

Vincent Manet

Méthode des éléments finis

*Vulgarisation des aspects mathématiques
et illustration de la méthode*

Vincent Manet — 2013 (Ceci est la version « livre » de ce document)

Ce document est sous licence Creative Commons 3.0 France :

- paternité ;
- pas d'utilisation commerciale ;
- partage des conditions initiales à l'identique ;

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/deed.fr>



Introduction

Dans ce (de moins en moins court) document, plutôt à destination d'ingénieurs mécaniciens connaissant déjà la méthode des éléments finis, nous allons essayer de faire une présentation un peu plus théorique que ce qui leur est généralement proposé (et qui est quand même souvent de type « preuve par les mains », ce qui occulte trop de points).

Nous ne ferons appel qu'à des notions mathématiques de bases généralement déjà vues pour la plupart en taupe (ou en tout début de cycle d'ingé)... bien que des compléments que l'on peut qualifier d'élémentaires nous aient été demandés et aient été inclus.

Nous espérons, grâce à cette présentation théorique montrer toute la souplesse et la puissance de la méthode, afin de permettre au lecteur d'envisager d'autres simulations que celles qu'il a pu déjà réaliser par le passé.

But du document

Le but initial était de *présenter brièvement la théorie mathématique* derrière les éléments finis afin que les ingénieurs utilisant cette méthode puisse en envisager toutes les applications, ainsi que de *couvrir les aspects qui, selon nous, devraient être connus de tout ingénieur mécanicien impliqué ou intéressé par le calcul numérique.*

Toutefois, il s'envisage comme support de référence à plusieurs cours, cours qui ne portent pas sur tous les aspects traités dans ce document, et pendant lesquels les aspects pratiques sont plus développés (avec mise en situation sur machine).

Même si nous avons voulu rester le plus succinct possible, l'introduction de notions de proche en proche a conduit à un document fait aujourd'hui une certaine taille (par exemple, nous avons besoins des espaces de Sobolev, mais comment les introduire sans parler des espaces de Lebesgue, mais comment les introduire sans parler...).

Aussi le document a-t-il finalement été découpé en plusieurs parties : un survol des notions mathématiques, puis le traitement du problème continu constituent l'ossature théorique nécessaire à asseoir la MEF sur un socle solide. La discrétisation par éléments finis à proprement parler n'est abordé qu'ensuite, et d'ailleurs un seul chapitre suffirait à en faire le tour... sauf à entrer plus dans le détail concernant « ce qui fâche » : homogénéisation, non linéarité, dynamique, ce qui est fait dans des chapitres séparés.

Enfin, d'autres méthodes sont abordées car également très employées aujourd'hui. Aussi est-il indispensable selon nous d'en avoir entendu parlé et d'en connaître les principales notions (BEM, FEEC...).

En annexes, se trouve un petit fourre-tout comprenant des choses censées être maîtrisées depuis la taupe (mais qui parfois nous sont demandées) et les compléments qui alourdiraient encore les propos précédents.

Certaines notions (essentiellement de topologie) ne sont pas présentées dans ce document. Il nous a semblé que le lecteur devait avoir quelques souvenirs de ce qu'est un ouvert, un fermé, l'adhérence, la densité... Par ailleurs, leur nom peut être suffisamment évocateur pour se passer d'une définition formelle dans le contexte de ce document.

Attention, ce document n'est pas un document de mathématiques, il ne contient d'ailleurs aucune preuve. C'est, dans ces deux premières parties, un document de vulgarisation de notions mathématiques nécessaires à une bonne compréhension de la méthode des éléments finis.

Nous avons voulu réaliser un survol des notions importantes, mais malgré tout, afin de ne pas être parfois trop laconique, nous avons un peu débordé.

En fin de document, un petit index des noms propres permettra au lecteur de replacer les divers développements mentionnés dans l'histoire... Il se peut qu'il subsistent quelques erreurs, notamment au niveau des nationalités mentionnées, car il n'est pas toujours aisé de déterminer rapidement cette information (et nous ne connaissons pas toutes les biographies des personnes citées).

Ce document a été réalisé très rapidement, et de manière extrêmement hachée. Il comporte forcément encore beaucoup de fautes : merci de m'en faire part.

Démarche de l'ingénieur numéricien

En préambule à ce document, nous tenions à synthétiser la démarche complète de l'ingénieur numéricien :

- Modélisation / mise en équations – Construction du problème continu (système d'EDP).
- Analyse mathématique du problème posé – Existence, unicité, propriétés des solutions.
- Conception d'une méthode numérique – Construction d'un problème discrétisé.
- Analyse numérique – Questions de stabilité, convergence, précision.
- Algorithmique – Choix de méthodes de résolution en dimension finie.
- Mise en œuvre sur ordinateur – Programmation.
- Pre et Post Traitement (maillages / visualisation) – Interpolation, extrapolation, outils de la CAO.

Tous ces points ne seront évidemment pas abordés dans ce document !

Remerciements :

Nous n'avions pas prévu de réaliser une deuxième version aussi rapidement. Celle-ci existe suite aux sollicitations de Mathias Legrand. C'est lui qui a développé les macros nécessaires à l'amélioration très très nette de la qualité typographique (environnements pour les notes historiques, les théorèmes, lemmes...).

C'est également pourquoi coexistent aujourd'hui deux versions (mais issues du même code source) : l'une que nous appelons « version cours » (plus en accord avec ce que nous proposons en cours), et l'autre « version livre », plus proche d'un ouvrage.

Table des matières

Introduction	3
But du document	3
Démarche de l'ingénieur numéricien	4
Table des matières	5
1 La rupture en mécanique	7
1.1 Approches globale et locale	7
1.2 Mécanique linéaire de la rupture	8
1.2.1 Concentrations de contraintes des défauts	8
1.2.2 Équilibre énergétique	9
1.2.3 Taux d'énergie libre G	10
1.2.4 Facteur d'intensité de contrainte K	11
1.2.5 Intégrale J	13
1.3 Mécanique élastoplastique de la rupture	14
1.3.1 Détermination de la zone plastique	15
1.3.2 Modèle d'Irwin	15
1.3.3 Autres modèles	15
1.4 Modélisation numérique de la rupture	16
1.4.1 Par la méthode des éléments finis	16
1.4.2 Par les méthodes sans maillage	17
1.4.3 Par les éléments étendus	18
1.5 Fatigue et durée de vie	18
1.5.1 Courbe et limite de fatigue	18
1.5.2 Cumul des dommages : principes de Miner	18
1.5.3 Propagation : loi de Paris	19
1.5.4 Prédiction de la durée de vie	20
1.5.5 Sur la fatigue des composites	21

Chapitre 1

La rupture en mécanique

La mécanique de la rupture s'intéresse à la formation et à la propagation de fissures macroscopiques dans les structures, ce qui peut conduire à la séparation d'un corps en deux parties disjointes suite à une phase d'amorçage qui a vu le développement de microcavités, microfissures... mais les fissures peuvent aussi s'arrêter. Le mode de rupture peut être fragile (sans déformation plastique) ou ductile (avec déformation plastique).

La résilience est le rapport de l'énergie nécessaire pour rompre une pièce sur la section droite de matière rompue : elle caractérise l'énergie nécessaire pour produire la rupture. La résilience évolue avec la température (la température de transition caractérise le passage d'une mode de rupture à un autre : fragile ou ductile). Par ailleurs, le mode de rupture dépend de l'état de contrainte, en particulier de la *triaxialité des contraintes* (rapport du premier sur le second invariant, voir paragraphe ??) : un matériau très plastique peut développer des ruptures fragiles ; un matériau sans plasticité ne présentera que des ruptures fragiles.

En fonction du chargement et du matériau considéré :

- si le milieu est globalement plastique ou viscoplastique, on recourra à la mécanique non linéaire de la rupture, ou approche locale (description fine des contraintes et déformations en pointe de fissure à l'aide de modèles non linéaires) ;
- si la plasticité absente ou très confinée, on utilisera la mécanique linéaire de la rupture.

1.1 Approches globale et locale

On distingue deux approches :

- Approche globale : le principal avantage est la relative simplicité d'application aux calculs éléments finis ou analytiques grâce à des *grandeurs scalaires représentant l'état de la fissure*, mais qui sont des approximations qui peuvent manquer de pertinence ;
- Approche locale : qui veut *modéliser finement le comportement réel*, mais se confronte à la singularité des contraintes en fond de fissure.

D'un point de vue numérique, les deux approches nécessitent des maillages fins en pointe de fissure afin de décrire le front de fissure et de permettre le calcul de la concentration des contraintes et déformations. Il faut ajouter également des modèles de comportement adaptés :

- l'approche globale nécessite un maillage rayonnant avec faces perpendiculaires au front de fissure ;
- alors que l'approche locale impose un maillage fin (calcul des contraintes), dont la taille est imposée ainsi que le type d'éléments.

Les fissures sont souvent trop complexes pour être parfaitement reproduites, ce qui impose des approximations du domaine, ce qui rend le choix du type d'éléments et leur taille encore plus critique.

La modélisation du comportement des matériaux est importante puisque directement liée au calcul des sollicitations en pointes de fissure, qui de plus apparaissent toujours dans des zones où les sollicitations sont complexes (fatigue, fluage, plasticité, endommagement...).

La *modélisation de l'avancée de la fissure* conduit à de très fortes non linéarités (avec des problèmes de convergence dans les algorithmes). De plus, la modélisation de l'avancée de fissure est liée à la discrétisation faite, donc est liée à la taille des éléments.

Les mailleurs automatiques sont souvent incapables de mener à bien leur tâche car il y a une incompatibilité entre les dimensions de la structure et la finesse nécessaire pour la fissure, et parce que les approches locale et globale ont des spécificités de maillage différentes et difficiles à prendre en compte. Il est donc souvent nécessaire de développer ses propres outils de maillage. De plus beaucoup de critères mis au point en 2D ne sont pas forcément valables en 3D.

Les problèmes actuels sur lesquels portent la recherche sont :

- la *propagation*, qui reste un domaine numérique difficile à aborder, en particulier les *critères de propagation* de fissure, surtout en 3D et/ou en dynamique.
- les *mailleurs* (voir ci-dessus), et même en amont, les *critères de maillage*, surtout en 3D.

On opte également pour une approche couplée essais / calculs :

- développement des paramètres pertinents en mécanique de la rupture ;
- développement d'outils analytiques et critères associés ;
- développement / validation des critères.

Approches numériques des fissures

Fissure droite sollicitée en mode I Le trajet de propagation peut être connu *a priori*, et on trouve les méthodes de déboulochage dans lesquelles la moitié de la structure est maillée et les nœuds situés sur la ligne de propagation sont libérés à mesure que la fissure avance. Mais il faut relâcher les nœuds progressivement en appliquant des forces nodales physiquement pertinentes.

Fissure courbe

- méthodes de remaillage : voir problème de maillage
- éléments d'interface : le trajet de la fissure est imposé par la discrétisation et il faut choisir la loi de décohesion à l'interface.

Élément avec un nœud supplémentaire au quart de ses côtés (ou ayant son nœud intermédiaire déplacé), qui permet d'intégrer exactement la singularité élastique, mais il reste nécessaire de disposer d'un outil spécifique de remaillage.

Méthodes sans maillage Elles permettent de s'affranchir des problèmes liés à la connaissance trop intime de la fissure ;

Méthodes utilisant la partition de l'unité Elles permettent de s'affranchir du maillage explicite de la fissure dont la description se fait au moyen d'éléments géométriques ou de fonctions de niveau pour le problème 3D.

Notons que les méthodes de remaillage peuvent introduire des singularité dans la discrétisation temporelle qui sont peu souvent mentionnées.

1.2 Mécanique linéaire de la rupture

1.2.1 Concentrations de contraintes des défauts

Histoire

On a souvent attribué aux défauts du matériau la cause principale de la rupture fragile. Sur la base d'une analyse des contraintes, Kirsch (1898) et Inglis (1913, cité au 8ème symposium de mécanique des roches en 1966) avaient déjà donné des solutions analytiques pour le calcul du facteur de concentration des contraintes pour des plaques infinies soumises à la traction avec respectivement un trou circulaire et un trou elliptique.

Mais le facteur de concentration des contraintes devenait infini dans le cas d'une fissure et cela

signifiait que des contraintes externes très faibles suffisaient pour la rupture d'un solide fissuré, ce qui est en contradiction avec la réalité.

Inglis, donc, en 1913, a montré l'effet de concentration de contraintes. Considérons une plaque avec un trou elliptique, de grand axe $2a$ et petit axe $2b$, dont la largeur ℓ est très supérieure aux dimensions du trou (i.e. $\ell \gg 2a$) et soumise à une contrainte nominale constante σ — voir figure 1.1a. La contrainte en pointe de fissure (point A) est :

$$\sigma_A = \sigma \left(1 + \frac{2a}{b} \right) \quad (1.1)$$

Le facteur de concentration de contraintes k_f est défini comme $k_f = \sigma_A / \sigma$:

- si $a = b$, alors $k_f = 3$;
- si $a \rightarrow \infty$, Inglis propose $\sigma_A = \sigma(1 + 2\sqrt{a/\rho})$, où $\rho = b^2/A$ est le rayon en pointe de fissure ;
- si $a \gg b$, alors $\sigma_A = 2\sigma\sqrt{a/\rho}$.

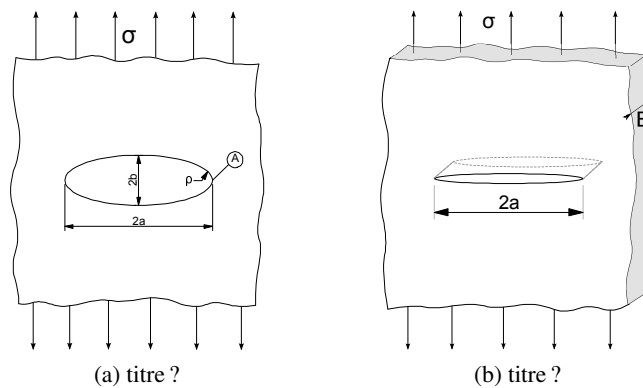


FIGURE 1.1 – Titre ?

1.2.2 Équilibre énergétique

Histoire

La mécanique de la rupture a été inventée pendant la Première Guerre mondiale par l'ingénieur aéronautique anglais A. A. Griffith pour expliquer la rupture des matériaux fragiles. Le travail de Griffith a été motivé par deux faits contradictoires :

1. La contrainte nécessaire pour rompre un verre courant est d'environ 100 MPa ;
2. La contrainte théorique nécessaire à la rupture de liaisons atomiques est d'environ 10 000 MPa.

Une théorie était nécessaire pour concilier ces observations contradictoires. En outre, les expérimentations sur les fibres de verre que Griffith lui-même a mené suggèrent que la contrainte de rupture augmente d'autant plus que le diamètre des fibres est petit. Par conséquent il en déduit que le paramètre de résistance uniaxiale à la rupture R_r , utilisé jusqu'alors pour prédire les modes de défaillance dans le calcul des structures, ne pourrait pas être une valeur indépendante des propriétés du matériau.

Griffith suggère que la faiblesse de la résistance à la rupture observée dans ses expériences, ainsi que la dépendance de l'intensité de cette résistance, étaient due à la présence de défauts microscopiques préexistants dans le matériau courant.

Pour vérifier l'hypothèse de défauts préexistants, Griffith a introduit une discontinuité artificielle dans ses échantillons expérimentaux. La discontinuité artificielle était une forme de fissure débouchante plus importante que les autres discontinuités supposées préexistantes dans l'échantillon.

Les expériences ont montré que le produit de la racine carrée de la longueur de défauts et la contrainte à la rupture étaient à peu près constante.



Griffith

En 1920, Griffith considère le cas d'une plaque d'épaisseur B contenant une fissure de longueur $2a$ et dont la largeur ℓ est très supérieure aux dimensions de la fissure (i.e. $\ell \gg 2a$) et à son épaisseur

(i.e. $\ell \gg B$), soumise à une contrainte nominale constante σ — voir figure 1.1b. Sous l'hypothèse de contrainte plane, Griffith montre que l'équilibre énergétique est :

$$\frac{dE}{dA} = \frac{d\Pi}{dA} + \frac{dW_s}{dA} = 0 \quad (1.2)$$

où $A = 2aB$ est l'aire de la fissure, dA l'accroissement de fissure, E l'énergie totale, Π l'énergie potentielle et W_s l'énergie nécessaire pour la progression du défaut.

Griffith montre également que l'énergie potentielle Π est liée à l'énergie potentielle de la plaque sans défaut par la relation :

$$\Pi = \Pi_0 - \left(\frac{\pi a \sigma^2}{E} \right) 2aB \quad (1.3)$$

et que W_s est donnée par :

$$W_s = 4aV\gamma_s \quad (1.4)$$

avec γ_s l'énergie de progression du défaut par unité de surface. L'équation d'équilibre énergétique de Griffith conduit à :

$$-\frac{d\Pi}{dA} = \frac{dW_s}{dA} \quad (1.5)$$

et donc :

$$\frac{\pi a \sigma^2}{E} = 2\gamma_s \quad (1.6)$$

Griffith obtient donc la contrainte globale de rupture σ_f pour les matériaux fragiles (uniquement) :

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E\gamma_s}{\pi a}} \quad (1.7)$$

Ces travaux seront complétés par Irwin afin de prendre en compte le cas de la rupture ductile (pour les matériaux métalliques). Ce dernier obtient la contrainte globale de rupture :

$$\sigma_f = \sqrt{\frac{2E(\gamma_s + \gamma_p)}{\pi a}} \quad (1.8)$$

où γ_p est l'énergie plastique de progression de fissure par unité de surface (i.e. en rupture fragile $W_f = \gamma_s$, et en rupture ductile $W_f = \gamma_s + \gamma_p$).

1.2.3 Taux d'énergie libre G

Histoire

L'œuvre de Griffith a été largement ignorée par la communauté des ingénieurs jusqu'au début des années 1950. Les raisons semblent être que, pour les matériaux employés dans la réalisation des structures, le niveau réel d'énergie nécessaire pour causer la rupture est de plusieurs ordres de grandeur supérieur à l'énergie de surface correspondante et que, dans les matériaux de construction il y a toujours des déformations élastiques en fond de fissure ce qui rend l'hypothèse du milieu élastique linéaire avec contraintes infinie en pointe de la fissure tout à fait irréaliste.

La théorie de Griffith concorde parfaitement avec les données expérimentales sur des matériaux fragiles tels que le verre. Pour des matériaux ductiles tels que l'acier, l'énergie de surface prédite par la théorie de Griffith est souvent irréaliste. Un groupe de travail dirigé par G. R. Irwin à l'US Naval Research Laboratory, constitué durant la Seconde Guerre mondiale, a réalisé que la plasticité doit jouer un rôle important dans la rupture des matériaux ductiles.

Dans les matériaux ductiles (et même dans des matériaux qui semblent être fragiles), une zone plastique se développe en front de fissure. L'augmentation de la dimension de la zone plastique est fonction de l'augmentation de la charge jusqu'à ce que la fissure se propage libérant les contraintes en arrière du fond de fissure. Le cycle de chargement/libération de chargement plastique aux abords du front de fissure conduit à la dissipation d'énergie comme le ferait un traitement thermique de relaxation de contrainte. Par conséquent, un terme dissipatif doit être ajouté à la relation de

l'équilibre énergétique tel qu'élaborée par Griffith pour les matériaux cassants. En termes physiques, de l'énergie supplémentaire est nécessaire pour que la propagation des fissures se produise dans les matériaux ductiles si on les compare aux matériaux fragiles. La stratégie d'Irwin a été de partitionner l'énergie en :

1. énergie stockée en déformation élastique (effet ressort) qui se libère lors de la propagation d'une fissure et ;
2. énergie dissipée qui comprend la dissipation plastique et l'énergie de surface (et toutes les autres forces dissipatives qui peuvent être au travail).

Poursuivant ses travaux, Irwin propose en 1957 une mesure énergétique G pour caractériser la rupture :

$$G = \frac{d\Pi}{dA} \quad (1.9)$$

En négligeant l'énergie cinétique, la puissance disponible pour ouvrir une fissure de surface A est égale à la variation d'énergie potentielle totale, résultat de la variation de l'énergie élastique stockée dans la structure et de la variation d'énergie liée aux forces extérieures. Cette contribution mécanique est appelée taux de restitution d'énergie.

G est la quantité d'énergie permettant un accroissement de fissure de dA et est aussi appelé force d'expansion de fissure ou taux de restitution d'énergie.

En revenant au cas traité par Griffith, on obtient en contraintes planes :

$$G = \frac{\pi a \sigma^2}{E} \quad (1.10)$$

et ainsi, une fissure va progresser si G atteint une valeur critique G_c :

$$G_c = \frac{dW_s}{dA} = 2\gamma_s \quad (1.11)$$

où γ_s est l'énergie de progression du défaut par unité de surface. G_c est la mesure de ténacité à la rupture du matériau.

1.2.4 Facteur d'intensité de contrainte K

Histoire

Une autre réalisation importante du groupe de travail dirigé par Irwin a été de trouver une méthode de calcul de la quantité d'énergie disponible pour une fracture au niveau de la contrainte asymptotique et les champs de déplacement autour d'un front de fissure dans un solide idéalement élastique.

C'est le facteur d'intensité de contrainte.

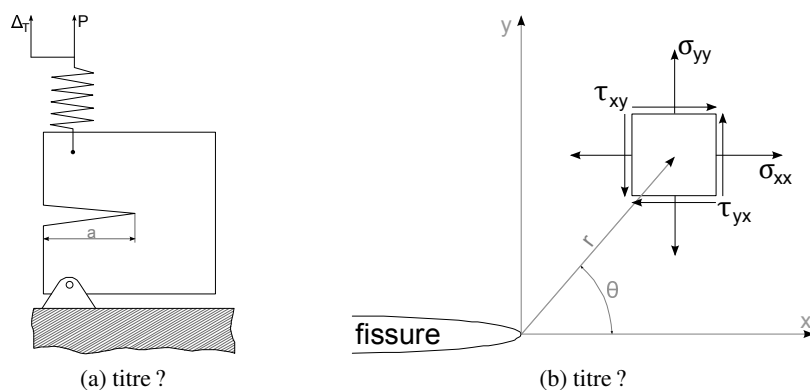


FIGURE 1.2 – Titre ?

Pour certaines configurations de structures soumises à un chargement, on peut démontrer que :

$$\sigma_{ij} = \frac{k}{\sqrt{r}} f_{ij}(\theta) + \sum_{m=0}^{\infty} A_m r^{m/2} g_{ij}(\theta) \quad (1.12)$$

où $f_{ij}(\theta)$ est une fonction adimensionnelle, et (r, θ) les coordonnées polaires en fond de fissure. En posant :

$$K = k\sqrt{2\pi} \quad (1.13)$$

Irwin montre en 1957 qu'au voisinage du fond de fissure, on a :

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(I)} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(I)}(\theta) \quad (1.14)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(II)} = \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(II)}(\theta) \quad (1.15)$$

$$\lim_{r \rightarrow 0} \sigma_{ij}^{(III)} = \frac{K_{III}}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}^{(III)}(\theta) \quad (1.16)$$

trois modes de chargements pouvant s'appliquer à une fissure. Ces trois modes sont donnés à la figure 1.3. Pour un mode mixte général il vient :

$$\sigma_{ij}^{(total)} = \sigma_{ij}^{(I)} + \sigma_{ij}^{(II)} + \sigma_{ij}^{(III)} \quad (1.17)$$

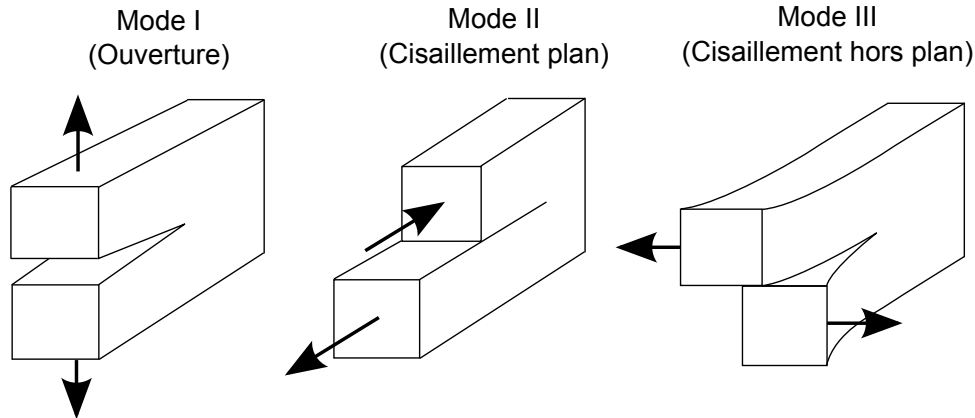


FIGURE 1.3 – Modes de chargement d'une fissure

La détermination de K peut se faire analytiquement uniquement pour des géométries simples. Pour des cas plus complexes, il faut le faire numériquement ou expérimentalement.

- *Par les contraintes : par exemple K_I sera prise égale à la valeur obtenue (post-traitée) de $\sigma_{yy}\sqrt{2\pi r}$ en fond de fissure. Cette méthode simple et directe est peu précise (car on utilise les contraintes).*
- *Par les déplacements : K_I est obtenu par $v\sqrt{2\pi/r}$ en fond de fissure (obtenu par extrapolation), v étant le coefficient de Poisson. Cette méthode relativement simple nécessite de raffiner le maillage autour de la fissure et sa précision n'est pas excellente (environ 5%).*

ATTENTION : il ne faut pas confondre K_I avec K_t qui est le facteur de concentration de contrainte, sans dimension, et qui caractérise le rapport entre la contrainte normale maximale et la contrainte à l'infini au voisinage d'une entaille.

$$K_t = \frac{\sigma_{22max}}{\sigma_{\infty}} \quad (1.18)$$

Si l'on reprend le cas de la plaque plane semi-infinie traitée par Griffith, en exprimant le champ de contraintes au voisinage du fond de fissure et en faisant tendre θ vers 0, on obtient des relations entre G et K :

$$G_I = \frac{K_I^2}{E} \quad \text{et en déformations plane : } G_I = (1 - \nu^2) \frac{K_I^2}{E} \quad (1.19)$$

$$G_{II} = \frac{K_{II}^2}{E} \quad \text{et en déformations plane : } G_{II} = (1 - \nu^2) \frac{K_{II}^2}{E} \quad (1.20)$$

$$G_{III} = (1 + \nu) \frac{K_{III}^2}{E} \quad (1.21)$$

1.2.5 Intégrale J

L'intégrale J (intégrale curviligne) représente un moyen de calculer le taux de restitution d'énergie de déformation ou de travail (énergie) par unité de surface de zone rompue au sein d'un matériau.

Histoire

Le concept théorique de l'intégrale J a été développé, de façon indépendante, en 1967 par Cherepanov et en 1968 par Rice. Ces travaux mettent en évidence que le contour délimitant la zone plastique aux abords du front de fissure (appelé J) est indépendant du profil (contour) de la fissure.

Par la suite, des méthodes expérimentales ont été élaborées pour permettre la mesure des propriétés de rupture de critiques à partir d'échantillons à l'échelle du laboratoire pour des matériaux dans lesquels la dimension des prélèvements est insuffisante pour garantir la validité des hypothèses de la mécanique linéaire élastique de la rupture, et d'en déduire une valeur critique de l'énergie de rupture J_{Ic} .



Cherepanov

Rice

La quantité J_{Ic} définit le point à partir duquel se forme une zone plastique dans le matériau au moment de la propagation et pour un mode de chargement.

L'intégrale J est équivalente au taux de restitution de l'énergie de déformation d'une fissure dans un solide soumis à une charge constante. Cela est vrai, dans des conditions quasi-statiques, tant pour les matériaux linéairement élastiques que pour les échantillons expérimentés à petite échelle en passe de céder en front de fissure.

Considérons un solide linéaire élastique homogène 2D sur lequel agissent des forces T_k . Les efforts de traction s'écrivent $T_i = \sigma_{ij} n_j$ (où n est la normale sortante à Γ). La densité d'énergie interne élastique est :

$$\omega = \int_0^{\epsilon_{kl}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (1.22)$$

On travaille en l'absence de forces de volumes, d'où $\sigma_{ij,i} = 0$, et sous hypothèse de petites déformations, soit $\epsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2$. Les intégrales curvilignes :

$$Q_j = \int_{\Gamma} (\omega n_j - T_k u_{k,j}) d\Gamma, \quad j, k = 1, 2, 3 \quad (1.23)$$

peuvent s'écrire :

$$Q_j = \int_{\Gamma} (\omega n_j - \sigma_{lk} n_l u_{k,j}) d\Gamma = \int_{\Gamma} (\omega \delta_{jl} - \sigma_{lk} u_{k,j}) n_l d\Gamma \quad (1.24)$$

Le théorème de divergence puis quelques manipulations de l'opérande permettent d'arriver au résultat suivant : $Q_j = 0$. De là, on en tire que la densité d'énergie interne élastique

$$\omega = \int_0^{\epsilon_{kl}} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij} \quad (1.25)$$

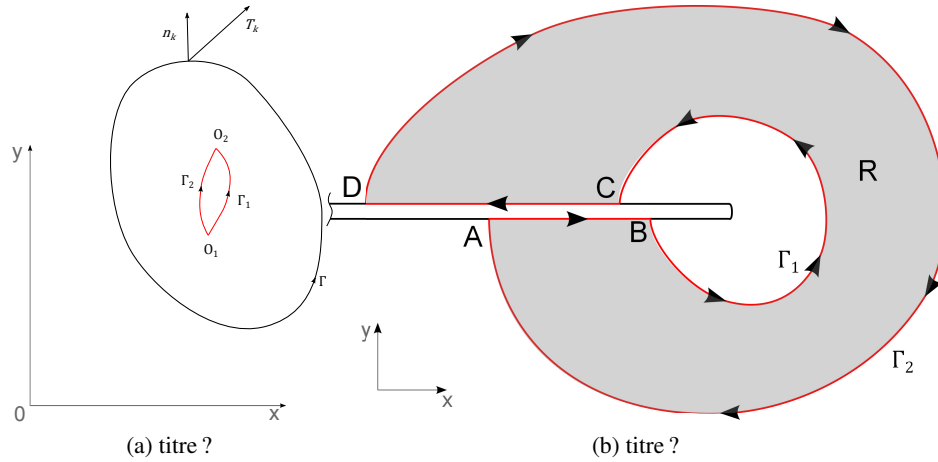


FIGURE 1.4 – Titre ?

est indépendante du chemin dans l'espace des déformations. Le même type de calcul permet de montrer que la densité d'énergie complémentaire :

$$\Omega = \int_0^{\sigma_{kl}} \varepsilon_{ij} d\sigma_{ij} \quad (1.26)$$

est indépendante du chemin dans l'espace des contraintes.

On considère toujours notre solide linéaire élastique homogène 2D sur lequel agissent des forces T_k . On définit l'intégrale J comme :

$$J = Q_1 = \int_{\Gamma} (\omega n_1 - T_k u_{k,1}) d\Gamma \quad (1.27)$$

D'après ce qui précède, $J = 0$, et donc

$$J_1 = \int_{\Gamma_1} \dots = J_2 = \int_{\Gamma_2} \dots \quad (1.28)$$

Considérons maintenant une entaille (fissure) dans une pièce. Alors, on a vu que l'intégrale J est nulle le long du chemin fermé $AB\Gamma_1CD\Gamma_2A$. Si sur AB et CD : $dy = 0$, $T_k = 0$, alors $J_{AB} = J_{CD} = 0$ et il vient : $J_{\Gamma_1} = J_{\Gamma_2}$

Rice a également démontré que la valeur de l'intégrale J représente le taux de relaxation d'énergie pour la propagation des fissures planes, ou le taux de diminution d'énergie potentielle par rapport à l'accroissement de la fissure, i.e. $J = G$.

L'intégrale J a été développée pour résoudre des difficultés rencontrées dans le calcul des contraintes aux abords d'une fissure dans un matériau linéairement élastique. Rice a montré qu'en mode de chargement constant et sans atteindre l'adaptation plastique, l'intégrale J peut aussi être utilisée pour calculer le taux de relaxation d'énergie dans un matériau plastique.

1.3 Mécanique élastoplastique de la rupture

Nous avons déjà mentionné que l'analyse linéaire élastique en mécanique de la rupture ne s'applique que pour les matériaux fragiles. En effet, dans la plupart des cas, il existe des déformations plastiques au fond de fissure.

Si l'on suppose que cette zone plastique est présente dans un rayon R autour du fond de fissure, et qu'au delà, jusqu'à un rayon D la solution singulière est dominée par K ; alors $R \ll D$ alors on peut considérer que la solution est dominée par le facteur d'intensité de contrainte K .

Si R n'est pas petit devant D , alors il faut tenir compte de la plastification locale.

1.3.1 Détermination de la zone plastique

L'idée générale est de déterminer le lieu géométrique des points où le champ de contraintes atteint la limite élastique du matériau. Évidemment, en fonction du type de matériau, des hypothèses

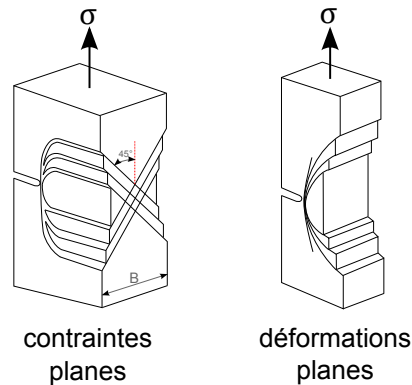


FIGURE 1.5 – Titre ?

cinématiques... cette zone peut être plus ou moins grande.

Par exemple, pour un matériau isotrope et un critère de von Mises, la zone plastique en contraintes planes est 9 fois plus grande que celle en déformations planes.

Les chemins de propagation de la plasticité suivant l'épaisseur sont, dans ces deux cas, illustrés sur la figure 1.5.

1.3.2 Modèle d'Irwin

En 1960, Irwin a présenté un modèle de détermination de la zone plastique le long de l'axe de la fissure sous l'hypothèse d'un matériau élastique-plastique parfait, et en contraintes planes.

La zone plastique est donnée par :

$$r_p(0) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_Y} \right)^2 \quad (1.29)$$

σ_Y étant la limite élastique. Par conséquent, si $0 < r < r_1$, $\sigma_2 = \sigma_Y$ et lorsque $r > r_1$, $\sigma_2 = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}}$. Comme $\sigma_2 = \sigma_Y$ est constant pour $r < r_1$, il y a violation d'équilibre suivant l'axe y . La réduction de σ_2 est compensée par σ_1 d'où une augmentation de r_1 . On obtient une zone plastique corrigée deux fois plus grande :

$$c = \frac{1}{\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_Y} \right)^2 \quad \text{en contraintes planes} \quad (1.30)$$

$$c = \frac{1}{3\pi} \left(\frac{K_I}{\sigma_Y} \right)^2 \quad \text{en déformations planes} \quad (1.31)$$

et à l'extrémité de la fissure, l'ouverture est δ :

$$\delta = \frac{4}{\pi E} \frac{K_I^2}{\sigma_Y} \quad \text{en contraintes planes} \quad (1.32)$$

$$\delta = \frac{4(1-\nu^2)}{3\pi E} \frac{K_I^2}{\sigma_Y} \quad \text{en déformations planes} \quad (1.33)$$

1.3.3 Autres modèles

Modèle de Dugdale

Il s'agit d'un modèle valable pour les plaques très minces et constituées d'un matériau plastique parfait avec critère de Tresca, et où la plasticité est concentrée le long de l'axe de la fissure.

Critère de rupture basé sur l'ouverture de fissure

Cette approche, introduite en 1961 par Wells et Cottrell, postule qu'il y a initiation de fissures en présence de plasticité, lorsque $\delta = \delta_c$.

On peut se servir du modèle d'Irwin ou de celui de Dugdale (Burdekin et Stone)...

1.4 Modélisation numérique de la rupture

1.4.1 Par la méthode des éléments finis

Dans la formulation primale des éléments finis (dite formulation en déplacements), le calcul fournit le champ de déplacement u via les déplacements nodaux \mathbf{q} . Le champ de déformations ε est obtenu par dérivation des déplacements ; puis les contraintes sont obtenues via la loi de comportement :

$$\sigma = H\varepsilon \quad (1.34)$$

Si le matériau est élastoplastique, les contraintes seront calculées de façon incrémentale :

$$\Delta\sigma = H(\sigma, \varepsilon)\Delta\varepsilon \quad (1.35)$$

Éléments finis singuliers

Certains éléments ou configurations entraînent des singularités des déformations. Ce phénomène, que l'on cherche généralement soigneusement à éviter, est en fait idéal en mécanique de la rupture. Forcer les éléments à se comporter en $1/\sqrt{r}$ permet d'améliorer considérablement la solution même avec maillage grossier. Cette singularité peut être obtenue en utilisant des éléments quadratiques et en déplaçant les nœuds des milieux de côté de $1/4$.

Considérons l'élément de référence 2D carré quadratique à 8 nœuds (souvent appelé Q8). Ses fonctions de forme N_i sont :

$$N_i = \left[(1 + \xi\xi_i)(1 + \eta\eta_i) - (1 - \xi^2)(1 + \eta\eta_i) - (1 - \eta^2)(1 + \xi\xi_i) \right] \frac{\xi_i^2\eta_i^2}{4} \\ + (1 - \xi^2)(1 + \eta\eta_i)(1 - \xi_i^2) \frac{\eta_i^2}{2} + (1 - \eta^2)(1 + \xi\xi_i)(1 - \eta_i^2) \frac{\xi_i^2}{4} \quad (1.36)$$

Supposons maintenant que les nœuds 5 et 8 soient déplacés de $1/4$ vers le nœud 1 (qui est l'origine du repère). Les fonctions de forme des nœuds 1, 2 et 5, obtenus pour $\eta = -1$ sont :

$$N_1 = -\frac{1}{2}\xi(1 - \xi) \quad N_2 = \frac{1}{2}\xi(1 + \xi) \quad N_5 = (1 - \xi^2) \quad (1.37)$$

et le calcul de $x(\xi, \eta)$ donne :

$$x = -\frac{1}{2}\xi(1 - \xi)x_1 + \frac{1}{2}\xi(1 + \xi)x_2 + (1 - \xi^2)x_5 \quad (1.38)$$

soit pour $x_1 = 0$, $x_2 = L$ et $x_5 = L/4$:

$$x = \frac{1}{2}\xi(1 + \xi)L + (1 - \xi^2)\frac{L}{4} \quad \text{et par suite : } \xi = -1 + 2\sqrt{\frac{x}{L}} \quad (1.39)$$

Le terme du jacobien est $\frac{\partial x}{\partial \xi} = \frac{L}{2}(1 + \xi) = \sqrt{xL}$ qui s'annule pour $x = 0$ conduisant à une singularité des déformations.

Si l'on calcule la déformation ε_x le long du côté 1-2, on trouve :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{2} \left(\frac{3}{\sqrt{xL}} - \frac{4}{L} \right) u_1 + \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{\sqrt{xL}} + \frac{4}{L} \right) u_2 + \left(\frac{2}{\sqrt{xL}} - \frac{4}{L} \right) u_5 \quad (1.40)$$

qui est bien en $1/\sqrt{x}$.

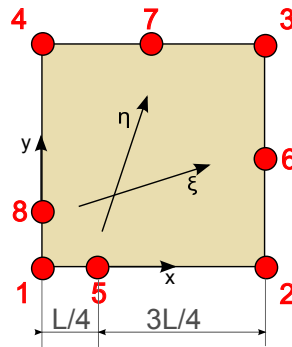


FIGURE 1.6 – Titre ?

Techniques numériques de calcul de K , G , J

Il est possible d'effectuer un post-traitement des contraintes en créant un repère local centré sur la pointe de la fissure et en calculant la variable $\sigma_{22}\sqrt{2\pi r}$ en chaque point de Gauss.

On peut également post-traiter les déplacements en les pondérant en fonction de l'état de contrainte théorique censé s'appliquer sur la fissure. Le taux d'énergie libérée de Griffith peut être obtenu par la technique de progression de fissure dans laquelle on effectue deux calculs EF : l'un pour une fissure de dimension a , l'autre pour une fissure de dimension $a + \Delta a$. En post-traitant l'énergie interne de toute la structure, on trouvera $G = -\Delta\Pi/\Delta a$. Si cette méthode est plus précise que les deux précédentes, elle nécessite deux calculs EF.

Un calcul par dérivation de la rigidité peut aussi être effectué. Le but est encore une fois d'essayer de calculer $G = -\Delta\Pi/\Delta a$. L'énergie potentielle étant donnée, dans le cas de l'élasticité linéaire, par :

$$\Pi = \frac{1}{2} \mathbf{q}^T \mathbf{K} \mathbf{q} - \mathbf{q}^T \mathbf{F} \quad (1.41)$$

Le calcul de G conduit à :

$$G = -\frac{1}{2} \mathbf{q}^T \frac{\partial \mathbf{K}}{\partial a} \mathbf{q} = -\frac{1}{2} \mathbf{q}^T \left(\sum_{i=1}^N \frac{\partial \mathbf{k}_i}{\partial a} \right) \mathbf{q} \quad (1.42)$$

Cette méthode ne fait certes intervenir qu'un seul calcul EF, mais elle nécessite un développement de code de dérivation des matrices de rigidité.

Si l'on a bien suivi, on a vu que l'intégrale J est un outil bien adapté : ne dépendant pas du contour, cette intégrale n'est que peu sensible à la qualité du maillage. La plupart des codes actuels permettent de calculer cette intégrale J sur un chemin défini par l'utilisateur.

1.4.2 Par les méthodes sans maillage

La MEF souffre des limitations suivantes :

- La création de maillage pour des problèmes industriels est une tâche qui reste difficile et coûteuse ;
- En général les champs de contraintes EF sont discontinus, donc peu précis (mais nous avons vu comment y remédier...) ;
- Distorsion des éléments en grandes déformations (ou alors régénération d'éléments, ce qui est une technique compliquée) ;
- Difficulté de prédiction des chemins de propagation de fissures (ne passant pas par les nœuds), doublée de la difficulté de remailler automatiquement pour le suivi de propagation de fissures
- Difficulté de représentation de l'effritement de matériau (impacts, explosifs,...).

Une idée « simple » est d'éliminer les éléments...

Une brève description de la méthode est donnée au paragraphe ??.

1.4.3 Par les éléments étendus

La méthode des éléments finis étendus (X-FEM) est rapidement présentée au paragraphe ??.

Les éléments finis classiques ayant du mal avec les fortes discontinuités, on procède à une enrichissement des éléments, dans les zones de discontinuités.

L'enrichissement peut être interne (ou intrinsèque) ou externe (ou extrinsèque).

Le principe consiste à augmenter la qualité de l'approximation des fonctions en ajoutant à l'approximation déjà présente des informations sur la solution exacte (et donc sur l'approximation du problème spécifique que l'on souhaite résoudre).

1.5 Fatigue et durée de vie

Dans ce paragraphe, nous nous placerons dans le cas des matériaux composites, même si les démarches présentées sont pour beaucoup applicables à tous types de matériaux.

À l'heure actuelle, la question des critères de propagation en dynamique de la rupture restent un sujet ouvert. Bien que de nombreux essais de propagation dynamique de fissure aient été effectués ces dernières décennies, on se heurte à l'absence de méthodes numériques suffisamment fiables pour identifier les paramètres d'éventuels critères et comparer leur pertinence. Par ailleurs, de tels essais sont difficiles à mettre en œuvre.

Nous nous intéressons à des matériaux soumis à des sollicitations de faible intensité, qui individuellement ne présenteraient pas de danger, mais qui appliquées de façon cyclique conduisent à l'amorçage, puis à la propagation de fissures

Tant que les fissures restent suffisamment petites, il n'y a pas de risque de rupture. Le risque survient lorsque les microfissures (qui ne sont pas étudiées) grandissent (ou se connectent) pour former des macrofissures auxquelles on peut appliquer ce qui a été dit avant.

1.5.1 Courbe et limite de fatigue

La courbe de Wöhler ou courbe S-N (pour Stress vs Number of cycles) de beaucoup de CFRP et GFRP peut être décrite (entre 10^3 et 10^6 cycles) par une équation de la forme :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_u} = 1 - b \log N \quad (1.43)$$

où σ_a et σ_u sont la contrainte appliquée et la résistance ultime, N le nombre de cycle et b une constante.

La plupart des données disponibles en fatigue montrent une dispersion élevée pour les courbes S-N. L'analyse statistique est alors inévitable.

D'après Talreja, il existe une limite de déformation en fatigue des composites, décrite comme la déformation minimale requise pour initier un mécanisme d'endommagement de faible énergie. Il suggère que pour les UD à base d'époxyde, cette limite est autour de 0.6%.

1.5.2 Cumul des dommages : principes de Miner

Les essais de fatigue en laboratoire consistent généralement à répéter une même sollicitation un grand nombre de fois. Dans ce cas, il est facile de définir un dommage : c'est le nombre de répétitions de l'événement endommageant depuis le début de l'essai.

Dans le cas général, il y a plusieurs événements endommageants, qui diffèrent les uns des autres par la grandeur des contraintes subies et par d'autres paramètres. Miner a proposé deux principes qui permettent de cumuler les dommages :

- Le dommage causé par une occurrence d'un événement est mesuré par l'inverse $1/N$ du nombre N de fois qu'il faut répéter cet événement pour mener la pièce de l'état neuf jusqu'à la défaillance.

- Le dommage causé par une succession d'événements est la somme des dommages causés par chacun d'eux.

Remarquons que ces deux principes sont cohérents. Si l'on suppose qu'un même événement cause toujours le même dommage, et si l'on impose comme unité de dommage le dommage qui conduit le système jusqu'à la défaillance, alors le premier principe est une conséquence du second.

Si $1/N_A$ est le dommage de l'événement A et si n_A est le nombre d'occurrences de cet événement au cours d'un essai ou d'une utilisation du système alors le dommage total D causé par tous les événements A, relativement à une défaillance, est défini par l'équation de Miner :

$$D = n_A/N_A \quad (1.44)$$

Avec cette définition, le dommage cumulé est égal à 1 au moment où la pièce se rompt.

Il faut nuancer cette affirmation : des pièces apparemment identiques soumises aux mêmes sollicitations se rompent en général au bout de nombres de cycles différents. La dispersion des durées de vie peut être très importante.

On trouve par expérience que les durées de vie peuvent varier d'un facteur 5 ou 10 pour des pièces issues d'un même lot de production. Il faut donc préciser davantage la formulation de la règle de Miner : s'il faut en moyenne N_A répétitions de l'événement A pour qu'une défaillance survienne alors le dommage causé par une occurrence de A est mesuré par $1/N_A$.

Les principes de Miner permettent de définir le dommage causé par un événement et affirment que pour cumuler les dommages, il suffit de les additionner.

Ils imposent en outre le choix de l'unité de dommage. Remarquons qu'il est toujours possible de changer d'unité. Par exemple, lorsqu'il y a un seul événement endommageant, il est naturel de choisir comme unité de dommage le dommage causé par une occurrence de cet événement.

Les principes de Miner permettent d'établir l'égalité des endommagements produits par des événements de natures différentes. En particulier, ils permettent de préciser quand un petit nombre d'événements de grande amplitude produit un endommagement égal à un grand nombre d'événements de faible amplitude. Cela revêt une grande importance lorsqu'il faut définir un essai aussi court que possible.

1.5.3 Propagation : loi de Paris

Pour une singularité caractérisée par sa dimension a et sa forme, on étudie les courbes $da/dN - \Delta K$ (où N est le nombre de cycles et ΔK la variation du facteur d'intensité de contrainte sur un cycle).

Ces courbes, dont la partie centrale est linéaire, présentent deux asymptotes pour da/dN et ΔK faibles et pour da/dN et ΔK grands.

la valeur mini vers laquelle tend la courbe est ΔK_S , la valeur maxi ΔK_{Ic} . K_{Ic} est la valeur critique qui correspond à une rupture instantanée par dépassement de la valeur critique de K sous chargement monotone.

K_S est la valeur en dessous de laquelle il n'y a pas de propagation de fissure, c'est un facteur d'intensité de contrainte seuil.

Concernant la partie linéaire de ces courbes dans un diagramme log-log, cela permet de les modéliser par la loi de Paris (la plus simple des lois de propagation) qui définit la vitesse de propagation par cycle comme une fonction puissance de l'amplitude du facteur d'intensité de contrainte :

$$\frac{da}{dN} = C \cdot \Delta K^m \quad (1.45)$$

où C et m sont des coefficients dépendant du matériau.

La dimension critique de la singularité a_c est liée à la caractéristique du matériau K_{Ic} , la ténacité, elle entraîne la rupture fragile de la structure :

$$K_{Ic} = F \sigma \sqrt{\pi a_c} \quad (1.46)$$

où σ est une contrainte effective dans une direction normale à la fissure et F un facteur de forme.

1.5.4 Prédiction de la durée de vie

Une fois un indicateur d'endommagement choisi (généralement la rigidité ou la résistance résiduelle, la première pouvant être mesurée de manière non destructive), on utilise :

- *théories empiriques : les courbes S-N sont utilisées pour caractériser le comportement en fatigue du composite. Un nombre important d'essais est nécessaire pour chaque configuration spécifique ;*
- *théories de dégradation de résistance résiduelle : elles sont basées sur l'hypothèse qu'un changement de la résistance résiduelle σ_r en fonction du nombre de cycles n est lié à la contrainte maximale appliquée σ_a . On a généralement une relation de la forme :*

$$\frac{d\sigma_r}{dn} = -\frac{1}{\gamma} f \sigma_a^\gamma \sigma_r^{1-\gamma} \quad (1.47)$$

où γ et f sont des paramètres indépendants des contraintes mais qui peuvent dépendre de la température, de l'humidité, de la fréquence. Souvent, on suppose une distribution de Weibull¹ de la résistance des composites. La rupture par fatigue survient lorsque la résistance résiduelle du composite est atteinte par la contrainte appliquée.

- *théories de perte de rigidité : ce sont des généralisations du cas précédent. Les plis les plus désorientés par rapport au chargement (éléments sous-critiques) commencent à s'endommager (ce qui est caractérisé par une perte de rigidité), ce qui cause une redistribution des contraintes au niveau local. La résistance des éléments critiques (les plis orientés dans le sens de la charge) est gouvernée par les équations de dégradation de résistance. Ces deux phénomènes (perte de rigidité des éléments sous-critiques et perte de résistance des éléments critiques) contribuent à la définition de la résistance résiduelle et donc à la durée de vie.*
- *théories d'endommagement cumulatif : elle sont basées sur une observation expérimentale soigneuse et sur une simulation de l'accumulation de l'endommagement du sous-lamina. Il manque toutefois un critère de rupture des laminés sous chargement de fatigue tension-tension pour ces théories.*
- *théories d'endommagement continu : l'endommagement est pris en compte par un paramètre D sous la forme :*

$$\hat{\sigma} = \frac{\sigma}{1-D} \quad (1.48)$$

où σ et $\hat{\sigma}$ sont la contrainte imposée et la contrainte effective après endommagement. L'avantage de cette approche est d'éviter la prise en compte de l'endommagement microstructural

1. En théorie des probabilités, la loi de Weibull, est une loi de probabilité continue. Avec deux paramètres sa densité de probabilité est :

$$f(x; k, \lambda) = (k/\lambda) (x/\lambda)^{(k-1)} e^{-(x/\lambda)^k}$$

où $k > 0$ est le paramètre de forme et $\lambda > 0$ le paramètre d'échelle de la distribution. Sa fonction de répartition est définie par $F(x; k, \lambda) = 1 - e^{-(x/\lambda)^k}$, où, ici encore, $x > 0$. Une version généralisée à trois paramètres existe.

La distribution de Weibull est souvent utilisée dans le domaine de l'analyse de la durée de vie, grâce à sa flexibilité, car elle permet de représenter au moins approximativement une infinité de lois de probabilité. Si le taux de panne diminue au cours du temps alors, $k < 1$. Si le taux de panne est constant dans le temps alors, $k = 1$. Si le taux de panne augmente avec le temps alors, $k > 1$. La compréhension du taux de panne peut fournir une indication au sujet de la cause des pannes :

- un taux de panne décroissant relève d'une « mortalité infantile ». Ainsi, les éléments défectueux tombent en panne rapidement, et le taux de panne diminue au cours du temps, quand les éléments fragiles sortent de la population ;
- un taux de panne constant suggère que les pannes sont liées à une cause stationnaire ;
- un taux de panne croissant suggère une « usure ou un problème de fiabilité » : les éléments ont de plus en plus de chances de tomber en panne quand le temps passe.

On dit que la courbe de taux de panne est en forme de baignoire. Selon l'appareil, baignoire sabot ou piscine. Les fabricants et distributeurs ont tout intérêt à bien maîtriser ces informations par type de produits afin d'adapter : 1. les durées de garantie (gratuites ou payantes) 2. le planning d'entretien

parfois difficile à modéliser et mesurer.

Notons également que pour obtenir les informations nécessaires, de nombreux essais doivent être menés, surtout parce que de nombreux facteurs conditionnent la fatigue des FRP :

- fréquence : un échauffement du matériau avec la fréquence de sollicitation est constaté. Il faudrait modifier ses lois de comportement.
- amplitude : une sollicitation de grande amplitude suivie d'une sollicitation de faible amplitude conduit à une durée de vie inférieure au cas où l'ordre des sollicitations est inversé.
- $R = -1$ (rapport entre charge positive et négative dans le cyclage) : ce cas est très défavorable dans notre exemple car la tenue en compression est moins bonne qu'en traction (flambage des fibres et splitting...);
- la forme du signal a une influence qui serait à considérer.
- séquence d'empilement : les composites sont censés être conçus pour soutenir la charge dans le sens des fibres. Dans le cas de sollicitations complexes, les plis les moins bien orientés par rapport à la charge cèdent en premier...
- humidité;
- vieillissement naturel...
- ...

C'est un problème de structure car il y a couplage entre les modes d'endommagement à différentes échelles.

Dans ces cas simples, on peut utiliser un critère cumulatif de Miner ou des lois d'équivalence (par exemple entre temps, fréquence, température...)

1.5.5 Sur la fatigue des composites

Les remarques suivantes peuvent être faites, quant à la poursuite de travaux de recherche sur le sujet :

- Bien que la conception orientée par la rigidité pour les GFRP soit peu concernée par la contrainte de rupture, le fluage est un aspect fondamental de leur conception.
- Les effets de synergie entre le fluage et les autres types de chargement est un domaine à explorer.
- Peu de données de fatigue sont disponibles pour le domaine $10^7 - 10^8$ cycles (Les japonais ont des essais en cours).
- L'effet d'échelle sur les performance n'est pas clair. En particulier, il n'est toujours pas sûr qu'un tel effet existe.
- La représentativité des éprouvettes ou des tests accélérés restent des problèmes épineux.
- Les composites hybrides doivent être étudiés.
- La dégradation des GFRP à haute température n'est pas bien comprise.
Toutefois, Tsotsis et Lee notent que le comportement à long terme des composites soumis à des températures élevées est contrôlé par les dégradations d'oxydation et thermique. Dans leur article, deux résines particulières sont étudiées.
- Les *composites épais ne sont pas étudiés*, tout comme l'influence de l'épaisseur. Pourtant, des mécanismes de ruptures suivant l'épaisseurs peuvent sans doute apparaître de manières différentes de celles des laminés plus fins : effet de taille ou interaction de mécanismes.