

- **Tema 4: Enfriamiento y calentamiento**

Resumen de la aplicación de las EDO en el Enfriamiento y calentamiento según el material en el libro (Edwards & Penney, 4ta edición, págs. 40-41, incluyendo el ejemplo resuelto)

- **Parte A (Ley de Newton e isoclinas).** Justo antes del mediodía se encuentra el cuerpo de una víctima de un presunto homicidio dentro de un cuarto que se conserva a una temperatura constante de  $70^{\circ}\text{F}$ . A las 12 del día la temperatura del cuerpo es de  $80^{\circ}\text{F}$  y a la 1 P.M. de  $75^{\circ}\text{F}$ . Considere que la temperatura del cuerpo al morir era de  $98.6^{\circ}\text{F}$  y que éste se ha enfriado de acuerdo con la ley de Newton. ¿A qué hora murió la víctima?

1. Dibuje el campo de isoclinas para el modelo en el plano e interprételo cualitativamente.

- **Parte B (Bifurcación).** Para modelar cambios de régimen térmico en una temperatura adimensional  $u(t)$  (desviación respecto al ambiente), considere la EDO con parámetro  $\mu$ :

$$\frac{du}{dt} = \mu u + u^3.$$

1. Determine los puntos de equilibrio en función de  $\mu$ .

2. Clasifique su estabilidad mediante  $u' = \mu + 3u^2$ .

3. Construya el diagrama de bifurcación en el plano  $(\mu, u)$  e identifique el tipo de bifurcación. Interprete cualitativamente qué significa, en este contexto térmico, que  $\mu$  cambie de signo.

- **Parte C (Plano de fase y estabilidad).** Considere el siguiente sistema lineal *numéricico* que modela un sólido con temperatura interna  $X(t)$  en contacto con una “capa” o camisa  $Y(t)$ , estando el ambiente fijo en  $A = 70$  (se trabaja con temperaturas relativas  $x = X - A$ ,  $y = Y - A$ ):

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -4(x - y), \\ \frac{dy}{dt} = -y. \end{cases}$$

1. Calcule los puntos críticos y clasifíquelos (tipo y estabilidad).

2. Verifíquelo construyendo el plano de fase y explique brevemente el significado físico de las trayectorias.