



③

VERDADERO

a) Según el teorema de Cayley-Hamilton.

$$p(\lambda) = \det(A - \lambda I_n) = (\lambda - 1)^p (\lambda + 1)^{n-p}$$

Siendo p la multiplicidad algebraica de 1 y $n-p$ la de -1

Podemos sustituir λ por la matriz:

$$p(A) = \det(A - A \cdot I_n) = (A - I_n)^p \cdot (A + I_n)^{n-p} = O_n$$

Luego:

$$(A - I_n)^p \cdot (A + I_n)^{n-p} = O_n$$

Multiplicando ~~por~~ ambos lados por:

$$(A - I_n)^{n-p} \cdot (A + I_n)^p \quad \text{Nos quedaría}$$

$$(A - I_n)^{n-p} \cdot (A + I_n)^p \cdot (A - I_n)^p \cdot (A + I_n)^{n-p} = O_n$$

Lo que es igual a:

$$(A - I_n)^n (A + I_n)^n = O_n$$

~~PROBLEMA~~ VERIFICAR

uniqueness

b) Si fijamos un vector de la base dada

$$B = \{u_1, u_2, \dots, u_n\} \quad \text{Por Fijamos } u_n.$$

Sabemos que es unitario: $\|u_n\|^2 = g(u_n, u_n) = 1$

Pero ~~clase~~ si el vector v del enunciado lo

tomamos como nuestro u_k :

$$\begin{aligned} \|u_k\|^2 &= \sum_{i=1}^n g(u_k, u_i)^2 = g(u_k, u_1)^2 + g(u_k, u_2)^2 + \dots + \overbrace{g(u_k, u_n)^2}^1 \\ &+ \dots + g(u_k, u_n)^2 \end{aligned}$$

Pero al no ser una base ortonormal (es decir que los vectores sean perpendiculares y unitarios) (son unitarios pero no perpendiculares) alguna de las métricas de u_k con alguno de los vectores que no son perpendiculares ~~de~~ con u_n será distinta de 0 y por tanto no se cumple que $\|u_k\|^2 = 1$. Por tanto lo que dice el enunciado es cierto B , es una base ortonormal.