Juan Valentín Guerrero Cano   Subgrupo 2.

(1) La idea es contabilizar el nº de equipaciones de hombre y el de mujer que hay en el conjunto $E = \{e_1, e_2 \dots e_n\}$. Para resolver las cuestiones que proceden será necesario contabilizar cuántos hombres y cuántas mujeres hay en el equipo $S = \{s_1, s_2 \dots s_n\}$.

~~Para contar nº h. y nº m.~~

El algoritmo que propongamos resolverá el problema sobre el conjunto E.

Algoritmo básico (E)
Inicializamos variables nº_h nº_m. (Se refieren a nº de equip. de hombre/mujer)
n_h = 0
n_m = 0

Para cada e_i $i = 1 \dots n$
Si e_i == equip_h.
n_h ++
Si e_i == equip_m
n_m ++
fin_condición
fin_bucle.

La eficiencia de nuestro algoritmo es $O(n)$

El algoritmo básico para calcular nº de hombres/mujeres sería idéntico, pero enfocaremos el problema principal sobre el conjunto E y no sobre el S.

Juan Valentín Guerrero Cano   Subgrupo 2

Aplicando divide y vencerás:

La idea sería aplicarlo en el conjunto desordenado E de equipaciones.

Dividimos E en $E_1 = (e_1, \ldots, e_{E(n/2)})$ y en $E_2 = (e_{E(n/2)+1}, \ldots, e_n)$. Es decir dividimos nuestro problema en 2 subproblemas de la misma naturaleza que el inicial y ambos de aproximadamente el mismo tamaño.

El caso base se aplicara cuando $n=1$ y aplicaremos el algoritmo básico propuesto antes.

La combinación de los resultados será, una vez contados nº equip-hombres y nº equip-mujeres en E_1 y E_2, sumarlos.

$S_1 \rightarrow$ sol a E_1 $\rightarrow$ nº equip-h, nº equip-m } en E_1

$S_2 \rightarrow$ sol a E_2 $\rightarrow$ nº equip-h, nº equip-m } en E_2

Algoritmo Divide y vencerás (E)

Si $n=1$

Devolver Básico(E)

Si $n \neq 1$

Dividimos E:

medio $= E(n/2)$ $\longrightarrow$ parte entera de la mitad.

$E_1 = (e_1 \ldots e_{medio})$

$E_2 = (e_{medio+1}, \ldots e_n)$

$S_1 =$ Divide y vencerás (E_1)

$S_2 =$ Divide y vencerás(E_2)

$S =$ Combinar (S_1, S_2)

fin-si

Juan Valentín Guerrero Cano   subgrupo 2

La función combinar:

$S =$ ~~Alg~~ COMBINAR(S_1 , S_2).

$S[\text{equip-m}] = S_1[\text{equip-m}] + S_2[\text{equip-m}]$

$S[\text{equip-h}] = S_2[\text{equip-h}] + S_2[\text{equip-h}]$.

Devolver S.

La eficiencia de nuestro algoritmo es:

$T(n) = 2T(n/2) + C$ (el coste de combinar es sumar variables).

$n = 2^m$

$T(2^m) = 2T(2^{m-1}) + C$

$T_m = T(2^m)$ $T_{m-1} = T(2^{m-1})$

$T_m - 2T_{m-1} = C$

$p(\lambda) = \lambda - 2$ $\lambda = 2$

Luego $T_m = C_1 2^m + C_2$

$T(n) = C_1 \cdot n + C_2 \in O(n)$.

Luego comparando la eficiencia de ambos algoritmos. se puede intuir que es mejor aplicar el algoritmo básico por el menor nº de operaciones que incluye.

a) Sería posible incluyendo en el algoritmo la contabilización propuesta del conjunto S, que sería O(n) y mantendría la misma eficiencia en nuestro algoritmo propuesto.

b) Se resolvería de la misma manera ~~pero dividiendo nuestro problema en 3 sub~~ pero añadiendo más condiciones.

Juan Valentín Guerrero Cano Subgrupo 2

c) El planteamiento y resolución de ejercicios para el algoritmo propuesto se han realizado al comienzo del ejercicio y durante su desarrollo.

(2) Método Strassen.

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Necesitamos matrices cuadradas luego ampliamos añadiendo 0. Tienen que ser $n \times n$ con $n = 2^m$ $\forall m \in \mathbb{N}$.

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ \hline 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \times \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) = \begin{pmatrix} r & s \\ t & u \end{pmatrix}$$

$$\left(\begin{array}{c|c} a & b \\ \hline c & d \end{array}\right) \times \left(\begin{array}{c|c} e & g \\ \hline f & h \end{array}\right)$$

$P = (a+d)(e+h) = \left(\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right)\left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$

$Q = (c+d) \cdot e = \left(\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$R = a(g-h) = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$S = d(f-e) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \cdot \ldots = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$T = (a+b) \cdot h = \ldots \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

$U = (c-a)(e+g) = \left(\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}\right)\left(\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -8 & -8 \end{pmatrix}$

$V = (b-d)(f+h) = \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right)\left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

Juan Valentín Guerrero Cano Subgrupo 2.

$$r = P + S - T + V = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 8 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 8 & 8 \end{pmatrix}$$

$$s = R + T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$t = Q + S = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$u = P + R - Q + V = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 8 & 8 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 5 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -2 & -2 \\ -8 & -8 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Luego:

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 7 & 0 & 0 \\ 8 & 8 & 0 & 0 \\ 5 & 5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Por tanto $$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 8 & 8 \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$$