Examen final. Topología I
Doble grado en ingeniería informática y matemáticas
10 de enero de 2020

1.– Probar que la familia de subconjuntos de $\mathbb{R}$:

$$T = \{\emptyset, \mathbb{R}\} \cup \{(a, +\infty) : a \in \mathbb{R}\}$$

es una topología en $\mathbb{R}$.

1. Demostrar que no es Hausdorff.
2. Razonar si T verifica los axiomas de numerabilidad AN-I y AN-II.
3. Calcular el interior y la clausura de $(-\infty, 0)$ y $[0, +\infty)$ en $(\mathbb{R}, T)$.

2.– Demostrar que el producto de dos espacios topológicos compactos es un espacio compacto. Incluir la demostración del lema del tubo.

3.– Sea X un conjunto no vacío y $A \subset X$ un subconjunto no vacío distinto de X. Se considera en X la topología:

$$T_A = \{U \subset X : A \subset U\} \cup \{\emptyset\}.$$

Describir *todos* los subconjuntos conexos de (X, T_A).

4.– Se considera el espacio $\mathbb{R}$ con la topología de los complementos finitos T_{cf}. Describir *todos* los subconjuntos compactos de $(\mathbb{R}, T_{cf})$.

Segundo parcial: 2,3 y 4
Toda la asignatura: 1,2 y 3
Todas las preguntas tienen el mismo valor