ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Grupo A del grado en Matemáticas, 2º Curso. Curso 2018-19

Prueba de evaluación continua

1. Define los conceptos de espacio métrico compacto, conexo y completo. Enuncia los siguientes resultados:

a) Caracterización de los conjuntos compactos en $\mathbb{R}^n$.

b) Teorema del punto fijo de Banach.

c) Teorema del valor medio para campos escalares.

2. Si $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, consideramos la aplicación lineal $T : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ dada por:

$$T(x, y) = (ax + by, cx + dy), ((x, y) \in \mathbb{R}^2).$$

Prueba que $||T|| = \max \{|a| + |c|, |b| + |d|\}$, si se considera en $\mathbb{R}^2$ la norma $||\ ||_1$ dada por

$$||(x, y)||_1 = |x| + |y|.$$

3. Dada la función

$$f(x) = \begin{cases} xy \cdot \arctan(\frac{xy}{x+y}) & si \quad x + y \neq 0 \\ \\ 0 & si \quad x + y = 0 \end{cases}$$

estudia la diferenciabilidad de f en $(0, 0)$. Calcula, en caso de que existan, $D_{12}f(0, 0)$ y $D_{21}f(0, 0)$.

4. Sea $\phi : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función derivable tal que $\phi'(0) = -1$. Definimos:

$$z = xy + \phi(x - y), \qquad x = ue^v + \sin v, \qquad y = 3uv + u^4.$$

Calcula $\frac{\partial z}{\partial u}(1, 0)$ y $\frac{\partial z}{\partial v}(1, 0)$