ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Doble grado en Informática y Matemáticas, 2º Curso, 2018-19

Prueba primera de evaluación continua

1. [3 puntos] Define los conceptos de espacio métrico compacto, conexo y completo.
Si K es un conjunto compacto de $\mathbb{R}^n$, ¿es K completo dotado de la distancia euclídea?

2. [3 puntos] Describe el interior, la adherencia y el conjunto de puntos de acumulación del conjunto A en los siguientes casos:

a) $A =]0,1] \subset \mathbb{R}$

b) $A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x > 0\} \subset \mathbb{R}^2$

c) $A = \{(2,2)\} \cup \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 1\} \subset \mathbb{R}^2$

¿Cuales de los conjuntos anteriores son compactos? ¿Y cuales son conexos? Justifica las respuestas.

3. [2 puntos] Sea (E,d) un espacio métrico y $K \subset E$ un conjunto compacto no vacío. Prueba que para cada $x \in E$ existe (al menos) un elemento $k_x \in K$ que verifica que

$$d(x,K) = d(x,k_x)$$

.

Nota: La distancia de un punto a un conjunto (no vacío) K se define como sigue:

$$d(x,K) = \inf \{d(x,y) : y \in K\}.$$

4. [2 puntos] Prueba que

$$\lim_{(x,y)\to(0,0)} \frac{e^{x^2+y^2} - 1}{x^2 + y^2} = 1$$