Entrega Unificación y Resolución

Alberto Llamas González

Lógica y Métodos Discretos

1º Grado Ingeniería Informática

6.1 Señala cuáles de los siguientes grupos de literales son unificables:

1. $\{Q(x, f(y)),\ Q(f(z), f(a))\}$

Para ver si es unificable, planteamos el sistema de ecuaciones en términos y tratamos de resolverlo.

$$\left.\begin{array}{l} x = f(z) \\ f(y) = f(a) \end{array}\right\} \overset{(3)}{\Longrightarrow} \left.\begin{array}{l} x = f(z) \\ y = a \end{array}\right\}$$

Por tanto sería unificable ya que $\left.\begin{array}{l} x = f(z) \\ y = a \end{array}\right\}$ es un sistema en forma resuelta

2. $\{P(x, g(x,a), f(y)),\ P(x, g(g(f(y), b), y), f(a))\}$

$$\left.\begin{array}{l} x = x \\ g(x,a) = g(g(f(y),b),y) \\ f(y) = f(a) \end{array}\right\} \overset{(3)}{\Longrightarrow} \left.\begin{array}{l} \cancel{x = x} \\ x = g(f(y), b) \\ a = y \\ f(y) = f(a) \end{array}\right\} \overset{(3)}{\Longrightarrow}$$

$$\Longrightarrow \left.\begin{array}{l} x = g(f(y), b) \\ a = y \end{array}\right\} \overset{4}{\Longrightarrow} \left.\begin{array}{l} x = g(f(a), b) \\ a = y \end{array}\right\}$$

Al quedarnos $x = g(f(a), b)$ ~~Es un sistema en forma resuelta~~ ~~por tanto no~~ sería unificable.

3. $\{Q(x, g(x,y)),\ Q(y,z),\ Q(z, g(x,a))\}$

$$\left.\begin{array}{l} x = y \\ g(x,y) = z \\ x = z \\ g(x,y) = g(x,a) \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} x = y \\ x = z \\ x = x \\ y = a \\ g(x,y) = z \end{array}\right\} \Longrightarrow \left.\begin{array}{l} x = y \\ x = z \\ y = a \\ g(x,a) = z \end{array}\right\}$$

Es un sistema en forma resuelta luego sería unificable

4. $\{R(f(x), g(f(z), y), g(a, f(f(x)))),$
$R(y, g(f(a), f(f(b))), g(z, f(y)))\}$

$$\left.\begin{array}{l} f(x) = y \\ g(f(z), y) = g(f(a), f(f(b))) \\ g(a, f(f(x))) = g(z, f(y)) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} f(x) = y \\ f(z) = f(a) \\ y = f(f(b)) \\ a = z \\ f(f(x)) = f(y) \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left.\begin{array}{l} f(x) = f(f(b)) \\ z = a \\ y = f(x) \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} y = f(x) \\ x = f(b) \\ z = a \end{array}\right\} \Rightarrow$$

Llegamos a un sistema de ecuaciones equivalente al de partida $\Rightarrow$ es unificable

6.2 Comprueba que cada uno de los siguientes conjuntos de cláusulas es insatisfascible:

1. $\{Q(a), \neg R(a,y), \neg Q(x) \vee R(x, f(x))\}$

$\neg Q(x) \vee R(x, f(x))$ $Q(a)$

$(x|a)$

$R(\cancel{x}^{a}, f(\cancel{x}^{a}))$ $\neg R(a, y)$

$(y|f(a))$

$\square$ ⇒ es insatisfascible

2. $\{\neg Q(a,y), \neg S(x) \vee Q(x, f(x)), S(a)\}$

$\neg S(\cancel{a}^{x}) \vee Q(x, f(x))$ $S(a)$

$(x|a)$

$Q(a, f(a))$ $\neg Q(a, y)$

$(y|f(a))$

$\square$ ⇒ es insatisfascible

3. $\{P(a), \neg S(a,x), \neg P(y) \vee S(y, f(y))\}$

$\neg P(y) \vee S(y, f(y))$ $\qquad$ $P(a)$

$(y|a)$

$S(a, f(a))$ $\qquad$ $\neg S(a,x)$

$(x|f(a))$

$\square$ $\Rightarrow$ Es insatisfascible

4. $\{P(x), \neg P(x) \vee Q(x,a), \neg Q(y,a)\}$

$\neg P(x) \vee Q(x,a)$ $\qquad$ $P(x)$

$Q(x,a)$ $\qquad$ $\neg Q(y,a)$

$(x=y)$

$\square$ $\Rightarrow$ Es insatisfascible

5. $\{P(x,a,g(x,b)), \neg P(f(y), z, g(f(a),b))\}$

$P(x,a,g(x,b))$ $\qquad$ $\neg P(f(y), z, g(f(a),b))\}$

$(x|f(y); z|a; y|a)$

$\square$ $\Rightarrow$ Es insatisfascible

6.3 Demuestra haciendo uso de la técnica de resolución lineal-input que la sentencia:

$$\exists x\,(M(x) \wedge \neg D(x))$$

es consecuencia lógica de las hipótesis:

1. $\forall y\,(\neg C(y) \rightarrow \exists x\, A(x,y))$
2. $\forall x\,[\exists y\,(\neg C(y) \wedge A(x,y)) \rightarrow M(x)]$
3. $\forall x\,(D(x) \rightarrow M(x))$
4. $\forall x\,[(M(x) \wedge D(x)) \rightarrow \neg \exists y\,(\neg C(y) \wedge A(x,y))]$
5. $\exists x\, \neg C(x)$

Negamos la conclusión:

$\neg \exists x\,(M(x) \wedge \neg D(x))$

$\forall x\, \neg (M(x) \wedge \neg D(x))$ FNP y FNS

$\forall x\,(\neg M(x) \vee D(x))$ FNC (1 cláusula)

Transformamos las 5 hipótesis en cláusulas

1. $\forall y\, \exists x\,(\neg C(y) \rightarrow A(x,y))$ FNP

   $\forall y\,(\neg C(y) \rightarrow A(f(y),y))$ FNS

   $\forall y\,(C(y) \vee A(f(y),y))$ FNC

2. $\forall x\, \forall y\,(\neg C(y) \wedge A(x,y) \rightarrow M(x))$ FNP y FNS

   $\forall x\, \forall y\,(C(y) \vee \neg A(x,y) \vee M(x))$ FNC

3. $\forall x\,(D(x) \rightarrow M(x))$ FNP y FNS

   $\forall x\,(\neg D(x) \vee M(x))$ FNC

4. $\forall x \forall y \, (M(x) \wedge D(x) \rightarrow \neg(\neg C(y) \wedge A(x,y)))$ FNP y FNS

$\forall x \forall y \, (\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y))$ FNC

5. $\neg C(a)$ FNC

$\{ \neg C(a), \neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y), \neg D(x) \vee M(x),$
$C(y) \vee \neg A(x,y) \vee M(x), C(y) \vee A(f(y),y), \neg M(x) \vee D(x) \}$

$\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y)$ $\neg M(x) \vee D(x)$

$\neg M(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y)$ $C(y) \vee \neg A(x,y) \vee M(x)$

$C(y) \vee \neg A(x,y)$ $C(y) \vee A(f(y),y)$

$x | f(y)$

$C(y)$ $\neg C(a)$

$y | a$

$\square$

6.4 Comprueba que

$$\left.\begin{array}{l} \exists x\,(P(x) \land \forall y\,(D(y) \to L(x,y))) \\ \forall x\,(P(x) \to \forall y\,(Q(y) \to \neg L(x,y))) \end{array}\right\} \models \forall x\,(D(x) \to \neg Q(x))$$

Deberemos probar que el conjunto de fórmulas

$$\left\{\begin{array}{l} \exists x\,(P(x) \land \forall y\,(D(y) \to L(x,y))) \\ \forall x\,(P(x) \to \forall y\,(Q(y) \to \neg L(x,y))) \end{array}, \neg\forall x\,(D(x) \to \neg Q(x))\right\}$$ es insatisfacible

Hallamos la forma clausular de cada fórmula

- $\exists x\,(P(x) \land \forall y\,(D(y) \to L(x,y)))$

  $\exists x \forall y\,(P(x) \land (D(y) \to L(x,y)))$ FNP

  $\forall y\,(P(a) \land (D(y) \to L(a,y)))$ FNS

  $\forall y\,(P(a) \land (\neg D(y) \lor L(a,y)))$

  $\forall y\,(P(a) \land (\neg D(y) \lor L(a,y)))$ FNC (2 cláusulas)

  ~~$\forall y\,(\neg P(a) \lor \neg D(y) \lor L(a,y))$ FNC (1 clausula)~~

- $\forall x\,(P(x) \to \forall y\,(Q(y) \to \neg L(x,y)))$

  $\forall x \forall y\,(P(x) \to (Q(y) \to \neg L(x,y)))$ FNP y FNS

  $\forall x \forall y\,(\neg P(x) \lor \neg Q(y) \lor \neg L(x,y))$ FNC

- $\neg\forall x\,(D(x) \to \neg Q(x))$

  $\exists x\,\neg(D(x) \to \neg Q(x))$ FNP

  $\neg(D(b) \to \neg Q(b))$ FNS

  $\neg(\neg D(b) \lor \neg Q(b))$

  $D(b) \land Q(b)$ FNC (2 clausulas)

$\{P(a),\ \neg D(y) \vee L(a,y),\ \neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x,y),$

$D(b),\ Q(b)\}$

$\neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x,y)$ $\qquad$ $\neg D(y) \vee L(a,y)$

$(x|a)$

$\neg P(a) \vee \neg Q(y) \vee \neg D(y)$ $\qquad$ $P(a)$

$\neg Q(y) \vee \neg D(y)$ $\qquad$ $D(b)$

$(y|b)$

$\neg Q(b)$ $\qquad$ $Q(b)$

$\square$ $\Rightarrow$ es insatisfascible

(6.5) Para los siguientes conjuntos de claúsulas intenta determinar usando resolución si son o no insatisfascibles

1. $\{\neg P(x) \vee Q(f(x)),\ P(a),\ \neg P(x) \vee \neg Q(x)\}$

$\neg P(x) \vee Q(f(x))$ $\qquad$ $P(a)$

$(x|a)$

$Q(f(a))$ $\qquad$ $\neg P(x) \vee \neg Q(x)$

$(x|f(a))$

$\neg P(f(a))$ $\Rightarrow$ Es ~~in~~satisfascible

2. $\{\neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z),\ \neg R(x,y) \vee R(y,x),\ R(x,a),\ \neg R(x,x)\}$

$\neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z)$ $\qquad$ $\neg R(x,y) \vee R(y,x)$

$(z|x)$

$\neg R(x,y) \vee R(x,x)$ $\qquad$ $\neg R(x,x)$

$\neg R(x,y)$ $\qquad$ $R(x,a)$

$(y|a)$

$\square$ $\Rightarrow$ Es insatisfascible

Escaneado con CamScanner

3. $\{\neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z),\ R(x,x),\ R(a,b),\ \neg R(b,a)\}$

$\neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z)$ $\qquad$ $R(x,x)$

$(y|x)$

$\square$ ⇒ Es insatisfascible

4. $\{\neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z),\ \neg R(x,y) \vee R(y,x),\ \neg R(x,x)\}$

$\neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z)$ $\qquad$ $\neg R(x,y) \vee R(y,x)$

$(x|z)$

$\neg R(x,y) \vee R(x,z)$ $\qquad$ $\cancel{\neg R(x,y) \vee R(y,x)}$ $\neg R(x,x)$

$z|x$

$\neg R(x,y)$ ⇒ Es satisfascible

5. $\{\neg E(x,y) \vee \neg E(x,z) \vee E(z,y),\ \neg E(x,y) \vee E(y,x),\ E(a,b),\ E(b,c),$
$\neg E(a,c)\}$

$\neg E(x,y) \vee \neg E(x,z) \vee E(z,y)$ $\qquad$ $\neg E(a,c)$

$(y|c\ ;\ z|a)$

$\neg E(x,c) \vee \neg E(x,a)$ $\qquad$ $E(b,c)$ $\qquad$ $\neg E(x,y) \vee E(y,x)$ $\quad$ $E(a,b)$

$(x|b)$ $\qquad$ $(x|a)$ $(y|b)$

$\neg E(b,a)$ $\qquad$ $E(b,a)$

$\square$ ⇒ Es insatisfascible ⇒

5

$\neg E(x,y) \lor \neg E(x,z) \lor E(z,y)$ $\qquad$ $\neg E(a,c)$

$(y|c ; z|a)$

$\neg E(x,c) \lor \neg E(x,a)$ $\qquad$ $E(b,c)$

$(x|b)$

$\neg E(b,a)$ $\qquad$ $\neg E(x,y) \lor E(y,x)$

$(x|b ; y|a)$

$\neg E(b,a)$ $\qquad$ $E(b,a)$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfascible

6. $\{A(j), \neg M(y) \lor P(j,y), \neg P(x,z), M(a), C(a)\}$

$\neg M(y) \lor P(j,y)$ $\qquad$ $M(a)$

$(y|a)$

$P(j,a)$ $\qquad$ $\neg P(x,z)$

$(x|j ; z|a)$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfascible

7. $\{R(a),\ D(y) \lor S(a,y),\ \neg R(x) \lor \neg Q(y) \lor \neg S(x,y),\ \neg D(f(x)),\ Q(f(x))\}$

$\neg R(x) \lor \neg Q(y) \lor \neg S(x,y)$ $\qquad$ $Q(f(x))$

$(y|f(x))$

$\neg R(x) \lor \neg S(x, f(x))$ $\qquad$ $R(a)$

$(x|a)$

$\neg S(a, f(a))$ $\qquad$ $D(y) \lor S(a,y)$

$y|f(a)$

$D(f(a))$ $\qquad$ $\neg D(f(x))$

$x|a$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfasuble

8. $\{BC(x) \lor BV(x),\ PH(a,b),\ \neg BV(c),\ P(b),\ \neg P(y) \lor \neg PH(x,y) \lor \neg BV(x),\ \neg BC(x)\}$

$\neg P(y) \lor \neg PH(x,y) \lor \neg BV(x)$ $\qquad$ $BC(x) \lor BV(x)$

$\neg P(y) \lor \neg PH(x,y) \lor BC(x)$ $\qquad$ $\neg BC(x)$

$\neg P(y) \lor \neg PH(x,y)$ $\qquad$ $PH(a,b)$

$(x|a;\ y|b)$

$\neg P(b)$ $\qquad$ $P(b)$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfasuble

Escaneado con CamScanner

9. $\{B, V, \neg V \vee S(j), \neg V \vee \neg B \vee S(j), M(a), M(j), \neg M(x) \vee \neg S(x) \vee R(x), \neg R(j)\}$

$\neg M(x) \vee \neg S(x) \vee R(x)$ $\quad\quad$ $\neg V \vee \neg B \vee S(j)$

$(x|j)$

$\neg M(j) \vee R(j) \vee \neg V \vee \neg B$ $\quad\quad$ $M(j)$

$R(j) \vee \neg V \vee \neg B$ $\quad\quad$ $\neg R(j)$

$\neg V \vee \neg B$ $\quad\quad$ V

$\neg B$ $\quad\quad$ B

$\square \Rightarrow$ Es insatisfacible

10. $\{\neg C \vee CC(a),\ \neg CC(x) \vee M(x),\ \neg D(x) \vee M(x),\ \neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x),\ C,$

$\neg M(x) \vee D(x)\}$

$\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x)$ $\qquad$ $\neg M(x) \vee D(x)$

$\neg M(x) \vee \neg CC(x)$ $\qquad$ $\neg CC(x) \vee M(x)$

$\neg CC(x)$ $\qquad$ $\neg C \vee CC(a)$

$(x|a)$

$\neg C$ $\qquad$ C

$\square$ $\Rightarrow$ Es insatisfacible

Escaneado con CamScanner

11. $\{\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y),\ C(b),\ D(x) \vee \neg M(x),$
$\neg D(x) \vee M(x),\ \neg C(y) \vee CC(f(y),y),\ \neg C(y) \vee \neg CC(x,y) \vee M(x)\}$

$\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y)$ $\qquad$ $D(x) \vee \neg M(x)$

$\neg M(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y)$ $\qquad$ $\neg C(y) \vee \neg CC(x,y) \vee M(x)$

$\neg CC(x,y) \vee \neg C(y)$ $\qquad$ $\neg C(y) \vee CC(f(y),y)$

$(x|f(y))$

$\neg C(y)$ $\qquad$ $C(b)$

$(y|b)$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfasable

12. $\{ C(x) \vee F(x), \neg A(x) \vee \neg CU(x), \neg B(x) \vee L(x), \neg C(x) \vee \neg E(x),$
$\neg L(x) \vee CU(x), \neg F(x) \vee B(x), A(a), E(a) \}$

$\neg C(x) \vee \neg E(x)$ $\qquad$ $E(a)$

$(x|a)$

$\neg C(a)$ $\qquad$ $C(x) \vee F(x)$

$(x|a)$

$F(a)$ $\qquad$ $\neg F(x) \vee B(x)$

$(x|a)$

$B(a)$ $\qquad$ $\neg B(x) \vee L(x)$

$(x|a)$

$L(a)$ $\qquad$ $\neg L(x) \vee CU(x)$

$x|a)$

$CU(a)$ $\qquad$ $\neg A(x) \vee \neg CU(x)$

$x|a$

$\neg A(a)$ $\qquad$ $A(a)$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfacible

13. $\{PA(x) \vee I(x),\ \neg M(x) \vee P(x),\ \neg A(x) \vee AI(x),\ \neg T(x) \vee \neg P(x),\ \neg I(x) \vee C(x),\ \neg PA(x) \vee M(x),\ \neg AI(x) \vee \neg C(x),\ A(a),\ T(a)\}$

$\neg T(x) \vee \neg P(x)$ $\qquad$ $T(a)$

$(x|a)$

$\neg P(a)$ $\qquad$ $\neg M(x) \vee P(x)$

$(x|a)$

$\neg M(a)$ $\qquad$ $\neg PA(x) \vee M(x)$

$(x|a)$

$\neg PA(a)$ $\qquad$ $PA(x) \vee I(x)$

$(x|a)$

$I(a)$ $\qquad$ $\neg I(x) \vee C(x)$

$(x|a)$

$C(a)$ $\qquad$ $\neg AI(x) \vee \neg C(x)$

$(x|a)$

$\neg AI(a)$ $\qquad$ $\neg A(x) \vee AI(x)$

$(x|a)$

$\neg A(a)$ $\qquad$ $A(a)$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfasuble

Escaneado con CamScanner