

# Formelsammlung EN

Hoang Tony Pham

## I. GRUNDLAGEN

### A. Drehstrom (DS), 3-Phasen-System

#### 1) Spannungen in DS (symmetrisch)

Leiter-Erde-Spannung  $U_{LE} = 230V$

$$\underline{U}_{L1} = U_{LE} \angle 0^\circ$$

$$\underline{U}_{L2} = U_{LE} \angle -120^\circ = U_{LE} \angle 240^\circ$$

$$\underline{U}_{L3} = U_{LE} \angle -240^\circ = U_{LE} \angle 120^\circ$$

Leiter-Leiter-Spannung  $U_{LL} = 400V$

$$U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{L1} - \underline{U}_{L2} = U_{LL} \angle 30^\circ$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{L2} - \underline{U}_{L3} = U_{LL} \angle 270^\circ$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{L3} - \underline{U}_{L1} = U_{LL} \angle 150^\circ$$

#### 2) Ströme in DS (symmetrisch)

$$\underline{I}_{Lx} = \frac{\underline{U}_{Lx}}{\underline{Z}}$$

$Lx$  : Stranggrößen L1, L2, L3

#### 3) Effektivgrößen, Symmetrische Last

Stranggröße	Stern	Dreieck
Spannung $U_{LE}$	$U_{LE} = \frac{U_{LL}}{\sqrt{3}}$	$U_{LE} = U_{LL}$
Strom $I_{str}$	$I_{str} = I_r$	$I_{str} = \frac{I_r}{\sqrt{3}}$

$I_r$  : Zuleitungs-, Betriebs-, Bemessungsstrom

#### 4) Leistungen in DS

Scheinleistung  $S$  [VA]:

$$S = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L$$

$$= \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{U}_{LE} \cdot \underline{I}_L^* = P + jQ$$

in Sternschaltung:

$$\underline{S}_{ds} = \frac{U_{LL}^2}{\underline{Z}_{LN}^*} \quad \underline{S}_{ws} = \frac{U_{LL}^2}{3 \cdot \underline{Z}_{LN}^*}$$

Wirkleistung  $P$  [W]: Realteil

$$P = S \cdot \cos \varphi = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

Blindleistung  $Q$  [var]: Imaginärteil

$$Q = S \cdot \sin \varphi = P \cdot \tan \varphi = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$Q > 0$  : induktiv       $Q < 0$  : kapazitiv

Leistungsfaktor, Winkel:

$\cos \varphi$	$\varphi$ in Grad [°]
0,95	18,1949
0,9	25,8419
0,85	31,7883
0,8	36,8699
0,75	41,4096

### B. Energiebedarf, Deckung

#### 1) Tagesbelastungskurve

$$W = \int_0^{T_n} P(t) dt$$

$$= P_n \cdot T_a = P_{max} \cdot T_m = P_{mittel} \cdot T_n$$

$P_n$	Nennleistung
$T_a$	Ausnutzungsdauer
$P_{max}$	Höchstlast
$T_m$	Benutzungsdauer
$P_{mittel}$	mittlere Leistung
$T_n$	Nennbetriebsdauer (meist. 24h)

#### 2) Frequenz-Wirkleistungs-Regelung

##### a) stationärer Zustand (Gleichgewicht)

$$W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{mech}^2 \quad \omega_{el} = p \cdot \omega_{mech}$$

$$W_{mech-zu} = W_{el-ab} \quad P_{mech-zu} = P_{el-ab}$$

$p$ : Polpaarzahl       $J$ : Massenträgheitsmoment

##### b) Störung

$$W_{m-zu} \neq W_{el-ab} \quad P_{m-zu} \neq P_{el-ab}$$

$$\Delta W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot (\omega_{stat} - \omega_{akt})$$

## II. TRAF0

OS: Oberspannungsseite (Primär)

US: Unterspannungsseite (Sekundär)

Index 1:  $U_1$  : auf OS

Index 2:  $U'_2 = U_2 \cdot \ddot{u}$  : auf US

### A. Grundgleichungen, idealer Trafo

#### Windungsspannung

$$\frac{U_1}{N_1} = \frac{U_2}{N_2} = U_W = 4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

#### Induktionsspannung, Effektivwert

$$U_{ieff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi f \cdot N \cdot A_{Fe} \cdot \hat{B}$$

$$= 4,44 \cdot N \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

#### Transformation

Spannung	Strom	Impedanz
$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u}$	$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\ddot{u}}$	$R'_2 = \ddot{u}^2 \cdot R_2$
$\underline{U}'_2 = \ddot{u} \cdot \underline{U}_2$	$\underline{I}'_2 = \underline{I}_2 \cdot \frac{1}{\ddot{u}}$	$Z_1 = \ddot{u}^2 \cdot Z_2$

#### Durchgangsleistung

$$S_1 = S_2 = S_D$$

#### Bemessungsscheinleistung [VA]

$$S_{rT} = \sqrt{3} \cdot U_{LL,OS} \cdot I_{L,OS}$$

$$S_{rT} = 3 \cdot U_{LE,OS} \cdot I_{L,OS}$$

### B. Ersatzschaltbild (ESB)

$$U_1 = U_{OS} \quad U'_2 = U_{US}$$

$$R_T + jX_T = (R_1 + R'_2) + j(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})$$

$$Z_T = R_T + jX_T$$

$$U_1 = (R_T + jX_T) \cdot I_1 + U'_2$$

#### Kurzschlussmessung (KS)

KS auf US.  $\rightarrow \underline{U}_{K1}$  auf OS (meistens)

KS auf OS.  $\rightarrow \underline{U}_{K2}$  auf US

#### Bemessungsspannung (r = rated)

$$U_{rT} = U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

#### relative KS-Spannung [%]

$$u_K = \frac{\sqrt{u_{K,Re}^2 + u_{K,Im}^2}}{U_{rT}} \cdot 100\%$$

$$= \frac{Z_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}}$$

$$\underline{u}_{K1} = \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{rT1}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{LE,T1}}$$

$$\underline{u}_{K2} = \frac{\underline{U}_{K2}}{U_{rT2}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1} \cdot \ddot{u}}{U_{rT1} \cdot \ddot{u}/\sqrt{3}}$$

$$u_{K,Re} = \frac{P_K}{S_{rT}} \cdot 100\% = \frac{R_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}}$$

$$u_{K,Im} = \sqrt{u_K^2 - u_{K,Re}^2}$$

#### KS-Größen

$$I_K = \frac{I_r}{u_K} = \frac{U_{rT}/\sqrt{3}}{Z_T}$$

$$U_K = \frac{u_K}{100\%} \cdot \frac{U_{rT}}{\sqrt{3}}$$

#### Betriebskonstanten

$$Z_T = \frac{u_K}{100\%} \cdot \frac{U_{rT1}^2}{S_{rT}}$$

$$R_T = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT1}^2}{S_{rT}} = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT1}}{\sqrt{3} \cdot I_r}$$

$$= P_K \cdot \frac{U_{rT1}^2}{S_{rT}^2} = \frac{P_K}{3 \cdot I_r^2}$$

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} \quad \left( = u_{K,Im} \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}} \right)$$

#### Verlustleistung, Wirkungsgrad

$$P_{ab} = S_{rT} \cdot \cos \varphi$$

$$P_{K,OS} = 3 \cdot R_T \cdot I_{r,US}^2$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_K + P_L}$$

$$\eta_{max} = \frac{P'_{ab}}{P'_{zu}} = \frac{S_{rT} \cdot \cos \varphi \sqrt{\frac{P_L}{P_K}}}{P'_{ab} + 2P_L} \leftarrow P_L = P_K$$

$P_{ab}$ : abgegebene Wirkleistung

$P_{K,OS}$ : KS-/Kupferverluste, Index: OS/US

$I_r$ : Bemessungsstrom auf US, wenn  $P_K$  auf OS

$P_L$ : Leerlaufverluste

$\eta_{max}$ : bei  $P_L = P_K$

### C. Parallelbetrieb von 2 Trafos

#### Scheinleistungsteiler

$$|S_{T1}| = \frac{Z_{T2}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$

$$|S_{T2}| = \frac{Z_{T1}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$

$$|S_{Tges}| = |S_{T1}| + |S_{T2}|$$

**max. Last, ohne Trafobelastung**

$$\left(\frac{S_{rT1/2}}{S_{T1/2}}\right)_{\min} \Rightarrow S_{T,max} = \left(\frac{S_{rT}}{S_T}\right)_{\min} \cdot S_{T,ges}$$

$$S_{T1} = \frac{u_{K,min}}{U_{K,T1}} \cdot S_{rT1}$$

- 1) Schaltgruppe mit gleicher Kennzahl
- 2) Gleiches Übersetzungsverhältnis
- 3) annähernd gleiche Kurzschlussspannung (max. diff. 10%)
- 4) Bemessungsscheinleistung kleiner als 3:1

**III. FREILEITUNG****A. Durchhang von Freileitungsseilen**

hängen hyperbolisch durch. (ab 110 kV:)

$$h_{min} = 6 \text{ m} + \left(\frac{U_{nLL} - 110 \text{ kV}}{150 \text{ kV}}\right) m$$

**B. Resistanzbelag****DC-Widerstand**

$A_{eff}$  : Wirksamer Querschnitt [ $mm^2$ ]

$F_{\vartheta}$  : Widerstandserhöhung durch Erwärmung

$\vartheta_{max}$  : max. zul. Betriebstemp. des Leiterseils

$$R'_{\underline{=}} = \frac{R_{\underline{=}}}{l} = \frac{\rho_{20^\circ}}{A_{eff}} \cdot \frac{1}{km}$$

$$F_{\vartheta} = 1 + \alpha(\vartheta_{max} - 20^\circ C)$$

Material	$\rho_{20^\circ C}$ in $\frac{m\Omega \cdot mm^2}{m}$	$\alpha$ in $K^{-1}$
Alu	28,6	0,0038
Kupfer	17,8	0,0039
Silber	16	0,0038
Eisendraht	120	0,0052

weitere Kenngrößen siehe F39

**AC-Widerstand**

$$J = J \cdot e^{-x/\delta}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu_0 \cdot f}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \kappa \cdot \mu_0 \cdot f}}$$

$J$  : Stromdichte (Leiterrand)

$x$  : Abstand vom Leiterrand (Oberfläche)

$\delta$  : Eindringtiefe (Skinneffekt)

**Betriebs-Resistanzbelag**

$$R'_b = R'_{\underline{=}} \cdot F_{\vartheta} \cdot F_S = \frac{R'_{bSeil}}{n_{Seil}}$$

$F_S$  : Widerstandserhöhung durch Skinneffekt

**C. Induktivität****Äußere Ind. Einzelleiter mag. Fluss****-||- Doppelleiter****Innere Ind. Einzelleiter verketteter mag. Fluss****-||- Doppelleiter**

$$\Phi_{a1} = \frac{\mu I l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-r}{r}\right)$$

$$L_a = \frac{2\Phi_{a1}}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D}{r}\right)$$

$$\Psi_{i1} = \Psi_{i2} = \frac{\mu I l}{8\pi}$$

$$L_i = \frac{2\Psi_{i1}}{I} = \frac{\mu l}{8\pi}$$

**gesamt Induktivität**

$$\mu = \mu_0, D \gg r$$

$$L_{ges} = L_a + L_i = \frac{\mu l}{2\pi} \left( \ln\left(\frac{D}{r}\right) + \frac{1}{4} \right)$$

$$L' = \frac{L_{ges}}{l} = \frac{\mu}{2\pi} \left( \ln\left(\frac{D}{r}\right) + \frac{1}{4} \right)$$

**D. Reaktanzbelag**

Gleichungen für  $f = 50 \text{ Hz}$

Metallmantel keine Schirmung! Für  $D$  nicht  $\gg r$ !

Radius r-Werte siehe F39

**2-Phasig/Wechselstrom**

$$L'_b = 4 \cdot 10^{-7} \left[ \ln\left(\frac{D_m}{r}\right) + 0,25 \right] \left[ \frac{H}{m} \right]$$

$$X'_b = \omega L'_b = \pi \left[ 4 \ln\left(\frac{D_m}{r}\right) + 1 \right] \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

**Drehstrom****- Einfach-/Bündelleiter (Einfach-DS-System)**

$$X'_b = \frac{\pi}{2} \left( 4 \ln\left(\frac{D_m}{r_B}\right) + \frac{1}{n} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$r_B = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}} \quad r_T = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$$r_B = \sqrt{r \cdot a} \quad \text{für } n = 2$$

$n$  : Anzahl Teilleiter (wenn  $n > 1 \Rightarrow$  Bündelleiter)

$D_m$  : Abstände bei Symmetrie der Phasen zur Mastmitte

$D_{12}$  : Abstand  $L1 - L2$ , Einheit: [ $m$ ]

$r_B$  : Ersatzradius (wenn  $n = 1$ , dann  $r_B = r$ )

$r_T$  : Radius Teilleiter (bei  $n > 1$ )

$a$  : Abstand Teilleiter (bei  $n > 1$ )

### - Doppelleitung (Doppel-DS-System)

$$X'_b = \frac{\pi}{2} \left( 4 \ln \left( \frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r \cdot D_{L1/LI}} \right) + \frac{1}{n} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_{L1/LII} = \sqrt[3]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I}}$$

$$D_{L1/LI} = \sqrt[3]{D_{1,I} \cdot D_{2,II} \cdot D_{3,III}}$$

Bei Asymmetrie (Phase zur Mastmitte)

$$D_{L1/LII} = \sqrt[6]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I} \cdot D_{1,III} \cdot D_{2,I} \cdot D_{3,II}}$$

### E. Kapazität

$$C'_{12} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left( \frac{D}{r} \right)} \quad C'_{1E} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left( \frac{2h}{r} \right)}$$

$C'_{12}$  : Kapazität zw. L1 - L2

$C'_{1E}$  : Kapazität zw. L1 - Erde

$h$  : Höhe zw. L1 - Erde

### F. Suszeptanzbelag (Blindleitwert)

#### 2-Phasig/Wechselstrom

$$C'_b = C'_{1E}$$

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left( \frac{D}{r} \right)} \left[ \frac{\mu S}{km} \right]$$

$B'_b$  : gilt für  $f = 50$  Hz

### Drehstrom

#### - Einfach-/Bündelleitung (Einfach-DS-System)

$$C'_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left( \frac{D_m}{r} \right)}$$

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left( \frac{D_m}{r_B} \right)} \left[ \frac{\mu S}{km} \right]$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$r_B = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}} \quad r_T = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$$r_B = \sqrt{r \cdot a} \quad \text{für } n = 2$$

Bei Einfachleitung  $n = 1 \Rightarrow r_B = r$

#### - Doppelleitung (Doppel-DS-System)

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left( \frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r_B \cdot D_{L1/LI}} \right)} \left[ \frac{\mu S}{km} \right]$$

$$D_{L1/LII} = \sqrt[3]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I}}$$

$$D_{L1/LI} = \sqrt[3]{D_{1,I} \cdot D_{2,II} \cdot D_{3,III}}$$

### G. Konduktanzbelag (Wirkleitwert)

$$G'_b = \frac{P_{VI}}{U_{LL}^2} \left[ \frac{S}{km} \right]$$

$$P_{VI} : \text{Korona-/Isolationsverluste} \left[ \frac{W}{km} \right]$$

$U_{LL}$  : Nennspannung, Leiter-Leiter (Bsp: 110kV, 220kV...)

## IV. KABEL

### A. Resistanzbelag

$$F_\vartheta = 1 + \alpha \cdot (\vartheta_{max} - 20^\circ C)$$

$$R'_b = R'_\infty \cdot F_\vartheta \cdot F_S \cdot F_P$$

$F_S$ : Skineffekt (F35)

$F_P$  : Proximity-Effekt (F37)

### B. Reaktanzbelag

Metallmantel keine Schirmung! Für  $D$  nicht  $\gg r$ !

$r$  : Radius des (Innen-)Leiters, nicht vom Mantel!

### Wechselstromkabel

$$X'_b = \pi \left( 4 \ln \left( \frac{D}{r} - 1 \right) + 1 \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

### Einfach-Drehstromkabel

$$X'_b = \pi \left( 2 \ln \left( \frac{D_m}{r} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

### Doppel-Drehstromkabel

$$X'_b = \pi \left( 2 \ln \left( \frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r \cdot D_{L1/LI}} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

### C. Suzeptanzbelag

Metallmantel/-folie schirmt E-Feld ab!

$B'_b$  : gilt für  $f = 50$  Hz

$d$  : Schirm/Mantel-Durchmesser eines Leiters

$R$  : Radius der Isolierung

$D$  : Abstand zw. 2 Innenleiter (vom Mittelpunkt)

### Einleiter-/Dreimantel-/Radialfeldkabel

$$C'_b = C'_{LE} = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left( \frac{R}{r} \right)}$$

$$B'_b = \omega C'_b = \frac{17,47 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu S}{\ln \left( \frac{R}{r} \right) \cdot km}$$

### Wechselstromkabel - 2 Innenleiter

$$C'_b = 2 \cdot C_{LE} + C_{LL} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left( \left( \frac{D}{r} \right) \cdot \frac{(d^2 - D^2)}{(d^2 + D^2)} \right)}$$

$$B'_b = \omega C'_b = \frac{8,735 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu S}{\ln \left( \left( \frac{D}{r} \right) \cdot \frac{(d^2 - D^2)}{(d^2 + D^2)} \right) \cdot km}$$

### Einfach-Drehstromkabel - 3 Innenleiter

$$C'_b = C_{LE} + 3 \cdot C_{LL} = \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left( \left( \frac{D}{r} \right)^2 \cdot \frac{(0,75d^2 - D^2)^3}{(0,75d^2)^3 - (D^2)^3} \right)}$$

$$B'_b = \omega C'_b = \frac{34,94 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left( \left( \frac{D}{r} \right)^2 \cdot \frac{(0,75d^2 - D^2)^3}{(0,75d^2)^3 - (D^2)^3} \right)} \frac{\mu S}{km}$$

keine Kopplung zum Nachbarsystem  $B'_{EDL} = B'_{DDL}$

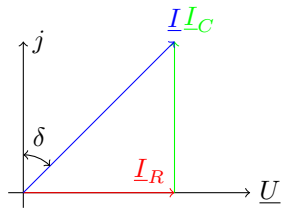
#### D. Konduktanzbelag

Ursache: Restleitfähigkeit der Isolierwerkstoffe  
bzw. Polarisationsverluste

#### Verlustfaktor

$$\tan \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{1}{\omega C R} = \frac{G}{B}$$

$$G'_b = B'_b \cdot \tan \delta = \omega C'_b \cdot \tan \delta$$



#### Dielektrische Verluste

$$P_{Diel} = (\tan \delta \cdot \varepsilon_r) \cdot \omega \cdot C_{Vakuum} \cdot U^2 = G'_b \cdot U_{LE}^2$$

$\tan \delta \cdot \varepsilon_r$ : Verlustfaktor, siehe Tabelle **F43**

#### E. Leistung

geg:  $I_{max}, l, X'_b, G'_b$  ges:  $P_{max}$

$$X_b = X'_b \cdot l \quad B_b = B'_b \cdot l$$

$$Q = 3 \cdot I_{max}^2 \cdot X_b - 3 \cdot U_{LE}^2 \cdot B_b$$

$$P_{max} = \sqrt{S^2 - Q^2}$$

### V. BETRIEB VON LEITUNGEN

#### A. Kenngrößen

##### Leitung mit Verlusten

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R'_b + jX'_b) \cdot (G'_b + jB'_b)} = \alpha + j\beta \left[ \frac{1}{km} \right]$$

$$\underline{Z}_w = \sqrt{\frac{R'_b + jX'_b}{G'_b + jB'_b}} = |Z_w| \cdot e^{j\delta}$$

Falls Formel von  $\underline{Z}_w$  nicht über TR berechenbar  $\rightarrow$

Betrag: erst  $\underline{Z}_w^2$ , dann  $\sqrt{|\underline{Z}_w^2|}$  ermitteln

Phase:  $0,5 \cdot \arg(\underline{Z}_w^2)$

$\Rightarrow$  Gilt analog auch für  $\underline{\gamma}$ .

$\gamma$ : Ausbreitungskonstante  $\left[ \frac{rad}{km} = \frac{1}{km} \right]$

$\alpha$ : Dämpfungskonstante

$\beta$ : Phasenkonstante  $\left[ \frac{rad}{km} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{km} = \frac{^\circ}{km} \right]$

$Z_w$ : Wellenwiderstand

$\delta$ : Phase des Wellenwiderstandes

#### Leitung ohne Verluste

$$R'_b = G'_b = 0 \rightarrow \alpha, \delta = 0$$

$$\underline{\gamma} = j\beta = j\sqrt{X'_b \cdot B'_b} = j\omega \cdot \sqrt{L'_b \cdot C'_b} \left[ \frac{^\circ}{km} \right]$$

$$|\beta| = \sqrt{X'_b \cdot B'_b} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \omega \cdot \sqrt{L'_b \cdot C'_b}$$

$$|Z_w| = \sqrt{\frac{X'_b}{B'_b}} = \sqrt{\frac{L'_b}{C'_b}}$$

$$\text{Richtwerte: } Z_w \approx 400 \Omega \quad \beta = 0,06 \frac{^\circ}{km}$$

#### natürliche Leistung, Blindleistungsverluste

- gilt bei Leitung ohne Verlusten, DS-System

- natürlicher Betrieb bei  $Q_L = Q_C$

$$I_{nat} = \frac{U_{LE}}{\sqrt{X_L/B_L}} = \frac{U_{LE}}{Z_w} \neq f(l)$$

$$P_{nat} = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_{nat} = \frac{U_{LL}^2}{Z_w} = \frac{3 \cdot U_{LE}}{Z_w}$$

$$Q_L = 3 \cdot X_L \cdot I_L^2 \quad Q_C = 3 \cdot B_L \cdot U_{LE}^2$$

$$\frac{Q_V}{Q_C} = \left( \frac{S_u}{P_{nat}} \right)^2 - 1$$

$$Q_v = Q_1 - Q_2 = Q_L - Q_C = Q_C \cdot \left( \frac{Q_L}{Q_C} - 1 \right)$$

$$S_v = S_1 - S_2 = P_v + jQ_v$$

$$S_u = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L$$

$Q_v$ : Blindleistungsverluste

$S_u$ : Übertragungsscheinleistung

#### B. Ersatzschaltbilder (ESB)

##### Kenngrößen

	Längsweig	Querweig
Wirk	$R_L = R'_b \cdot l$	$G_L = G'_b \cdot l$
Blind	$X_L = X'_b \cdot l$	$B_L = B'_b \cdot l$

$R_L$ : Resistanz  $X_L$ : Reaktanz

$B_L$ : Suszeptanz  $G_L$ : Konduktanz

$R_L, X_L$  in Reihen-,  $B_L, G_L$  in Parallelschaltung

Index 1/2: Größe am Anfang/Ende der Leitung ( $U_{LE}!!$ )

Index L: Größen bezogen auf Leitung

$dU$ : Spannung am Längsweig

**MS-/NS-Leitungen mit Verlusten**

$$I_G, I_C \ll I_L \Rightarrow G'_b = B'_b = 0$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_L = \underline{I}_2 \quad \underline{U}_1 = d\underline{U} + \underline{U}_2$$

$$d\underline{U} = (R_L + jX_L) \cdot \underline{I}_L = (R'_b + jX'_b) \cdot l \cdot \underline{I}_L$$

$$\underline{Z}_L = R_L + jX_L \quad \varphi_Z = \arctan \frac{X_L}{R_L} = \arctan \frac{X'_b}{R'_b}$$

**Kurze HS-/HöS-DS-Freileitungen**

$$U_{LL} > 100 \text{ kV für } l \leq 220 \text{ km}$$

ohne Verluste: ( $R'_b = G'_b = 0$ )

$$B'_1 = B'_2 = \frac{B'_b}{2} \quad \underline{I}_{C1/2} = j B_{1/2} \cdot \underline{U}_{1/2}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{C1} + \underline{I}_L \quad \underline{I}_L = \underline{I}_{C2} + \underline{I}_2$$

bei Leerlauf:  $\underline{I}_2 = 0 \rightarrow \underline{I}_{C2} = \underline{I}_L$

$$\underline{U}_1 = \left(1 - \frac{X_L \cdot B_L}{2}\right) \cdot \underline{U}_2$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + j 0.5 \cdot B_L \cdot (\underline{U}_1 + \underline{U}_2)$$

$$Q_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1$$

$\underline{I}_1$ : Ladestrom       $Q_1$ : Ladeleistung

bei Betrieb mit natürlicher Leistung:  $R_2 = Z_w = \underline{Z}_2$

$$S_1 = S_2 = P_1 = P_2 = P_{nat} \quad |\underline{U}_1| = |\underline{U}_2| \quad |I_1| = |I_2|$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot B_L \cdot X_L + j \frac{X_L}{Z_w}\right)$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{Z_w} + j \frac{B_L}{2} \cdot (\underline{U}_1 + \underline{U}_2)$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_2}{Z_w} + j \frac{B_L}{2} \cdot \underline{U}_2$$

**Lange HS-/HöS-DS-Freileitungen**

$$U_{LL} > 100 \text{ kV für } l > 220 \text{ km}$$

ohne Verluste ( $R'_b = G'_b = 0$ )

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos(\beta l) + j \cdot \underline{I}_2 \cdot Z_w \cdot \sin(\beta l)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cdot \cos(\beta l) + j \cdot \frac{\underline{U}_2}{Z_w} \cdot \sin(\beta l)$$

bei Leerlauf:  $\underline{I}_2 = 0, \underline{Z}_2 \rightarrow \infty$

bei Betrieb mit natürlicher Leistung:  $\varphi = \beta l \left[ \frac{^\circ}{\text{km}} \cdot \text{km} = ^\circ \right]$

$$\underline{U}_1 = |\underline{U}_2| \cdot e^{j\varphi} \quad \underline{I}_1 = |\underline{I}_2| \cdot e^{j\varphi}$$

$$\underline{S}_1 = \underline{S}_2 = \frac{3 \cdot U_{2,LE}^2}{Z_w} = P_{nat}$$

**mit Verlusten**

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cosh(\underline{\gamma} l) + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_w \cdot \sinh(\underline{\gamma} l)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cdot \cosh(\underline{\gamma} l) + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_w} \cdot \sinh(\underline{\gamma} l)$$

Nicht direkt mit komplexen Modus des TR einsetzbar!

Lösung:  $\alpha \cdot l$  und  $\beta \cdot l [^\circ]$  einzeln berechnen, dann:

$$\cosh(\underline{\gamma} l) = \frac{1}{2} [e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l} + e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l}]$$

$$\sinh(\underline{\gamma} l) = \frac{1}{2} [e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l} - e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l}]$$

$e^{\pm \alpha l}$ : Betrag       $e^{\pm j\beta l}$ : Winkel ( $\angle$  im TR)

**Wichtig:** Winkel von  $\beta$  umrechnen für  $\beta \cdot l$  !

$$[\beta] = \frac{\text{rad}}{\text{km}} \Rightarrow \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{\text{km}} = \frac{^\circ}{\text{km}}$$

**HS-/HöS-DS-Kabel**

$l > 95 \text{ km}$ : langes Kabel

$Q_V = Q_L - Q_C$  wie Freileitungen (FL), aber  $Q_K > Q_{FL}$

$$S_{th} = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_{Dauer}$$

$$P_{max} = \sqrt{S_{th}^2 - Q_V^2} = \sqrt{S_{th}^2 - Q_V'^2 \cdot l^2}$$

$$Q_V = Q_V' \cdot l \quad l_{max} = \frac{S_{th}}{Q_V'}$$

$S_{th}$ : thermisch, max. Scheinleistung

$P_{max}$ : max. übertragbare Wirkleistung

$l_{max}$ : max. Kabellänge, wenn  $P_{max} = 0$

## VI. GENERATOR

### Induktionsgesetz

$$U_{ieff} = 4,44 \cdot N \cdot f \cdot B_{=} \cdot \hat{A}_{Fe}$$

### Polpaarzahl

$$n = \frac{f}{p} = \frac{3000}{p} \left[ \frac{1}{min} \right] \quad \text{für } f = 50\text{Hz}$$

#### A. Ersatzschaltbild (ESB)

Vernachlässigung von  $R_S = 0$

$$\underline{I} = I_w + jI_b \quad I_w = I \cdot \cos(\varphi) \quad I_b = \underline{I} \cdot (\pm \sin(\varphi))$$

$$\underline{U}_p = \underline{U} + jX_s \cdot \underline{I} \quad U_p = \sqrt{(U + X \cdot I_B)^2 + (X \cdot I_W)^2}$$

$\underline{U}, \underline{I}$ : Klemmen  $U_p$ : Polrad (Quelle)  $X_s$ : Statorreaktanzen

$\varphi$ :  $\angle(U, I)$   $\vartheta$ :  $\angle(U, U_p)$

#### B. Allein-/Inselbetrieb

Belastungskennlinie ( $U_p = \text{const.}$ ):

$$1 = \left( \frac{U}{U_p} \right)^2 - 2 \cdot \left( \frac{U}{U_p} \right) \cdot \left( \frac{I}{I_k} \right) \cdot (\pm \sin(\varphi)) + \left( \frac{I}{I_k} \right)^2$$

1) Reine Wirkleistung:  $\sin(\varphi) = 0 \Rightarrow$  Kreis

$$\frac{U}{U_p} = \sqrt{1 - \left( \frac{I}{I_k} \right)^2} \quad I_k = \frac{U_p}{X_s}$$

2) Reine Blindleistung:  $\sin(\varphi) = \pm 1 \Rightarrow$  Gerade

$$\frac{U}{U_p} = 1 \mp \left( \frac{I}{I_k} \right)$$

$-$ : induktiv  $+$ : kapazitiv  $I_k$ : Kurzschluss

#### C. Netzbetrieb, Betrieb am starren Netz

Reguliekennlinie ( $U = \text{const.}$ ):

$$\frac{U_p}{U} = \sqrt{1 + 2 \cdot \frac{I}{I_B} \cdot \sin(\varphi) + \left( \frac{I}{I_B} \right)^2} \quad I_B = \frac{U}{X}$$

1) Reine Wirkleistung:  $\sin(\varphi) = 0 \Rightarrow$  Kreis

$$\frac{U_p}{U} = \sqrt{1 + \left( \frac{I}{I_B} \right)^2}$$

2) Reine Blindleistung:  $\sin(\varphi) = \pm 1 \Rightarrow$  Gerade

$$\frac{U_p}{U} = 1 \pm \left( \frac{I}{I_B} \right)$$

$+$ : induktiv  $-$ : kapazitiv  $I_B$ : Bezugsstrom

### D. Leistung

$P_{mech, zu} = P_{el, ab} \neq f(\vartheta) \rightarrow$  für  $\vartheta < 90^\circ$  stabil

$$\sin(\vartheta) = \frac{I_w}{U_p} = \frac{P \cdot X}{3 \cdot U \cdot U_p} \quad P = 3 \cdot \frac{U \cdot U_p}{X} \cdot \sin(\vartheta)$$

$$S_{Bez} = 3 \cdot \frac{U^2}{X} \quad P_{Kipp} = P_{max} = 3 \cdot U \cdot \frac{U_p}{X}$$

$$\frac{P}{S_{Bez}} = \left( \frac{U_p}{U} \right) \cdot \sin(\vartheta)$$

$$\frac{Q}{S_{Bez}} = \left[ \left( \frac{U_p}{U} \right) \cdot \cos(\vartheta) \right] - 1$$

### E. Regelung

$$v_{neu} = \sin^{-1} \left( \frac{P_{neu} \cdot X}{3 \cdot U \cdot U_{p, neu}} \right)$$

$$Q_{neu} = \left( \frac{3 \cdot U^2}{X_s} \right) \cdot \left( \left( \frac{U_{p, neu}}{U} \cos(v_{neu}) \right) - 1 \right)$$

### Konstante Scheinleistung

$S = S_{max} = \text{const}$

$\underline{U} = \text{const}, |\underline{I}| = \text{const}$

$I_w = \text{var.} \rightarrow P_{zu} = \text{var.}$

$I_b = \text{var.} \rightarrow I_{Err}, U_p = \text{var.}$

### Variable Polradspannung

$I_{err} \sim U_p$

$P_{zu} = \text{const} \rightarrow I_w = \text{const}$

$Q = \text{var.} \rightarrow I_b = \text{var.} \rightarrow I_{Err} = \text{var.}$

bei  $1 \leq \frac{U_p}{U} \leq 2$  ergibt sich

$$-0,5(kap.) \leq \frac{Q}{S_{Bez}} \leq +0,75(ind.)$$

### Turbinenventildrosselung

$U_p = \text{const} \rightarrow I_b = f(I_w)$

$P = \text{var.} \rightarrow I_w = \text{var.} \rightarrow Q = \text{var.}$

bei  $0,9 \leq \frac{P}{S_{Bez}} \leq 1,75$  ergibt sich

$$0 \leq \frac{Q}{S_{Bez}} \leq +0,75(ind.)$$

$U_p, P, Q$  und  $v$  sind abhängig voneinander.

Aus zwei Größen  $\rightarrow$  die anderen Beiden

### Reine Blindleistung (Phasenschieberbetrieb)

$P = 0 \rightarrow I_w = 0$

$U, U_p$  phasengleich

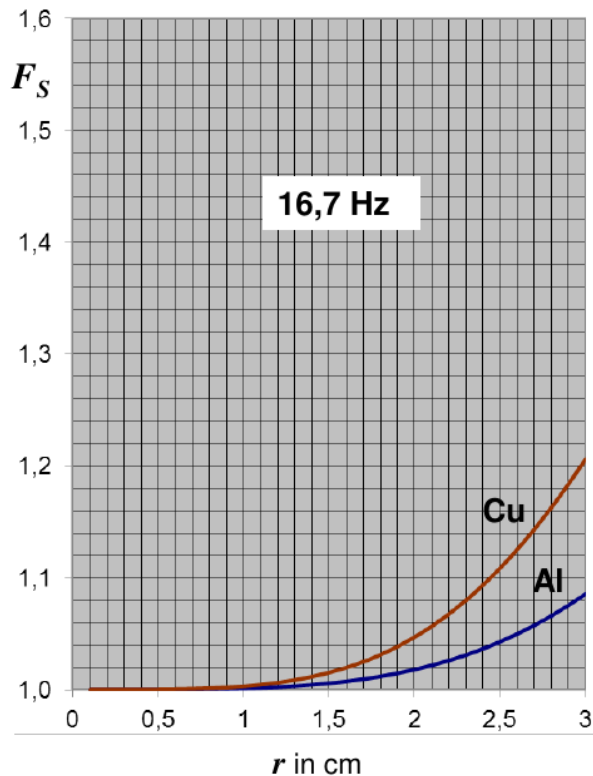
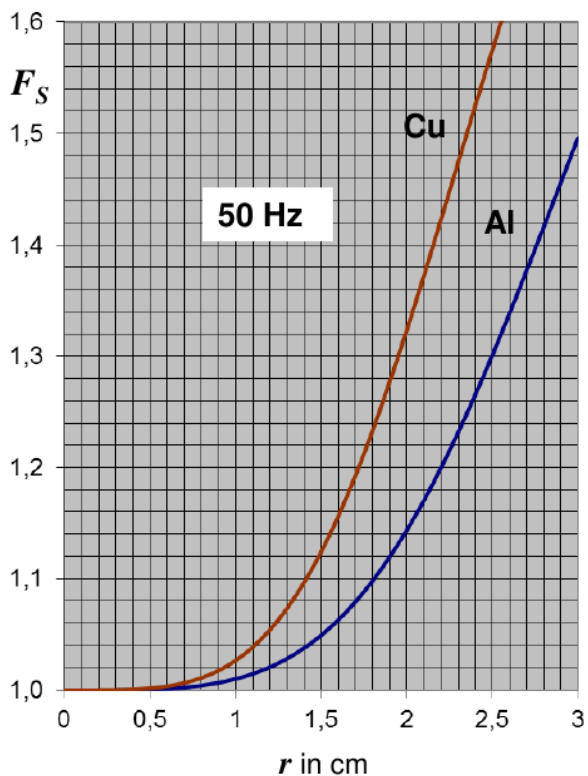
$Q = \text{var.} \rightarrow I_b = \text{var.} \rightarrow U_p \text{ var.}$

Bei Leerlauf:  $I_b = 0 \rightarrow U = U_p$

## VII. TABELLEN, ANHÄNGE

**F39 - Gleichstromwiderstand, Seildurchmesser, Sollquerschnitt (Freileitung)**

Nennquerschnitt = Bezeichnung $A_{Al}/A_{St}$ [mm <sup>2</sup> ]	Sollquerschnitt Aluminium [mm <sup>2</sup> ]	Sollquerschnitt Stahl [mm <sup>2</sup> ]	Sollquerschnitt gesamt [mm <sup>2</sup> ]	Seildurchmesser $D = 2 r$ [mm]	Al/St-Seile $R'_{20^\circ C}$ [Ω/km]
16/2,5	15,27	2,54	17,8	5,4	1,874
25/4	23,86	3,98	27,8	6,8	1,203
35/6	34,35	5,73	40,1	8,1	0,835
50/8	48,25	8,04	56,3	9,6	0,595
70/12	69,89	11,40	81,3	11,7	0,413
95/15	94,39	15,33	109,7	13,6	0,306
120/20	121,57	19,85	141,4	15,5	0,237
150/25	148,86	24,25	173,1	17,1	0,194
185/30	183,78	29,85	213,6	19,0	0,157
210/35	209,10	34,09	243,2	20,3	0,138
230/30	230,91	29,85	260,8	21,0	0,125
240/40	243,05	39,49	282,5	21,8	0,119
265/35	263,66	34,09	297,8	22,4	0,109
300/50	304,26	49,48	353,7	24,5	0,095
380/50	381,70	49,48	431,2	27,0	0,076
435/55	434,29	56,30	490,6	28,8	0,067
490/65	490,28	63,55	553,8	30,6	0,059
560/50	561,70	49,48	611,2	32,2	0,051
680/85	678,58	85,95	764,5	36,0	0,043
1045/45	1045,58	45,28	1090,5	43,0	0,028

**F42 - Widerstandserhöhung durch Skineffekt (Freileitung, Kabel)**

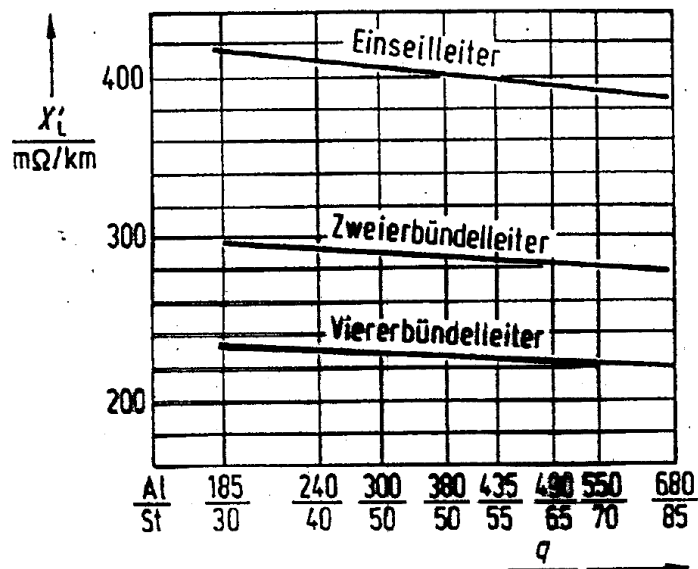


**F43 - Resistanzbelag, Richtwerte Seilbelegungen (Freileitung)**

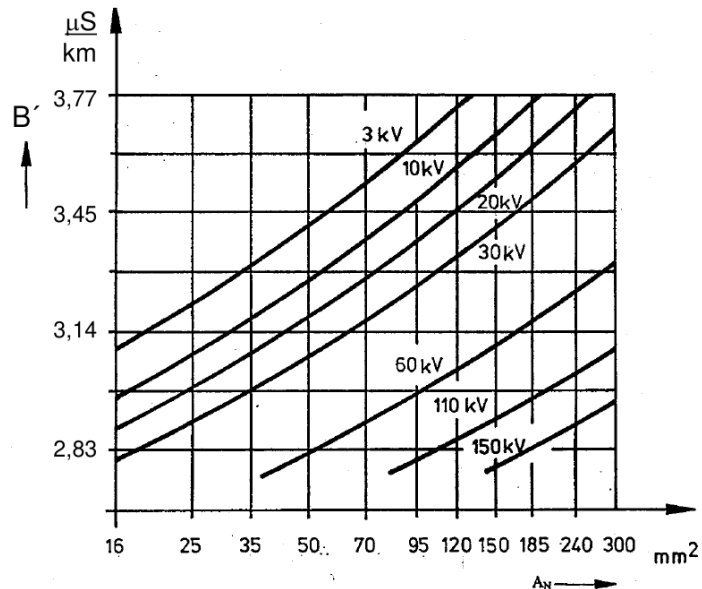
Leitung [kV]	Seiltyp	$R'_b \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$
10/20	Einfach	0,3 - 0,6
110	Einfach	0,2 - 0,15
220	Zweierbündel	0,09
380	Viererbündel	0,03

**F46 - Reaktanzbelag, Richtwerte Hochspannungsleitungen (Freileitung)**

Seiltyp	$X'_b \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$ je Leiter
Einerseil	0,40
Zweierbündel	0,30
Viererbündel	0,23


**F48 - Suszeptanzbelag, Richtwerte Einfachseil bei f=50Hz (Freileitung)**

Richtwerte $U_{Betrieb}$	$B'_b \left[ \frac{\mu S}{km} \right]$ je Leiter
< 30 kV	3,5
> 30 kV	3


**F49 - Konduktanzbelag, Richtwerte (Freileitung)**

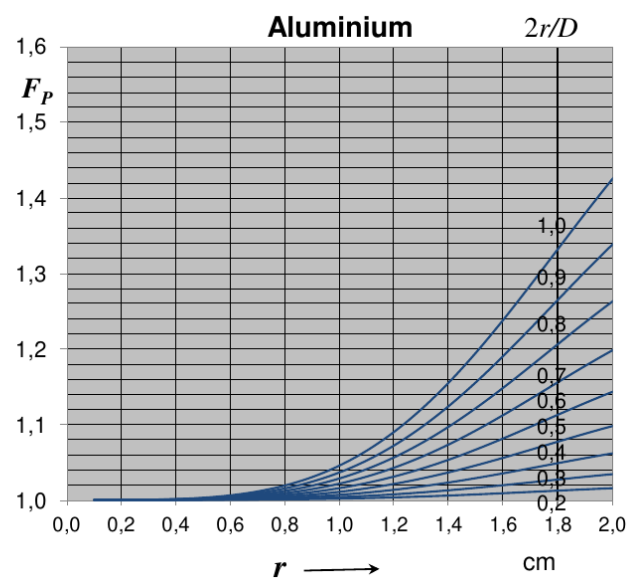
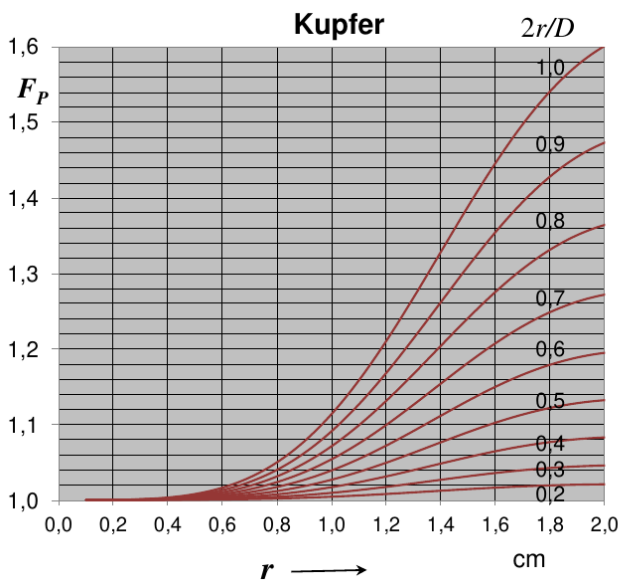
Richtwerte $U_{Betrieb}$	$G'_b \left[ \frac{nS}{km} \right]$ je Leiter
< 30 kV	vernachlässigbar
110 kV	4 - 5
220 kV	2,5 - 3,5
380 kV	1 - 2

- Strom über Isolation (hier Luft) gegen Erde
- Ursachen: Korona- und Isolationsverluste

**F34 - Resistanzbelag  $R'_{\Omega}$  in  $\frac{\Omega}{\text{km}}$  (Kabel)**

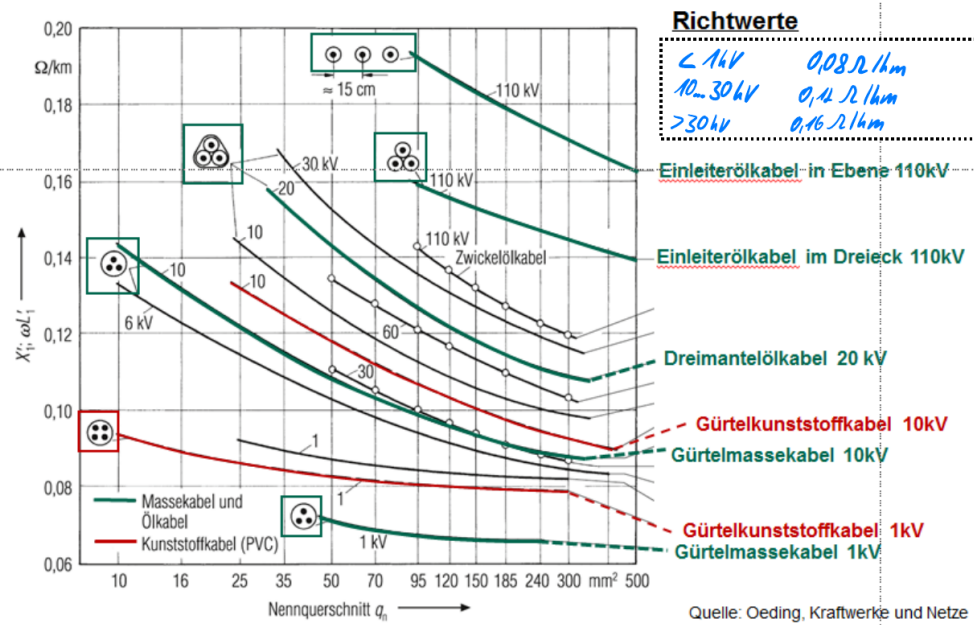
Nennquerschnitt [mm <sup>2</sup> ]	Kupferleiter	Aluminiumleiter
10	1,830	3,080
16	1,150	1,910
25	0,727	1,200
35	0,524	0,886
50	0,387	0,641
70	0,268	0,443
95	0,193	0,320
120	0,153	0,253
150	0,124	0,206
185	0,0991	0,164
240	0,0754	0,125
300	0,0601	0,100
400	0,0470	0,0778
500	0,0366	0,0605
630	0,0283	0,0469
800	0,0221	0,0367
1000	0,0176	0,0291

Buchstabe	Bedeutung (Ohne A → Leiter aus Kupfer)
A	Leiter aus Aluminium
Y	Aderisolierung aus PVC (Polyvinylchlorid)
2Y	Aderisolierung aus PE (Polyethylene)
2X	Aderisolierung aus VPE (Vinyl Polyethylene)
S	Schirm aus Kupfer
C	Konzentrischer Kupferleiter
CW	Konzentrischer Kupferleiter, wellenförmiger
K	Bleimantel
KL	Gepresster, Glatter Aluminiummantel
B	Bewehrung aus Stahlband
F	Bewehrung aus Stahlflachdraht - geschlossen
-J	Kabel mit grün-gelbem Schutzleiter
-O	Kabel ohne grün-gelbem Schutzleiter

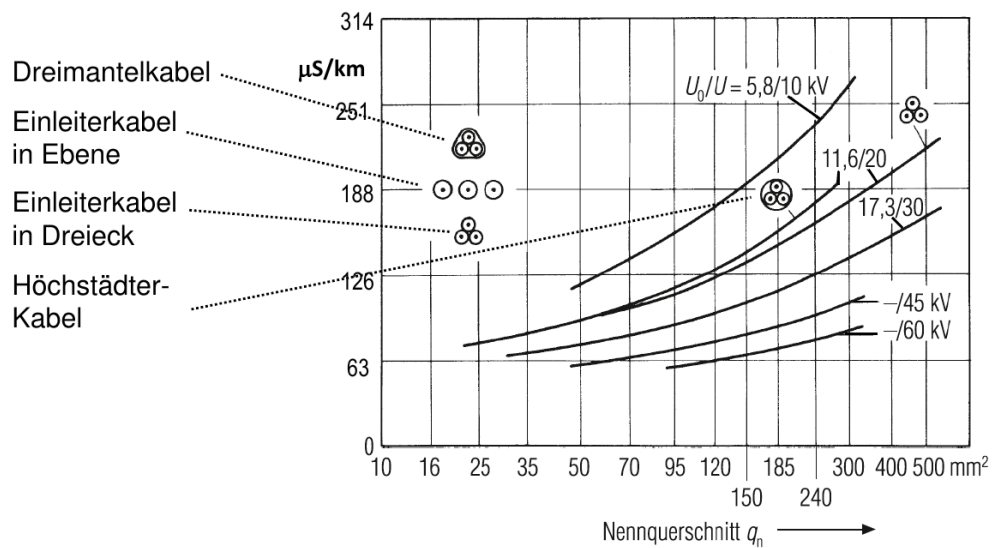
**F37 - Widerstandserhöhung durch Proximityeffekt  $F_P$  (Kabel)**

**F42 - Verlustfaktor/ $\varepsilon$ –Konstante von Isolierstoffen (Kabel)**

Isolierstoff	$\tan\delta \times 10^3$	$\varepsilon_r$	$(\varepsilon_r \tan\delta) \times 10^3$
Masse-Papier	10	4	40
Öl-Papier	1,5 ... 3	3,3 ... 3,7	5 ... 11
PP(LP)	0,5 ... 0,6	2,6	1,3 ... 1,6
PVC	20 ... 100	3 ... 4	60 ... 400
PE	0,2 ... 0,4	2,2 ... 2,3	0,4 ... 0,9
VPE	0,3 ... 0,4	2,3 ... 2,4	0,7 ... 1,2
EPR	4 ... 6	2,7 ... 3	11 ... 18

### F40 - Reaktanzbelag $X'_b$ , Richtwerte (Kabel)



### F43 - Suszeptanzbelag $B'_b$ - Richtwerte Radialfeldkabel mit Masseisolierung $\epsilon_r = 4$



### F44 - Suszeptanzbelag $B'_b$ - Richtwerte (Kabel)

