Juan Valentín Guerrero Cano. 45338112Y.

1. El problema de la mochila fraccional consiste en almacenar en una mochila con capacidad M una serie de objetos o fracciones de ellos. El objetivo es obtener la máxima cantidad de beneficios ~~es~~, partiendo de que meter un objeto a_i da un beneficio p_i. Si metes una fracción del objeto (x_i) en la capacidad se verá reflejada como ~~...~~ $w_i \cdot x_i$ (w_i peso del objeto completo) y en los beneficios como $p_i \cdot x_i$. Este es el planteamiento del problema. Maximizar por tanto:

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot x_i \quad \text{sujetos a} \quad \sum_{i=1}^{n} w_i \cdot x_i.$$

con $0 \leq x_i \leq 1$ y $i \in \mathbb{N}$.

El algoritmo para resolverlo es trabajar con densidades $\left(\frac{\text{peso}}{\text{beneficios}}\right)$, e ir metiendo en la mochila aquellos con mayor densidad primero, (la mayor cantidad que podamos) y cuando no nos cabe el siguiente objeto metemos la correspondiente fracción. De esta manera llegamos siempre a un óptimo global ya que de todas las soluciones posibles (que lleven de mayor o menor forma la mochila) la mejor solución, la que produce mayores beneficios es la descrita.

a) Los problemas que se conocen que ejemplifican el problema de la mochila son: el carguero comercial, un barco que tiene un contenedor con una capacidad K donde se tienen que almacenar lotes $(a_i \ \forall i = 1 \dots n)$ divisibles los cuales tienen un beneficio de P_i y un peso de W_i. La suma de todos los pesos de los lotes o de sus fracciones no puede superar K. Se pretende obtener el máximo beneficio posible con el contenedor.

Este es un problema conocido que refleja el ya descrito y cuyo óptimo se alcanza con el "algoritmo de las densidades" ya expuesto.

b) Estos problemas siempre alcanzan un óptimo:

<u>DEMOSTRACIÓN</u>. $X = (x_1 \dots x_n)$ sol 1.

$Y = (y_1 \dots y_n)$ sol 2.

mochila capacidad: M.

Sea $P_1/W_1 \geq P_2/W_2 \geq \dots \geq P_n/W_n$.

Demostraremos que $\sum_{i=1}^{n} (x_i - y_i) \cdot P_i \geq 0$

Si $x_i = 1 \ \forall i = 1 \dots n \Rightarrow$ la solución es la óptima trivialmente.

En otro caso $\Rightarrow$ $\exists K \in \mathbb{N}: \begin{cases} x_i = 1 & \forall i < K \\ x_i = 0 & \forall i > K \end{cases} \rightarrow x_K < 1$.

Juan Valentín Guerrero Cano 45338112Y

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)\cdot p_i = \sum_{i=1}^{k-1}(x_i-y_i)\cdot w_i\,\frac{p_i}{w_i} + (x_k-y_k)\cdot w_k\cdot\frac{p_k}{w_k} + \sum_{i=k+1}^{n}(x_i-y_i)\cdot w_i\,\frac{p_i}{w_i}$$

En cada sumando se cumple:

$$\sum_{i=1}^{k-1}(x_i-y_i)\cdot w_i\,\frac{p_i}{w_i} \geq \sum_{i=1}^{k-1}(x_i-y_i)\cdot w_i\,\frac{p_k}{w_k}$$

$$(x_k-y_k)\,w_k\,\frac{p_k}{w_k} = (x_k-y_k)\cdot w_k\,\frac{p_k}{w_k}$$

$$\sum_{i=k+1}^{n}(x_i-y_i)\cdot w_i\,\frac{p_i}{w_i} \geq \sum_{i=k+1}^{n}(x_i-y_i)\,w_i\,\frac{p_k}{w_k}$$

Entonces:

$$\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)\cdot p_i \geq \sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)\cdot w_i\,\frac{p_k}{w_k} =$$

$$= \frac{p_k}{w_k}\cdot\underbrace{\sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)\cdot w_i}_{W}$$

Por hipótesis $\sum_{i=1}^{n} x_i\cdot w_i = M$ pero $\sum_{i=1}^{n} y_i\cdot w_i \leq M \Rightarrow$

$\Rightarrow W > 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^{n}(x_i-y_i)\,p_i \geq 0.$

② Mi nodo de partida es el 2 (45338112Y).

Luego sea S el conjunto de soluciones. S solo tendrá al principio a mi nodo 2. S={2}.

ITERACIÓN	S	w	D[1]	D[3]	D[4]	D[5]	D[6]
–	{2}	–	3	10	13	9	11
1	{2,1}	1	3	8	4	9	11
2	{2,1,4}	4	3	8	4	9	8
3	{2,1,4,3}	3	3	8	4	9	8
4	{2,1,4,3,6}	6	3	8	4	9	8
5	{2,1,4,3,6,5}	5	3	8	4	9	8.