GRAFOS:

-Euleriano

Teorema 6.5.1. *Sea G un grafo conexo. Entonces G es un grafo de Euler si, y sólo si, el grado de cada vértice es par.*

-Hamiltoniano

Teorema 6.6.1. *Sea G un grafo con n vértices.*

1. *Si el número de lados es mayor o igual que $\frac{1}{2}(n-1)(n-2)+2$, entonces el grafo es hamiltoniano.*
2. *Si $n \geq 3$ y para cada par de vértices no adyacentes se verifica que $gr(v)+gr(w) \geq n$, entonces G es un grafo de Hamilton.*

-Bipartido

Teorema 6.7.1. *Sea $G = (V, E)$ un grafo. Entonces G es bipartido si, y sólo si, G no contiene ciclos de longitud impar.*

-Plano:

Teorema 6.8.2 (Kuratowski)**.** *Sea G un grafo. Entonces G es plano si, y sólo si, ningún subgrafo suyo puede contraerse a K_5 ni a $K_{3,3}$.*

-COLORACIÓN:

En general, se tiene que $p(K_n, x) = x(x-1)\cdots(x-n+1)$.

Si G es un grafo cuyas componentes conexas son $G_1, G_2, \ldots, G_m$ entonces $p(G, x) = p(G_1, x) \cdot p(G_2, x) \cdots p(G_m, x)$.

Teorema 6.9.1. *Sea G un grafo, y u y v dos vértices adyacentes. Sea e el lado que los une. Entonces* $p(G_e, x) = p(G, x) + p(G'_e, x)$.

-ÁRBOLES:

Corolario 6.10.1. *Sea G un grafo conexo con n vértices. Entonces G es un árbol si, y sólo si, G tiene $n-1$ lados.*

Teorema 3.3 *El número de árboles etiquetados con n vértices es n^{n-2}.*

LÓGICA PROPOSICIONAL

α	β	$\alpha \vee \beta$	$\alpha \wedge \beta$	$\alpha \to \beta$	$\alpha \leftrightarrow \beta$	$\neg\alpha$
0	0	0	0	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1	0

$$
\begin{aligned}
&I(\alpha \vee \beta) = I(\alpha) + I(\beta) + I(\alpha) \cdot I(\beta)\\
&I(\alpha \wedge \beta) = I(\alpha) \cdot I(\beta)\\
&I(\alpha \to \beta) = 1 + I(\alpha) + I(\alpha) \cdot I(\beta)\\
&I(\alpha \leftrightarrow \beta) = 1 + I(\alpha) + I(\beta)\\
&I(\neg\alpha) = 1 + I(\alpha)
\end{aligned}
$$

1. α *es una* **tautología** *si para cualquier interpretación* I *se tiene que* $I(\alpha) = 1$.
2. α *es* **satisfacible** *si existe al menos una interpretación* I *para la que* $I(\alpha) = 1$.
3. α *es* **refutable** *si existe al menos una interpretación* I *para la que* $I(\alpha) = 0$.
4. α *es* **contradicción** *si para cualquier interpretación* I *se tiene que* $I(\alpha) = 0$.
5. α *es* **contingente** *si es satisfacible y refutable.*

Teorema 2.4.1. . *Sea* Γ *un conjunto de fórmulas y* α *otra fórmula. Son equivalentes:*

1. $\Gamma \vDash \alpha$
2. $\Gamma \cup \{\neg\alpha\}$ *es insatisfacible.*
3. *Para cualquier interpretación* I*, se tiene que* $[\prod_{\gamma\in\Gamma} I(\gamma)](1 + I(\alpha)) = 0$

Teorema 2.4.2 (Teorema de la Deducción)**.**
Sea Γ *un conjunto de fórmulas (que podría ser vacío) de un lenguaje proposicional, y* α, β, *otras dos fórmulas. Entonces las siguientes afirmaciones son equivalentes:*

1. $\Gamma \vDash \alpha \to \beta$
2. $\Gamma \cup \{\alpha\} \vDash \beta$

1. Son equivalentes:

   - $\Gamma \models \alpha \to \beta$.
   - $\Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta$.
   - $\Gamma \cup \{\alpha, \neg\beta\}$ es insatisfacible.
   - $\Gamma \cup \{\neg\beta\} \models \neg\alpha$.

2. Son equivalentes:

   - $\Gamma \models \alpha \vee \beta$.
   - $\Gamma \cup \{\neg\alpha\} \models \beta$.
   - $\Gamma \cup \{\neg\beta\} \models \alpha$.
   - $\Gamma \cup \{\neg\alpha, \neg\beta\}$ es insatisfacible.

3. Son equivalentes:

   - $\Gamma \models \alpha \wedge \beta$.
   - $\Gamma \models \alpha$ y $\Gamma \models \beta$.
   - $\Gamma \cup \{\neg\alpha\}$ y $\Gamma \cup \{\neg\beta\}$ son insatisfacibles.

4. Son equivalentes:

   - $\Gamma \models \alpha \leftrightarrow \beta$.
   - $\Gamma \models \alpha \to \beta$ y $\Gamma \models \beta \to \alpha$.
   - $\Gamma \cup \{\alpha\} \models \beta$ y $\Gamma \cup \{\beta\} \models \alpha$.
   - $\Gamma \cup \{\alpha, \neg\beta\}$ y $\Gamma \cup \{\neg\alpha, \beta\}$ son insatisfacibles.

Teorema 2.6.2. *Sean α, β, γ tres fórmulas en un lenguaje proposicional. Entonces*

$$\{\alpha \vee \beta, \neg\alpha \vee \gamma\} \models \beta \vee \gamma$$