

# FORMELSAMMLUNG ENERGIENETZE

Wintersemster 21/22

Name:

Matrikelnummer:

Letzte Änderung:

24. Januar 2022

#### I. GRUNDLAGEN

#### A. Drehstrom (DS), 3-Phasen-System

## 1) Spannungen in DS (symmetrisch)

Leiter-Erde-Spannung  $U_{LE} = 230V$ 

$$\underline{U}_{L1} = U_{LE} \angle 0^{\circ}$$

$$\underline{U}_{L2} = U_{LE} \angle - 120^{\circ} = U_{LE} \angle 240^{\circ}$$

$$\underline{U}_{L3} = U_{LE} \angle - 240^{\circ} = U_{LE} \angle 120^{\circ}$$

Leiter-Leiter-Spannung  $U_{LL} = 400V$ 

$$U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{L1} - \underline{U}_{L2} = U_{LL} \angle 30^{\circ}$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{L2} - \underline{U}_{L3} = U_{LL} \angle 270^{\circ}$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{L3} - \underline{U}_{L1} = U_{LL} \angle 150^{\circ}$$

## 2) Ströme in DS (symmetrisch)

$$\underline{I}_{Lx} = \frac{\underline{U}_{Lx}}{Z}$$

Lx: Stranggrößen L1, L2, L3

#### 3) Effektivgrößen, Symmetrische Last

Stranggröße Stern Dreieck Spannung 
$$U_{LE}$$
  $U_{LE} = \frac{U_{LL}}{\sqrt{3}}$   $U_{LE} = U_{LL}$  Strom  $I_{str}$   $I_{str} = I_r$   $I_{str} = \frac{I_r}{\sqrt{3}}$ 

 $I_r$ : Zuleitungs-, Betriebs-, Bemessungssstrom

#### 4) Leistungen in DS

Scheinleistung S [VA]:

$$\begin{split} S &= 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \\ &= \sqrt{P^2 + Q^2} \\ \underline{S} &= 3 \cdot \underline{U}_{LE} \cdot \underline{I}_L^* = P + jQ \end{split}$$

in Sternschaltung:

$$\underline{S}_{3\sim} = \frac{U_{LL}^2}{\underline{Z}_{LN}*} \qquad \underline{S}_{1\sim} = \frac{U_{LL}^2}{3 \cdot \underline{Z}_{LN}*}$$

 $S_{3\sim}$ : 3-Phasen-Scheinleistung

## Wirkleistung P [W]: Realteil

$$P = S \cdot \cos \varphi = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$
$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

## Blindleistung Q [var]: Imaginärteil

$$Q = S \cdot \sin \varphi = P \cdot \tan \varphi = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$
$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$Q>0$$
 : induktiv  $\qquad Q<0$  : kapazitiv

## Leistungsfaktor, Winkel:

$\cos \varphi$	$\varphi$ in Grad [°]
0,95	18,1949
0,9	25,8419
0,85	31,7883
0,8	36,8699
0,75	41,4096

#### B. Energiebedarf, Deckung

#### 1) Tagesbelastungskurve

$$W = \int_0^{T_n} P(t) dt$$
$$= P_n \cdot T_a = P_{max} \cdot T_m = P_{mittel} \cdot T_n$$

$P_n$	Nennleistung
$T_a$	Ausnutzungsdauer
$P_{max}$	Höchstlast
$T_m$	Benutzungsdauer
$P_{mittel}$	mittlere Leistung
$T_n$	Nennbetriebsdauer (meist. 24h)

## 2) Frequenz-Wirkleistungs-Regelung

## a) stationärer Zustand (Gleichgewicht)

$$W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{mech}^2$$
  $\omega_{el} = p \cdot \omega_{mech}$   $W_{mech-zu} = W_{el-ab}$   $P_{mech-zu} = P_{el-ab}$ 

p: Polpaarzahl J: Massenträgheitsmoment

## b) Störung

$$W_{m-zu} \neq W_{el-ab}$$
  $P_{m-zu} \neq P_{el-ab}$   
$$\Delta W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot (\omega_{stat} - \omega_{akt})$$

#### II. TRAFO

OS: Oberspannungsseite (Primär)

US: Unterspannungsseite (Sekundär)

Index 1:  $U_1$ : auf OS

Index 2:  $U_2' = U_2 \cdot \ddot{u}$ : auf US

A. Grundgleichungen, idealer Trafo

#### Windungsspannung

$$\frac{U_1}{N_1} = \frac{U_2}{N_2} = U_W = 4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

## Induktionsspannung, Effektivwert

$$U_{ieff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi f \cdot N \cdot A_{Fe} \cdot \hat{B}$$
$$= 4, 44 \cdot N \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

#### **Transformation**

#### **Durchgangsleistung**

$$S_1 = S_2 = S_D$$

## Bemessungsscheinleistung [VA]

$$S_{rT} = \sqrt{3} \cdot U_{LL,OS} \cdot I_{L,OS}$$
$$S_{rT} = 3 \cdot U_{LE,OS} \cdot I_{L,OS}$$

#### B. Ersatzschaltbild (ESB)

$$U_{1} = U_{OS} \qquad U'_{2} = U_{US}$$
 
$$R_{T} + jX_{T} = (R_{1} + R'_{2}) + j(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})$$
 
$$Z_{T} = R_{T} + jX_{T}$$
 
$$U_{1} = (R_{T} + jX_{T}) \cdot I_{1} + U'_{2}$$

#### Kurzschlussmessung (KS)

KS auf US.  $\to \underline{U}_{K1}$  auf OS (meistens) KS auf OS.  $\to \underline{U}_{K2}$  auf US

#### **Bemessungsspannung** (r = rated)

$$U_{rT} = U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

#### relative KS-Spannung [%]

$$\begin{split} u_K &= \sqrt{u_{K,Re}^2 + u_{K,Im}^2} = \frac{U_K \cdot \sqrt{3}}{U_{rT}} \cdot 100\% \\ &= \frac{Z_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}} \\ \underline{u}_{K1} &= \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{rT1}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{LE,T1}} \\ \underline{u}_{K2} &= \frac{\underline{U}_{K2}}{U_{rT2}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1} \cdot \ddot{\mathbf{u}}}{U_{rT1} \cdot \ddot{\mathbf{u}}/\sqrt{3}} \\ u_{K,Re} &= \frac{P_K}{S_{rT}} \cdot 100\% = \frac{R_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}} \\ u_{K,Im} &= \sqrt{u_K^2 - u_{K,Re}^2} \end{split}$$

#### KS-Größen

$$I_K = \frac{I_r}{u_K} = \frac{U_{rT}/\sqrt{3}}{Z_T}$$

$$U_K = \frac{u_K}{100\%} \cdot \frac{U_{rT}}{\sqrt{3}}$$

#### Betriebskonstanten

$$Z_{T} = \frac{u_{K}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT1}^{2}}{S_{rT}}$$

$$R_{T} = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT1}^{2}}{S_{rT}} = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT1}}{\sqrt{3} \cdot I_{r}}$$

$$= P_{K} \cdot \frac{U_{rT1}^{2}}{S_{rT}^{2}} = \frac{P_{K}}{3 \cdot I_{r}^{2}}$$

$$X_{T} = \sqrt{Z_{T}^{2} - R_{T}^{2}} \quad \left( = u_{K,Im} \cdot \frac{U_{rT}^{2}}{S_{rT}} \right)$$

## Verlustleistung, Wirkungsgrad

$$\begin{split} P_{ab} &= S_{rT} \cdot \cos \varphi \\ P_{K,OS} &= 3 \cdot R_T \cdot I_{r,US}^2 \\ \eta &= \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_K + P_L} \\ \eta_{max} &= \frac{P'_{ab}}{P'_{zu}} = \frac{S_{rT} \cdot \cos \varphi \sqrt{\frac{P_L}{P_K}}}{P'_{ab} + 2P_L} \leftarrow P_L = P_K \end{split}$$

 $P_{ab}$ : abgegebene Wirkleistung

 $P_{K,OS}$ : KS-/Kupferverluste, Index: OS/US  $I_r$ : Bemessungsstrom auf US, wenn  $P_K$  auf OS

 $P_L$ : Leerlaufverluste  $\eta_{max}$ : bei  $P_L = P_K$ 

C. Parallelbetrieb von 2 Trafos

#### Scheinleistungsteiler

$$|S_{T1}| = \frac{Z_{T2}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$
$$|S_{T2}| = \frac{Z_{T1}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$
$$|S_{Tges}| = |S_{T1}| + |S_{T2}|$$

#### max. Last, ohne Trafobelastung

$$\left(\frac{S_{rT1/2}}{S_{T1/2}}\right)_{min} \Rightarrow S_{T,max} = \left(\frac{S_{rT}}{S_T}\right)_{min} \cdot S_{T,ges}$$

$$S_{T1} = \frac{u_{K,min}}{U_{K,T1}} \cdot S_{rT1}$$

- 1) Schaltgruppe mit gleicher Kennzahl
- 2) Gleiches Übersetzungsverhältnis
- 3) annähernd gleiche Kurzschlussspannung (max. diff. 10%)
- 4) Bemessungsscheinleistung kleiner als 3:1

#### III. FREILEITUNG

#### A. Durchhang von Freileitungsseilen

hängen hyperbolisch durch. (ab 110 kV:)

$$h_{min} = 6 \,\mathrm{m} + \left(\frac{U_{nLL} - 110 \,\mathrm{kV}}{150 \,\mathrm{kV}}\right) m$$

#### B. Resistanzbelag

#### **DC-Widerstand**

 $A_{eff}$ : Wirksamer Querschnitt  $[mm^2]$ 

 $F_{\vartheta}$ : Widerstandserhöhung durch Erwärmung

 $\vartheta_{max}$ : max. zul. Betriebstemp. des Leiterseils

$$R'_{-} = \frac{R_{-}}{l} = \frac{\rho_{20^{\circ}}}{A_{eff}} \cdot \frac{1}{km}$$
$$F_{\vartheta} = 1 + \alpha(\vartheta_{max} - 20^{\circ}C)$$

Material	$\rho_{20^{\circ}\mathrm{C}}$ in $\frac{m\Omega \cdot mm^2}{m}$	$\alpha$ in $K^{-1}$
Alu	28,6	0,0038
Kupfer	17,8	0,0039
Silber	16	0,0038
Eisendraht	120	0,0052

weitere Kenngrößen siehe F39

## **AC-Widerstand**

$$J = J \cdot e^{-x/\delta}$$
 
$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu_0 \cdot f}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \kappa \cdot \mu_0 \cdot f}}$$

J: Stromdichte (Leiterrand)

x: Abstand vom Leiterrand (Oberfläche)

 $\delta$ : Eindringtiefe (Skineffekt)

#### **Betriebs-Resistanzbelag**

$$R_b' = R_{=}' \cdot F_{\vartheta} \cdot F_S = \frac{R_{b\texttt{Seil}}'}{n_{\texttt{Seil}}}$$

F<sub>S</sub>: Widerstandserhöhung durch Skineffekt

#### C. Induktivität

Aüßere Ind. Einzelleiter mag. Fluss

-||- Doppelleiter

Innere Ind. Einzelleiter verketteter mag. Fluss

## -||- Doppelleiter

$$\Phi_{a1} = \frac{\mu I l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-r}{r}\right)$$

$$L_a = \frac{2\Phi_{a1}}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D}{r}\right)$$

$$\Psi_{i1} = \Psi_{i2} = \frac{\mu I l}{8\pi}$$

$$L_i = \frac{2\Psi_{i1}}{I} = \frac{\mu l}{8\pi}$$

#### gesamt Induktivität

$$\mu = \mu_0, D \gg r$$

$$L_{ges} = L_a + L_i = \frac{\mu l}{2\pi} \left( \ln \left( \frac{D}{r} \right) + \frac{1}{4} \right)$$
$$L' = \frac{L_{ges}}{l} = \frac{\mu}{2\pi} \left( \ln \left( \frac{D}{r} \right) + \frac{1}{4} \right)$$

## D. Reaktanzbelag

Gleichungen für f = 50Hz

Metallmantel keine Schirmung! Für D nicht  $\gg r!$  Radius r-Werte siehe F39

#### 2-Phasig/Wechelstrom

$$L_b' = 4 \cdot 10^{-7} \left[ \ln \left( \frac{D_m}{r} \right) + 0, 25 \right] \left[ \frac{H}{m} \right]$$
$$X_b' = \omega L_b' = \pi \left[ 4 \ln \left( \frac{D_m}{r} \right) + 1 \right] \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

#### **Drehstrom**

- Einfach-/Bündelleiter (Einfach-DS-System)

$$X_b' = \frac{\pi}{2} \left( 4 \ln \left( \frac{D_m}{r_B} \right) + \frac{1}{n} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$r_B = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}} \qquad r_T = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$$r_B = \sqrt{r \cdot a} \qquad \text{für n = 2}$$

n: Anzahl Teilleiter (wenn  $n > 1 \Rightarrow$  Bündelleiter)

 $D_m$ : Abstände bei Symmetrie der Phasen zur Mastmitte

 $D_{12}$ : Abstand L1 - L2, Einheit: [m]

 $r_B$ : Ersatzradius (wenn n = 1, dann  $r_B = r$ )

 $r_T$ : Radius Teilleiter (bei n > 1)

a: Abstand Teilleiter (bei n > 1)

- Doppelleitung (Doppel-DS-System)

$$X_b' = \frac{\pi}{2} \left( 4 \ln \left( \frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r \cdot D_{L1/LI}} \right) + \frac{1}{n} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_{L1/LII} = \sqrt[3]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I}}$$

$$D_{L1/LI} = \sqrt[3]{D_{1,I} \cdot D_{2,II} \cdot D_{3,III}}$$

Bei Asymmetrie (Phase zur Mastmitte)

$$D_{L1/LII} = \sqrt[6]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I} \cdot D_{1,III} \cdot D_{2,I} \cdot D_{3,II}}$$

E. Kapazität

$$C'_{12} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)}$$
  $C'_{1E} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln\left(\frac{2h}{r}\right)}$ 

 $C'_{12}$ : Kapazität zw. L1 - L2

 $C'_{1E}$ : Kapazität zw. L1 - Erde

h: Höhe zw. L1 - Erde

F. Suszeptanzbelag (Blindleitwert)

## 2-Phasig/Wechselstrom

$$C'_b = C'_{1E}$$

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln\left(\frac{D}{r}\right)} \left[\frac{\mu S}{km}\right]$$

 $B'_{b}$ : gilt für f = 50 Hz

## Drehstrom

- Einfach-/Bündelleitung (Einfach-DS-System)

$$\begin{split} C_b' &= \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{ln \left(\frac{D_m}{r}\right)} \\ B_b' &= \omega \cdot C_b' = \frac{17,47}{ln \left(\frac{D_m}{r_B}\right)} \left[\frac{\mu S}{km}\right] \\ D_m &= \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}} \\ r_B &= \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}} \qquad r_T = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}} \\ r_B &= \sqrt{r \cdot a} \qquad \text{für n = 2} \end{split}$$

Bei Einfachleitung  $n = 1 \Rightarrow r_B = r$ 

- Doppelleitung (Doppel-DS-System)

$$B_b' = \omega \cdot C_b' = \frac{17,47}{\ln\left(\frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r_B \cdot D_{L1/LI}}\right)} \left[\frac{\mu S}{km}\right]$$

$$D_{L1/LII} = \sqrt[3]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I}}$$

$$D_{L1/LI} = \sqrt[3]{D_{1,I} \cdot D_{2,II} \cdot D_{3,III}}$$

G. Konduktanzbelag (Wirkleitwert)

$$G_b' = \frac{P_{VI}}{U_{LL}^2} \left[ \frac{S}{km} \right]$$

 $P_{VI}$  : Korona-/Isolationsverluste  $\left[\frac{W}{km}\right]$ 

 $U_{LL}$ : Nennspannung, Leiter-Leiter (Bsp: 110kV, 220kV...)

#### IV. KABEL

A. Resistanzbelag

$$F_{\vartheta} = 1 + \alpha \cdot (\vartheta_{max} - 20^{\circ}C)$$
  
$$R'_{b} = R'_{=} \cdot F_{\vartheta} \cdot F_{S} \cdot F_{P}$$

 $F_S$ : Skineffekt (F35)

 $F_P$ : Proximity-Effekt (F37)

B. Reaktanzbelag

Metallmantel keine Schirmung! Für D nicht  $\gg r!$ 

r: Radius des (Innen-)Leiters, nicht vom Mantel!

Wechselstromkabel

$$X_b' = \pi \left( 4 \ln \left( \frac{D}{r} - 1 \right) + 1 \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

**Einfach-Drehstromkabel** 

$$X_b' = \pi \left( 2 \ln \left( \frac{D_m}{r} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

Doppel-Drehstromkabel

$$X_b' = \pi \left( 2 \ln \left( \frac{D_m \cdot D_{L1LII}}{r \cdot D_{L1LI}} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

C. Suzeptanzbelag

Metallmantel/-folie schirmt E-Feld ab!

 $B_h'$ : gilt für f = 50Hz

d : Schirm/Mantel-Durchmesser eines Leiters

R: Radius der Isolierung

D: Abstand zw. 2 Innenleiter (vom Mittelpunkt)

Einleiter-/Dreimantel-/Radialfeldkabel

$$C'_b = C'_{LE} = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)}$$
$$B'_b = \omega C'_b = \frac{17, 47 \cdot \varepsilon_r}{\ln\left(\frac{R}{r}\right)} \frac{\mu S}{km}$$

Wechselstromkabel - 2 Innenleiter

$$C_b' = 2 \cdot C_{LE} + C_{LL} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln\left(\left(\frac{D}{r}\right) \cdot \frac{(d^2 - D^2)}{(d^2 + D^2)}\right)}$$
$$B_b' = \omega C_b' = \frac{8,735 \cdot \varepsilon_r}{\ln\left(\left(\frac{D}{r}\right) \cdot \frac{(d^2 - D^2)}{(d^2 + D^2)}\right)} \frac{\mu S}{km}$$

#### Einfach-Drehstromkabel - 3 Innenleiter

$$C'_b = C_{LE} + 3 \cdot C_{LL} = \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln\left(\left(\frac{D}{r}\right)^2 \cdot \frac{(0.75d^2 - D^2)^3}{(0.75d^2)^3 - (D^2)^3}\right)}$$
$$B'_b = \omega C'_b = \frac{34.94 \cdot \varepsilon_r}{\ln\left(\left(\frac{D}{r}\right)^2 \cdot \frac{(0.75d^2 - D^2)^3}{(0.75d^2)^3 - (D^2)^3}\right)} \frac{\mu S}{km}$$

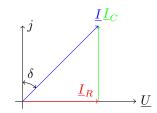
keine Kopplung zum Nachbarsystem  $B_{EDL}^{\prime}=B_{DDL}^{\prime}$ 

#### D. Konduktanzbelag

Ursache: Restleitfähigkeit der Isolierwerkstoffe bzw. Polarisationsverluste

#### Verlustfaktor

$$\tan \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{1}{\omega CR} = \frac{G}{B}$$
$$G_b' = B_b' \cdot \tan \delta = \omega C_b' \cdot \tan \delta$$



#### Dielektrische Verluste

$$P_{Diel} = (\tan \delta \cdot \varepsilon_r) \cdot \omega \cdot C_{Vakuum} \cdot U^2 = G_b' \cdot U_{LE}^2$$

 $\tan \delta \cdot \varepsilon_r$ : Verlustfaktor, siehe Tabelle **F43** 

#### E. Leistung

geg: 
$$I_{max}, l, X_b', G_b'$$
 ges:  $P_{max}$  
$$X_b = X_b' \cdot l \qquad B_b = B_b' \cdot l$$
 
$$Q = 3 \cdot I_{max}^2 \cdot X_b - 3 \cdot U_{LE}^2 \cdot B_b$$
 
$$P_{max} = \sqrt{S^2 - Q^2}$$

#### V. Betrieb von Leitungen

#### A. Kenngrößen

#### Leitung mit Verlusten

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R_b' + jX_b') \cdot (G_b' + jB_b')} = \alpha + j\beta \left[ \frac{1}{km} \right]$$

$$\underline{Z}_w = \sqrt{\frac{R_b' + jX_b'}{G_a' + jB_b'}} = |Z_w| \cdot e^{j\delta}$$

Falls Formel von  $\underline{Z}_w$  nicht über TR berechenbar  $\rightarrow$ 

Betrag: erst  $\underline{Z}_w^2$ , dann  $\sqrt{|Z_w^2|}$  ermitteln

Phase:  $0.5 \cdot \arg(\underline{Z}_w^2)$ 

 $\Rightarrow$  Gilt analog auch für  $\gamma$ .

 $\gamma$ : Ausbreitungskonstante  $\left[\frac{rad}{km} = \frac{1}{km}\right]$ 

 $\alpha$ : Dämpfungskonstante

 $\beta$ : Phasenkonstante  $[\frac{rad}{km} = \frac{180^{\circ}}{\pi} \cdot \frac{1}{km} = \frac{\circ}{km}]$ 

 $Z_w$ : Wellenwiderstand

 $\delta$ : Phase des Wellenwiderstandes

#### Leitung ohne Verluste

$$R'_b = G'_b = 0 \to \alpha, \delta = 0$$

$$\underline{\gamma} = j\beta = j\sqrt{X'_b \cdot B'_b} = j\omega \cdot \sqrt{L'_b \cdot C'_b} \left[\frac{\circ}{km}\right]$$

$$|\beta| = \sqrt{X'_b \cdot B'_b} \cdot \frac{180^{\circ}}{\pi} = \omega \cdot \sqrt{L'_b \cdot C'_b}$$

$$|Z_w| = \sqrt{\frac{X'_b}{B'_b}} = \sqrt{\frac{L'_b}{C'_b}}$$

Richtwerte:  $Z_w \approx 400 \,\Omega$   $\beta = 0.06 \frac{\circ}{km}$ 

## natürliche Leistung, Blindleistungsverluste

- gilt bei Leitung ohne Verlusten, DS-System

- natürlicher Betrieb bei  $\mathcal{Q}_L = \mathcal{Q}_C$ 

$$\begin{split} I_{nat} &= \frac{U_{LE}}{\sqrt{X_L/B_L}} = \frac{U_{LE}}{Z_w} \neq f(l) \\ P_{nat} &= 3 \cdot U_{LE} \cdot I_{nat} = \frac{U_{LL}^2}{Z_w} = \frac{3 \cdot U_{LE}}{Z_w} \\ Q_L &= 3 \cdot X_L \cdot I_L^2 \qquad Q_C = 3 \cdot B_L \cdot U_{LE}^2 \\ \frac{Q_V}{Q_C} &= \left(\frac{S_u}{P_{nat}}\right)^2 - 1 \\ Q_v &= Q_1 - Q_2 = Q_L - Q_C = Q_C \cdot (\frac{Q_L}{Q_C} - 1) \\ S_v &= S_1 - S_2 = P_v + jQ_v \\ S_u &= 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \end{split}$$

 $Q_v$ : Blindleistungsverluste

 $S_u$ : Übertragungsscheinleistung

#### B. Ersatzschaltbilder (ESB)

#### Kenngrößen

 $R_L$ : Resistanz  $X_L$ : Reaktanz

 $B_L$ : Suszeptanz  $G_L$ : Konduktanz

 $R_L, X_L$  in Reihen-,  $B_L, G_L$  in Parallelschaltung

Index  $1/\underline{2}$ : Größe am Anfang/ $\underline{Ende}$  der Leitung ( $U_{LE}!!$ )

Index L: Größen bezogen auf Leitung

dU: Spannung am Längszweig

#### MS-/NS-Leitungen mit Verlusten

$$\begin{split} I_G, I_C << I_L \Rightarrow G_b' = B_b' = 0 \\ \underline{I_1} &= \underline{I}_L = \underline{I}_2 \qquad \underline{U}_1 = d\underline{U} + \underline{U}_2 \\ d\underline{U} &= (R_L + jX_L) \cdot \underline{I}_L = (R_b' + jX_b') \cdot l \cdot \underline{I}_L \\ \underline{Z}_L &= R_L + jX_L \qquad \varphi_Z = \arctan \frac{X_L}{R_L} = \arctan \frac{X_b'}{R_L'} \end{split}$$

#### Kurze HS-/HöS-DS-Freileitungen

 $U_{LL}$  > 100 kV für  $l \le 220$  km

ohne Verluste: 
$$(R'_b = G'_b = 0)$$

$$B'_1 = B'_2 = \frac{B'_b}{2}$$
  $\underline{I}_{C1/2} = j B_{1/2} \cdot \underline{U}_{1/2}$   
 $\underline{I}_1 = \underline{I}_{C1} + \underline{I}_L$   $\underline{I}_L = \underline{I}_{C2} + \underline{I}_2$ 

bei Leerlauf: 
$$\underline{I}_2=0 \rightarrow \underline{I}_{C2}=\underline{I}_L$$

$$\begin{split} \underline{U}_1 &= (1 - \frac{X_L \cdot B_L}{2}) \cdot \underline{U}_2 \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 + j \ 0.5 \cdot B_L \cdot (\underline{U}_1 + \underline{U}_2) \\ Q_1 &= 3 \cdot U_1 \cdot I_1 \end{split}$$

 $\underline{I}_1$ : Ladestrom  $Q_1$ : Ladeleistung

bei Betrieb mit natürlicher Leistung:  $R_2 = Z_w = \underline{Z}_2$ 

$$\begin{split} S_1 &= S_2 = P_1 = P_2 = P_{nat} \quad |\underline{U}_1| = |\underline{U}_2| \quad |I_1| = |I_2| \\ &\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot (1 - \frac{1}{2} \cdot B_L \cdot X_L + j \frac{X_L}{Z_w}) \\ &\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{Z_w} + j \frac{B_L}{2} \cdot (\underline{U}_1 + \underline{U}_2) \\ &\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_2}{Z_w} + j \frac{B_L}{2} \cdot \underline{U}_2 \end{split}$$

## Lange HS-/HöS-DS-Freileitungen

 $U_{LL}$  > 100 kV für l > 220 km

ohne Verluste  $(R'_b = G'_b = 0)$ 

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos(\beta l) + j \cdot \underline{I}_2 \cdot Z_w \cdot \sin(\beta l)$$
$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cdot \cos(\beta l) + j \cdot \frac{\underline{U}_2}{Z} \cdot \sin(\beta l)$$

bei Leerlauf:  $\underline{I}_2=0,\,\underline{Z}_2\to\infty$ 

bei Betrieb mit natürlicher Leistung:  $\varphi = \beta l \left[\frac{\circ}{km} \cdot km = \circ\right]$ 

$$\begin{split} \underline{U}_1 &= |\underline{U}_2| \cdot e^{j\varphi} \qquad \underline{I}_1 = |\underline{I}_2| \cdot e^{j\varphi} \\ \underline{S}_1 &= \underline{S}_2 = \frac{3 \cdot U_{2,LE}^2}{Z_w} = P_{nat} \end{split}$$

#### mit Verlusten

$$\begin{split} \underline{U}_1 &= \underline{U}_2 \cdot \cosh(\underline{\gamma}l) + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_w \cdot \sinh(\underline{\gamma}l) \\ \underline{I}_1 &= \underline{I}_2 \cdot \cosh(\underline{\gamma}l) + \frac{\underline{U}_2}{Z_w} \cdot \sinh(\underline{\gamma}l) \end{split}$$

Nicht direkt mit komplexen Modus des TR einsetzbar! Lösung:  $\alpha \cdot l$  und  $\beta \cdot l$ [ $^{\circ}$ ] einzeln berechnen, dann:

$$\cosh(\underline{\gamma}l) = \frac{1}{2} \left[ e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l} + e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l} \right]$$
$$\sinh(\underline{\gamma}l) = \frac{1}{2} \left[ e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l} - e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l} \right]$$

 $e^{\pm \alpha l}$ : Betrag  $e^{\pm j\beta l}$ : Winkel ( $\angle$  im TR)

Wichtig: Winkel von  $\beta$  umrechnen für  $\beta \cdot l$ !

$$[\beta] = \frac{rad}{km} \Rightarrow \frac{180^{\circ}}{\pi} \cdot \frac{1}{km} = \frac{\circ}{km}$$

#### HS-/HöS-DS-Kabel

l > 95km: langes Kabel

 $Q_V = Q_L - Q_C$  wie Freileitungen (FL), aber  $Q_K > Q_{FL}$ 

$$\begin{split} S_{th} &= 3 \cdot U_{LE} \cdot I_{Dauer} \\ P_{max} &= \sqrt{S_{th}^2 - Q_V^2} = \sqrt{S_{th}^2 - Q_V'^2 \cdot l^2} \\ Q_V &= Q_V' \cdot l \qquad l_{max} = \frac{S_{th}}{Q_T'} \end{split}$$

 $S_{th}$ : thermisch, max. Scheinleistung

 $P_{max}$ : max. übertragbare Wirkleistung

 $l_{max}$ : max. Kabellänge, wenn  $P_{max} = 0$ 

#### VI. GENERATOR

#### Induktionsgesetz

$$U_{i_{eff}} = 4,44 \cdot N \cdot f \cdot B_{=} \cdot \hat{A}_{Fe}$$

## mechanische Leistung

$$P_{mech} = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot M = \omega \cdot M$$

#### Polpaarzahl

$$n = \frac{f}{p} = \frac{3000}{p} \left[ \frac{1}{min} \right] \qquad \text{für f = 50Hz}$$

#### A. Ersatzschaltbild (ESB)

$$R_S = 0$$
 WICHTIG!  $U = U_{LE} = U_{LL}/\sqrt{3}$ 

$$\underline{I} = I_w + jI_b \qquad I_w = I \cdot \cos(\varphi) \quad I_b = \underline{I} \cdot (\pm \sin(\varphi))$$

$$\underline{U}_p = \underline{U} + jX_s \cdot \underline{I} \qquad U_p = \sqrt{(U + X_s \cdot I_b)^2 \cdot (X_s \cdot I_w)^2}$$

 $\underline{U},\underline{I}$ : Klemmen  $U_p$ : Polrad (Quelle)  $X_s$ : Statorreaktanz  $\varphi \colon \sphericalangle(U,I)$   $\vartheta \colon \sphericalangle(U,U_p)$ 

#### B. Allein-/Inselbetrieb

Belastungskennline ( $U_p = \text{const.}$ ):

$$1 = \left(\frac{U}{U_p}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{U}{U_p}\right) \cdot \left(\frac{I}{I_k}\right) \cdot (\pm \sin(\varphi)) + \left(\frac{I}{I_k}\right)^2$$

1) Reine Wirkleistung:  $sin(\varphi) = 0 \Rightarrow Kreis$ 

$$\frac{U}{U_p} = \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_k}\right)^2} \qquad I_k = \frac{U_p}{X_s}$$

2) Reine Blindleistung:  $sin(\varphi) = \pm 1 \Rightarrow Gerade$ 

$$\frac{U}{U_p} = 1 \mp \left(\frac{I}{I_k}\right)$$

— : induktiv

+ :kapazitiv

 $I_k$ : Kurzschluss

## C. Netzbetrieb, Betrieb am starren Netz

Regulierkennlinie (U = const.):

$$\frac{U_p}{U} = \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{I}{I_B} \cdot \sin(\varphi) + \left(\frac{I}{I_B}\right)^2} \qquad I_B = \frac{U}{X}$$

1) Reine Wirkleistung:  $sin(\varphi) = 0 \Rightarrow Kreis$ 

$$\frac{U_p}{U} = \sqrt{1 + \left(\frac{I}{I_B}\right)^2}$$

2) Reine Blindleistung:  $sin(\varphi) = \pm 1 \Rightarrow Gerade$ 

$$\frac{U_p}{U} = 1 \pm \left(\frac{I}{I_B}\right)$$

+: induktiv -: kapazitiv

 $I_B$ : Bezugsstrom

#### D. Leistung

$$P_{mech,zu} = P_{el,ab} = P \neq f(\vartheta) \rightarrow \text{für } \vartheta < 90^{\circ} \text{ stabil}$$

$$\begin{split} sin(\vartheta) &= \frac{I_w \cdot X}{U_p} = \frac{P \cdot X}{3 \cdot U \cdot U_p} \qquad cos(\vartheta) = \frac{U + X \cdot I_b}{U_p} \\ P &= 3 \cdot \frac{U \cdot U_p}{X} \cdot sin(\vartheta) = P_{Kipp} \cdot sin(\vartheta) \\ S_{Bez} &= 3 \cdot \frac{U^2}{X} \qquad P_{Kipp} = P_{max} = 3 \cdot \frac{U \cdot U_p}{X} \\ \frac{P}{S_{Bez}} &= \left(\frac{U_p}{U}\right) \cdot sin(\vartheta) \\ \frac{Q}{S_{Bez}} &= \left[\left(\frac{U_p}{U}\right) \cdot cos(\vartheta)\right] - 1 \end{split}$$

#### E. Regelung

$$\begin{split} v_{neu} &= sin^{-1} \left( \frac{P_{neu} \cdot X}{3 \cdot U \cdot U_{p,neu}} \right) \\ Q_{neu} &= \left( \frac{3 \cdot U^2}{X_s} \right) \cdot \left[ \left( \frac{U_{p,neu}}{U} \cdot cos(\vartheta_{neu}) \right) - 1 \right] \end{split}$$

#### **Konstante Scheinleistung**

$$S = S_{max} = \text{const}$$
  
 $\underline{U} = \text{const}, |\underline{I}| = \text{const}$ 

$$I_w = \text{var.} \rightarrow P_{zu} = \text{var.}$$

$$I_b(I_{err}) = \text{var.} \rightarrow U_p = \text{var.}$$

## Regelung Polradspannung

$$I_{err}(I_b) \sim U_p$$

$$P = \text{const} \rightarrow I_w = \text{const}$$

$$U_p = \text{var.} \rightarrow I_b(I_{err}) = \text{var.} \rightarrow Q = \text{var.}$$

bei 
$$1 \leq \frac{U_p}{U} \leq 2$$
 ergibt sich  $-0.5(kap.) \leq \frac{Q}{Sp.} \leq +0.75(ind.)$ 

## Regelung Turbinenleistung

$$U_p = \text{const} \to I_b = f(I_w)$$

$$P = \text{var.} \rightarrow I_w = \text{var.} \rightarrow Q = \text{var.}$$

bei 
$$0,9 \leq \frac{P}{S_{Bez}} \leq 1,75$$
 ergibt sich  $0 \leq \frac{Q}{S_{Bez}} \leq +0,75 (ind.)$ 

 $U_p,\,P,\,Q$  und  $\upsilon$  sind abhängig voneinander.

Aus zwei Größen → die anderen Beiden

#### Reine Blindleistung (Phasenschieberbetrieb)

$$P = 0 \to I_w = 0$$

 $U, U_p$  phasengleich

$$Q = \text{var.} \rightarrow I_b = \text{var.} \rightarrow U_p \text{ var.}$$

Bei Leerlauf:  $I_b = 0 \rightarrow U = U_p$ 

#### VII. THEORIE

#### A. Grundlagen

Kriterien für Einteilung Energieversorgungsnetze:

- Spannungsart
- Spannungshöhe
- Funktion
- Topologie

## Arten der Netztopologien:

- Strahlennetz (z.B. Kfz-Bordnetz)
- Ringnetz
- Maschennetz

## Spannungshöhe:

- Höchstspannung (HöS)  $380/220 \, kV$
- Hochspannung (HS)  $100 \, kV$
- Mittelspannung (MS)  $10/20 \, kV$
- Niederspannung (NS)  $< 1 \, kV$

#### Tages-Belastungsdiagramm:

- <u>Grundlast</u>: Kernenergie, Braunkohle, Laufwasser produzieren konstant Strom, träge Wärmeprozesse
- <u>Mittellast</u>: Erdgas, Steinkohle, Heizöl vorhersehbar schwankender Teil der benötigten Leistung
- <u>Spitzenlast</u>: Pumpspeicher, Gasturbinen schnell zuschaltbar, Abdeckung Lastspitzen (bei Mittag, Abend)

Residuallast: Netzlast abzüglich fluktierender Einspeiseleistung der erneuerbaren Energien, entspricht der Last, die konventionelle Kraftwerke abdecken müssen

#### B. Trafos

#### Kühlungsart

O: Ölisolierung N: Natürlich durch Auftrieb

A: Luft W: Wasser F: Fremd durch Lüfterpumpen

Beispiel:

ONAN: Ölkreislauf natürlich, Kühler (Radiatoren) natürlich OFWF: Ölkreislauf gepumpt, Wasserkühler mit Pumpen

## Schaltgruppen

OS: Y, YN, D US: y, yn, d, zn, a

N/n: mit Sternpunktleiter

zn: Zick-Zack (nur Sternpunktschaltung)

a: Sparwicklung

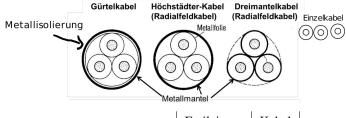
Beispiel: Dy5  $\rightarrow$  Dreieck OS, Stern US,  $5 \cdot 30^{\circ} = 150^{\circ}$  Phasenversatz zwischen OS/US.

#### C. Kabel

#### Leiterprofile (Aufbau-Kurzzeichen)

R: Rundleiter O: Ovalleiter S: Segmentleiter H: Hohlleiter E: Eindrähtig M: Mehrdrähtig V: Verdichtet → weitere Kurzzeichen: siehe F34

#### Kabelaufbau mit zugehörigen Feldbildern



	Freileitung	Kabel
Reaktanzbelag	groß	klein
Kapazitätsbelag	klein	groß
Wellenwiderstand	groß	klein
Natürliche Leistung	klein	groß

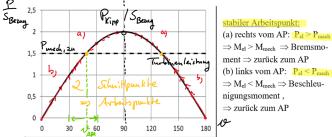
## D. Generator

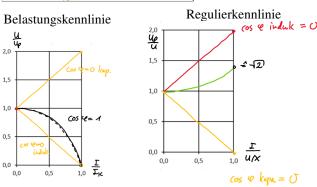
Polradspannung  $U_p$ : Im Stator induzierte Spannung Polradwinkel  $\vartheta$ : Winkel Polrad- zu Klemmenspannung

Aufbau	Stator	Rotor
Innenpol	Induktionsspule	Permanentmagnet
Außenpol	Permanentmagnet	Induktionsspule

#### ⇒ Drehstrom-Synchronmaschinen als Innenpolgenerator!

#### Wirkleistungs-Polradwinkel-Diagramm





## E. Schaltgeräte

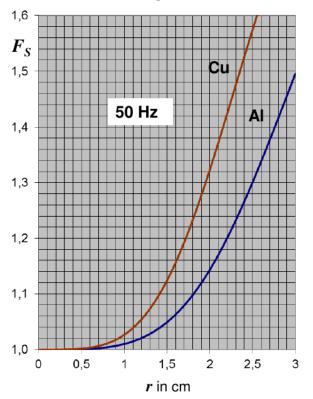
Löschen des Lichtbogens (LiBo):

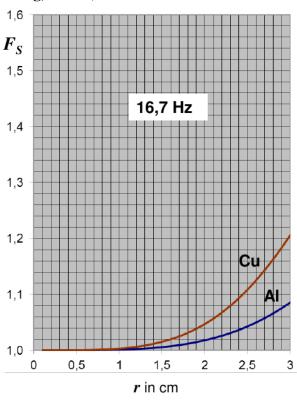
- Verlängerung des LiBo (thermischer Auftrieb)
- Kühlung des LiBo (Öl, MS)
- Aufteilen des LiBo (Löschbleche, in NS)

F39 - Gleichstromwiderstand, Seildurchmesser, Sollquerschnitt (Freileitung)

Nennquerschnitt = Bezeichnung	Sollquerschnitt Aluminium	Sollquerschnitt Stahl	Sollquerschnitt gesamt	Seildurchmesser	Al/St-Seile
A <sub>AI</sub> /A <sub>st</sub> [mm <sup>2</sup> ]	[mm²]	[mm²]	[mm²]	D = 2 r [mm]	$R'_{20^{\circ}C}$ [ $\Omega/km$ ]
16/2,5	15,27	2,54	17,8	5,4	1,874
25/4	23,86	3,98	27,8	6,8	1,203
35/6	34,35	5,73	40,1	8,1	0,835
50/8	48,25	8,04	56,3	9,6	0,595
70/12	69,89	11,40	81,3	11,7	0,413
95/15	94,39	15,33	109,7	13,6	0,306
120/20	121,57	19,85	141,4	15,5	0,237
150/25	148,86	24,25	173,1	17,1	0,194
185/30	183,78	29,85	213,6	19,0	0,157
210/35	209,10	34,09	243,2	20,3	0,138
230/30	230,91	29,85	260,8	21,0	0,125
240/40	243,05	39,49	282,5	21,8	0,119
265/35	263,66	34,09	297,8	22,4	0,109
300/50	304,26	49,48	353,7	24,5	0.095
380/50	381,70	49,48	431,2	27,0	0,076
435/55	434,29	56,30	490,6	28,8	0,067
490/65	490,28	63,55	553,8	30,6	0,059
560/50	561,70	49,48	611,2	32,2	0,051
680/85	678,58	85,95	764,5	36,0	0,043
1045/45	1045,58	45,28	1090,5	43,0	0,028

## F42 - Widerstandserhöhung durch Skineffekt (Freileitung, Kabel)



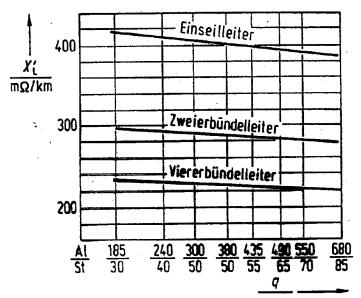


## F43 - Resistanzbelag, Richtwerte Seilbelegungen (Freileitung)

Leitung [kV]	Seiltyp	$R_b'\left[\frac{\Omega}{km}\right]$
10/20	Einfach	0,3 - 0,6
110	Einfach	0,2 - 0,15
220	Zweierbündel	0,09
380	Viererbündel	0,03

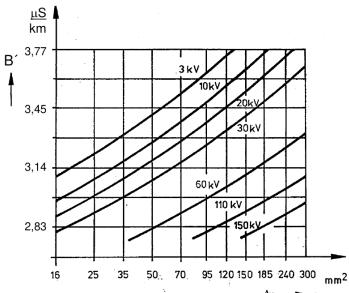
## F46 - Reaktanzbelag, Richtwerte Hochspannungsleitungen (Freileitung)

Seiltyp	$X_b'\left[\frac{\Omega}{km}\right]$ je Leiter
Einerseil	0,40
Zweierbündel	0,30
Viererbündel	0,23



## $F48 - Suszeptanzbelag, \ Richtwerte \ Einfachseil \ bei \ f=50Hz \ (Freileitung)$

Richtwerte $U_{Betrieb}$	$B_b'\left[\frac{\mu S}{km}\right]$ je Leiter
< 30 kV	3,5
> 30 kV	3



## F49 - Konduktanzbelag, Richtwerte (Freileitung)

Richtwerte $U_{Betrieb}$	$G_b'\left[\frac{nS}{km}\right]$ je Leiter
< 30 kV	vernachlässigbar
110 kV	4 - 5
220 kV	2,5 - 3,5
380 kV	1 - 2

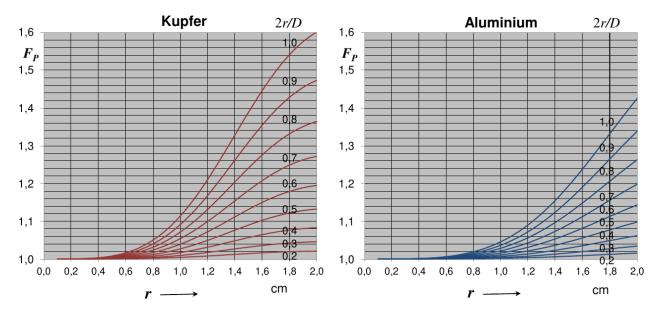
- Strom über Isolation (hier Luft) gegen Erde
- Ursachen: Korona- und Isolationsverluste

F34 - Resistanzbelag  $R_{-}'$  in  $\frac{\Omega}{km}$  (Kabel)

Nennquer- schnitt [mm²]	Kupferleiter	Aluminium- leiter
10	1,830	3,080
16	1,150	1,910
25	0,727	1,200
35	0,524	0,886
50	0,387	0,641
70	0,268	0,443
95	0,193	0,320
120	0,153	0,253
150	0,124	0,206
185	0,0991	0,164
240	0,0754	0,125
300	0,0601	0,100
400	0,0470	0,0778
500	0,0366	0,0605
630	0,0283	0,0469
800	0,0221	0,0367
1000	0,0176	0,0291

Buchstabe	Bedeutung (Ohne $A \rightarrow$ Leiter aus Kupfer)
A	Leiter aus Aluminium
Y	Aderisolierung aus PVC (Polyvinylchlorid)
2Y	Aderisolierung aus PE (Polyethylene)
2X	Aderisolierung aus VPE (Vinyl Polyethylene)
S	Schirm aus Kupfer
С	Konzentrischer Kupferleiter
CW	Konzentrischer Kupferleiter, wellenförmiger
K	Bleimantel
KL	Gepresster, Glatter Aluminiummantel
В	Bewehrung aus Stahlband
F	Bewehrung aus Stahlflachdraht - geschlossen
-J	Kabel mit grün-gelbem Schutzleiter
-O	Kabel ohne grün-gelbem Schutzleiter

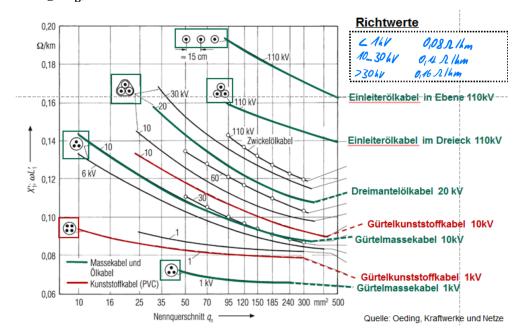
F37 - Widerstandserhöhung durch Proximityeffekt  $F_{\mathrm{P}}$  (Kabel)



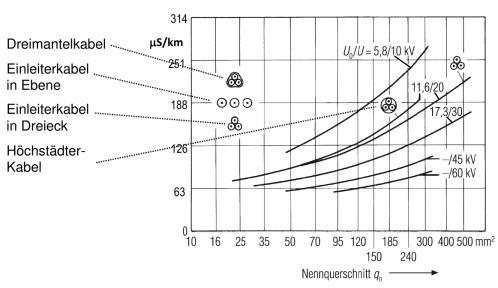
F42 - Verlustfaktor/ $\varepsilon$ -Konstante von Isolierstoffen (Kabel)

Isolierstoff	tanδ x 10 <sup>3</sup>	$\epsilon_{\rm r}$	(ε <sub>r</sub> tanδ) × 10 <sup>3</sup>
Masse-Papier	10	4	40
Öl-Papier	1,5 3	3,3 3,7	5 11
PP(LP)	0,5 0,6	2,6	1,3 1,6
PVC	20 100	3 4	60 400
PE	0,2 0,4	2,2 2,3	0,4 0,9
VPE	0,3 0,4	2,3 2,4	0,7 1,2
EPR	4 6	2,7 3	11 18

## F40 - Reaktanzbelag $X_b^\prime$ , Richtwerte (Kabel)



F43 - Suszeptanzbelag  $\mathbf{B}_{\mathbf{b}}'$  - Richtwerte Radialfeldkabel mit Masseisolierung  $\varepsilon_r=4$ 



F44 - Suszeptanzbelag  $B_b^\prime$  - Richtwerte (Kabel)

