SỞ GD VÀ ĐT HẢI DƯƠNG

TRƯỜNG THPT ĐOÀN THƯỢNG

ĐỀ THI THỬ THPT QG LẦN 1, NĂM HỌC 2020 - 2021

Môn: Toán

Thời gian làm bài: 90 phút (không kể thời gian giao đề)

(50 câu trắc nghiệm)

Mã đề thi 132

Thầy cô sử dụng đề thi gồm 3 phần chính.

Phần câu hỏi: Bắt đầu mỗi câu bằng từ Câu. Ví dụ: Câu 1:…, Câu 2:…, kết thúc bằng chữ Hết.

Phần đáp án: Có bảng đáp án như bên cuối đề thi. Dạng 1.A, 2.B,3.C…

Phần lời giải chi tiết: Bắt đầu phần này có chữ. Giải chi tiết, các câu bắt đầu bằng từ Câu.

Kéo đề thi dạng pdf vào phần Tải đề thi, tự động nhận đáp án và lời giải chi tiết.

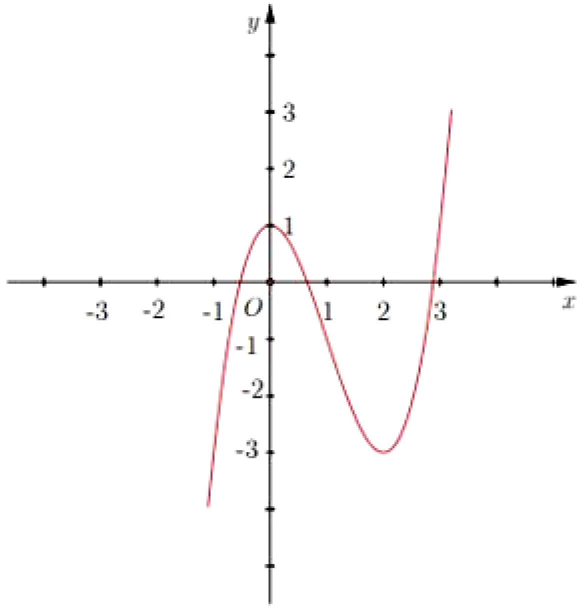
Câu 1: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{2}{e}\right)^x$. **C.** $y=\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=\left(\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}\right)^x$.

Câu 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=2a, BC=a, SA=a\sqrt{3}$ và SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=a^3\sqrt{3}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=2a^3\sqrt{3}$.

Câu 3: Đồ thị như hình vẽ là của hàm số nào trong các hàm số sau đây?



A. $y=3x^2+2x+1$ **B.** $y=x^3-3x^2+1$ **C.** $y=-\dfrac{x^3}{3}+x^2+1$ **D.** $y=x^4+3x^2+1$

Câu 4: Chọn khẳng định **sai.** Trong một khối đa diện

A. mỗi mặt có ít nhất 3 cạnh.

B. mỗi cạnh của một khối đã diện là cạnh chung của đúng 2 mặt.

C. mỗi đỉnh là đỉnh chung của ít nhất 3 mặt.

D. hai mặt bất kì luôn có ít nhất một điểm chung.

Câu 5: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{-3x+2}$ là?

A. $x=\dfrac{2}{3}$ **B.** $y=\dfrac{2}{3}$ **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$ **D.** $x=-\dfrac{1}{3}$

Câu 6: Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f(x)g(x)dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx.$ **B.** $\int 2f(x)dx=2\int f(x)dx$

C. $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$ **D.** $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx-\int g(x)dx$

Câu 7: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}.$ **B.** $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x-1}$ **C.** $y=\dfrac{x^2-1}{x+1}$ **D.** $y=\sqrt{x^2-1}$

Câu 8: Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. $y=-x^4+x^2+3.$ **B.** $y=x^4+x^2+3.$ **C.** $y=-x^4-x^2+3.$ **D.** $y=x^4-x^2+3.$

Câu 9: Tìm tọa độ điểm biểu diễn của số phức $z=\dfrac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}$.

A. $(-1;-4)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(1;-4)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 10: Phần ảo của số phức $z=2-3i$ là

A. $-3i$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $3i$.

Câu 11: Cho số phức $z=1+2i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=-1+2i$ **B.** $\bar{z}=-1-2i$ **C.** $\bar{z}=2+i$ **D.** $\bar{z}=1-2i$

Câu 12: Hàm số nào sau đây không đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^3+1$ **B.** $y=x+1$ **C.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$ **D.** $y=x^5+x^3-10$

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,x=b$ $(a<b)$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức.

A. $V=\pi^2\int_a^b f(x)dx.$ **B.** $V=2\pi\int_a^b f^2(x)dx.$ **C.** $V=\pi^2\int_a^b f^2(x)dx.$ **D.** $V=\pi\int_a^b f^2(x)dx.$

Câu 14: Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x)=\ln|x|$?

A. $f(x)=x.$ **B.** $f(x)=\dfrac{1}{x}.$ **C.** $f(x)=\dfrac{x^3}{2}.$ **D.** $f(x)=|x|.$

Câu 15: Gọi R,S,V lần lượt là bán kính, diện tích mặt cầu và thể tích của khối cầu. Công thức nào sau đây **sai?**

A. $S=4\pi R^2.$ **B.** $S=\pi R^2.$ **C.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3.$ **D.** $3V=S.R.$

Câu 16: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-2z-3=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+7}{-2}.$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+7}{-2}.$

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z-7}{-2}.$ **D.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+4}{4}=\dfrac{z-7}{-7}.$

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;2;-1)$. Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm:

A. $M_1(0;0;-1)$. **B.** $M_3(3;0;0)$ **C.** $M_4(0;2;0)$ **D.** $M_2(3;2;0)$.

Câu 18: Giải bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{2x-4} > \left(\frac{3}{4}\right)^{x+1}$.

A. $S=[5;+\infty)$ **B.** $S=(-\infty;5)$ **C.** $S=(-\infty;-1)$ **D.** $S=(-1;2)$

Câu 19: Tập xác định của hàm số $y=(x+2)^{-2}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-2;+\infty)$ **C.** $[-2;+\infty)$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 20: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): z-2x+3=0$. Một vectơ pháp tuyến của (P) là:

A. $\vec{w}=(1;-2;0)$ **B.** $\vec{n}=(2;0;-1)$ **C.** $\vec{v}=(1;-2;3)$ **D.** $\vec{u}=(0;1;-2)$

Câu 21: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Hai khối chóp có hai đáy là hai đa giác bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

B. Hai khối lăng trụ có chiều cao bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

C. Hai khối đa diện bằng nhau thì thể tích bằng nhau.

D. Hai khối đa diện có thể tích bằng nhau thì bằng nhau.

Câu 22: Cho hình phẳng H giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}; y=0; x=4$. Diện tích S của hình phẳng H bằng

A. $S=3.$ **B.** $S=\frac{15}{4}.$ **C.** $S=\frac{16}{3}.$ **D.** $S=\frac{17}{3}.$

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $M(1;2;3); N(3;4;7)$. Tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(-2;-2;-4)$ **B.** $(4;6;10)$ **C.** $(2;3;5)$ **D.** $(2;2;4)$

Câu 24: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng a^2 và khoảng cách giữa hai đáy bằng $3a$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=3a^3$ **B.** $V=\frac{3}{2}a^3$ **C.** $V=9a^3$ **D.** $V=a^3$

Câu 25: Đẳng thức nào sau đây đúng với mọi số dương x?

A. $(\log x)'=\frac{x}{\ln 10}.$ **B.** $(\log x)'=\frac{\ln 10}{x}.$ **C.** $(\log x)'=\frac{1}{x\ln 10}.$ **D.** $(\log x)'=x\ln 10.$

Câu 26: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\log_{\sqrt{2}}(x^2-3x+2)$.

A. $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$. **B.** $D=(2;+\infty)$ **C.** $D=(-\infty;1)$ **D.** $D=(1;2)$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $I(1;0;-1)$ và $A(2;2;-3)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua điểm A có phương trình là

A. $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=3.$ **B.** $(x+1)^2+y^2+(z-1)^2=9.$

C. $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=9.$ **D.** $(x-1)^2+y^2+(z+1)^2=3.$

Câu 28: Trong không gian $Oxyz,$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=2+3t,(t\in\mathbb{R})\\z=3\end{cases}$. Tọa độ một vectơ chỉ phương của d là

A. $(2;3;0)$ **B.** $(-2;3;3)$ **C.** $(1;2;3)$ **D.** $(-2;3;0)$

Câu 29: Cho hai số thực dương a và $b.$ Rút gọn biểu thức $A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}.$

A. $A=\sqrt[3]{ab}$ **B.** $A=\sqrt[6]{ab}$ **C.** $\dfrac{1}{\sqrt[3]{ab}}$ **D.** $\dfrac{1}{\sqrt[6]{ab}}$

Câu 30: Phương trình: $\log_3(3x-2)=3$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{29}{3}$ **B.** 87 **C.** $x=\dfrac{11}{3}$ **D.** $x=\dfrac{25}{3}$

Câu 31: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}.$

A. $x+\dfrac{1}{x-1}+C.$ **B.** $1+\dfrac{1}{(x-1)^2}+C$ **C.** $\dfrac{x^2}{2}+\ln|x-1|+C$ **D.** $x^2+\ln|x-1|+C$

Câu 32: Tích phân $\int_0^2\dfrac{dx}{x+3}$ bằng

A. $\dfrac{16}{225}$ **B.** $\log\dfrac{5}{3}$ **C.** $\ln\dfrac{5}{3}$ **D.** $\dfrac{2}{15}$

Câu 33: Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $\left|\dfrac{z-1}{z-i}\right|=1$ và $\left|\dfrac{z-3i}{z+i}\right|=1.$ Tính $P=a+b.$

A. $P=2.$ **B.** $P=1.$ **C.** $P=-1.$ **D.** $P=7.$

Câu 34: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-2x^2-7x+1$ trên đoạn $[-2;1].$

A. 4 **B.** 3 **C.** 6 **D.** 5

Câu 35: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành, có thể tích bằng $24cm^3$. Gọi E là trung điểm $SC.$ Một mặt phẳng chứa AE cắt các cạnh SB và SD lần lượt tại M và $N.$ Tìm giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMEN$.

A. $9cm^3$ **B.** $8cm^3$ **C.** $6cm^3$ **D.** $7cm^3$

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz,$ cho ba điểm $A(a;0;0),B(0;b;0),C(0;0;c),$ trong đó $a>0,b>0,c>0.$ Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $I(1;2;3)$ sao cho thể tích khối tứ diện $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó các số a,b,c thỏa mãn đẳng thức nào sau đây?

A. $a^2+b=c-6.$ **B.** $a+b+c=12.$ **C.** $a+b+c=18$ **D.** $a+b-c=6$

Câu 37: Hàm số $y=(x+m)^3+(x+n)^3-x^3$ (tham số m,n) đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4\left(m^2+n^2\right)-m-n$ bằng

A. $\frac{-1}{16}$ **B.** -16 **C.** $\frac{1}{4}$ **D.** 4.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=3,AD=2.$Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho.

A. $V=\frac{10\pi}{3}.$ **B.** $V=\frac{20\pi}{3}.$ **C.** $V=\frac{16\pi}{3}.$ **D.** $V=\frac{32\pi}{3}.$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz,$ cho ba điểm $A(2;-3;7),B(0;4;-3)$ và $C(4;2;5)$. Biết điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ nằm trên mp (Oxy) sao cho $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|$ có giá trị nhỏ nhất. Khi đó tổng $P=x_0+y_0+z_0$ bằng

A. $P=0$ **B.** $P=6$ **C.** $P=3$ **D.** $P=-3.$

Câu 40: Cho bất phương trình: $1+\log_5\left(x^2+1\right)\ge\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ (1). Tìm tất cả các giá trị của m để (1) được nghiệm đúng với mọi số thực x:

A. $2<m\le3.$ **B.** $-3\le m\le7.$ **C.** $2\le m\le3.$ **D.** $m\le3;m\ge7.$

Câu 41: Biết số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $T=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính $|z|$.

A. $|z|=\sqrt{33}.$ **B.** $|z|=5\sqrt{2}.$ **C.** $|z|=50.$ **D.** $|z|=\sqrt{10}.$

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int\limits_0^{2021}f(x)dx=2.$ Khi đó tích phân $\int\limits_0^{\sqrt{e^{2021}-1}}\frac{x}{x^2+1}f\left(\ln\left(x^2+1\right)\right)dx$ bằng

A. 4 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

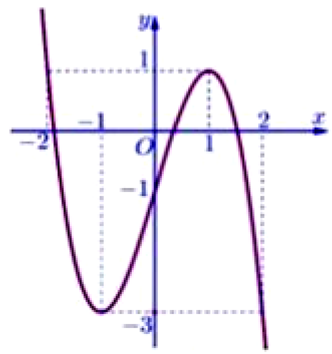
Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a,BC=a\sqrt{3}.$ Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc $30^0.$ Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ theo $a.$

A. $V=\frac{2\sqrt{6}a^3}{3}.$ **B.** $V=\frac{2a^3}{3}.$ **C.** $V=\sqrt{3}a^3.$ **D.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}.$

Câu 44: Tổng bình phương các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y=-x-m$ cắt đồ thị $(C): y=\dfrac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B với $AB=\sqrt{10}$ là

A. 5 **B.** 10 **C.** 13 **D.** 17

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y=f(x)$ như hình vẽ bên. Phương trình $f(2-f(x))=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt.



A. 6 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 4

Câu 46: Giả sử a, b là các số thực sao cho $x^3+y^3=a.10^{3z}+b.10^{2z}$ đúng với mọi các số thực dương x, y, z thỏa mãn $\log(x+y)=z$ và $\log(x^2+y^2)=z+1$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. $-\dfrac{31}{2}$ **B.** $\dfrac{31}{2}$ **C.** $\dfrac{29}{2}$ **D.** $-\dfrac{25}{2}$

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;0;0)$ và $B(3;4;0)$. Với C là điểm nằm trên trục Oz, gọi H là trực tâm của tam giác ABC. Khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc một đường tròn cố định. Bán kính của đường tròn đó bằng

A. $\sqrt{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$

Câu 48: Biết $\int_0^4 x\ln(x^2+9)dx=a\ln5+b\ln3+c$, trong đó a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ là

A. $T=11$ **B.** $T=10$ **C.** $T=9$ **D.** $T=8$

Câu 49: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S.

A. 3 **B.** 5 **C.** 1 **D.** 2

Câu 50: Cổng trường Đại học Bách Khoa Hà Nội có hình dạng Parabol, chiều rộng $8m$, chiều cao $12,5m$. Diện tích của cổng là:

A. $\frac{200}{3}\left(m^2\right)$. **B.** $\frac{100}{3}\left(m^2\right)$. **C.** $200\left(m^2\right)$. **D.** $100\left(m^2\right)$.

------------------- **HẾT** -----------------

BẢNG ĐÁP ÁN

1-D	**2-C**	**3-B**	**4-D**	**5-C**	**6-A**	**7-B**	**8-A**	**9-A**	**10-C**
11-D	**12-C**	**13-D**	**14-B**	**15-B**	**16-B**	**17-A**	**18-B**	**19-D**	**20-B**
21-C	**22-C**	**23-D**	**24-A**	**25-C**	**26-A**	**27-C**	**28-D**	**29-A**	**30-C**
31-C	**32-C**	**33-A**	**34-D**	**35-A**	**36-C**	**37-A**	**38-D**	**39-C**	**40-A**
41-B	**42-C**	**43-A**	**44-B**	**45-B**	**46-C**	**47-D**	**48-D**	**49-D**	**50-A**

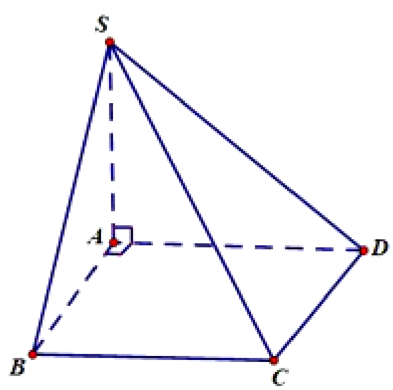
HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1:

Hàm số $y=a^x$ đồng biến $\left(-\infty;+\infty\right)$ khi $a>1$. Ta có: $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{3}>1$ nên chọn D.

Chọn D.

Câu 2:



Ta có $B=S_{ABCD}=2a.a=2a^2$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$$V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}2a^2.a\sqrt{3}=\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}.$$

Chọn C.

Câu 3:

Đồ thị có dạng trên là đồ thị hàm số bậc 3 ứng với hệ số $a>0$.

Chọn B.

Câu 4:

Vì phát biểu **D. Đúng** là “hai mặt bất kỳ hoặc không có điểm chung hoặc có một đỉnh chung hoặc chỉ có một cạnh chung”.

Chọn D.

Câu 5:

Hàm số có tập xác định là $D=\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)\cup\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{-3x+2}=-\frac{1}{3}$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=-\frac{1}{3}$.

Chọn C.

Câu 6:

Theo tính chất của nguyên hàm ta có đáp án A sai.

Chọn A.

Câu 7:

Xét hàm số $y=\frac{x^2+3x+2}{x-1}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\frac{x^2+3x+2}{x-1}=+\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\frac{x^2+3x+2}{x-1}=-\infty$) nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số trên.

Chọn B.

Câu 8:

Hà số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu $\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$.

Chọn A.

Câu 9:

Ta có: $z=\frac{(2-3i)(4-i)}{3+2i}=\frac{5-14i}{3+2i}=\frac{(5-14i)(3-2i)}{13}=\frac{-13-52i}{13}=-1-4i$.

Vậy tọa độ điểm biểu diễn số phức đã cho là $(-1;-4)$.

Chọn A.

Câu 10:

Số phức $z=2-3i$ có phần ảo bằng -3.

Chọn C.

Câu 11:

Số phức liên hợp của $z=1+2i$ là $\bar{z}=1-2i$.

Chọn D.

Câu 12:

Xét đáp án A có $y'=3x^2\ge 0,\forall x\in(-\infty;+\infty)$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ nên loại.

Xét đáp án B có $y'=1>0,\forall x\in(-\infty;+\infty)$, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ nên loại.

Xét đáp án C có $y'=\dfrac{1}{(x-1)^2}>0,\forall x\in(-\infty;+\infty)\setminus\{1\}$, suy ra hàm chỉ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ nên chọn.

Xét đáp án D có $y'=5x^4+2x^2\ge 0,\forall x\in(-\infty;+\infty)$, suy ra hàm đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ nên loại.

Chọn C.

Câu 13:

Theo lý thuyết.

Chọn D.

Câu 14:

Theo bảng công thức nguyên hàm của các hàm số cơ bản.

Chọn B.

Câu 15:

Theo lý thuyết.

Chọn B.

Câu 16:

Đường thẳng đi qua điểm $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-2z-3=0$ có VTCP $\vec{u}(1;2;-2)$ có phương trình: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-4}{2}=\dfrac{z+7}{-2}$.

Chọn B.

Câu 17:

Hình chiếu vuông góc của điểm M lên trục Oz là điểm $M_1(0;0;-1)$.

Chọn A.

Câu 18:

Vì $\dfrac{3}{4}<1$ khi đó $\left(\dfrac{3}{4}\right)^{2x-4}>\left(\dfrac{3}{4}\right)^{x+1}\Rightarrow 2x-4<x+1\Leftrightarrow x<5$

Vậy $S=(-\infty;5)$.

Chọn B.

Câu 19:

Hàm số xác định khi $x+2\neq 0 \Leftrightarrow x\neq -2$ nên tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Chọn D.

Câu 20:

Ta có $(P):-2x+z+3=0$ nên (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;0;-1)$.

Chọn B.

Câu 21:

A sai do chiều cao của hai khối chóp khác nhau thì thể tích của chúng khác nhau.

B sai do hai đáy của hai khối lăng trụ có diện tích khác nhau thì thể tích của chúng khác nhau.

C đúng.

D sai.

Chọn C.

Câu 22:

Xét phương trình: $\sqrt{x}=0$ có nghiệm $x=0$. Ta có $S=\int_0^4\left|\sqrt{x}\right|dx=\int_0^4\sqrt{x}dx=\frac{2}{3}x\sqrt{x}\Big|_0^4=\frac{16}{3}$.

Chọn C.

Câu 23:

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;2;4)$.

Chọn D.

Câu 24:

Khoảng cách giữa hai đáy bằng $3a$ suy ra đường cao của khối lăng trụ là $h=3a$.

Thể tích khối lăng trụ là $V=Bh=a^2.3a=3a^3$.

Chọn A.

Câu 25:

Áp dụng công thức $(\log_a x)'=\frac{1}{x\ln 10}$ ta có $(\log x)'=\frac{1}{x\ln 10}$.

Chọn C.

Câu 26:

Hàm số $y=\log_{\sqrt{2}}\left(x^2-3x+2\right)$ xác định khi và chỉ khi $x^2-3x+2>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<1 \\ x>2 \end{array}\right.$.

Vậy tập xác định: $D=\left(-\infty;1\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

Chọn A.

Câu 27:

Ta có bán kính mặt cầu $\left(S\right)$ là: $R=IA=\sqrt{\left(2-1\right)^2+\left(2-0\right)^2+\left(-3+1\right)^2}=3$.

Vậy phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ tâm I và đi qua điểm A có phương trình là:

$$\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z+1\right)^2=9.$$

Chọn C.

Câu 28:

Tọa độ một vectơ chỉ phương của d là $\left(-2;3;0\right)$.

Chọn D.

Câu 29:

Ta có: $A=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}\sqrt{b}+b^{\frac{1}{3}}\sqrt{a}}{\sqrt[6]{a}+\sqrt[6]{b}}=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{2}}+b^{\frac{1}{3}}a^{\frac{1}{2}}}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}=\dfrac{a^{\frac{1}{3}}b^{\frac{1}{3}}\left(b^{\frac{1}{6}}+a^{\frac{1}{6}}\right)}{a^{\frac{1}{6}}+b^{\frac{1}{6}}}=\left(ab\right)^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{ab}.$

Chọn A.

Câu 30:

TXĐ: $3x-2>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{2}{3}$.

Ta có: $\log_3\left(3x-2\right)=3 \Leftrightarrow 3x-2=3^3 \Leftrightarrow x=\dfrac{11}{3}\left(tm\right)$.

Chọn C.

Câu 31:

$\int f\left(x\right)dx=\int\left(x+\dfrac{1}{x-1}\right)dx=\dfrac{x^2}{2}+\ln\left|x-1\right|+C$

Chọn C.

Câu 32:

$\int\limits_0^2\dfrac{dx}{x+3}=\ln\left|x+3\right|\Big|_0^2=\ln 5-\ln 3=\ln\dfrac{5}{3}$.

Chọn C.

Câu 33:

$$\left|\frac{z-1}{z-i}\right|=1\Leftrightarrow|z-1|=|z-i|\Leftrightarrow a=b.$$

$$\left|\frac{z-3i}{z+i}\right|=1\Leftrightarrow|z-3i|=|z+i|\Leftrightarrow b=1.$$

Vậy $a=1;b=1.$ Suy ra $P=a+b=2.$

Chọn A.

Câu 34:

Xét hàm số $y=x^3-2x^2-7x+1$ trên đoạn $\left[-2;1\right]$.

Ta có: $y'=3x^2-4x-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=\dfrac{7}{3}\end{array}\right.$.

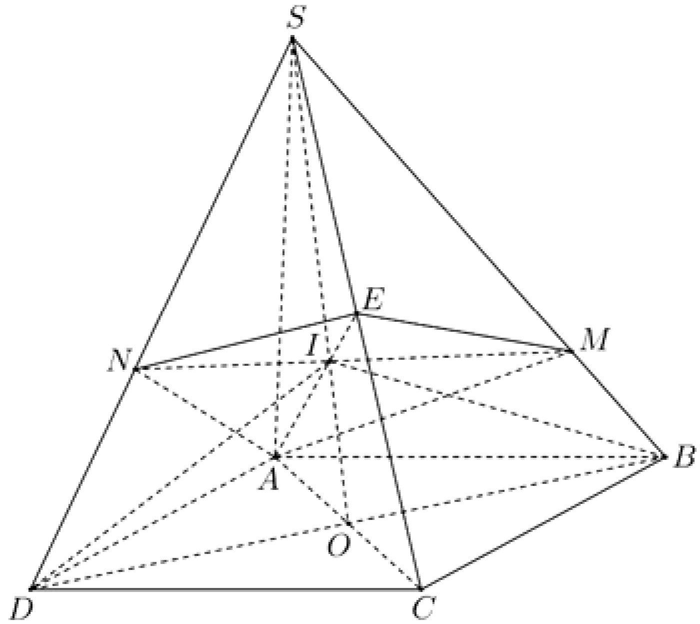
Bảng biến thiên:

x	-2		-1		1		$\frac{7}{3}$
y'		$+$	0		$-$		0
y	-1	$\nearrow$	5	$\searrow$	-7	$\searrow$	$-\frac{365}{27}$

Vậy $\max\limits_{[-2;1]} y=y\left(-1\right)=5.$

Chọn D.

Câu 35:



Mặt đáy $(ABCD)$ là hình bình hành $\Rightarrow \Delta ADC$ và ΔABC có cùng diện tích

$\Rightarrow V_{S.ADC} = V_{S.ABC}$ (hai khối chóp có cùng chiều cao và có diện tích mặt đáy bằng nhau).

Mà $V_{S.ABCD} = V_{S.ADC} + V_{S.ABC} = 24cm^3 \Rightarrow V_{S.ADC} = V_{S.ABC} = \dfrac{V_{S.ABCD}}{2} = \dfrac{24}{2} = 12\left(cm^3\right)$.

Gọi O là giao điểm của AC và $BD; I$ là giao điểm của SO và $AE \Rightarrow I$ là trọng tâm của ΔSAC và I thuộc MN. Gọi $\dfrac{SM}{SB} = a$ và $\dfrac{SN}{SD} = b\left(a > 0; b > 0\right)$.

Ta có: $\dfrac{V_{S.ANE}}{V_{S.ADC}} = \dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SN}{SD}.\dfrac{SE}{SC} = 1.b.\dfrac{1}{2} = \dfrac{b}{2}$ và $\dfrac{V_{S.AME}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SA}{SA}.\dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SE}{SC} = 1.a.\dfrac{1}{2} = \dfrac{a}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{V_{S.ANE}}{12} = \dfrac{b}{2}$ và $\dfrac{V_{S.AME}}{12} = \dfrac{a}{2} \Rightarrow V_{S.ANE} = 6b\left(cm^3\right)$ và $V_{S.AME} = 6a\left(cm^3\right)$.

Do đó: $V_{S.AMEN} = V_{S.AME} + V_{S.ANE} = 6a + 6b = 6\left(a+b\right)\left(cm^3\right)$.

Mặt khác: ΔISM và ΔISB có chung chiều cao kẻ từ I và có đáy $\dfrac{SM}{SB} = a \Rightarrow a = \dfrac{S_{ISM}}{S_{ISB}}$.

Mà I là trọng tâm của $\Delta SAC \Rightarrow \dfrac{SI}{SO} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{S_{ISB}}{S_{SOB}} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow \dfrac{S_{ISM}}{S_{SOB}} = \dfrac{2a}{3}$.

Chứng minh tương tự ta có: $\dfrac{S_{ISN}}{S_{SOD}} = \dfrac{2b}{3}$.

O là trung điểm của $DB \Rightarrow S_{SOB} = S_{SOD} = \dfrac{S_{SDB}}{2}$ hay $S_{SDB} = 2S_{SOB} = 2S_{SOD}$

$\Rightarrow \frac{2a}{3}+\frac{2b}{3}=\frac{S_{ISM}}{S_{SOB}}+\frac{S_{ISN}}{S_{SOD}}=\frac{2S_{ISM}}{2S_{SOB}}+\frac{2S_{ISN}}{2S_{SOD}}=\frac{2\left(S_{ISM}+S_{ISN}\right)}{S_{SDB}}=\frac{2S_{SNM}}{S_{SDB}}$

$\Rightarrow a+b=\frac{3S_{SNM}}{S_{SDB}}=\frac{3SN.SM.\sin MSN}{SD.SB.\sin BSD}=3.\frac{SN}{SD}.\frac{SM}{SB}=3ab.$

Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có: $ab\le \frac{\left(a+b\right)^2}{4}\Rightarrow a+b=3ab\le \frac{3\left(a+b\right)^2}{4}$

$\Rightarrow 3\left(a+b\right)\ge 4$ (do $a+b>0$) $\Rightarrow a+b\ge \frac{4}{3}\Rightarrow 6\left(a+b\right)\ge 8$ hay $V_{S.AMEN}\ge 8\left(cm^3\right)$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b=\frac{2}{3}\Leftrightarrow \frac{SM}{SB}=\frac{SN}{SD}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow MN$ đi qua I và $MN//BD$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của thể tích khối chóp $S.AMEN$ là $8cm^3$.

Chọn A.

Câu 36:

$A\left(a;0;0\right),B\left(0;b;0\right),C\left(0;0;c\right)\Rightarrow$ mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có phương trình: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$.

Mặt phẳng $\left(ABC\right)$ đi qua $I\left(1;2;3\right)\Leftrightarrow \frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1$.

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.OA.OB.OC=\frac{1}{6}abc$ (do $a>0;b>0;c>0$).

Theo bất đẳng thức AM-GM, ta có: $\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\ge 3\sqrt[3]{\frac{1}{a}.\frac{2}{b}.\frac{3}{c}}=3\sqrt[3]{\frac{6}{abc}}$

$\Rightarrow \frac{6}{abc}\le \frac{1}{27}\left(\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}\right)^3=\frac{1}{27}\Rightarrow \frac{1}{6}abc\ge 27$ hay $V\ge 27$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{1}{a}+\frac{2}{b}+\frac{3}{c}=1\\ \frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}\end{cases}\Leftrightarrow \frac{1}{a}=\frac{2}{b}=\frac{3}{c}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow \begin{cases}a=3\\ b=6.\\ c=9\end{cases}$

Vậy $a+b+c=3+6+9=18$.

Chọn C.

Câu 37:

Ta có $y'=3x^2+6\left(m+n\right)x+3\left(m^2+n^2\right)$.

Để hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;+\infty\right)\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in \mathbb{R}\Leftrightarrow \Delta'=2mn\le 0\Leftrightarrow mn\le 0$.

$P=4\left(m^2+n^2\right)-m-n=4\left(m+n\right)^2-\left(m+n\right)-8mn=\left[2\left(m+n\right)-\frac{1}{4}\right]^2-8mn-\frac{1}{16}.$

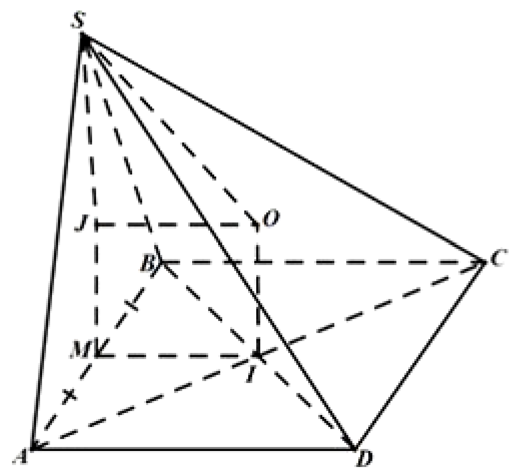
Vì $mn\le 0\Rightarrow P\ge -\frac{1}{16}.$

Dấu bằng xảy ra khi $2\left(m+n\right)-\frac{1}{4}=0; m.n=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{1}{8}; n=0 \\ m=0; n=\frac{1}{8}\end{array}\right.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $P=4\left(m^2+n^2\right)-m-n$ bằng $\frac{-1}{16}.$

Chọn A.

Câu 38:



$\left(SAB\right)\perp\left(ABCD\right)$, kẻ $SM\perp AB\Rightarrow SM\perp\left(ABCD\right).$

Gọi I là giao điểm của hai đường chéo, J là trọng tâm tam giác $SAB.$

Dựng đường thẳng Δ qua I và song song SM, suy ra Δ là trục đường tròn ngoại tiếp hình chữ nhật $ABCD$.

Dựng đường thẳng $\left(d\right)$ đi qua J và song song với MI, suy ra $\left(d\right)$ là trục đường tròn ngoại tiếp của tam giác $SAB.$

Gọi $O=\left(d\right)\cap\Delta\Rightarrow O$ là tâm mặt cầu.

$JM=\frac{1}{3}SM=\frac{1}{3}.\frac{3\sqrt{3}}{3}; IA=\frac{1}{2}AC=\frac{\sqrt{13}}{2}.$

$R=OA=\sqrt{OI^2+OA^2}=\sqrt{JM^2+IA^2}=\sqrt{\frac{3}{4}+\frac{13}{4}}=2\Rightarrow V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{32\pi}{3}.$

Chọn D.

Câu 39:

Gọi $G(2;1;3)$ là trọng tâm tam giác ABC.

Ta có $T=\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right|=3\left|\overrightarrow{MG}\right|=3MG.$ Do đó T bé nhất khi và chỉ khi MG bé nhất. Khi đó M là hình chiếu của G lên mặt phẳng $Oxy\Rightarrow M(2;1;0)\Rightarrow P=2+1+0=3.$

Chọn C.

Câu 40:

Ta có: $1+\log_5\left(x^2+1\right)\ge\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$

$\Leftrightarrow\log_5 5\left(x^2+1\right)\ge\log_5\left(mx^2+4x+m\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}mx^2+4x+m>0\\5\left(x^2+1\right)\ge mx^2+4x+m\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}mx^2+4x+m>0 & (2)\\(m-5)x^2+4x+m-5\le 0 & (3)\end{cases}.$

Bất phương trình (1) được nghiệm đúng với mọi số thực x khi và chỉ khi các bất phương trình $(2),(3)$ được nghiệm đúng với mọi số thực $x.$

+) Xét (2):

Nếu $m=0,(2)\Leftrightarrow 4x\le 0\Leftrightarrow x\le 0$ không thỏa mãn với mọi $x.$

Nếu $m\ne 0$ nghiệm đúng với mọi số thực $x\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\\Delta'=4-m^2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\\left[\begin{array}{l}m<-2\\m>2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m>2\ (a).$

+) Xét (3):

Nếu $m=5,(3)\Leftrightarrow 4x\le 0\Leftrightarrow x\le 0$ không thỏa mãn với mọi $x.$

Nếu $m\ne 5,(3)$ có nghiệm đúng với mọi số thực $x\Leftrightarrow\begin{cases}m-5<0\\\Delta'=4-(m-5)^2\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<5\\\left[\begin{array}{l}m-5\le-2\\m-5\ge 2\end{array}\right.\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m<5\\\left[\begin{array}{l}m\le 3\\m\ge 7\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\le 3\ \ (b).$

Từ (a) và (b), suy ra: Yêu cầu của bài toán xảy ra khi và chỉ khi $2<m\le 3.$

Chọn A.

Câu 41:

Gọi số phức $z = x + yi\left(x \in \mathbb{R}; y \in \mathbb{R}\right)$.

Ta có $\left|z-3-4i\right| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left|x+yi-3-4i\right| = \sqrt{5} \Leftrightarrow \left(x-3\right)^2 + \left(y-4\right)^2 = 5$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $\left(C\right)$ tâm $I\left(3;4\right)$, bán kính $R = \sqrt{5}$ $\left(1\right)$

Mà $T = \left|z+2\right|^2 - \left|z-i\right|^2 = \left|x+yi+2\right|^2 - \left|x+yi-i\right|^2 = \left(x+2\right)^2 + y^2 - \left[x^2 + \left(y-1\right)^2\right]$

$\Leftrightarrow T = 4x + 2y + 3 \Leftrightarrow 4x + 2y + 3 - T = 0$

Suy ra tập hợp điểm biểu diễn số phức z là đường thẳng $d: 4x + 2y + 3 - T = 0$ $\left(2\right)$

Do tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn hai điều kiện (1) và (2) nên $\left(C\right)$ và d có điểm chung

$\Leftrightarrow d\left(I,d\right) \le R \Leftrightarrow \dfrac{\left|4.3 + 2.4 + 3 - T\right|}{\sqrt{4^2 + 2^2}} \le \sqrt{5} \Leftrightarrow \left|23 - T\right| \le 10 \Leftrightarrow 13 \le T \le 33$

$\Leftrightarrow MaxT = 33 \Leftrightarrow \begin{cases} \left(x-3\right)^2 + \left(y-4\right)^2 = 5 \\ 4x + 2y - 30 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow z = 5 + 5i \Rightarrow \left|z\right| = 5\sqrt{2}.$

Chọn B.

Câu 42:

Đặt $t = \ln\left(x^2+1\right) \Rightarrow dt = \dfrac{2x}{x^2+1}dx \Rightarrow \dfrac{1}{2}dt = \dfrac{x}{x^2+1}dx.$

Đổi cận:

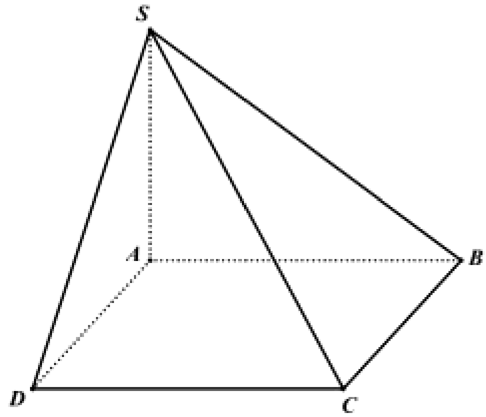
Với $x = \sqrt{e^{2021} - 1} \Rightarrow t = 2021.$

$x = 0 \Rightarrow t = 0.$

Ta có: $\displaystyle\int_0^{\sqrt{e^{2021}-1}} \frac{x}{x^2+1} f\left(\ln\left(x^2+1\right)\right)dx = \int_0^{2021} \frac{1}{2} f\left(t\right)dt = \frac{1}{2}\int_0^{2021} f\left(x\right)dx = 1.$

Chọn C.

Câu 43:



Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (SAB) bằng góc $CSB = 30^0$.

$\Rightarrow SB = BC.\cot BSC = 3a \Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 2\sqrt{2}a.$

$V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.a.a\sqrt{3}.2\sqrt{2}a = \dfrac{2\sqrt{6}a^3}{3}.$

Chọn A.

Câu 44:

Xét phương trình $\dfrac{x-2}{x-1} = -x - m \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x - 2 = -x^2 - mx + x + m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq 1 \\ x^2 + mx - m - 2 = 0 \quad (*) \end{cases}$

Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B khi và chỉ khi phương trình $x^2 + mx - m - 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác $1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4(-m-2) > 0 \\ 1 + m - m - 2 \neq 0 \end{cases}$ (đúng với $\forall m$).

Với mọi m đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt $A(a;-a-m), B(b;-b-m)$ với a, b là nghiệm của phương trình (*). Ta có $\begin{cases} a + b = -m \\ a.b = -m - 2 \end{cases}$.

$\overrightarrow{AB} = (b - a; a - b) \Rightarrow AB = \sqrt{2\left[(a+b)^2 - 4ab\right]} = \sqrt{2(m^2 + 4m + 8)}$.

Ta có phương trình $\sqrt{2(m^2 + 4m + 8)} = \sqrt{10} \Leftrightarrow m^2 + 4m + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = -3 \end{array}\right.$.

$S = (-1)^2 + (-3)^2 = 10.$

Lời bình: Có thể sử dụng công thức giải nhanh $(x_1 - x_2)^2 = \dfrac{\Delta}{a^2}$.

Chọn B.

Câu 45:

Từ đồ thị ta có:

$$f\left(2-f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-f\left(x\right)=a\left(-2<a<-1\right)\\2-f\left(x\right)=b\left(0<b<1\right)\\2-f\left(x\right)=c\left(1<c<2\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=2-a\quad\left(1\right)\ \left(-2<a<-1\right)\\f\left(x\right)=2-b\quad\left(2\right)\ \left(0<b<1\right)\\f\left(x\right)=2-c\quad\left(3\right)\ \left(1<c<2\right)\end{array}\right.$$

Với $-2<a<-1\Leftrightarrow 4>2-a>3:$ Phương trình $\left(1\right)$ có một nghiệm phân biệt.

Với $0<b<1\Leftrightarrow 2>2-b>1:$ Phương trình $\left(2\right)$ có một nghiệm phân biệt.

Với $1<c<2\Leftrightarrow 1>2-c>0:$ Phương trình $\left(3\right)$ có ba nghiệm phân biệt.

Mặt khác $\left(2-c\right)<1<\left(2-b\right)<2<\left(2-a\right)$, suy ra nghiệm của các phương trình $\left(1\right),\left(2\right),\left(3\right)$ không trùng nhau. Vậy phương trình $f\left(2-f\left(x\right)\right)=0$ có 5 nghiệm phân biệt.

Chọn B.

Câu 46:

Ta đặt $10^z=u$. Khi đó $x^3+y^3=a.u^3+b.u^2.\ \left(1\right)$

Hơn nữa, $\log\left(x+y\right)=z$ và $\log\left(x^2+y^2\right)=z+1$ ta được

$\log\left(x+y\right)=z\Rightarrow x+y=10^z=u$ và $\log\left(x^2+y^2\right)=z+1\Rightarrow x^2+y^2=10.10^z=10u.$

$\Rightarrow\left(x+y\right)^2-2xy=10u\Rightarrow u^2-2xy=10u.$

Ta suy ra $xy=\dfrac{u^2-10u}{2}.$

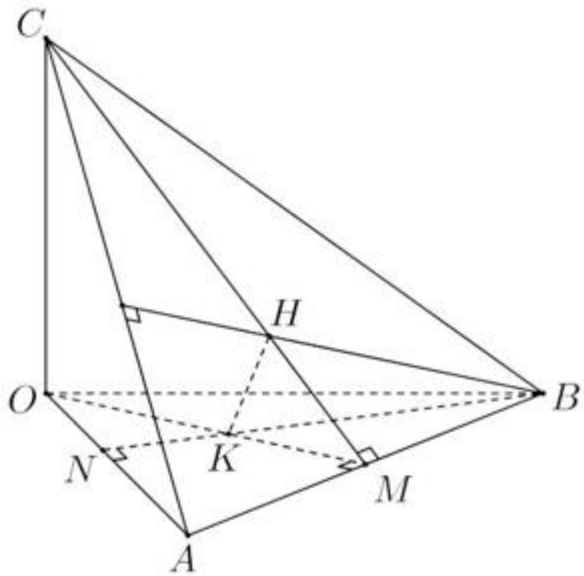
Mà $x^3+y^3=\left(x+y\right)^3-3xy\left(x+y\right)=u^3-\dfrac{3u\left(u^2-10u\right)}{2}=-\dfrac{1}{2}u^3+15u^2.\left(2\right)$

Từ $\left(1\right),\left(2\right)$ đồng nhất thức 2 vế ta được: $a=-\dfrac{1}{2},b=15.$

Vậy $a+b=-\dfrac{1}{2}+15=\dfrac{29}{2}.$

Chọn C.

Câu 47:



Ta có $(OAB)=(Oxy), C\in Oz$ suy ra $OC\perp(OAB)$.

Mà $B(3;4;0)\Rightarrow OB=\sqrt{3^2+4^2}=5=OA\Rightarrow \Delta OAB$ cân tại O.

Gọi M là trung điểm của AB, K là trực tâm của tam giác OAB.

Suy ra $OM\perp AB$ và $K\in OM$.

Ta có $\begin{cases} AB\perp OM \\ AB\perp OC \end{cases}\Rightarrow AB\perp(OCM)\Rightarrow AB\perp HK$ (do $HK\subset(OCM)$) (1).

Mặt khác $\begin{cases} BK\perp OA \\ BK\perp OC \end{cases}\Rightarrow BK\perp(OAC)\Rightarrow BK\perp AC$.

Mà $BH\perp AC$ (do H là trực tâm của ΔABC) suy ra $AC\perp(BHK)\Rightarrow AC\perp HK$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $HK\perp(ABC)\Rightarrow HK\perp HM\Rightarrow \Delta KHM$ vuông tại H.

Vì $M, K, (OCM)$ cố định và $KHM=90^0$ nên H thuộc đường tròn đường kính KM.

Gọi N là hình chiếu của B lên trục Ox, suy ra $N(3;0;0)$.

Từ đó ta tính được $NA=2, BN=4$ và $AB=2\sqrt{5}$.

Ta có ΔBMK đồng dạng ΔBNA (g.g) nên suy ra $\dfrac{MK}{NA}=\dfrac{BM}{BN}\Leftrightarrow \dfrac{MK}{2}=\dfrac{\frac{1}{2}AB}{4}\Leftrightarrow MK=\dfrac{\sqrt{5}}{2}$.

Vậy khi C di động trên trục Oz thì H luôn thuộc đường tròn cố định có bán kính bằng $\dfrac{MK}{2}=\dfrac{\sqrt{5}}{4}$.

Chọn D.

Câu 48:

Đặt $\begin{cases} u=\ln\left(x^2+9\right) \\ dv=xdx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du=\dfrac{2x}{x^2+9}dx \\ v=\dfrac{1}{2}x^2 \end{cases}$.

Khi đó $\int\limits_0^4 x\ln\left(x^2+9\right)dx=\frac{1}{2}x^2\ln\left(x^2+9\right)\Big|_0^4-\int\limits_0^4\frac{x^3}{x^2+9}dx=16\ln 5-I$ (với $I=\int\limits_0^4\frac{x^3}{x^2+9}dx$).

Đặt $t=x^2+9\Rightarrow dt=2xdx\Rightarrow xdx=\frac{1}{2}dt$.

Đổi cận: với $x=0\Rightarrow t=9,$ với $x=4\Rightarrow t=25.$

Khi đó $I=\frac{1}{2}\int\limits_9^{25}\frac{t-9}{t}dt=\frac{1}{2}\int\limits_9^{25}\left(1-\frac{9}{t}\right)dt=\frac{1}{2}\left(t-9\ln t\right)\Big|_9^{25}=8-9\ln 5+9\ln 3$

Suy ra $\int\limits_0^4 x\ln\left(x^2+9\right)dx=16\ln 5-\left(8-9\ln 5+9\ln 3\right)=25\ln 5-9\ln 3-8.$

Vậy $\begin{cases} a=25 \\ b=-9 \\ c=-8 \end{cases}\Rightarrow T=a+b+c=25-9-8=8.$

Chọn D.

Câu 49:

TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{-m}{2}\right\}; y'=\frac{m^2-4}{\left(2x+m\right)^2}$.

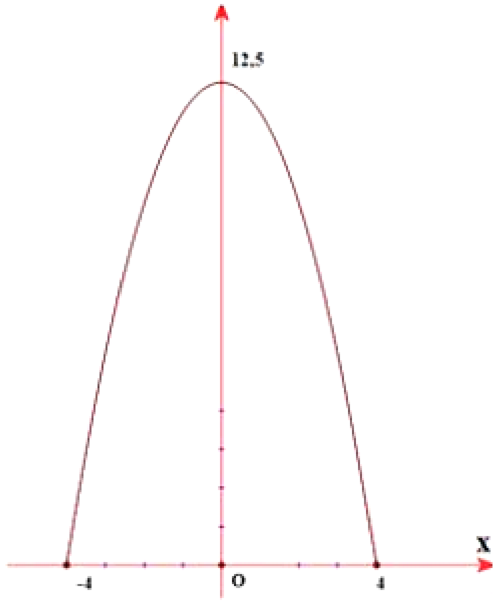
Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;1\right)$ khi

$\begin{cases} \dfrac{-m}{2}\notin\left(0;1\right) \\ m^2-4<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} \dfrac{-m}{2}\le 0 \\ \dfrac{-m}{2}\ge 1 \end{array}\right. \\ -2<m<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -2 \end{array}\right. \\ -2<m<2 \end{cases}$. Vậy có 2 giá trị m nguyên thỏa mãn.

Chọn D.

Câu 50:

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ



Gọi $(P)\ y = ax^2 + bx + c$. Do (P) có đỉnh là $(0;12,5)$ và đi qua điểm $(4;0)$, nên ta có: $\begin{cases} b = 0 \\ c = 12,5 \\ a = -\dfrac{25}{32} \end{cases}$

Diện tích của cổng là $S = \int_{-4}^{4} \left(-\dfrac{25}{32}x^2 + 12,5 \right) dx = \dfrac{200}{3}$.

Chọn A.