Modelo de Crecimiento de Leslie

$$x_{n+1} = L x_n \qquad x_0 > 0$$

$$L = \begin{pmatrix} f_1 & f_2 & & f_{k-1} & f_k \\ s_1 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & s_2 & & & \\ & & & & \\ 0 & 0 & & s_{k-1} & 0 \end{pmatrix}$$

$f_i \geq 0$ y alguno no cero.

$0 < s_i \leq 1$.

Ecuación Euler-Lotka

l_i = Supervivencia acumulada

$$l_1 = 1$$

$$l_2 = s_1$$

$$\vdots$$

$$l_k = s_1 \cdots s_{k-1}$$

$$\frac{l_1 f_1}{\lambda} + \frac{f_2 l_2}{\lambda^2} + \cdots + \frac{f_k l_k}{\lambda^k} = 1$$

λ_p = Unica raíz en $(0, +\infty)$

λ_p = Valor propio de Perron $= \rho(L)$

Modelo de crecimiento Leslie 2

Teorema

Si L es ergódica y $x_0 > 0$

si $\lambda_p > 1$ entonces $x_n \to +\infty$

Si $\lambda_p < 1$ entonces $x_n \to 0$

Un estado i se dice fertil si $f_i > 0$

Un estado i se dice reproductivo si puede llegar a ser fertil, existe $j \geq i$ con j estado fertil.

Un dato inicial se dice reproductivo si contiene individuos de un estado reproductivo.

Teorema

Si $\lambda_p < 1$ y x_0 es reproductivo

$x_n \to 0$ y $x_n >> 0$

Si $\lambda_p > 1$ y x_0 es reproductivo

$x_n \to +\infty$.

Sea $N(x) = x^1 + x^2 + \cdots + x^k$ (Número total de individuos)

<u>Teorema</u> Supongamos que λ_p es un valor propio dominante y x_0 un valor inicial reproductivo entonces

① $\dfrac{N(x_{n+1})}{N(x_n)} \longrightarrow \lambda_p$

② $\dfrac{1}{N(x_n)} x_n \longrightarrow v_p$

<u>Nota</u>: Si $x_0 \geq 0$ no es reproductivo entonces $x_n = 0$ para n avanzado.

Tasa neta de reproducción.

Si partimos de L matriz de Leslie

la ecuación de Euler tiene una única raíz

λ_p

$$\frac{l_1 f_1}{\lambda} + \frac{l_2 f_2}{\lambda^2} + \cdots + \frac{l_k f_k}{\lambda^k} = 1$$

si llamo $R_0 = P(1) = l_1 f_1 + l_2 f_2 + \cdots + l_k f_k$

se tiene el siguiente resultado

<u>Teorema</u> $R_0 \gtreqless 1 \iff \lambda_p \gtreqless 1$

Como consecuencia

Si $R_0 > 1$ toda población

inicial reproductiva se superpoblaciona

Si $R_0 < 1$, Toda población

se extingue.