Apuntes-Tema-2-MC.pdf

LosCocos

Modelos de Computación

3º Grado en Ingeniería Informática

Escuela Técnica Superior de Ingenierías Informática y de Telecomunicación
Universidad de Granada

Tema 2: Autómatas Finitos y Expresiones Regulares

Autómata Finito Determinista

← Es el mejor autómata

Es una quíntupla $M = (Q, A, \delta, q_0, F)$ donde

- Q es un conjunto finito llamado conjunto de estados
- A es un alfabeto de entrada
- δ es una aplicación llamada función de transición

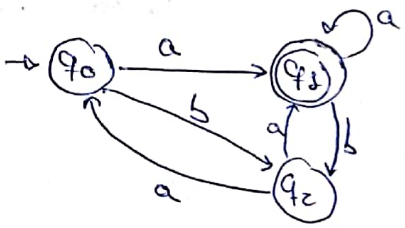
$$\delta : Q \times A \rightarrow Q$$

- q_0 es un elemento de Q, llamado estado inicial
- F es un elemento de Q, llamado conjunto de estados finales.

Sea $M = (Q, A, q_0, \delta, F)$ donde $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ $A = \{a, b\}$
La función de transición viene dada por:

$\delta(q_0, a) = q_1$ $\quad$ $\delta(q_0, b) = q_2$
$\delta(q_1, a) = q_1$ $\quad$ $\delta(q_1, b) = q_2$ $\qquad$ $F = \{q_1\}$
$\delta(q_2, a) = q_1$ $\quad$ $\delta(q_2, b) = q_0$

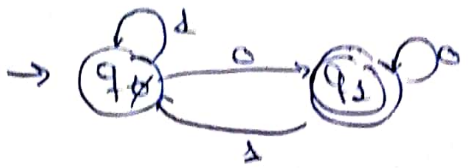
Diagrama de transición



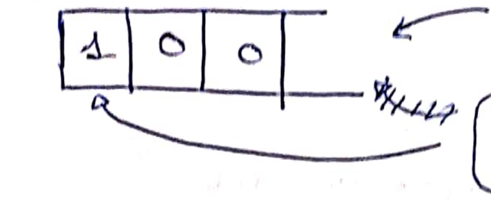
Es un grafo en el que:
- hay un nodo por cada estado
- Por cada transición $\delta(q, a) = p$, hay un arco de p a q con la etiqueta a
- El estado inicial está indicado con un ángulo entrante. Los estados finales con doble circunferencia.

- Autómata finito determinista → código máquina de autómatas
- Autómata finito no-determinista → con transiciones nulas → lenguaje de alto nivel de autómatas.

CÁLCULO ASOCIADO. TRAZA

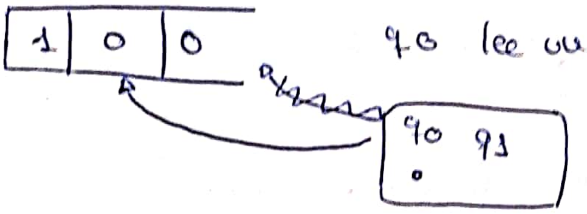


ES FINITO PORQUE TIENE UN NÚMERO FINITO DE ESTADOS

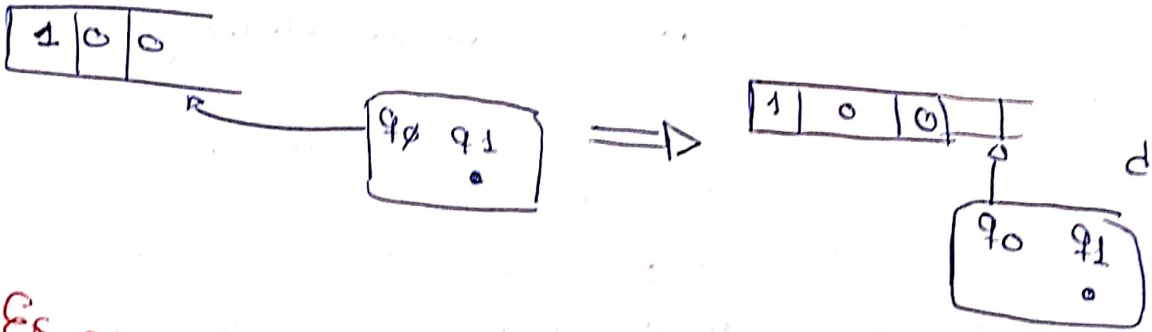


Cadena que va a procesar el autómata

$q_\emptyset$ inicia el cálculo



q_0 lee un 1 y se queda en $\emptyset$, transiciona a q_1



¿Estado final? Sí

ES DETERMINÍSTICO PORQUE TIENE UNA TRANSICIÓN (FLECHA) EN CADA UNA DE LAS OPCIONES

$q_\emptyset$ tiene flecha en $\emptyset$, 1, IDEM para q_1

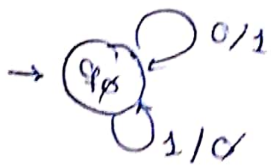
Si no acaba en q_1, la cadena es rechazada.

GRAMÁTICA TIPO 2 ≡ AUTÓMATA FINITO NO DETERM.
GRAMÁTICA TIPO 3 ≡ AUTÓMATA FINITO DETERMINISTA

→ Para que un lenguaje sea determinista, a veces debemos insertar el estado de error (Error) 0, 1

COMPLEMENTO A 1

1 0 1 1
C1: 0 1 0 0



CAMBRIDGE

Official Cambridge Exam Preparation

Test&Train

Practica online tu examen de inglés con Test & Train de Cambrige:

www.testandtrain.es

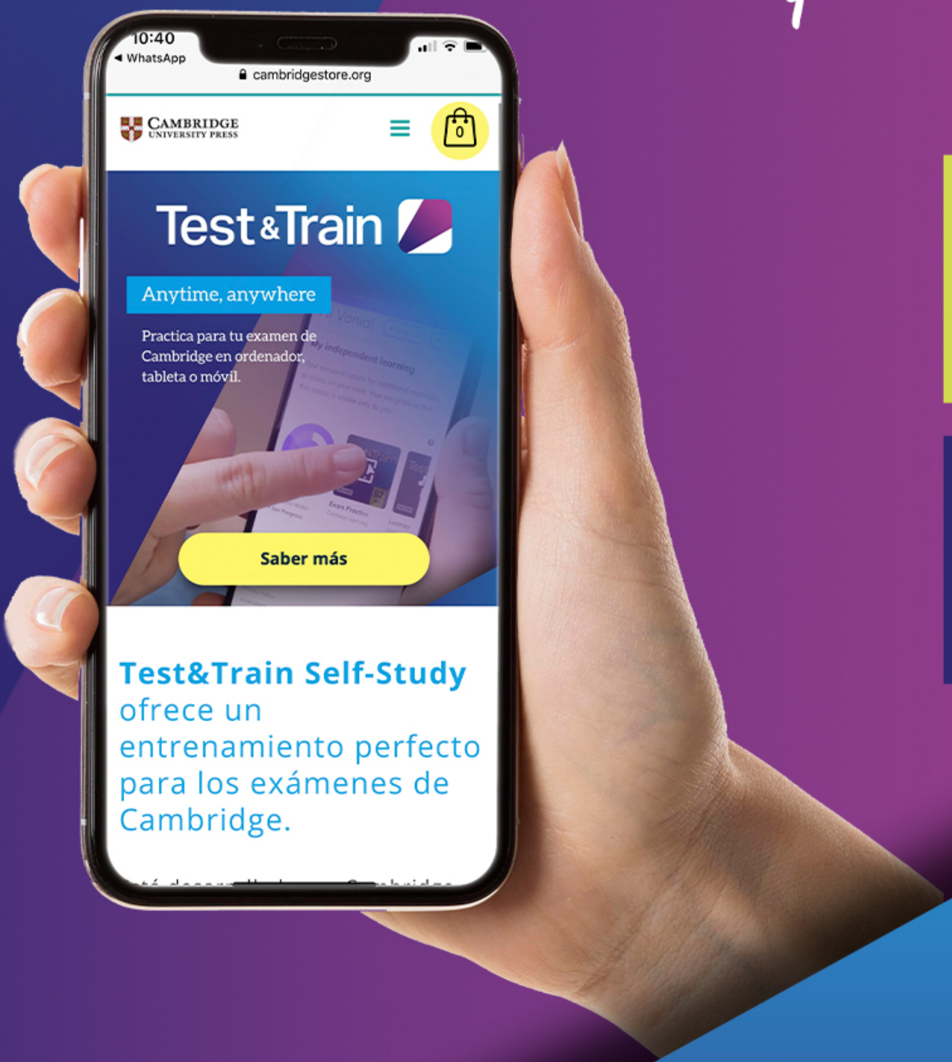
-5% DTO.

Código: **WUOT&T**

y consigue ya tu

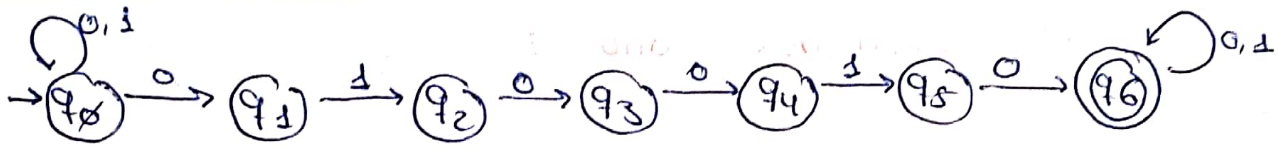
B2 FIRST

C1 ADVANCED



#CambridgeTestandTrain

AUT. NO DETERMINISTA ⟷ AUT. DETERMINISTA

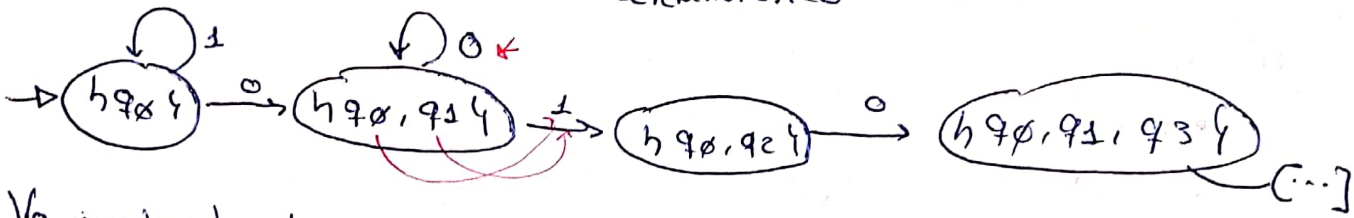


Controla la cadena que contiene 010010, y después lo que sea.

→ Es muy difícil hacerla determinística.

* Si es NO determinístico puede haber estados con dos transiciones, esta ambigüedad hace que el modelo NO determinístico sea muy ineficiente.

→ HAY QUE HACERLO DETERMINÍSTICO



Va juntando los 1 y los 0s

UNIÓN DE LO QUE PUEDEN HACER LAS DOS COSAS

* q_0 haciendo 0 pasa a q_0, q_1
  q_1 haciendo 0 pasa a ε } UNIÓN $\{q_0, q_1\}$

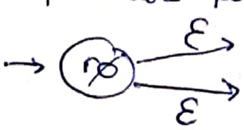
MINIMIZAR AUTÓMATAS NO CAE EN EL EXAMEN

1° Construimos el estado inicial, si fueran varios iniciales serían la pareja en un solo estado $\{q_0, q_1, q_n ...\}$

2° ¿Cuándo empieza y cuándo acaba?
   Le pongo al estado lo que tiene que hacer, leyendo 1 y leyendo 0, sin guarrerías

TRANSICIONES NULAS

Podemos hacer un autómata finito con transiciones nulas porque también podemos pasarlo a determinístico



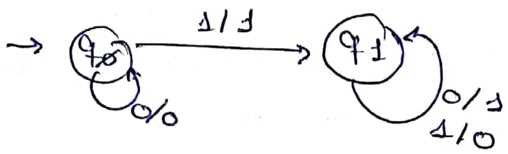
Añadimos transiciones nulas, que se pueden hacer sin leer NADA de la cinta de entrada. NO SE PUEDE VOLVER HACIA ATRÁS → Es muy ineficiente.

2ª Pregunta examen

Máquina de estados finita con el complemento a 2 de un número binario.

C_2 → Se queda igual hasta que encontramos el primer uno (de dcha a izq), lo dejamos como un uno y el resto a la derecha lo intercambiamos

```
    11101100
C1  00010011
          +1
------------
    00010100
```



Expresiones regulares

$A = \{0,1\}$

- $ØØ$ El conjunto $\{0,Ø\}$
- $Ø1^* + Ø$ Cualquier combinación de unos
  empiezan en cero + cadena con solo Ø (ya incluida)
- $(1+10)^*$ Conjunto de palabras donde los ceros van precedidos por unos
  ∪
  $1^* + 10^*$ → 111|10|1010|111
- $(0+1)^*011$ Conjunto de palabras que acaban en 011
  ∪ → equivale a $(1+0)^*$
- 0^*1^* Cualquier número de ceros seguido de unos
- 00^*11^* Igual pero no pueden estar vacías.
  Siempre hay un Ø y un 1
  ↳ 0^+1^+

Construir una expresión regular para las palabras en las que el nº ceros|2

- Puede no tener ningún cero (1^*)
- Cadenas que meten 2, 4, 6

$1^*(01^*01^*)^*$ Cadenas con el doble, triple de ceros

Puede no haber ningún 1
Puede tener ningún cero
1er cero
2º cero

0110 Como subcadena $(0+1)^*0110(0+1)^*$ → Cualq. combinación

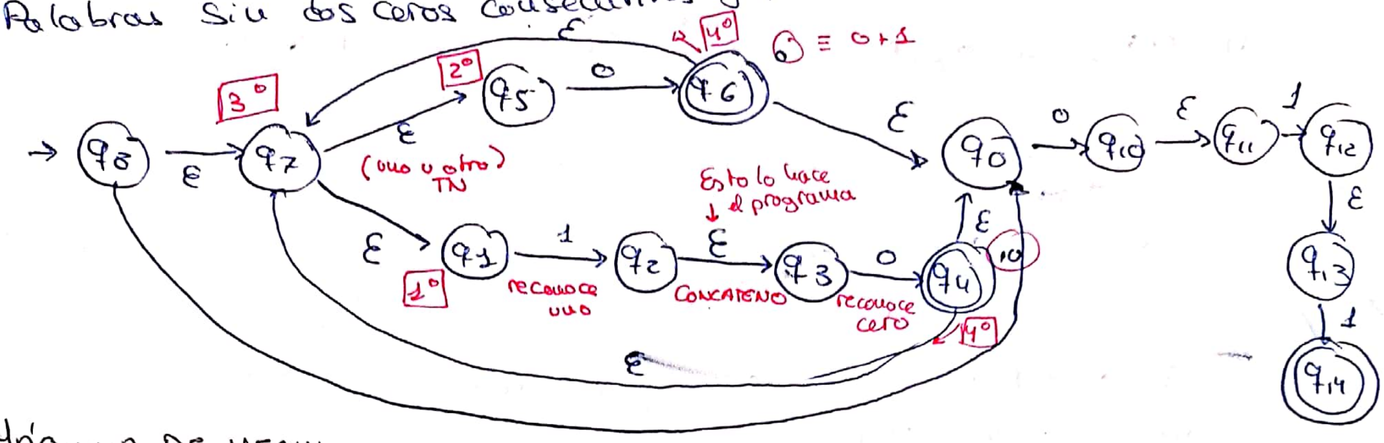
000 Solo al principio $(000)(1+10+100)^*$ → No podemos sacar ceros

000 ó 101 Como subcadena $(0+1)^*(000+101)(0+1)^*$

DADA UNA EXPRESIÓN REGULAR, EXISTE UN AUTÓMATA FINITO QUE ACEPTA EL LENGUAJE ASOCIADO A ESTA EXPRESIÓN REGULAR

- Encontrar autómata con el lenguaje asociado a la expresión regular $(0+10)^*011$

Palabras sin dos ceros consecutivos y que acaba en 011



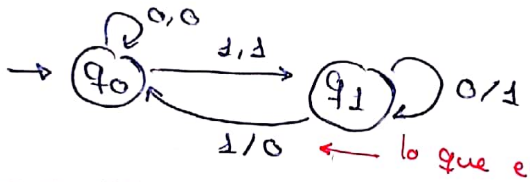
MÁQUINA DE MEALY

$M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, \theta, q_\emptyset)$

Permite traducir de un alfabeto a otro

$\Sigma = \{0,1\}$ Alfabeto de entrada

$\Gamma = \{0,1\}$ Alfabeto de salida

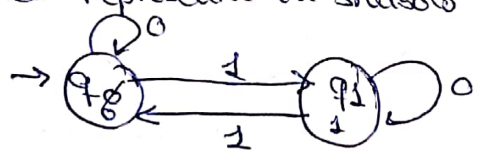


$F(00011010) = 00010011$

lo que equivale leer un cero (entrada/salida)

MÁQUINA DE MOORE

Un estado representa un símbolo



GRAMÁTICAS REGULARES LINEALES POR LA DERECHO/IZQUIERDA

- LINEALES POR LA DCHA. $A \to uB$ $A \to u$
- LINEALES POR LA IZQ. $A \to Bu$ $A \to u$

Para intercambiarlas:

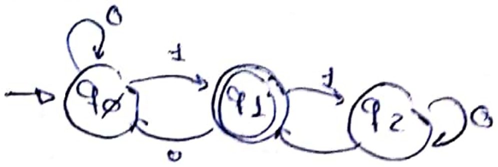
- Dejar sólo un estado final
- Invertir las transiciones (las autotransiciones NO)
- Intercambiar el estado inicial y el final

Scanned by CamScanner

PASO DE AUTÓMATA FINITO A EXPRESIÓN REGULAR

$AF \longrightarrow ER$

$M = (Q, \Sigma, \delta, q_\emptyset, F)$



- A cada $q = Q$ corresponde una ecuación

$$q_i = \Sigma a q_j \ (+\varepsilon)$$

$q_i \xrightarrow{a} q_j$ ← si e.f

- Si q es estado final, se suma ε a la ecuación de q_i
- Sustituir hasta despegar $q_\emptyset$

$$\boxed{\text{LEMA DE ARDEN} \quad X = aX + b \quad \text{entonces} \quad X = a^* b}$$

$$\begin{cases} q_0 = \emptyset q_\emptyset + 1 q_1 & \text{// Con } \emptyset \text{ llegamos a } q_\emptyset, 1 \text{ a } q_1 \\ q_1 = \emptyset q_\emptyset + 1 q_2 + \varepsilon & \text{// Es e.f, añadimos } \varepsilon \\ \underbrace{q_2}_{X} = \underbrace{\emptyset}_{a} \underbrace{q_2}_{X} + \underbrace{1 q_1}_{b} \end{cases}$$

Usamos lema de arden en q_2

$$q_2 = 0^* 1 q_1$$

(Sustitución) $q_1 = 0 q_\emptyset + \underbrace{10^* 1}_{a} \underbrace{q_1}_{X} + \varepsilon$

(lema) $q_1 = (0 q_0 + \cancel{10^*1} \ \varepsilon)^{1} (10^* 1)^*$

$$q_0 = 0 q_0 + 1 (10^* 1)^* (0 q_\emptyset + \varepsilon)$$

$$= 0 q_0 + 1 (10^* 1)^* 0 q_0 + 1 (10^* 1)^*$$

$$= \underbrace{(0 + 1 (10^* 1)^* 0)}_{a} \underbrace{q_\emptyset}_{X} + 1 (10^* 1)^*$$

factor común $q_\emptyset$

$$= (0 + 1 (10^* 1)^* 0)^* 1 (10^* 1)^*$$