## Relación TEMA 1

## Enunciados de problemas que permiten la aplicación de modelos de probabilidad continuos.



- 1. La llegada de viajeros a una estación de tren se distribuye uniformemente en el tiempo. Cada 20 minutos se produce la salida del tren. Hallar:
  - a) La función de distribución de la variable aleatoria tiempo de espera, su media y su varianza.
  - b) La probabilidad de que un viajero espere al tren menos de 7 minutos.
- 2. La temperatura media diaria en una región se distribuye según una normal con media 25 grados centígrados y desviación típica 10 grados centígrados.
  - a) Calcular la probabilidad de que en un día elegido al azar la temperatura media esté comprendida entre 20 y 32 grados centígrados.
  - b) Calcular la probabilidad de que en un día elegido al azar la temperatura media difiera de la media de las temperaturas medias diarias más de 5 grados centígrados.
- 3. De una variable aleatoria uniformemente distribuida se conoce su esperanza,  $\mu$ , y su desviación típica,  $\sigma$ . Hallar el rango de valores de la variable, en función de  $\mu$  y  $\sigma$ .
- 4. Los precios de venta de un artículo se distribuyen según una ley normal. Se sabe que el 20% son superiores a 1000 euros y que el 30% no superan los 800 euros. Hallar la ganancia media y su desviación típica, si las ganancias (Y) están relacionadas con los precios (X) según la expresión Y = 350+0.15X.
- 5. Se clasifican los cráneos en dolicocéfalos (si el índice cefálico, anchura/longitud, es menor que 75), mesocéfalos (si el índice está entre 75 y 80), y braquicéfalos (si el índice es superior a 80). Suponiendo que la distribución de los índices es normal, hallar la media y la desviación típica en una población en la que el 65% de los individuos son dolicocéfalos, el 30% mesocéfalos y el 5% braquicéfalos.
- 6. La probabilidad de contagio por unidad de tiempo viene dada por:

$$P[T \le 1] = 1 - \exp(-\lambda), \quad \lambda = 5.$$

## Calcular:

- a) El número medio de nuevas infecciones, sobre la población de susceptibles, cuyo tamaño observado es de 50 individuos, e indicar la distribución aleatoria de la variable que contabiliza las nuevas infecciones en dicha población.
- b) Calcular la probabilidad de que se produzcan 10 contagios en un intervalo de tiempo de longitud 10 unidades temporales. Determinar la distribución de probabilidad de dicha variable aleatoria, así como el número medio de contagios en dicho intervalo temporal.
- c) Calcular la probabilidad de que no se produzcan contagios en un intervalo de longitud 20 unidades temporales, así como el tiempo medio transcurrido entre contagios.
- 7. La probabilidad de que un individuo sufra reacción al inyectarle un determinado suero es 0.1. Usando la aproximación normal adecuada, calcular la probabilidad de que al inyectar el suero a una muestra de 400 personas, sufran reacción entre 33 y 50.
- 8. El tiempo de duración de una pieza de un cierto equipo, medido en horas, se distribuye según una ley Gamma, de parámetros 3 y 0.2. Determinar:
  - a) Probabilidad de que el equipo funcione más de 10 horas.
  - b) Probabilidad de que el equipo funcione entre 10 y 15 horas.

- 9. El número de piezas defectuosas diarias en un proceso de fabricación se distribuye según una Poisson. Sabiendo que el número medio de piezas defectuosas diarias es 25, calcular mediante la aproximación normal:
  - a) Probabilidad de que el número de defectuosas durante un día oscile entre 24 y 28.
  - b) Número mínimo de defectuosas, que con probabilidad menor o igual que 0.97725, se fabrican al día.
  - c) Número máximo de defectuosas, que con probabilidad mayor o igual que 0.15866, se fabrican al día.
- 10. Un grupo de investigadores ha determinado que el 3% de los individuos afectados por cierto virus fallece. Determinar:
  - a) La probabilidad de que en una población de 10000 afectados fallezcan más de 3.
  - b) El número esperado de fallecidos en dicha población.
  - c) Si por un tratamiento equivocado el porcentaje de fallecidos se eleva a 25 %, calcular, usando la aproximación normal, la probabilidad de que en la población de afectados fallezcan entre 25 y 40 individuos.
- 11. La experiencia ha demostrado que las calificaciones obtenidas en un test de aptitud por los alumnos de un determinado centro siguen una distribución normal de media 400 y desviación típica 100. Si se realiza el test a un determinado grupo de alumnos, calcular:
  - a) El porcentaje de alumnos que obtendrán calificaciones comprendidas entre 300 y 500.
  - b) La probabilidad de que, elegido un alumno al azar, su calificación difiera de la media en 150 puntos como máximo.
- 12. En un parking público se ha observado que los coches llegan, aleatoria e independientemente, a razón de 360 coches por hora.
  - a) Utilizando la distribución exponencial, encontrar la probabilidad de que una vez que llega un coche, el próximo no llegue antes de medio minuto.
  - b) Utilizando la distribución de Poisson, obtener la misma probabilidad anterior.
- 13. Cierta enfermedad puede ser producida por tres tipos de virus: A, B y C. En un laboratorio se tienen tres tubos con el virus A, dos tubos con el virus B y cinco con el virus C. La probabilidad de que el virus A produzca la enfermedad es P(|X| < 4), siendo  $X \sim \mathcal{N}(3,25)$ . La probabilidad de que el virus B produzca la enfermedad es  $P(Y \ge 3)$ , siendo  $Y \sim \mathcal{B}(5,0.7)$ . Por último, la probabilidad de que el virus C produzca la enfermedad es  $P(Z \le 5)$ , siendo  $Z \sim \mathcal{P}(4)$ . Se elige un tubo al azar y al inocular el virus a un animal, contrae la enfermedad. Hallar la probabilidad de que el virus inoculado sea del tipo C.
- 14. Una máquina fabrica tornillos cuyas longitudes se distribuyen según una ley normal con media 20 mm y desviación típica 0.25 mm. Un tornillo se considera defectuoso si su longitud no está comprendida entre 19.5 y 20.5 mm. Los tornillos se fabrican de forma independiente.
  - a) Cuál es la probabilidad de fabricar un tornillo defectuoso?
  - c) Calcular la probabilidad de que en 10 tornillos fabricados no haya más de dos defectuosos.
  - d) Cuántos tornillos se fabricarán por término medio hasta obtener el primero defectuoso?
- 15. Si la proporción de personas que consumen una determinada marca de aceite de oliva sigue una distribución beta de parámetros 2 y 3, determinar la probabilidad de que dicha proporción esté comprendida entre el 0.1 y 0.5.
- 16. La proporción diaria de piezas defectuosas en determinada fábrica tiene distribución beta, y el segundo parámetro es 4. Sabiendo que la proporción media diaria es 0.2, calcular la probabilidad de que un día resulte una proporción de defectuosas superior a la media.