

Entrega Unificación y Resolución

Alberto Llamas González



Lógica y Métodos Discretos
1º Grado Ingeniería Informática

(6.1) Señala cuáles de los siguientes grupos de literales son unificables:

1. $\{Q(x, f(y)), Q(f(z), f(a))\}$

Para ver si es unificable, planteamos el sistema de ecuaciones en términos y tratamos de resolverlo.

$$\left. \begin{array}{l} x = f(z) \\ f(y) = f(a) \end{array} \right\} \begin{array}{l} (3) \\ \Rightarrow \end{array} \left. \begin{array}{l} x = f(z) \\ y = a \end{array} \right\}$$

Por tanto sería unificable ya que $\left. \begin{array}{l} x = f(z) \\ y = a \end{array} \right\}$ es un sistema en forma resuelta

2. $\{P(x, g(x, a), f(y)), P(x, g(g(f(y), b), y), f(a))\}$

$$\left. \begin{array}{l} x = x \\ g(x, a) = g(g(f(y), b), y) \\ f(y) = f(a) \end{array} \right\} \begin{array}{l} (3) \\ \Rightarrow \end{array} \left. \begin{array}{l} x = g(f(y), b) \\ a = y \\ f(y) = f(a) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = g(f(y), b) \\ a = y \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = g(f(a), b) \\ a = y \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Al quedarnos } x = g(f(a), b) \\ \text{Es un sistema en forma resuelta} \\ \text{por tanto sería unificable.} \end{array}$$

3. $\{Q(x, g(x, y)), Q(y, z), Q(z, g(x, a))\}$

$$\left. \begin{array}{l} x = y \\ g(x, y) = z \\ x = z \\ g(x, y) = g(x, a) \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y \\ x = z \\ x = x \\ y = a \\ g(x, y) = z \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} x = y \\ x = z \\ y = a \\ g(x, a) = z \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Es un sistema} \\ \text{en forma} \\ \text{resuelta} \\ \text{luego sería} \\ \text{unificable} \end{array}$$

$$4. \hookrightarrow R(f(x), g(f(z), y), g(a, f(f(x)))) ,$$

$$R(y, g(f(a), f(f(b))), g(z, f(y))) \}$$

$$f(x) = y$$

$$g(f(z), y) = g(f(a), f(f(b)))$$

$$g(a, f(f(x))) = g(z, f(y))$$

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x) = y \\ f(z) = f(a) \\ y = f(f(b)) \\ \text{Además } a = z \\ f(f(x)) = f(y) \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} f(x) = f(f(b)) \\ z = a \\ y = f(x) \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y = f(x) \\ x = f(b) \\ z = a \end{array} \right\}$$

\Rightarrow Llegamos a un sistema de ecuaciones equivalente al de partida \Rightarrow es satisfacible

6.2 Comprueba que cada uno de los siguientes conjuntos de cláusulas es insatisfasible:

$$1. \{ \neg Q(a), \neg R(a, y), \neg Q(x) \vee R(x, f(x)) \}$$

$$\neg Q(x) \vee R(x, f(x)) \quad Q(a)$$

$$(x|a) \mid$$

$$R(a, f(a))$$

$$\neg R(a, y)$$

$$\text{scribble}$$

$$(y|f(a))$$

$\square \Rightarrow$ es insatisfasible

$$2. \{ \neg Q(a, y), \neg S(x) \vee Q(x, f(x)), S(a) \}$$

$$\neg S(x) \vee Q(x, f(x)) \quad S(a)$$

$$(x|a) \mid$$

$$Q(a, f(a))$$

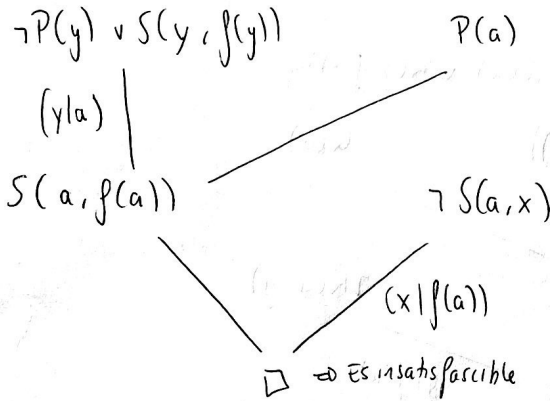
$$\neg Q(a, y)$$

$$\text{scribble}$$

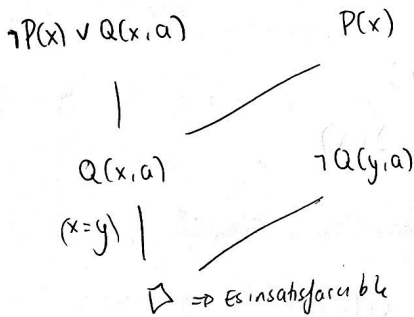
$$(y|f(a))$$

$\square \Rightarrow$ es insatisfasible

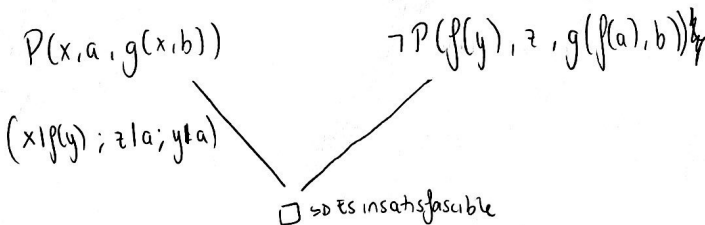
$$3. \{P(a), \neg S(a, x), \neg P(y) \vee S(y, f(y))\}$$



$$4. \{P(x), \neg P(x) \vee Q(x, a), \neg Q(y, a)\}$$



$$5. \{P(x, a, g(x, b)), \neg P(f(y), z, g(f(a), b))\}$$



6.3 Demuestra haciendo uso de la técnica de resolución linear-input que la

Sentencia:

$$\exists x (M(x) \wedge \neg D(x))$$

es consecuencia lógica de las hipótesis:

$$1. \forall y (\neg C(y) \rightarrow \exists x A(x, y))$$

$$2. \forall x [\exists y (\neg C(y) \wedge A(x, y)) \rightarrow M(x)]$$

$$3. \forall x (D(x) \rightarrow M(x))$$

$$4. \forall x [(M(x) \wedge D(x)) \rightarrow \neg \exists y (\neg C(y) \wedge A(x, y))]$$

$$5. \exists x \neg C(x)$$

Negamos la conclusión:

$$\neg \exists x (M(x) \wedge \neg D(x))$$

$$\forall x \neg (M(x) \wedge \neg D(x)) \text{ FNP y FNS}$$

$$\forall x (\neg M(x) \vee D(x)) \text{ FNC (1 cláusula)}$$

Transformamos las 5 hipótesis en cláusulas

$$1. \forall y \exists x (\neg C(y) \rightarrow A(x, y)) \text{ FNP}$$

$$\forall y (\neg C(y) \rightarrow A(f(y), y)) \text{ FNS}$$

$$\forall y (C(y) \vee A(f(y), y)) \text{ FNC}$$

$$2. \forall x \forall y (\neg C(y) \wedge A(x, y) \rightarrow M(x)) \text{ FNP y FNS}$$

$$\forall x \forall y (C(y) \vee \neg A(x, y) \vee M(x)) \text{ FNC}$$

$$3. \forall x (D(x) \rightarrow M(x)) \text{ FNP y FNS}$$

$$\forall x (\neg D(x) \vee M(x)) \text{ FNC}$$

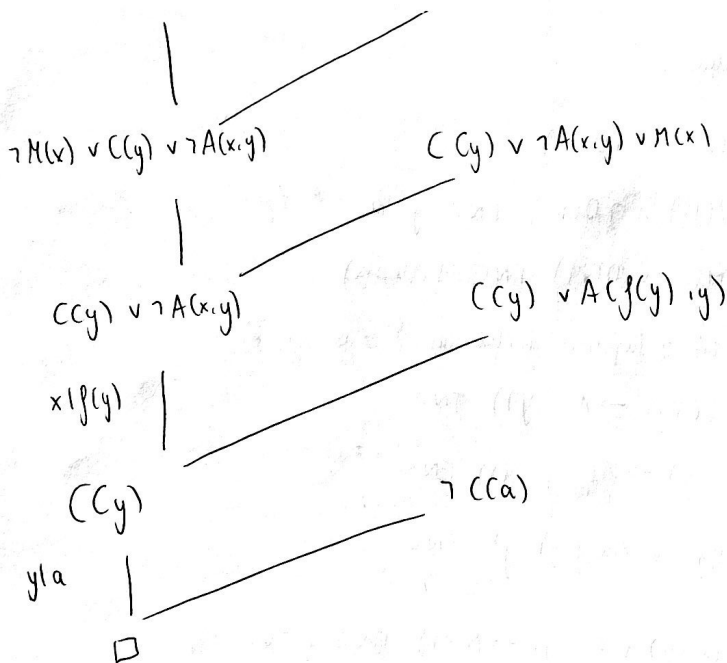
$$4. \forall x \forall y (M(x) \wedge D(x) \rightarrow \neg (\neg C(y) \wedge A(x,y))) \quad \text{FNP, FNS}$$

$$\forall x \forall y (\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y)) \quad \text{FNC}$$

$$5. \neg C(a) \quad \text{FNC}$$

$$\hookrightarrow \neg C(a), \neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y), \neg D(x) \vee M(x), \\ C(y) \vee \neg A(x,y) \vee M(x), C(y) \vee A(f(y),y), \neg M(x) \vee D(x) \quad \}$$

$$\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee C(y) \vee \neg A(x,y) \quad \neg M(x) \vee D(x)$$



6.4 Comprueba que

$$\left\{ \begin{array}{l} \exists x (P(x) \wedge \forall y (D(y) \rightarrow L(x,y))) \\ \forall x (P(x) \rightarrow \forall y (Q(y) \rightarrow \neg L(x,y))) \end{array} \right\} \models \forall x (D(x) \rightarrow \neg Q(x))$$

Deberemos probar que el conjunto de fórmulas

$$\left\{ \begin{array}{l} \exists x (P(x) \wedge \forall y (D(y) \rightarrow L(x,y))) \\ \forall x (P(x) \rightarrow \forall y (Q(y) \rightarrow \neg L(x,y))) \end{array} \right\} \cup \{ \neg \forall x (D(x) \rightarrow \neg Q(x)) \} \text{ es insatisfasible}$$

Hallamos la forma clausal de cada fórmula

• $\exists x (P(x) \wedge \forall y (D(y) \rightarrow L(x,y)))$

$\exists x \forall y (P(x) \wedge (D(y) \rightarrow L(x,y)))$ FNP

$\forall y (P(a) \wedge (D(y) \rightarrow L(a,y)))$ FNS

$\forall y (P(a) \wedge (\neg D(y) \vee L(a,y)))$

$\forall y (P(a) \wedge (\neg D(y) \vee L(a,y)))$ FNC (2 cláusulas)

~~$\forall y (\neg P(a) \vee \neg D(y) \vee L(a,y))$ FNC (1 cláusula)~~

• $\forall x (P(x) \rightarrow \forall y (Q(y) \rightarrow \neg L(x,y)))$

$\forall x \forall y (P(x) \rightarrow (Q(y) \rightarrow \neg L(x,y)))$ FNP y FNS

$\forall x \forall y (\neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x,y))$ FNC

• $\neg \forall x (D(x) \rightarrow \neg Q(x))$ FNP

~~$\forall x (D(x) \rightarrow \neg Q(x))$~~

$\exists x \neg (D(x) \rightarrow \neg Q(x))$ FNP

$\neg (D(b) \rightarrow \neg Q(b))$ FNS

$\neg (\neg D(b) \vee \neg Q(b))$

$D(b) \wedge Q(b)$ FNC (2 cláusulas)

$\neg P(a), \neg D(y) \vee L(a,y), \neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x,y),$

$D(b), Q(b)$

$\neg P(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg L(x,y) \quad \neg D(y) \vee L(a,y)$

(x/a)

$\neg P(a) \vee \neg Q(y) \vee \neg D(y)$

$P(a)$

$\neg Q(y) \vee \neg D(y)$

$D(b)$

(y/b)

$\neg Q(b)$

$Q(b)$



\Rightarrow es inconsistente

6.5 Para los siguientes conjuntos de cláusulas intenta determinar usando resolución si son o no insatisfasibles

1. $\{ \neg P(x) \vee Q(f(x)), P(a), \neg P(x) \vee \neg Q(x) \}$

$$\neg P(x) \vee Q(f(x))$$

$$P(a)$$

$$(x|a) \mid$$

$$Q(f(a))$$

$$\neg P(x) \vee \neg Q(x)$$

$$\mid$$

$$(x|f(a))$$

$$\neg P(f(a)) \Rightarrow \text{Es insatisfasible}$$

2. $\{ \neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z), \neg R(x,y) \vee R(y,x), R(x,a), \neg R(x,x) \}$

$$\neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z)$$

$$\neg R(x,y) \vee R(y,x)$$

$$(z|x) \mid$$

$$\neg R(x,y) \vee R(x,x)$$

$$\neg R(x,x)$$

$$\mid$$

$$\neg R(x,y)$$

$$R(x,a)$$

$$(y|a) \mid$$

$$\square \Rightarrow \text{Es insatisfasible}$$

$$3. \{ \neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z), R(x,x), R(a,b), \neg R(b,a) \}$$

$$\neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z) \quad R(x,x)$$

(y|x)

□ \Rightarrow Es insatisfasible

$$4. \{ \neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z), \neg R(x,y) \vee R(y,x), \neg R(x,x) \}$$

$$\neg R(x,y) \vee \neg R(y,z) \vee R(x,z) \quad \neg R(x,y) \vee R(y,x)$$

|

(x|z)

$$\neg R(x,y) \vee R(x,z)$$

$$\neg R(x,y) \vee R(y,x)$$

z|x

$\neg R(x,y) \Rightarrow$ Es satisfasible

$$5. \{ \neg E(x,y) \vee \neg E(x,z) \vee E(z,y), \neg E(x,y) \vee E(y,x), E(a,b), E(b,c), \neg E(a,c) \}$$

$$\neg E(x,y) \vee \neg E(x,z) \vee E(z,y) \quad \neg E(a,c)$$

(y|c; z|a)

$$\neg E(x,c) \vee \neg E(x,a)$$

$$E(b,c)$$

$$\neg E(x,y) \vee E(y,x) \quad E(a,b)$$

(x|b)

(x|a)
(y|b)

$$\neg E(b,a)$$

$$E(b,a)$$

□ \Rightarrow Es insatisfasible \Rightarrow

⑤

$$\neg E(x, y) \vee \neg E(x, z) \vee E(z, y)$$

$$\neg E(a, c)$$

$$(y|c; z|a)$$

$$\neg E(x, c) \vee \neg E(x, a)$$

$$E(b, c)$$

$$(x|b)$$

$$\neg E(b, a)$$

$$\neg E(x, y) \vee E(y, x)$$

$$(x|b; y|a)$$

$$\neg E(b, a)$$

$$E(b, a)$$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfasible

6. $\{A(j), \neg M(y) \vee P(j, y), \neg P(x, z), M(a), C(a)\}$

$$\neg M(y) \vee P(j, y)$$

$$M(a)$$

$$(y|a)$$

$$P(j, a)$$

$$\neg P(x, z)$$

$$(x|j; z|a)$$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfasible

7. $\neg R(a), D(y) \vee S(a,y), \neg R(x) \vee \neg Q(y) \vee S(x,y), \neg D(f(x)), Q(f(x))$

$\neg R(x) \vee \neg Q(y) \vee \neg S(x,y)$ $Q(f(x))$

$(y|f(x))$ |

$\neg R(x) \vee \neg S(x, f(x))$ $R(a)$

$(x|a)$ |

$\neg S(a, f(a))$ $D(y) \vee S(a,y)$

|

$y|f(a)$

$D(f(a))$

$\neg D(f(x))$

|

$x|a$

$\square \Rightarrow$ Es insatisfasible

8. $\neg BC(x) \vee BV(x), PH(a,b), \neg BV(c), Pcb, \neg P(y) \vee \neg PH(x,y) \vee \neg BV(x), \neg BC(x)$

$\neg P(y) \vee \neg PH(x,y) \vee \neg BV(x)$ $BC(x) \vee BV(x)$

|

$\neg P(y) \vee \neg PH(x,y) \vee BC(x)$

$\neg BC(x)$

|

$\neg P(y) \vee \neg PH(x,y)$

$PH(a,b)$

$(x|a; y|b)$

$\neg Pcb)$

$Pcb)$

|

$\square \Rightarrow$ Es insatisfasible

9. $\neg B, V, \neg \forall x \neg S(x), \neg \forall x \neg B \vee S(x), M(a), M(g), \neg M(x) \vee \neg S(x) \vee R(x), \neg R(g)$

$\neg M(x) \vee \neg S(x) \vee R(x)$ $\neg \forall x \neg B \vee S(x)$

$(x|j)$

$\neg M(j) \vee \neg R(j) \vee \neg \forall x \neg B$

$M(j)$

$\neg R(j) \vee \neg \forall x \neg B$

$\neg R(j)$

$\neg \forall x \neg B$

\forall

$\neg B$

B

$\square \Rightarrow$ Es insatisfasible

$$10. \neg C \vee CC(a) \quad , \neg CC(x) \vee M(x) \quad , \neg D(x) \vee M(x) \quad , \neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x), C$$

$$\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x) \quad \neg M(x) \vee D(x) \quad \neg M(x) \vee D(x) \}$$

$$\neg M(x) \vee \neg CC(x) \quad \neg CC(x) \vee M(x)$$

$$\neg CC(x) \quad \neg (\vee CC(a))$$

$$(x|a) \quad \neg C$$

C

□ \Rightarrow Es insatisfasible

$$11. \{ \neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y), C(b), D(x) \vee M(x), \\ \neg D(x) \vee M(x), \neg C(y) \vee CC(f(y),y), \neg C(y) \vee \neg CC(x,y) \vee M(x) \}$$

$$\neg M(x) \vee \neg D(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y) \quad D(x) \vee M(x)$$

$$\neg M(x) \vee \neg CC(x,y) \vee \neg C(y) \quad \neg C(y) \vee \neg CC(x,y) \vee M(x)$$

$$\neg CC(x,y) \vee \neg C(y) \quad \neg C(y) \vee CC(f(y),y)$$

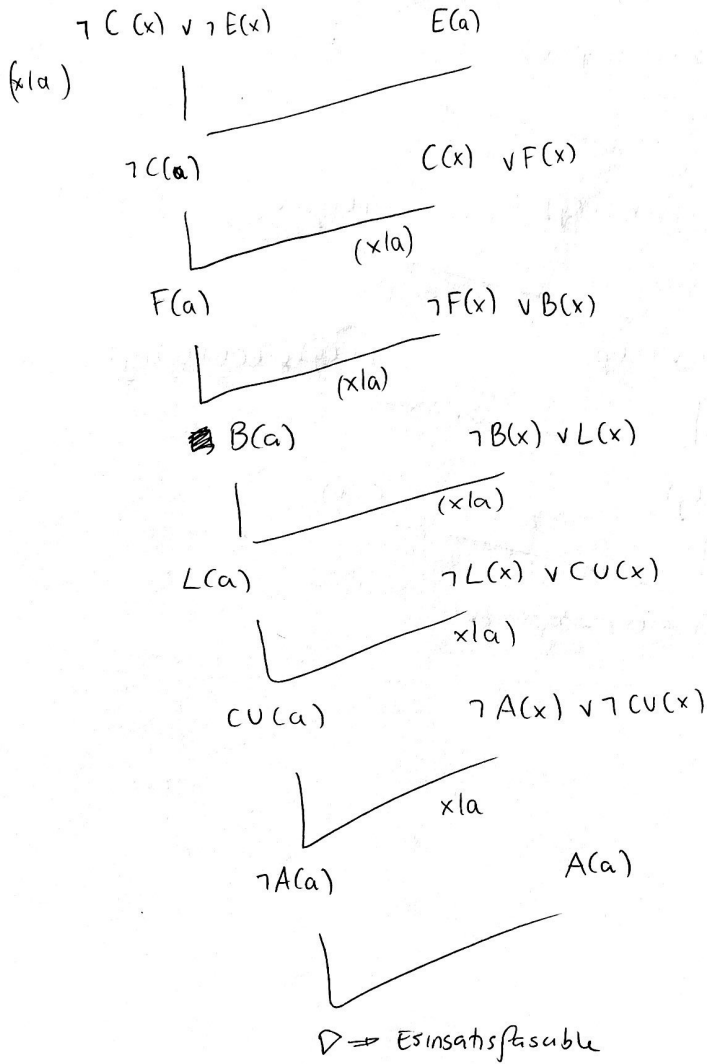
$$(x | f(y)) \quad \neg C(y) \quad C(b)$$

$$(y | b)$$

□ ⇒ Es insatisfasible

12. $\vdash C(x) \vee F(x), \neg A(x) \vee \neg CU(x), \neg B(x) \vee L(x), \neg C(x) \vee \neg E(x),$

$\neg L(x) \vee CU(x), \neg F(x) \vee B(x), A(a), E(a) \vdash$



13. $\{ PA(x) \vee I(x), \neg M(x) \vee D(x), \neg A(x) \vee AI(x), \neg T(x) \vee \neg P(x), \neg I(x) \vee C(x),$

$\neg PA(x) \vee M(x), \neg AI(x) \vee \neg C(x), A(a), T(a) \}$

