

Formelsammlung EN

Hoang Tony Pham

I. GRUNDLAGEN

A. Drehstrom (DS), 3-Phasen-System

1) Spannungen in DS (symmetrisch)

Leiter-Erde-Spannung $U_{LE} = 230V$

$$\underline{U}_{L1} = U_{LE} \angle 0^\circ$$

$$\underline{U}_{L2} = U_{LE} \angle -120^\circ = U_{LE} \angle 240^\circ$$

$$\underline{U}_{L3} = U_{LE} \angle -240^\circ = U_{LE} \angle 120^\circ$$

Leiter-Leiter-Spannung $U_{LL} = 400V$

$$U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{L1} - \underline{U}_{L2} = U_{LL} \angle 30^\circ$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{L2} - \underline{U}_{L3} = U_{LL} \angle 270^\circ$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{L3} - \underline{U}_{L1} = U_{LL} \angle 150^\circ$$

2) Ströme in DS (symmetrisch)

$$\underline{I}_{Lx} = \frac{\underline{U}_{Lx}}{\underline{Z}}$$

Lx : Stranggrößen L1, L2, L3

3) Effektivgrößen, Symmetrische Last

| Stranggröße | Stern | Dreieck |
|-------------------|------------------------------------|----------------------------------|
| Spannung U_{LE} | $U_{LE} = \frac{U_{LL}}{\sqrt{3}}$ | $U_{LE} = U_{LL}$ |
| Strom I_{str} | $I_{str} = I_r$ | $I_{str} = \frac{I_r}{\sqrt{3}}$ |

I_r : Zuleitungs-, Betriebs-, Bemessungsstrom

4) Leistungen in DS

Scheinleistung S [VA]:

$$S = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L$$

$$= \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{U}_{LE} \cdot \underline{I}_L^* = P + jQ$$

in Sternschaltung:

$$\underline{S}_{ds} = \frac{U_{LL}^2}{\underline{Z}_{LN}^*} \quad \underline{S}_{ws} = \frac{U_{LL}^2}{3 \cdot \underline{Z}_{LN}^*}$$

Wirkleistung P [W]: Realteil

$$P = S \cdot \cos \varphi = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

Blindleistung Q [var]: Imaginärteil

$$Q = S \cdot \sin \varphi = P \cdot \tan \varphi = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$Q > 0$: induktiv $Q < 0$: kapazitiv

Leistungsfaktor, Winkel:

| $\cos \varphi$ | φ in Grad [°] |
|----------------|-----------------------|
| 0,95 | 18,1949 |
| 0,9 | 25,8419 |
| 0,85 | 31,7883 |
| 0,8 | 36,8699 |
| 0,75 | 41,4096 |

B. Energiebedarf, Deckung

1) Tagesbelastungskurve

$$W = \int_0^{T_n} P(t) dt$$

$$= P_n \cdot T_a = P_{max} \cdot T_m = P_{mittel} \cdot T_n$$

| | |
|--------------|--------------------------------|
| P_n | Nennleistung |
| T_a | Ausnutzungsdauer |
| P_{max} | Höchstlast |
| T_m | Benutzungsdauer |
| P_{mittel} | mittlere Leistung |
| T_n | Nennbetriebsdauer (meist. 24h) |

2) Frequenz-Wirkleistungs-Regelung

a) stationärer Zustand (Gleichgewicht)

$$W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{mech}^2 \quad \omega_{el} = p \cdot \omega_{mech}$$

$$W_{mech-zu} = W_{el-ab} \quad P_{mech-zu} = P_{el-ab}$$

p : Polpaarzahl J : Massenträgheitsmoment

b) Störung

$$W_{m-zu} \neq W_{el-ab} \quad P_{m-zu} \neq P_{el-ab}$$

$$\Delta W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot (\omega_{stat} - \omega_{akt})$$

II. TRAFO

OS: Oberspannungsseite (Primär)

US: Unterspannungsseite (Sekundär)

Index 1: U_1 : auf OS

Index 2: $U'_2 = U_2 \cdot \ddot{u}$: auf US

A. Grundgleichungen, idealer Trafo

Windungsspannung

$$\frac{U_1}{N_1} = \frac{U_2}{N_2} = U_W = 4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

Induktionsspannung, Effektivwert

$$U_{ieff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi f \cdot N \cdot A_{Fe} \cdot \hat{B}$$

$$= 4,44 \cdot N \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

Transformation

| Spannung | Strom | Impedanz |
|---|---|-------------------------------|
| $\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u}$ | $\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\ddot{u}}$ | $R'_2 = \ddot{u}^2 \cdot R_2$ |
| $\underline{U}'_2 = \ddot{u} \cdot \underline{U}_2$ | $\underline{I}'_2 = \underline{I}_2 \cdot \frac{1}{\ddot{u}}$ | $Z_1 = \ddot{u}^2 \cdot Z_2$ |

Durchgangsleistung

$$S_1 = S_2 = S_D$$

Bemessungsscheinleistung [VA]

$$S_{rT} = \sqrt{3} \cdot U_{LL,OS} \cdot I_{L,OS}$$

$$S_{rT} = 3 \cdot U_{LE,OS} \cdot I_{L,OS}$$

B. Ersatzschaltbild (ESB)

$$U_1 = U_{OS} \quad U'_2 = U_{US}$$

$$R_T + jX_T = (R_1 + R'_2) + j(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})$$

$$Z_T = R_T + jX_T$$

$$U_1 = (R_T + jX_T) \cdot I_1 + U'_2$$

Kurzschlussmessung (KS)

KS auf US. $\rightarrow \underline{U}_{K1}$ auf OS (meistens)

KS auf OS. $\rightarrow \underline{U}_{K2}$ auf US

Bemessungsspannung (r = rated)

$$U_{rT} = U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

relative KS-Spannung [%]

$$u_K = \frac{\sqrt{u_{K,Re}^2 + u_{K,Im}^2}}{U_{rT}} \cdot 100\%$$

$$= \frac{Z_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}}$$

$$\underline{u}_{K1} = \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{rT1}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{LE,T1}}$$

$$\underline{u}_{K2} = \frac{\underline{U}_{K2}}{U_{rT2}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1} \cdot \ddot{u}}{U_{rT1} \cdot \ddot{u}/\sqrt{3}}$$

$$u_{K,Re} = \frac{P_K}{S_{rT}} \cdot 100\% = \frac{R_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}}$$

$$u_{K,Im} = \sqrt{u_K^2 - u_{K,Re}^2}$$

KS-Größen

$$I_K = \frac{I_r}{u_K} = \frac{U_{rT}/\sqrt{3}}{Z_T}$$

$$U_K = \frac{u_K}{100\%} \cdot \frac{U_{rT}}{\sqrt{3}}$$

Betriebskonstanten

$$Z_T = \frac{u_K}{100\%} \cdot \frac{U_{rT1}^2}{S_{rT}}$$

$$R_T = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT1}^2}{S_{rT}} = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT1}}{\sqrt{3} \cdot I_r}$$

$$= P_K \cdot \frac{U_{rT1}^2}{S_{rT}^2} = \frac{P_K}{3 \cdot I_r^2}$$

$$X_T = \sqrt{Z_T^2 - R_T^2} \quad \left(= u_{K,Im} \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}} \right)$$

Verlustleistung, Wirkungsgrad

$$P_{ab} = S_{rT} \cdot \cos \varphi$$

$$P_{K,OS} = 3 \cdot R_T \cdot I_{r,US}^2$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_K + P_L}$$

$$\eta_{max} = \frac{P'_{ab}}{P'_{zu}} = \frac{S_{rT} \cdot \cos \varphi \sqrt{\frac{P_L}{P_K}}}{P'_{ab} + 2P_L} \leftarrow P_L = P_K$$

P_{ab} : abgegebene Wirkleistung

$P_{K,OS}$: KS-/Kupferverluste, Index: OS/US

I_r : Bemessungsstrom auf US, wenn P_K auf OS

P_L : Leerlaufverluste

η_{max} : bei $P_L = P_K$

C. Parallelbetrieb von 2 Trafos

Scheinleistungsteiler

$$|S_{T1}| = \frac{Z_{T2}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$

$$|S_{T2}| = \frac{Z_{T1}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$

$$|S_{Tges}| = |S_{T1}| + |S_{T2}|$$

max. Last, ohne Trafobelastung

$$\left(\frac{S_{rT1/2}}{S_{T1/2}} \right)_{\min} \Rightarrow S_{T,max} = \left(\frac{S_{rT}}{S_T} \right)_{\min} \cdot S_{T,ges}$$

$$S_{T1} = \frac{u_{K,min}}{U_{K,T1}} \cdot S_{rT1}$$

- 1) Schaltgruppe mit gleicher Kennzahl
- 2) Gleiches Übersetzungsverhältnis
- 3) annähernd gleiche Kurzschlussspannung (max. diff. 10%)
- 4) Bemessungsscheinleistung kleiner als 3:1

III. FREILEITUNG**A. Durchhang von Freileitungsseilen**

hängen hyperbolisch durch. (ab 110 kV:)

$$h_{min} = 6 \text{ m} + \left(\frac{U_{nLL} - 110 \text{ kV}}{150 \text{ kV}} \right) m$$

B. Resistanzbelag**DC-Widerstand**

A_{eff} : Wirksamer Querschnitt [mm^2]

F_{ϑ} : Widerstandserhöhung durch Erwärmung

ϑ_{max} : max. zul. Betriebstemp. des Leiterseils

$$R'_{\underline{}} = \frac{R_{\underline{}}}{l} = \frac{\rho_{20^\circ}}{A_{eff}} \cdot \frac{1}{km}$$

$$F_{\vartheta} = 1 + \alpha(\vartheta_{max} - 20^\circ C)$$

| Material | $\rho_{20^\circ C}$ in $\frac{m\Omega \cdot mm^2}{m}$ | α in K^{-1} |
|------------|---|----------------------|
| Alu | 28,6 | 0,0038 |
| Kupfer | 17,8 | 0,0039 |
| Silber | 16 | 0,0038 |
| Eisendraht | 120 | 0,0052 |

weitere Kenngrößen siehe F39

AC-Widerstand

$$J = J \cdot e^{-x/\delta}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu_0 \cdot f}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \kappa \cdot \mu_0 \cdot f}}$$

J : Stromdichte (Leiterrand)

x : Abstand vom Leiterrand (Oberfläche)

δ : Eindringtiefe (Skineneffekt)

Betriebs-Resistanzbelag

$$R'_b = R'_{\underline{}} \cdot F_{\vartheta} \cdot F_S = \frac{R'_{bSeil}}{n_{Seil}}$$

F_S : Widerstandserhöhung durch Skineneffekt

C. Induktivität**Äußere Ind. Einzelleiter mag. Fluss****-||- Doppelleiter****Innere Ind. Einzelleiter verketteter mag. Fluss****-||- Doppelleiter**

$$\Phi_{a1} = \frac{\mu I l}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D-r}{r} \right)$$

$$L_a = \frac{2\Phi_{a1}}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \cdot \ln \left(\frac{D}{r} \right)$$

$$\Psi_{i1} = \Psi_{i2} = \frac{\mu I l}{8\pi}$$

$$L_i = \frac{2\Psi_{i1}}{I} = \frac{\mu l}{8\pi}$$

gesamt Induktivität

$$\mu = \mu_0, D \gg r$$

$$L_{ges} = L_a + L_i = \frac{\mu l}{2\pi} \left(\ln \left(\frac{D}{r} \right) + \frac{1}{4} \right)$$

$$L' = \frac{L_{ges}}{l} = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln \left(\frac{D}{r} \right) + \frac{1}{4} \right)$$

D. Reaktanzbelag

Gleichungen für $f = 50 \text{ Hz}$

Metallmantel keine Schirmung! Für D nicht $\gg r$!

Radius r-Werte siehe F39

2-Phasig/Wechselstrom

$$L'_b = 4 \cdot 10^{-7} \left[\ln \left(\frac{D_m}{r} \right) + 0,25 \right] \left[\frac{H}{m} \right]$$

$$X'_b = \omega L'_b = \pi \left[4 \ln \left(\frac{D_m}{r} \right) + 1 \right] \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

Drehstrom**- Einfach-/Bündelleiter (Einfach-DS-System)**

$$X'_b = \frac{\pi}{2} \left(4 \ln \left(\frac{D_m}{r_B} \right) + \frac{1}{n} \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$r_B = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}} \quad r_T = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$$r_B = \sqrt{r \cdot a} \quad \text{für } n = 2$$

n : Anzahl Teilleiter (wenn $n > 1 \Rightarrow$ Bündelleiter)

D_m : Abstände bei Symmetrie der Phasen zur Mastmitte

D_{12} : Abstand $L1 - L2$, Einheit: [m]

r_B : Ersatzradius (wenn $n = 1$, dann $r_B = r$)

r_T : Radius Teilleiter (bei $n > 1$)

a : Abstand Teilleiter (bei $n > 1$)

- Doppelleitung (Doppel-DS-System)

$$X'_b = \frac{\pi}{2} \left(4 \ln \left(\frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r \cdot D_{L1/LI}} \right) + \frac{1}{n} \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_{L1/LII} = \sqrt[3]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I}}$$

$$D_{L1/LI} = \sqrt[3]{D_{1,I} \cdot D_{2,II} \cdot D_{3,III}}$$

Bei Asymmetrie (Phase zur Mastmitte)

$$D_{L1/LII} = \sqrt[6]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I} \cdot D_{1,III} \cdot D_{2,I} \cdot D_{3,II}}$$

E. Kapazität

$$C'_{12} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)} \quad C'_{1E} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{2h}{r} \right)}$$

C'_{12} : Kapazität zw. L1 - L2

C'_{1E} : Kapazität zw. L1 - Erde

h : Höhe zw. L1 - Erde

F. Suszeptanzbelag (Blindleitwert)

2-Phasig/Wechselstrom

$$C'_b = C'_{1E}$$

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)} \left[\frac{\mu S}{km} \right]$$

B'_b : gilt für $f = 50$ Hz

Drehstrom

- Einfach-/Bündelleitung (Einfach-DS-System)

$$C'_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{D_m}{r} \right)}$$

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left(\frac{D_m}{r_B} \right)} \left[\frac{\mu S}{km} \right]$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$r_B = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}} \quad r_T = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$$r_B = \sqrt{r \cdot a} \quad \text{für } n = 2$$

Bei Einfachleitung $n = 1 \Rightarrow r_B = r$

- Doppelleitung (Doppel-DS-System)

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left(\frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r_B \cdot D_{L1/LI}} \right)} \left[\frac{\mu S}{km} \right]$$

$$D_{L1/LII} = \sqrt[3]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I}}$$

$$D_{L1/LI} = \sqrt[3]{D_{1,I} \cdot D_{2,II} \cdot D_{3,III}}$$

G. Konduktanzbelag (Wirkleitwert)

$$G'_b = \frac{P_{VI}}{U_{LL}^2} \left[\frac{S}{km} \right]$$

P_{VI} : Korona-/Isolationsverluste $\left[\frac{W}{km} \right]$

U_{LL} : Nennspannung, Leiter-Leiter (Bsp: 110kV, 220kV...)

IV. KABEL

A. Resistanzbelag

$$F_\vartheta = 1 + \alpha \cdot (\vartheta_{max} - 20^\circ C)$$

$$R'_b = R'_\pm \cdot F_\vartheta \cdot F_S \cdot F_P$$

F_S : Skineffekt (F35)

F_P : Proximity-Effekt (F37)

B. Reaktanzbelag

Metallmantel keine Schirmung! Für D nicht $\gg r$!

r : Radius des (Innen-)Leiters, nicht vom Mantel!

Wechselstromkabel

$$X'_b = \pi \left(4 \ln \left(\frac{D}{r} - 1 \right) + 1 \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

Einfach-Drehstromkabel

$$X'_b = \pi \left(2 \ln \left(\frac{D_m}{r} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

Doppel-Drehstromkabel

$$X'_b = \pi \left(2 \ln \left(\frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r \cdot D_{L1/LI}} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

C. Suzeptanzbelag

Metallmantel/-folie schirmt E-Feld ab!

B'_b : gilt für $f = 50$ Hz

d : Schirm/Mantel-Durchmesser eines Leiters

R : Radius der Isolierung

D : Abstand zw. 2 Innenleiter (vom Mittelpunkt)

Einleiter-/Dreimantel-/Radialfeldkabel

$$C'_b = C'_{LE} = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left(\frac{R}{r} \right)}$$

$$B'_b = \omega C'_b = \frac{17,47 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu S}{\ln \left(\frac{R}{r} \right) \cdot km}$$

Wechselstromkabel - 2 Innenleiter

$$C'_b = 2 \cdot C_{LE} + C_{LL} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left(\left(\frac{D}{r} \right) \cdot \frac{(d^2 - D^2)}{(d^2 + D^2)} \right)}$$

$$B'_b = \omega C'_b = \frac{8,735 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu S}{\ln \left(\left(\frac{D}{r} \right) \cdot \frac{(d^2 - D^2)}{(d^2 + D^2)} \right) \cdot km}$$

Einfach-Drehstromkabel - 3 Innenleiter

$$C'_b = C_{LE} + 3 \cdot C_{LL} = \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left(\left(\frac{D}{r} \right)^2 \cdot \frac{(0,75d^2 - D^2)^3}{(0,75d^2)^3 - (D^2)^3} \right)}$$

$$B'_b = \omega C'_b = \frac{34,94 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left(\left(\frac{D}{r} \right)^2 \cdot \frac{(0,75d^2 - D^2)^3}{(0,75d^2)^3 - (D^2)^3} \right)} \frac{\mu S}{km}$$

keine Kopplung zum Nachbarsystem $B'_{EDL} = B'_{DDL}$

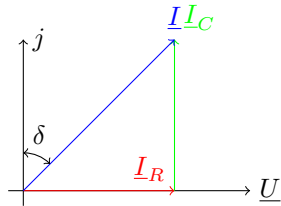
D. Konduktanzbelag

Ursache: Restleitfähigkeit der Isolierwerkstoffe
bzw. Polarisationsverluste

Verlustfaktor

$$\tan \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{1}{\omega C R} = \frac{G}{B}$$

$$G'_b = B'_b \cdot \tan \delta = \omega C'_b \cdot \tan \delta$$



Dielektrische Verluste

$$P_{Diel} = (\tan \delta \cdot \varepsilon_r) \cdot \omega \cdot C_{Vakuum} \cdot U^2 = G'_b \cdot U_{LE}^2$$

$\tan \delta \cdot \varepsilon_r$: Verlustfaktor, siehe Tabelle **F43**

E. Leistung

geg: I_{max}, l, X'_b, G'_b ges: P_{max}

$$X_b = X'_b \cdot l \quad B_b = B'_b \cdot l$$

$$Q = 3 \cdot I_{max}^2 \cdot X_b - 3 \cdot U_{LE}^2 \cdot B_b$$

$$P_{max} = \sqrt{S^2 - Q^2}$$

V. BETRIEB VON LEITUNGEN

A. Kenngrößen

Leitung mit Verlusten

$$\underline{\gamma} = \sqrt{(R'_b + jX'_b) \cdot (G'_b + jB'_b)} = \alpha + j\beta \left[\frac{1}{km} \right]$$

$$\underline{Z}_w = \sqrt{\frac{R'_b + jX'_b}{G'_b + jB'_b}} = |Z_w| \cdot e^{j\delta}$$

Falls Formel von \underline{Z}_w nicht über TR berechenbar \rightarrow

Betrag: erst \underline{Z}_w^2 , dann $\sqrt{|\underline{Z}_w^2|}$ ermitteln

Phase: $0,5 \cdot \arg(\underline{Z}_w^2)$

\Rightarrow Gilt analog auch für $\underline{\gamma}$.

γ : Ausbreitungskonstante $\left[\frac{rad}{km} = \frac{1}{km} \right]$

α : Dämpfungskonstante

β : Phasenkonstante $\left[\frac{rad}{km} = \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{km} = \frac{^\circ}{km} \right]$

Z_w : Wellenwiderstand

δ : Phase des Wellenwiderstandes

Leitung ohne Verluste

$$R'_b = G'_b = 0 \rightarrow \alpha, \delta = 0$$

$$\underline{\gamma} = j\beta = j\sqrt{X'_b \cdot B'_b} = j\omega \cdot \sqrt{L'_b \cdot C'_b} \left[\frac{^\circ}{km} \right]$$

$$|\beta| = \sqrt{X'_b \cdot B'_b} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \omega \cdot \sqrt{L'_b \cdot C'_b}$$

$$|Z_w| = \sqrt{\frac{X'_b}{B'_b}} = \sqrt{\frac{L'_b}{C'_b}}$$

$$\text{Richtwerte: } Z_w \approx 400 \Omega \quad \beta = 0,06 \frac{^\circ}{km}$$

natürliche Leistung, Blindleistungsverluste

- gilt bei Leitung ohne Verlusten, DS-System

- natürlicher Betrieb bei $Q_L = Q_C$

$$I_{nat} = \frac{U_{LE}}{\sqrt{X_L/B_L}} = \frac{U_{LE}}{Z_w} \neq f(l)$$

$$P_{nat} = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_{nat} = \frac{U_{LL}^2}{Z_w} = \frac{3 \cdot U_{LE}}{Z_w}$$

$$Q_L = 3 \cdot X_L \cdot I_L^2 \quad Q_C = 3 \cdot B_L \cdot U_{LE}^2$$

$$\frac{Q_V}{Q_C} = \left(\frac{S_u}{P_{nat}} \right)^2 - 1$$

$$Q_v = Q_1 - Q_2 = Q_L - Q_C = Q_C \cdot \left(\frac{Q_L}{Q_C} - 1 \right)$$

$$S_v = S_1 - S_2 = P_v + jQ_v$$

$$S_u = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L$$

Q_v : Blindleistungsverluste

S_u : Übertragungsscheinleistung

B. Ersatzschaltbilder (ESB)

Kenngrößen

| | Längsweig | Querweig |
|-------|----------------------|----------------------|
| Wirk | $R_L = R'_b \cdot l$ | $G_L = G'_b \cdot l$ |
| Blind | $X_L = X'_b \cdot l$ | $B_L = B'_b \cdot l$ |

R_L : Resistanz X_L : Reaktanz

B_L : Suszeptanz G_L : Konduktanz

R_L, X_L in Reihen-, B_L, G_L in Parallelschaltung

Index 1/2: Größe am Anfang/Ende der Leitung ($U_{LE}!!$)

Index L: Größen bezogen auf Leitung

dU : Spannung am Längsweig

MS-/NS-Leitungen mit Verlusten

$$I_G, I_C \ll I_L \Rightarrow G'_b = B'_b = 0$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_L = \underline{I}_2 \quad \underline{U}_1 = d\underline{U} + \underline{U}_2$$

$$d\underline{U} = (R_L + jX_L) \cdot \underline{I}_L = (R'_b + jX'_b) \cdot l \cdot \underline{I}_L$$

$$\underline{Z}_L = R_L + jX_L \quad \varphi_Z = \arctan \frac{X_L}{R_L} = \arctan \frac{X'_b}{R'_b}$$

Kurze HS-/HöS-DS-Freileitungen

$$U_{LL} > 100 \text{ kV für } l \leq 220 \text{ km}$$

ohne Verluste: ($R'_b = G'_b = 0$)

$$B'_1 = B'_2 = \frac{B'_b}{2} \quad \underline{I}_{C1/2} = j B_{1/2} \cdot \underline{U}_{1/2}$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{C1} + \underline{I}_L \quad \underline{I}_L = \underline{I}_{C2} + \underline{I}_2$$

bei Leerlauf: $\underline{I}_2 = 0 \rightarrow \underline{I}_{C2} = \underline{I}_L$

$$\underline{U}_1 = \left(1 - \frac{X_L \cdot B_L}{2}\right) \cdot \underline{U}_2$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 + j 0.5 \cdot B_L \cdot (\underline{U}_1 + \underline{U}_2)$$

$$Q_1 = 3 \cdot U_1 \cdot I_1$$

\underline{I}_1 : Ladestrom Q_1 : Ladeleistung

bei Betrieb mit natürlicher Leistung: $R_2 = Z_w = \underline{Z}_2$

$$S_1 = S_2 = P_1 = P_2 = P_{nat} \quad |\underline{U}_1| = |\underline{U}_2| \quad |I_1| = |I_2|$$

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \left(1 - \frac{1}{2} \cdot B_L \cdot X_L + j \frac{X_L}{Z_w}\right)$$

$$\underline{I}_1 = \frac{\underline{U}_2}{Z_w} + j \frac{B_L}{2} \cdot (\underline{U}_1 + \underline{U}_2)$$

$$\underline{I}_L = \frac{\underline{U}_2}{Z_w} + j \frac{B_L}{2} \cdot \underline{U}_2$$

Lange HS-/HöS-DS-Freileitungen

$$U_{LL} > 100 \text{ kV für } l > 220 \text{ km}$$

ohne Verluste ($R'_b = G'_b = 0$)

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cos(\beta l) + j \cdot \underline{I}_2 \cdot Z_w \cdot \sin(\beta l)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cdot \cos(\beta l) + j \cdot \frac{\underline{U}_2}{Z_w} \cdot \sin(\beta l)$$

bei Leerlauf: $\underline{I}_2 = 0, \underline{Z}_2 \rightarrow \infty$

bei Betrieb mit natürlicher Leistung: $\varphi = \beta l \left[\frac{^\circ}{\text{km}} \cdot \text{km} = ^\circ \right]$

$$\underline{U}_1 = |\underline{U}_2| \cdot e^{j\varphi} \quad \underline{I}_1 = |\underline{I}_2| \cdot e^{j\varphi}$$

$$\underline{S}_1 = \underline{S}_2 = \frac{3 \cdot U_{2,LE}^2}{Z_w} = P_{nat}$$

mit Verlusten

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 \cdot \cosh(\underline{\gamma} l) + \underline{I}_2 \cdot \underline{Z}_w \cdot \sinh(\underline{\gamma} l)$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_2 \cdot \cosh(\underline{\gamma} l) + \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_w} \cdot \sinh(\underline{\gamma} l)$$

Nicht direkt mit komplexen Modus des TR einsetzbar!

Lösung: $\alpha \cdot l$ und $\beta \cdot l [^\circ]$ einzeln berechnen, dann:

$$\cosh(\underline{\gamma} l) = \frac{1}{2} [e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l} + e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l}]$$

$$\sinh(\underline{\gamma} l) = \frac{1}{2} [e^{\alpha l} \cdot e^{j\beta l} - e^{-\alpha l} \cdot e^{-j\beta l}]$$

$e^{\pm \alpha l}$: Betrag $e^{\pm j\beta l}$: Winkel (\angle im TR)

Wichtig: Winkel von β umrechnen für $\beta \cdot l$!

$$[\beta] = \frac{\text{rad}}{\text{km}} \Rightarrow \frac{180^\circ}{\pi} \cdot \frac{1}{\text{km}} = \frac{^\circ}{\text{km}}$$

HS-/HöS-DS-Kabel

$l > 95 \text{ km}$: langes Kabel

$Q_V = Q_L - Q_C$ wie Freileitungen (FL), aber $Q_K > Q_{FL}$

$$S_{th} = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_{Dauer}$$

$$P_{max} = \sqrt{S_{th}^2 - Q_V^2} = \sqrt{S_{th}^2 - Q_V'^2 \cdot l^2}$$

$$Q_V = Q_V' \cdot l \quad l_{max} = \frac{S_{th}}{Q_V'}$$

S_{th} : thermisch, max. Scheinleistung

P_{max} : max. übertragbare Wirkleistung

l_{max} : max. Kabellänge, wenn $P_{max} = 0$

VI. GENERATOR

Induktionsgesetz

$$U_{ieff} = 4,44 \cdot N \cdot f \cdot B_{\perp} \cdot \hat{A}_{Fe}$$

Polpaarzahl

$$n = \frac{f}{p} = \frac{3000}{p} \left[\frac{1}{min} \right] \quad \text{für } f = 50\text{Hz}$$

A. Ersatzschaltbild (ESB)

Vernachlässigung von $R_S = 0$

$$\underline{I} = I_W + jI_B \quad I_W = I \cdot \cos(\varphi) \quad I_B = \underline{I} \cdot (\pm \sin(\varphi))$$

$$\underline{U}_p = \underline{U} + jX_S \cdot \underline{I} \quad U_p = \sqrt{(U + X \cdot I_B)^2 + (X \cdot I_W)^2}$$

$\underline{U}, \underline{I}$: Klemmen U_p : Polrad (Quelle) X : Statorreaktanzen

$\varphi: \angle(U, I)$ $\vartheta: \angle(U, U_p)$ I_k : Kurzschluss

B. Alleinbetrieb (Inselbetrieb)

Belastungskennlinie:

$$1 = \left(\frac{U}{U_p} \right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{U}{U_p} \right) \cdot \left(\frac{I}{I_k} \right) \cdot (\pm \sin(\varphi)) + \left(\frac{I}{I_k} \right)^2$$

1) Reine Wirkleistung: $\sin(\varphi) = 0 \Rightarrow$ Kreis

$$\frac{U}{U_p} = \sqrt{1 - \left(\frac{I}{I_k} \right)^2}$$

2) Reine Blindleistung: $\sin(\varphi) = \pm 1 \Rightarrow$ Gerade

$$\frac{U}{U_p} = 1 \mp \left(\frac{I}{I_k} \right)$$

- : induktiv + : kapazitiv

C. Betrieb am starren Netz**D. Leistung**

$P_{mech, zu} = P_{el, ab} \neq f(\vartheta) \rightarrow$ für $\vartheta < 90^\circ$ stabil

$$\sin(\vartheta) = \frac{XI_W}{U_p} = \frac{P \cdot X}{3 \cdot U \cdot U_p} \quad P = 3 \cdot \frac{U \cdot U_p}{X} \cdot \sin(\vartheta)$$

$$S_{Bez} = 3 \cdot \frac{U^2}{X} \quad P_{Kipp} = P_{max} = 3 \cdot U \cdot \frac{U_p}{X}$$

$$\frac{P}{S_{Bez}} = \left(\frac{U_p}{U} \right) \cdot \sin(\vartheta)$$

$$\frac{Q}{S_{Bez}} = \left[\left(\frac{U_p}{U} \right) \cdot \cos(\vartheta) \right] - 1$$

E. Regelung

$$v_{neu} = \sin^{-1} \left(\frac{P_{neu} \cdot X}{3 \cdot U \cdot U_{p, neu}} \right)$$

$$Q_{neu} = \left(\frac{3 \cdot U^2}{X_s} \right) \cdot \left(\left(\frac{U_{p, neu}}{U} \cos(v_{neu}) \right) - 1 \right)$$

Konstante Scheinleistung

$$S = S_{max} = \text{const}$$

$$\underline{U} = \text{const}, |\underline{I}| = \text{const}$$

$$I_w = \text{var.} \rightarrow P_{zu} = \text{var.}$$

$$I_b = \text{var.} \rightarrow I_{Err}, U_p = \text{var.}$$

Blindleistung (Polradspannung var.)

$$P = \text{const} \rightarrow I_w = \text{const}$$

$$Q = \text{var.} \rightarrow I_b = \text{var.} \rightarrow I_{Err} = \text{var.}$$

bei $1 \leq \frac{U_p}{U} \leq 2$ ergibt sich

$$-0,5(kap.) \leq \frac{Q}{S_{Bez}} \leq +0,75(ind.)$$

Turbinenventildrosselung

U_p, P, Q und v sind abhängig voneinander.

Aus zwei Größen \rightarrow die anderen Beiden

$$P = \text{var.} \rightarrow I_w = \text{var.} \rightarrow Q = \text{var.}$$

$$U_p = \text{const} \rightarrow I_b = f(I_w)$$

$$I_{err} \sim U_p$$

bei $0,9 \leq \frac{P}{S_{Bez}} \leq 1,75$ ergibt sich

$$0 \leq \frac{Q}{S_{Bez}} \leq +0,75(ind.)$$

Reiner Blindleistung (Phasenschieberbetrieb)

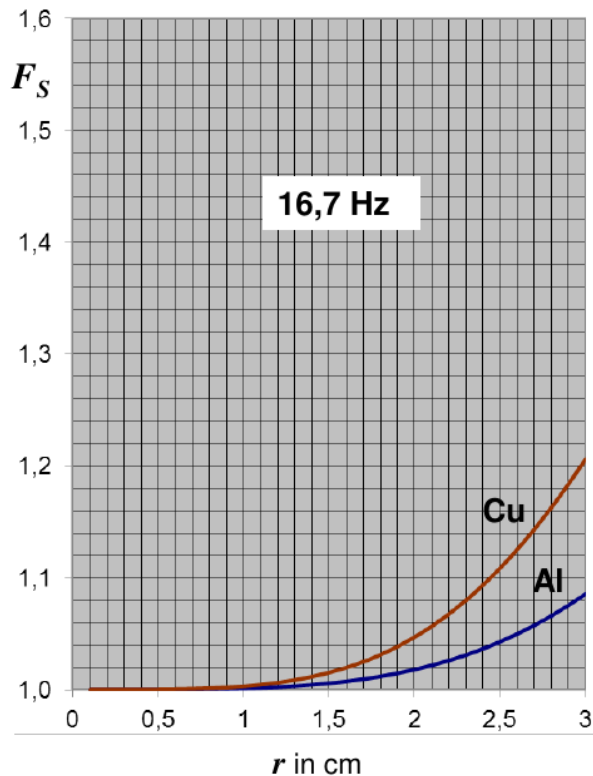
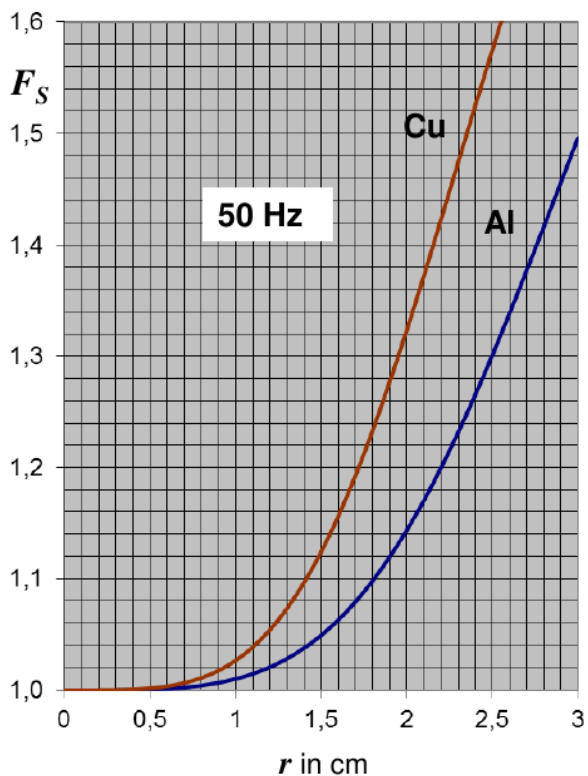
$$P = 0 \rightarrow I_w = 0$$

$$Q = \text{var.} \rightarrow I_b = \text{var.}$$

VII. TABELLEN, ANHÄNGE

F39 - Gleichstromwiderstand, Seildurchmesser, Sollquerschnitt (Freileitung)

| Nennquerschnitt = Bezeichnung A_{Al}/A_{St} [mm ²] | Sollquerschnitt Aluminium [mm ²] | Sollquerschnitt Stahl [mm ²] | Sollquerschnitt gesamt [mm ²] | Seildurchmesser $D = 2 r$ [mm] | Al/St-Seile $R'_{20^\circ C}$ [Ω/km] |
|--|--|--|---|-----------------------------------|---|
| 16/2,5 | 15,27 | 2,54 | 17,8 | 5,4 | 1,874 |
| 25/4 | 23,86 | 3,98 | 27,8 | 6,8 | 1,203 |
| 35/6 | 34,35 | 5,73 | 40,1 | 8,1 | 0,835 |
| 50/8 | 48,25 | 8,04 | 56,3 | 9,6 | 0,595 |
| 70/12 | 69,89 | 11,40 | 81,3 | 11,7 | 0,413 |
| 95/15 | 94,39 | 15,33 | 109,7 | 13,6 | 0,306 |
| 120/20 | 121,57 | 19,85 | 141,4 | 15,5 | 0,237 |
| 150/25 | 148,86 | 24,25 | 173,1 | 17,1 | 0,194 |
| 185/30 | 183,78 | 29,85 | 213,6 | 19,0 | 0,157 |
| 210/35 | 209,10 | 34,09 | 243,2 | 20,3 | 0,138 |
| 230/30 | 230,91 | 29,85 | 260,8 | 21,0 | 0,125 |
| 240/40 | 243,05 | 39,49 | 282,5 | 21,8 | 0,119 |
| 265/35 | 263,66 | 34,09 | 297,8 | 22,4 | 0,109 |
| 300/50 | 304,26 | 49,48 | 353,7 | 24,5 | 0,095 |
| 380/50 | 381,70 | 49,48 | 431,2 | 27,0 | 0,076 |
| 435/55 | 434,29 | 56,30 | 490,6 | 28,8 | 0,067 |
| 490/65 | 490,28 | 63,55 | 553,8 | 30,6 | 0,059 |
| 560/50 | 561,70 | 49,48 | 611,2 | 32,2 | 0,051 |
| 680/85 | 678,58 | 85,95 | 764,5 | 36,0 | 0,043 |
| 1045/45 | 1045,58 | 45,28 | 1090,5 | 43,0 | 0,028 |

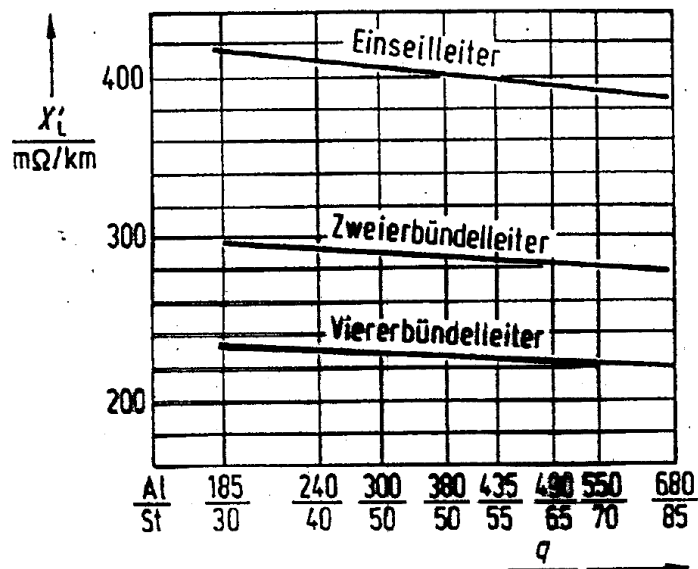
F42 - Widerstandserhöhung durch Skineffekt (Freileitung, Kabel)

F43 - Resistanzbelag, Richtwerte Seilbelegungen (Freileitung)

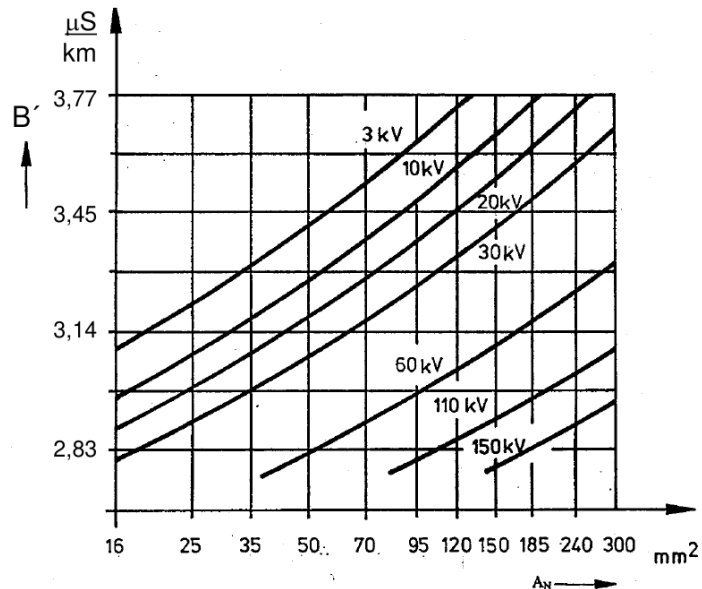
| Leitung [kV] | Seiltyp | $R'_b \left[\frac{\Omega}{km} \right]$ |
|--------------|--------------|---|
| 10/20 | Einfach | 0,3 - 0,6 |
| 110 | Einfach | 0,2 - 0,15 |
| 220 | Zweierbündel | 0,09 |
| 380 | Viererbündel | 0,03 |

F46 - Reaktanzbelag, Richtwerte Hochspannungsleitungen (Freileitung)

| Seiltyp | $X'_b \left[\frac{\Omega}{km} \right]$ je Leiter |
|--------------|---|
| Einerseil | 0,40 |
| Zweierbündel | 0,30 |
| Viererbündel | 0,23 |


F48 - Suszeptanzbelag, Richtwerte Einfachseil bei f=50Hz (Freileitung)

| Richtwerte $U_{Betrieb}$ | $B'_b \left[\frac{\mu S}{km} \right]$ je Leiter |
|--------------------------|--|
| < 30 kV | 3,5 |
| > 30 kV | 3 |


F49 - Konduktanzbelag, Richtwerte (Freileitung)

| Richtwerte $U_{Betrieb}$ | $G'_b \left[\frac{nS}{km} \right]$ je Leiter |
|--------------------------|---|
| < 30 kV | vernachlässigbar |
| 110 kV | 4 - 5 |
| 220 kV | 2,5 - 3,5 |
| 380 kV | 1 - 2 |

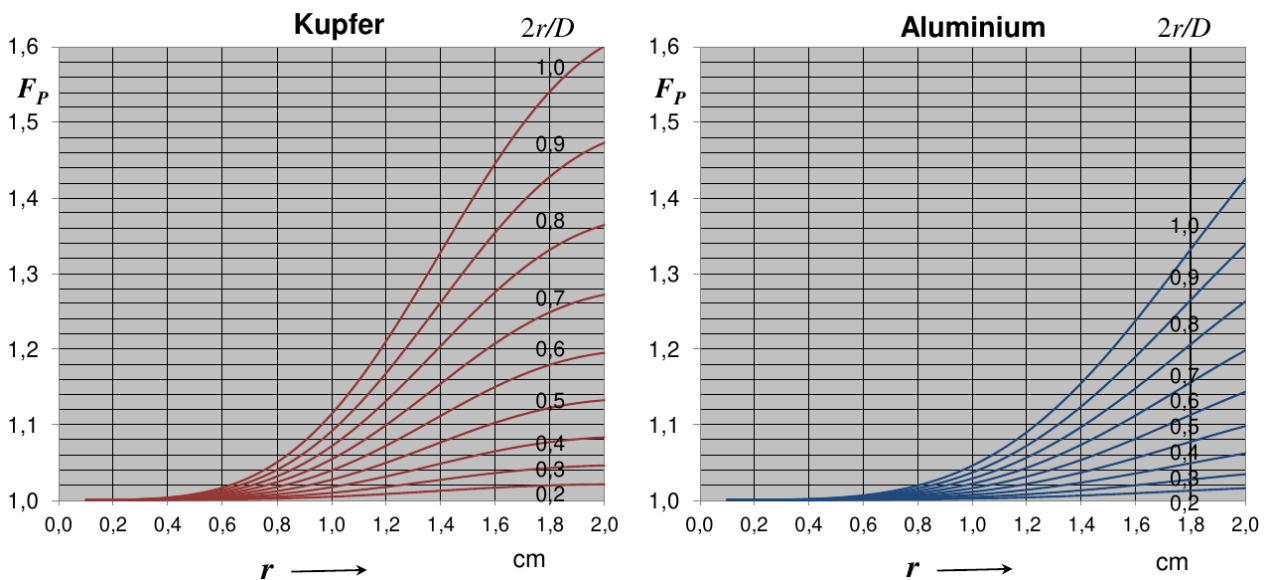
- Strom über Isolation (hier Luft) gegen Erde
- Ursachen: Korona- und Isolationsverluste

F34 - Resistanzbelag R'_{Ω} in $\frac{\Omega}{\text{km}}$ (Kabel)

| Nennquerschnitt [mm ²] | Kupferleiter | Aluminiumleiter |
|------------------------------------|--------------|-----------------|
| 10 | 1,830 | 3,080 |
| 16 | 1,150 | 1,910 |
| 25 | 0,727 | 1,200 |
| 35 | 0,524 | 0,886 |
| 50 | 0,387 | 0,641 |
| 70 | 0,268 | 0,443 |
| 95 | 0,193 | 0,320 |
| 120 | 0,153 | 0,253 |
| 150 | 0,124 | 0,206 |
| 185 | 0,0991 | 0,164 |
| 240 | 0,0754 | 0,125 |
| 300 | 0,0601 | 0,100 |
| 400 | 0,0470 | 0,0778 |
| 500 | 0,0366 | 0,0605 |
| 630 | 0,0283 | 0,0469 |
| 800 | 0,0221 | 0,0367 |
| 1000 | 0,0176 | 0,0291 |

| Buchstabe | Bedeutung (Ohne A → Leiter aus Kupfer) |
|-----------|---|
| A | Leiter aus Aluminium |
| Y | Aderisolierung aus PVC (Polyvinylchlorid) |
| 2Y | Aderisolierung aus PE (Polyethylene) |
| 2X | Aderisolierung aus VPE (Vinyl Polyethylene) |
| S | Schirm aus Kupfer |
| C | Konzentrischer Kupferleiter |
| CW | Konzentrischer Kupferleiter, wellenförmiger |
| K | Bleimantel |
| KL | Gepresster, Glatter Aluminiummantel |
| B | Bewehrung aus Stahlband |
| F | Bewehrung aus Stahlflachdraht - geschlossen |
| -J | Kabel mit grün-gelbem Schutzleiter |
| -O | Kabel ohne grün-gelbem Schutzleiter |

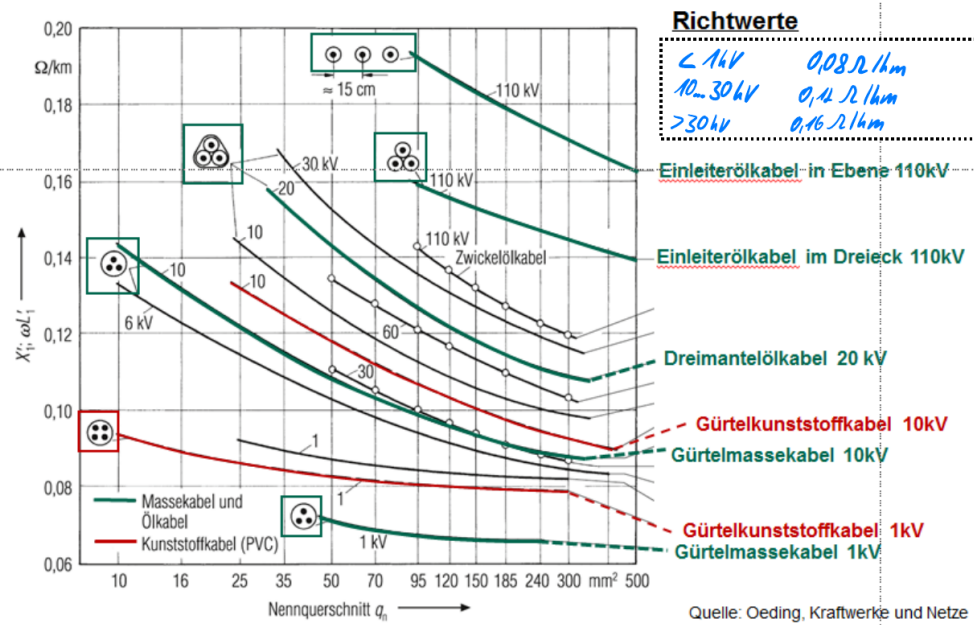
F37 - Widerstandserhöhung durch Proximityeffekt F_P (Kabel)



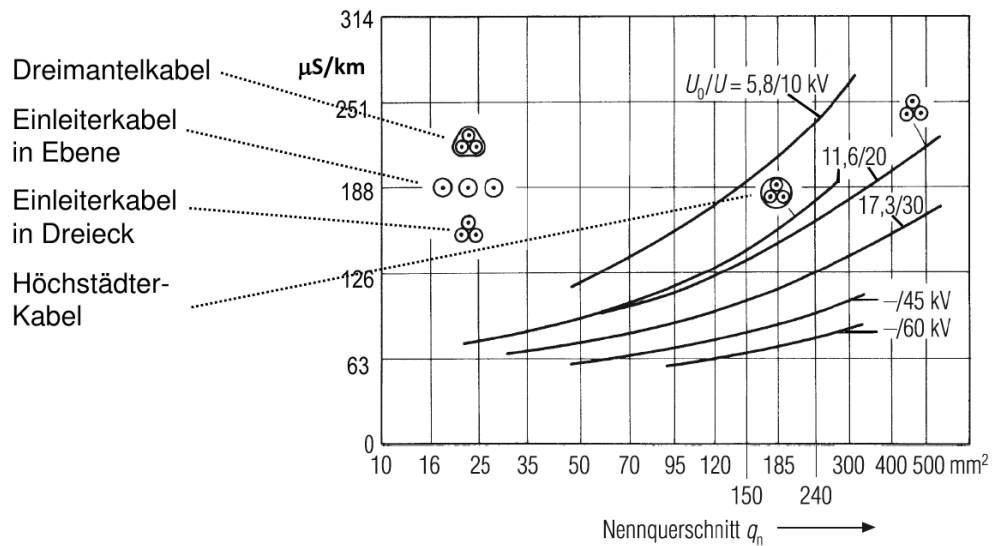
F42 - Verlustfaktor/ ε –Konstante von Isolierstoffen (Kabel)

| Isolierstoff | $\tan\delta \times 10^3$ | ε_r | $(\varepsilon_r \tan\delta) \times 10^3$ |
|--------------|--------------------------|-----------------|--|
| Masse-Papier | 10 | 4 | 40 |
| Öl-Papier | 1,5 ... 3 | 3,3 ... 3,7 | 5 ... 11 |
| PP(LP) | 0,5 ... 0,6 | 2,6 | 1,3 ... 1,6 |
| PVC | 20 ... 100 | 3 ... 4 | 60 ... 400 |
| PE | 0,2 ... 0,4 | 2,2 ... 2,3 | 0,4 ... 0,9 |
| VPE | 0,3 ... 0,4 | 2,3 ... 2,4 | 0,7 ... 1,2 |
| EPR | 4 ... 6 | 2,7 ... 3 | 11 ... 18 |

F40 - Reaktanzbelag X'_b , Richtwerte (Kabel)



F43 - Suszeptanzbelag B'_b - Richtwerte Radialfeldkabel mit Masseisolierung $\varepsilon_r = 4$



F44 - Suszeptanzbelag B'_b - Richtwerte (Kabel)

