2^{0} DOBLE GRADO EN INFORMÁTICA Y MATEMÁTICAS

Prueba primera de Análisis Matemático I, Curso 2020-21

1) Define normas equivalentes. Enuncia la caracterización de normas equivalentes y el Teorema de Hausdorff.

2) Describe el interior, la adherencia, el conjunto de puntos de acumulación y la frontera del conjunto $A \subset \mathbb{R}^2$ dado por

$$A = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x+y > 0,\ x^2+y^2 \leq 1\} \cup \{(3,3)\}.$$

¿Es A convexo? ¿Y conexo? Justifica las respuestas.

3) Estudia la existencia del límite en $(0,0)$ de las funciones dadas por

$$f(x,y) = x\sin\left(\frac{x}{y}\right), \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2, y \neq 0.$$

$$f(x,y) = \frac{x^2 y}{x+y}, \quad (x,y) \in \mathbb{R}^2, x+y \neq 0.$$

4) Sean (E,d) y (F,ρ) espacios métricos y $f: E \longrightarrow F$ es una aplicación continua. Justifica si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) Si $C \subset F$ es conexo, entonces $f^{-1}(C)$ es conexo.

b) Si $O \subset E$ es abierto, entonces $f(O)$ es abierto.

c) Si $A \subset E$ es acotado, entonces $f(A)$ es acotado.

d) Si $K \subset E$ es compacto, entonces $f(K)$ es acotado.

Granada, a 23 de octubre de 2020