Repaso

A matriz tecnológica

$A \geq 0$

$\|A_j\|_1 < 1$, $\quad A = (A_1 | A_2 | \cdots | A_K)$

Ecuación de Leontief

$$x - Ax = c$$

c = vector de demanda

x = vector de Produccion

Lema $I - A$ es invertible y ademas

$$(I-A)^{-1} \geq 0.$$

En la demostración

$$(I-A)^{-1} = I + A + A^2 + \dots$$

~~Un sector ... conecta con~~

El problema ahora es: ¿Cuando podemos asegurar que para cualquier $c \gg 0$ se puede encontrar $x \gg 0$ que resuelve la ecuación?

Una matriz que verifique lo anterior se dice productiva y el modelo economico se llama productivo.

Diagramas de Acción y Transitividad

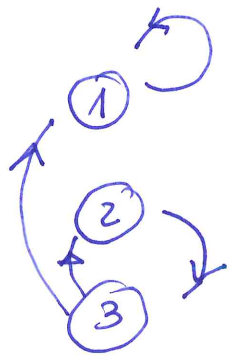
Definiciones

Sea $A \geq 0$ se dice que el elemento j actua sobre i si $a_{ij} > 0$

Estas acciones se plasman en un ~~grafico~~ grafo llamado diagrama de Acción

Ejemplo

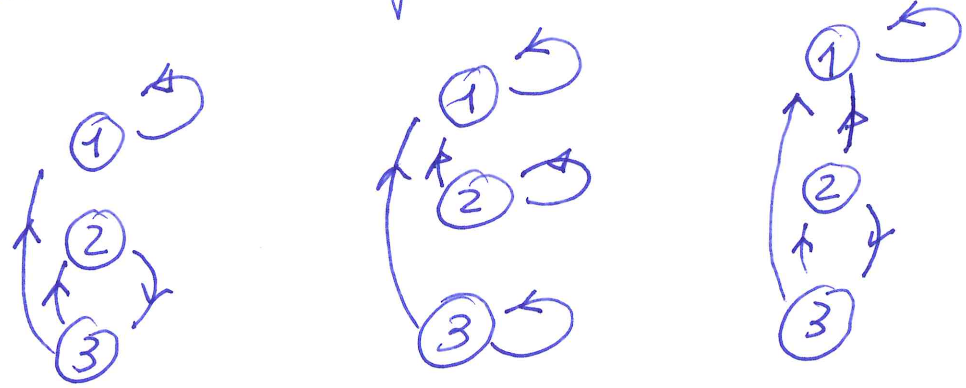
$$A = \begin{pmatrix} 0'3 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$



un elemento j se dice que actua sobre i tras p-pasos $\quad j \xrightarrow[p]{} i \quad$ si es posible un Camino de acciones

$$j \to i_1 \to i_2 \to \cdots \to i_p = i$$

El grafo resultante se llama diagrama de accion a p pasos



1-paso 2 pasos 3 pasos

Proposición El diagrama de acción a p-pasos se corresponde con el diagrama de accion a 1 paso de la matriz A^p.

Una matriz se dice Transitiva (Irreducible) si para cualquier par i, j existe un p y un camino de longitud p que conecte j con i.

<u>Teorema</u> Sea $A \geq 0$, $\rho(A) < 1$ entonces A es transitiva si y solo si

$$(I-A)^{-1} \gg 0.$$

Conclusión: Una matriz de Leontief es productiva si y solo si es transitiva.

<u>Ejemplos</u>

Dadas las siguientes matrices tecnológicas estudia si son o no productivas.

a) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0'3 \\ 0'3 & 0'1 & 0 \\ 0'6 & 0'8 & 0 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0'2 & 0 & 0'4 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0'6 & 0'3 & 0'2 \end{pmatrix}$

c) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0'8 \\ 0'6 & 0 & 0 \\ 0 & 0'3 & 0 \end{pmatrix}$