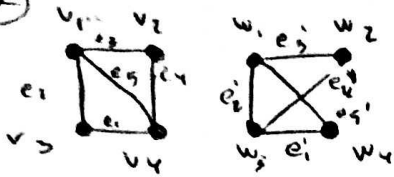


3.2

Juan Valentin Guerrero Cano



Son isomorfos:

$$\exists h_v: V_G \rightarrow V_{G'} \quad h_e: E_G \rightarrow E_{G'} :$$

$$\forall e_i \in E \quad \gamma_{G'}(h_e(e_i)) = \{h_v(u), h_v(v)\}$$

$$\text{donde } \{u, v\} = \gamma_G(e):$$

$$h_v: V_G \rightarrow V_{G'}$$

$$v_1 \rightarrow w_1$$

$$v_2 \rightarrow w_2$$

$$v_3 \rightarrow w_4$$

$$v_4 \rightarrow w_3$$

$$h_e: E_G \rightarrow E_{G'}$$

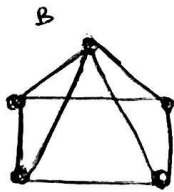
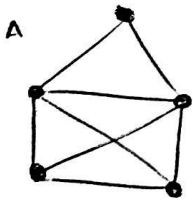
$$e_1 \rightarrow e'_1$$

$$e_2 \rightarrow e'_3$$

$$e_3 \rightarrow e'_3$$

$$e_4 \rightarrow e'_4$$

$$e_5 \rightarrow e'_2$$



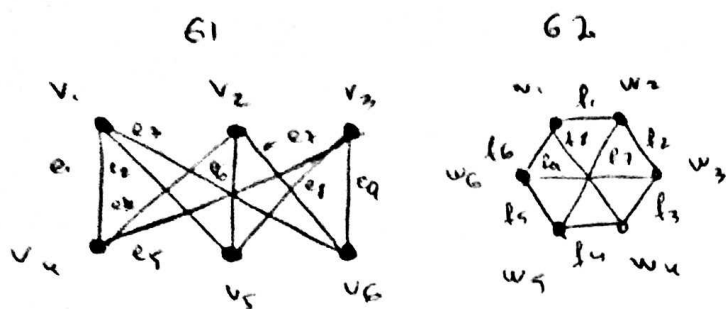
$$gr(A) = 16 \quad gr(B) = 16$$

Secuencia de grados de los grafos.

$$\{D_k(A)\} = \{0, 0, 1, 2, 2, 0, \dots\}$$

$\Rightarrow$  no isomorfos.

$$\{D_k(B)\} = \{0, 0, 0, 4, 1, 0, \dots\}$$

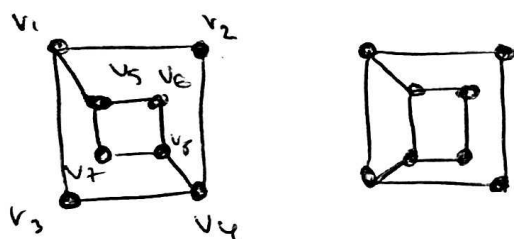


$$h_v: V_{G_1} \rightarrow V_{G_2}$$

$$\begin{aligned} v_1 &\rightarrow w_1 \\ v_2 &\rightarrow w_5 \\ v_3 &\rightarrow w_3 \\ v_4 &\rightarrow w_2 \\ v_5 &\rightarrow w_6 \\ v_6 &\rightarrow w_4 \end{aligned}$$

$$h_e: E_{G_1} \rightarrow E_{G_2}$$

$$\begin{aligned} e_1 &\rightarrow l_1 \\ e_2 &\rightarrow l_6 \\ e_3 &\rightarrow l_8 \\ e_4 &\rightarrow l_7 \\ e_5 &\rightarrow l_2 \\ e_6 &\rightarrow l_5 \\ e_7 &\rightarrow l_4 \\ e_8 &\rightarrow l_9 \\ e_9 &\rightarrow l_3 \end{aligned}$$



$\Rightarrow$  No isomorfismo.

$v_5$  de grado 3, adyacente a  $v_6$  y  $v_7$  de grado 2  
y  $v_1$  de grado 3. Pero en la otra figura los  
vértices de grado 3 no tienen adyacentemente los  
mismos grados

3.3



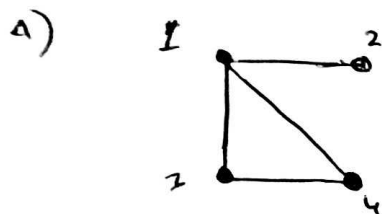
A)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

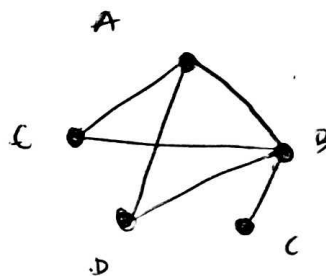
B)

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

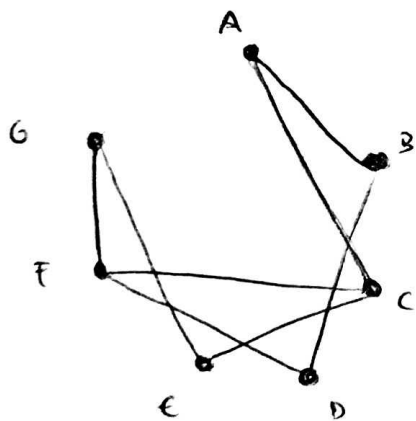
3.4



B)



3.5



Si A y F quieren comunicarse necesitan al menos a B y D  $\Rightarrow$

$\Rightarrow$  No pueden comunicarse dos personas cualesquiera con un único intérprete.

(3.6)

Siendo  $n$  el n° de vértices,  $l$  n° lados.

$$\sum_i^n \text{gr}(v_i) = 2l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_i^n \text{gr}(v_i) \text{ es par.} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \sum_i^n \text{gr}(v_i) : \text{gr}(v_i) \bmod 2 = 1 \text{ es par pues}$$

$$\sum_i^{n-k} \text{gr}(v_i) \text{ es par al ser suma de } n \text{ pares.}$$

Luego para que  $\sum_i^k \text{gr}(v_i) \bmod 2 = 0 \Rightarrow k$  tiene que

ser par  $\Rightarrow$  El n° de vértices con grado impar debe ser par.

(3.7)

Por la definición de grafo simple:

$$\gamma(e_i) \neq \gamma(e_j) \quad \forall i, j \in \mathbb{N}. \Rightarrow$$

$$\gamma(e_i) = \{v_i, v_n\}$$

$\Rightarrow$  Que aunque  ~~$\gamma(e_i)$~~   $v_i$  y  $v_n$  sean vértices aislados van a tener el mismo grado, y en caso de que no sean vértices aislados,

por el teorema:  $\sum_i^n \text{gr}(v_i) = 2l$  se cumplirá

que al menos dos vértices (~~impar~~) (ya sean dos de grado impar o grado par) coincidirán en grado.

3.9 La sucesión debería ser:

55555 55555 55555 55555 55555

Algoritmo de demolición:

4444	4444	4444	4444	4444
333	333	333	333	333
22	22	22	22	22
1	1	1	1	1
0	0	0	0	0

⇒

⇒ La sucesión es gráfica ⇒ ∃ dicho gráfico.

3.10  $l = 595$ .

En un grafo completo  $l = \frac{n \cdot (n-1)}{2} \Rightarrow$

$$595 = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow 1190 = n^2 - n \Rightarrow 0 = n^2 - n - 1190$$

$$n = \frac{1 \pm \sqrt{1 - 4 \cdot (-1190)}}{2} = \frac{1 \pm 69}{2} \begin{cases} n_1 = 35 \\ n_2 = -34 \text{ no solución} \end{cases}$$

El grafo ha de tener 35 vértices.

3.14

A) • 2, 4, 4, 3, 3.

2 (4) 3 3  $\rightarrow$  1 0 (3) 2 2  $\rightarrow$  0 0 0 (1) 1  $\rightarrow$   
 $\rightarrow$  0 0 0 0 0  $\Rightarrow$  Si es una secuencia gráfica.

B) • 2, 2, 3, 2, 2, 3.

2 2 (3) 2 2 3  $\rightarrow$  1 1 0 1 2 (3)  $\rightarrow$  1 0 0 0 (1) 0  $\rightarrow$   
 $\rightarrow$  0 0 0 0 0 0  $\Rightarrow$  Si es una secuencia gráfica.

C) • 4, 4, 3, 2, 2, 1.

4 (4) 3 2 2 1  $\rightarrow$  (3) 0 2 1 1 1  $\rightarrow$  0 0 (1) 0 0 1  $\rightarrow$   
 $\rightarrow$  0 0 0 0 0 0  $\Rightarrow$  Si es una secuencia gráfica.

D) • 7, 6, 5, 4, 3, 3, 2.  $\Rightarrow$  No es una secuencia gráfica  
ya que el 7 como pivote, no  
permite realizar el algoritmo.

E) • 6, 5, 5, 4, 3, 3, 2.

(6) 5 5 4 3 3 2  $\rightarrow$  0 (4) 3 2 2 1  $\rightarrow$  0 0 (3) 2 1 1 1  $\rightarrow$   
 $\rightarrow$  0 0 0 (1) 0 0 1  $\Rightarrow$  Si es una secuencia gráfica.

F) • 6, 6, 5, 4, 3, 3, 1

⑥ 6 5 4 3 3 1 → 0 ⑤ 4 3 2 2 0 → No es secuencia gráfica.

G) • 1, 4, 1, 2, 2, 4, 2, 2

1 ④ 1 2 2 4 2 2 → 1 0 1 1 1 ③ 1 2 →  
→ 0 0 ① 1 1 0 0 ① → 0 0 0 ① 1 0 0 0 → 0 0 0 0 0 0 0 0 →  
⇒ Es una secuencia gráfica

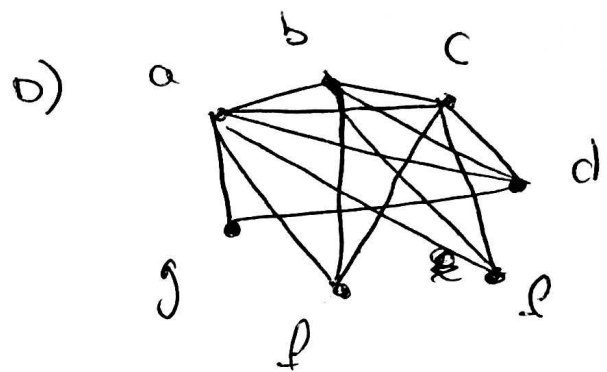
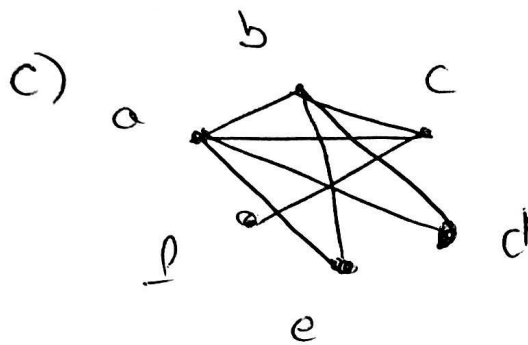
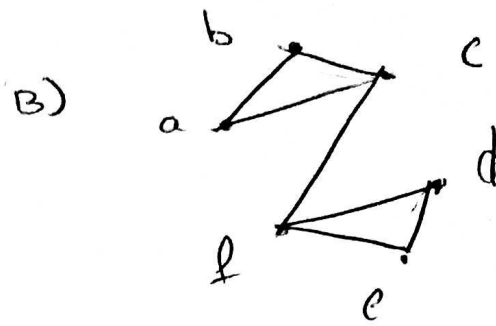
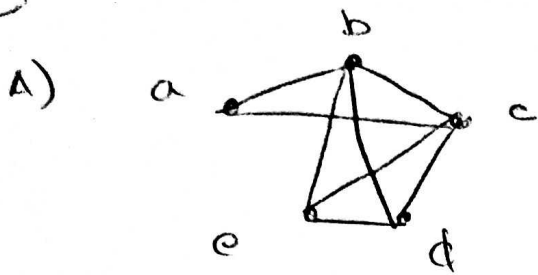
H) 1, 5, 1, 4, 2, 4, 2, 3

1, ⑤ 1 4 2 4 2 3 → 1 0 1 ③ 1 3 1 2 →  
→ 1 0 1 0 1 ② 0 1 → 1 0 ④ 0 0 0 0 0 0 →  
→ 0 0 0 0 0 0 0 0 ⇒ Si es una gráfica

I) 5, 5, 4, 4, 4, 2, 2

⑤ 5 4 4 4 4 2 2 → 0 ④ 3 3 3 3 2 2 → 0 0 ② 2 2 2 2 2 2 →  
→ 0 0 0 1 1 ② 2 2 → 0 0 0 ① 1 0 1 1 → 0 0 0 0 0 0 ① 1 →  
→ 0 0 0 0 0 0 0 0 ⇒ Si es una gráfica

3.14



E)

-

