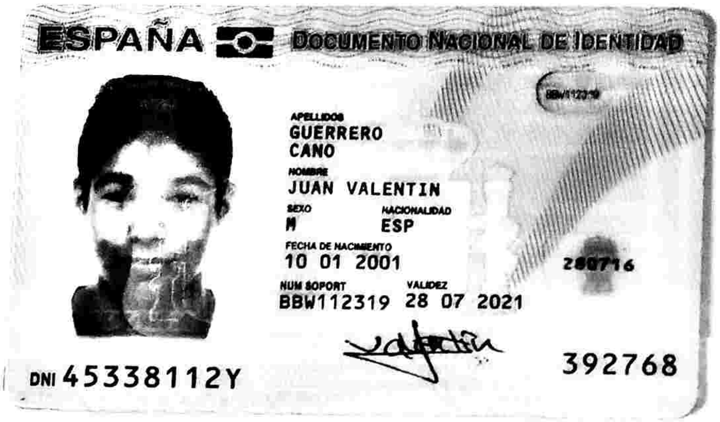
b) En nuestra sucesión se observa que en la primera iteración al calcular el segundo término de la sucesión (x_1):

$$x_1 = B \cdot x_0 + c = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Luego para ese vector $\{x_n\}_{n\geq 1}$ converge al vector $(0,0,0)$

c) $\rho(B) = 3$ Por tanto el radio espectral de B es 3.

J. Valentín Guerrero Cano



d) Ningún apartado entra en contradicción pues nuestra sucesión $\{x_n\}$ converge a la sucesión del sistema homogéneo dado y además el sistema es consistente.

Que el radio espectral de B sea >1 no ~~se~~ contradice ~~los~~ los apartados anteriores. Solo implica que el método iterativo dado solo converge al sistema para el x_0 que nos dan y no para cualquier x_0

3/3