ordinario-2020.pdf

Exámenes 2020

2º Geometría III

Grado en Matemáticas

Facultad de Ciencias
Universidad de Granada

Geometría III.

Examen ordinario final.

1. En coordenadas usuales del espacio euclídeo $\mathbb{R}^3$ calcula un movimiento helicoidal respecto de la recta

$$\mathcal{R} = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : \ x = 1, y = 2\},$$

de ángulo $\theta = \pi/4$ y con vector de desplazamiento $v = (0, 0, 2)$.

2. Razona si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

   a) Sean $\mathcal{R}_1, \mathcal{S}_1$ dos rectas que se cruzan en $\mathbb{R}^3$ e igualmente $\mathcal{R}_2, \mathcal{S}_2$ otro par de rectas que se cruzan en $\mathbb{R}^3$. Entonces existe una isometría $f : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^3$ tal que $f(\mathcal{R}_1) = \mathcal{R}_2$ y $f(\mathcal{S}_1) = \mathcal{S}_2$.

   b) Sean $\mathcal{R}_1, \mathcal{S}_1$ dos rectas de $\mathbb{R}^2$ que forman un ángulo $\theta \in (0, \pi/2)$ y $\mathcal{R}_2, \mathcal{S}_2$ otro par de rectas formando el mismo ángulo. Entonces existen exactamente dos isometrías $f : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^2$ tal que $f(\mathcal{R}_1) = \mathcal{R}_2$ y $f(\mathcal{S}_1) = \mathcal{S}_2$.

3. Clasifica desde un punto de vista euclídeo la cónica de $\mathbb{R}^2$ de ecuación

$$3x^2 - 2xy + 3y^2 - 2x + 6y + 1 = 0$$

y determina un sistema de referencia euclídeo en el que esta cónica tenga una expresión reducida.

4. En el plano proyectivo $\mathbb{P}^2$ consideremos las rectas

$$\mathcal{R} = \{(x_0 : x_1 : x_2) \in \mathbb{P}^2 : \ x_0 + x_1 = 0\}, \quad \mathcal{S} = \{(x_0 : x_1 : x_2) \in \mathbb{P}^2 : \ x_1 + x_2 = 0\}$$

y el punto $p_0 = (1 : 1 : 1)$.

Calcula la aplicación $f : \mathcal{R} \longrightarrow \mathcal{S}$ tal que a cada punto $p \in \mathcal{R}$ le hace corresponder el único punto de corte entre las rectas $p_0 + p$ y $\mathcal{S}$. ¿Es f una proyectividad de $\mathcal{R}$ en $\mathcal{S}$?

Granada, 10 de enero de 2020.