1. Sea un experimento aleatorio que consiste en lanzar un tetraedro regular cuyas caras están numeradas del 1 al 4, y se definen los sucesos:

$$A = \{1 \text{ ó } 2\} \quad B = \{2 \text{ ó } 3\} \quad C = \{2 \text{ ó } 4\}.$$

   Calcular las siguientes probabilidades:

   - $P(A), P(B), P(C)$.
   - Probabilidad de obtener un dos.

   Indicar:

   - Si los sucesos A, B y C son independientes dos a dos.
   - Si los sucesos A, B y C son mutuamente independientes.

2. Sea (X_1, X_2, X_3) un vector aleatorio con función masa de probabilidad

$$P((X_1, X_2, X_3) = (x_1, x_2, x_3)) = 1/4,$$

   siendo $(x_1, x_2, x_3) = \{(1,0,0), (0,1,0), (0,0,1), (1,1,1)\}$

   - Indicar si son X_1, X_2, X_3 independientes dos a dos.
   - Indicar si son X_1, X_2, X_3 mutuamente independientes.
   - Indicar si $X_1 + X_2$ y X_3 son independientes.

3. Definimos sobre el experimento de lanzar diez veces una moneda las variables aleatorias X como el número de lanzamientos hasta que aparece la primera cara (si no aparece cara $X = 0$), e Y como el número de lanzamientos hasta que aparece la primera cruz (con $Y = 0$ si no aparece cruz). Indicar si X e Y son independientes.

4. Sea $(\Omega, \mathcal{A}, P)$ un espacio de probabilidad. Probar que las funciones indicadoras de dos sucesos A, $B \in \mathcal{A}$ son variables aleatorias independientes si y sólo si A y B lo son.

5. El número de automóviles utilitarios, X, y el de automóviles de lujo, Y, que poseen las familias de una población se distribuye de acuerdo a las siguientes probabilidades:

$X \mid Y$	0	1	2
0	$1/3$	$1/12$	$1/24$
1	$1/6$	$1/24$	$1/48$
2	$5/22$	$5/88$	$5/176$

   Comprobar que las variables X e Y son independientes.

6. En los siguientes dos apartados, estudiar la independencia de las variables aleatorias X e Y, cuando su densidad de probabilidad conjunta se define como sigue:

   a) $f(x,y) = 1/2$, si (x,y) pertenece al cuadrado de vértices $(1,0); (0,1); (-1,0); (0,-1)$.

   b) $f(x,y) = 1$, si (x,y) pertenece al cuadrado de vértices $(0,0); (0,1); (1,0); (1,1)$.

7. Sean X e Y dos variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, según una distribución uniforme en el intervalo $[0,h]$. Calcular la probabilidad de que la ecuación de segundo grado
$$\lambda^2 - 2\lambda X + Y = 0$$
tenga raíces complejas.

8. Sean X_1 y X_2 variables aleatorias independientes con distribución Binomial con parámetros n_i, $i = 1,2$, y $p = 1/2$. Calcular la distribución de $X_1 - X_2 + n_2$.

9. Sea $\{X_n\}_{n\in\mathbb{N}}$ una sucesión de variables aleatorias independientes, todas distribuidas según una Bernoulli con parámetro p, e independientes de N una v.a. con distribución de Poisson con parámetro λ. Se considera la v.a.
$$Z_N = \sum_{i=1}^{N} X_i, \quad N \geq 1.$$
Demostrar que las variables Z_N y $N - Z_N$ son independientes.

10. La demanda en miles de toneladas de un producto, X, y su precio por kilogramo en euros, Y, tienen por función de densidad conjunta
$$f(x,y) = kx^2(1-x)^3y^3(1-y)^2, \quad x,y \in (0,1).$$
Calcular la constante k para que f sea una función de densidad de probabilidad, y determinar si X e Y son independientes.

    Obtener la función de densidad de probabilidad del precio para una demanda fija.