

## DEVOIR 02 D'ANALYSE FONCTIONNELLE

*Devoir à rendre pour le jeudi 20 octobre 9h00.*

**Exercice 1.** *Rappelons que  $C_0(\mathbb{R})$  est le sous-espace vectoriel de  $C_b(\mathbb{R})$  dont les éléments tendent vers zéro à l'infini i.e. si  $u \in C_0(\mathbb{R})$  alors  $u$  est une fonction continue telle que  $\limsup_{x \rightarrow \pm\infty} |u(x)| = 0$ . Expliquer pourquoi la fonctionnelle linéaire*

$$A : (C_0(\mathbb{R}), \|\cdot\|_\infty) \rightarrow \mathbb{R} : u \mapsto \int_{\mathbb{R}} \frac{u(x)}{1+x^2} dx$$

*est continue. Donner sa norme dans  $\mathcal{L}(C_0(\mathbb{R}), \mathbb{R})$ .*