

## Relación TEMA 6

Relación de ejercicios de aplicación de las distintas leyes débiles y fuertes de los grandes números, así como del teorema del límite central.



1. Se realizan 2500 lanzamientos independientes de una moneda correcta. Calcular la probabilidad aproximada de obtener  $1/2$  como frecuencia relativa de cara con un error máximo de 0.02.
2. Calcular, aproximadamente, la probabilidad de que al lanzar 100 veces un dado, la media de los puntos obtenidos sea mayor que 3.7.
3. Se elige un punto aleatorio  $(X_1, \dots, X_{100})$  en el espacio  $\mathbb{R}^{100}$ . Suponiendo que las variables aleatorias son independientes e idénticamente distribuidas según una  $\mathcal{U}([-1, 1])$ , calcular, aproximadamente, la probabilidad de que el cuadrado de la distancia del punto al origen sea menor que 40.
4. Para predecir el resultado de una elección a la que se presentan dos candidatos,  $A$  y  $B$ , se seleccionan aleatoria e independientemente  $n$  personas del censo y se les pregunta su preferencia. Si la probabilidad de seleccionar un votante de  $A$  es  $p$ , calcular el tamaño mínimo de muestra hay que elegir para que la frecuencia relativa de votantes de  $A$  en la muestra difiera de  $p$  menos de 0.001 con probabilidad mayor o igual que 0.99.
5. Cierta enfermedad afecta al 0.5% de una población. Existe una prueba para la detección de la enfermedad, que da positiva en los individuos enfermos con probabilidad 0.99 y da negativa en los individuos sanos con probabilidad 0.99.
  - a) Calcular la probabilidad de que un individuo elegido al azar esté realmente enfermo si la prueba da resultado positivo.
  - b) Calcular, aproximadamente, el número mínimo de personas con resultado positivo en la prueba que deben ser elegidas, de forma aleatoria e independiente, para asegurar una proporción de personas realmente enfermas en la muestra inferior a un  $1/2$ , con probabilidad mayor o igual que 0.95.
6. Una empresa necesita adquirir al menos 100 vehículos. Para ello realiza una prueba a una población de coches compuesta de dos tipos distintos (un 40% de tipo  $A$  y un 60% de tipo  $B$ ) y un coche es adquirido si supera la prueba. Un coche de tipo  $A$  supera la prueba con probabilidad  $1/3$ , mientras que para uno de tipo  $B$ , dicha probabilidad es  $2/3$ .
  - a) Calcular la probabilidad de que un coche elegido al azar supere la prueba.
  - b) Calcular el número de coches que deben examinarse para cubrir las necesidades de la empresa con probabilidad mayor o igual que 0.901147.
7. La longitud de vida (en horas) de una determinada pieza de cierta máquina es una variable aleatoria que se distribuye de acuerdo a la función de densidad

$$f(x) = \exp(1 - x), \quad x > 1.$$

Cuando falla la pieza, se sustituye por otra de las mismas características, y se supone que las longitudes de vida de distintas piezas son independientes. Calcular aproximadamente el número de piezas de recambio necesario para asegurar el funcionamiento de la máquina al menos durante 1000 horas, con probabilidad mayor que 0.95.