

2^o DOBLE GRADO EN INFORMÁTICA Y MATEMÁTICAS

Examen Final de Análisis Matemático I, Curso 2020-21

1) Tema teórico: Teorema del valor medio y consecuencias.

2) Estudia si el campo escalar $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ dado por

$$f(x,y) = x^2 \operatorname{sen}\left(\frac{1}{y}\right) \text{ si } y \neq 0, \text{ y } f(x,0) = 0$$

es diferenciable en $(0,0)$.

3) a) Enuncia el Teorema de la función implícita

b) Prueba que existe un intervalo abierto I tal que $0 \in I$ y una (única) función $\varphi : I \rightarrow \mathbb{R}$ de clase $C^\infty(I)$ que verifica $\varphi(0) = 1$ y la ecuación

$$e^x \varphi(x) + \arctan(\varphi(x)) = 1 + \frac{\pi}{4}, \quad \forall x \in I.$$

Calcula $\varphi'(0)$ y $\varphi''(0)$

4) a) Relaciona los conceptos de espacio métrico completo, compacto y acotado. Justifica cada una de las afirmaciones.

b) Sea (E,d) un espacio métrico y $A \subset E$ un subconjunto (no vacío). Prueba que si toda función $f : A \rightarrow \mathbb{R}$ continua es acotada, entonces A es acotado

Granada, a 27 de enero de 2021