

# Formelsammlung EN

J/T/A

## I. GRUNDLAGEN

### A. Drehstrom (DS), 3-Phasen-System

#### 1) Spannungen in DS (symmetrisch)

Leiter-Erde-Spannung  $U_{LE} = 230V$

$$\underline{U}_{L1} = U_{LE} \angle 0^\circ$$

$$\underline{U}_{L2} = U_{LE} \angle -120^\circ = U_{LE} \angle 240^\circ$$

$$\underline{U}_{L3} = U_{LE} \angle -240^\circ = U_{LE} \angle 120^\circ$$

Leiter-Leiter-Spannung  $U_{LL} = 400V$

$$U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{L1} - \underline{U}_{L2} = U_{LL} \angle 30^\circ$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{L2} - \underline{U}_{L3} = U_{LL} \angle 270^\circ$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{L3} - \underline{U}_{L1} = U_{LL} \angle 150^\circ$$

#### 2) Ströme in DS (symmetrisch)

$$\underline{I}_{Lx} = \frac{\underline{U}_{Lx}}{\underline{Z}}$$

$Lx$  : Stranggrößen L1, L2, L3

#### 3) Effektivgrößen, Symmetrische Last

Stranggröße	Stern	Dreieck
Spannung $U_{LE}$	$U_{LE} = \frac{U_{LL}}{\sqrt{3}}$	$U_{LE} = U_{LL}$
Strom $I_{str}$	$I_{str} = I_r$	$I_{str} = \frac{I_r}{\sqrt{3}}$

$I_r$  : Zuleitungs-, Betriebs-, Bemessungsstrom

#### 4) Leistungen in DS

Scheinleistung  $S$  [VA]:

$$S = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L$$
$$= \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{U}_{LE} \cdot \underline{I}_L^* = P + jQ$$

in Sternschaltung:

$$\underline{S}_{ds} = \frac{U_{LL}^2}{\underline{Z}_{LN}^*}$$

$$\underline{S}_{ws} = \frac{U_{LL}^2}{3 \cdot \underline{Z}_{LN}^*}$$

Wirkleistung  $P$  [W]:

$$P = S \cdot \cos \varphi$$

$$= 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

Blindleistung  $Q$  [var]:

$$|Q| = S \cdot \sin \varphi = P \cdot \tan \varphi$$

$$= 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$Q \begin{cases} \text{induktiv} > 0 \\ \text{kapazitiv} < 0 \end{cases}$$

### B. Energiebedarf, Deckung

#### 1) Tagesbelastungskurve

$$W = \int_0^{T_n} P(t) dt$$
$$= P_n \cdot T_a = P_{max} \cdot T_m = P_{mittel} \cdot T_n$$

$P_n$	Nennleistung
$T_a$	Ausnutzungsdauer
$P_{max}$	Höchstlast
$T_m$	Benutzungsdauer
$P_{mittel}$	mittlere Leistung
$T_n$	Nennbetriebsdauer (meist. 24h)

#### 2) Frequenz-Wirkleistungs-Regelung

##### a) stationärer Zustand (Gleichgewicht)

$$W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{mech}^2 \quad \omega_{el} = p \cdot \omega_{mech}$$

$$W_{mech-zu} = W_{el-ab} \quad P_{mech-zu} = P_{el-ab}$$

$p$ : Polpaarzahl      $J$ : Massenträgheitsmoment

##### b) Störung

$$W_{m-zu} \neq W_{el-ab} \quad P_{m-zu} \neq P_{el-ab}$$

$$\Delta W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot (\omega_{stat} - \omega_{akt})$$

## II. TRAFO

OS	Oberspannungsseite (Primär)
US	Unterspannungsseite (Sekundär)

## A. Grundgleichungen, idealer Trafo

**Windungsspannung**

$$\frac{U_1}{N_1} = \frac{U_2}{N_2} = U_W = 4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

**Induktionsspannung, Effektivwert**

$$U_{ieff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi f \cdot N \cdot A_{Fe} \cdot \hat{B}$$

$$= 4,44 \cdot N \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

**Spannungstrafo**

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u}$$

$$\underline{U}'_2 = \ddot{u} \cdot \underline{U}_2$$

**Stromtrafo**

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\ddot{u}}$$

$$\underline{I}'_2 = I_2 \cdot \frac{1}{\ddot{u}}$$

**Impedanztrafo**

$$Z_1 = \ddot{u}^2 \cdot Z_2$$

$$R'_2 = \ddot{u}^2 \cdot R_2$$

$$L'_{2\sigma} = \ddot{u}^2 \cdot L_{2\sigma}$$

**Durchgangsleistung**

$$S_1 = S_2 = S_D$$

## B. ESB

$$R_T + jX_T = (R_1 + R'_2) + j(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})$$

$$Z_T = R_T + jX_T$$

$$U_1 = (R_T + jX_T) \cdot I_1 + U'_2$$

## 1) Kurzschlussmessung (KS):

KS auf US.  $\rightarrow \underline{U}_{K1}$  auf OS

KS auf OS.  $\rightarrow \underline{U}_{K2}$  auf US

**Bemessungsspannung** ( $r = \text{rated}$ )

$$U_{rT} = U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

**relative KS-Spannung [%]**

$$\underline{u}_K = u_{K,Re} + j u_{K,Im}$$

$$u_K = \sqrt{u_{K,Re}^2 + u_{K,Im}^2}$$

$$= \frac{U_K \cdot \sqrt{3}}{U_{rT}} \cdot 100\%$$

$$= \frac{Z_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}}$$

$$\underline{u}_{K1} = \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{rT1}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{LE,T1}}$$

$$\underline{u}_{K2} = \frac{\underline{U}_{K2}}{U_{rT2}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1} \cdot \ddot{u}}{U_{rT1} \cdot \ddot{u}/\sqrt{3}}$$

$$u_{K,Re} = \frac{P_K}{S_r} \cdot 100\% = \frac{R_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}}$$

**KS-Größen**

$$I_K = \frac{I_r}{u_K} = \frac{U_{rT}/\sqrt{3}}{Z_T}$$

$$U_K = \frac{u_K}{100\%} \cdot \frac{U_{rT}}{\sqrt{3}}$$

**Betriebskonstanten**

$$Z_T = u_K \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}}$$

$$R_T = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}} = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT}}{\sqrt{3} \cdot I_r}$$

$$= P_K \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}^2}$$

$$X_T = u_{K,Im} \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}}$$

**Verlustleistung, Wirkungsgrad**

$$P_{ab} = S_{rT} \cdot \cos \varphi$$

$$P_K = 3 \cdot R_T \cdot I_r^2$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_K + P_L}$$

$P_{ab}$ : abgegebene Wirkleistung

$P_K$ : KS-/Kupferverluste

$P_L$ : Leerlaufverluste

## C. Parallelbetrieb von 2 Trafos

**Scheinleistungsteiler**

$$|S_{T1}| = \frac{Z_{T2}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$

$$|S_{T2}| = \frac{Z_{T1}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$

$$|S_{Tges}| = |S_{T1}| + |S_{T2}|$$

**max. Last, ohne Trafobelastung**

$$\left(\frac{S_{rT1/2}}{S_{T1/2}}\right)_{\min} \Rightarrow S_{T,max} = \left(\frac{S_{rT}}{S_T}\right)_{\min} \cdot S_{T,ges}$$

$$S_{T1} = \frac{u_{K,min}}{U_{K,T1}} \cdot S_{rT1}$$

- 1) Schaltgruppe mit gleicher Kennzahl
- 2) Gleiches Übersetzungsverhältnis
- 3) annähernd gleiche Kurzschlussspannung (max. diff. 10%)
- 4) Bemessungsscheinleistung kleiner als 3:1

**III. FREILEITUNG****A. Durchhang von Freileitungsseilen**

hängen hyperbolisch durch. (ab 110 kV:)

$$h_{min} = 6 \text{ m} + \left(\frac{U_{nLL} - 110 \text{ kV}}{150 \text{ kV}}\right) m$$

**B. Resistanzbelag****DC-Widerstand**

$A_{eff}$  : Wirksamer Querschnitt [ $mm^2$ ]

$F_{\vartheta}$  : Widerstandserhöhung durch Erwärmung

$\vartheta_{max}$  : max. zul. Betriebstemp. des Leiterseils

$$R'_{\underline{=}} = \frac{R_{\underline{=}}}{l} = \frac{\rho_{20^\circ}}{A_{eff}} \cdot \frac{1}{km}$$

$$F_{\vartheta} = 1 + \alpha(\vartheta_{max} - 20^\circ C)$$

Material	$\rho_{20^\circ C}$ in $\frac{m\Omega \cdot mm^2}{m}$	$\alpha$ in $K^{-1}$
Alu	28,6	0,0038
Kupfer	17,8	0,0039
Silber	16	0,0038
Eisendraht	120	0,0052

weitere Kenngrößen siehe F39

**AC-Widerstand**

$$J = J \cdot e^{-x/\delta}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu_0 \cdot f}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \kappa \cdot \mu_0 \cdot f}}$$

$J$  : Stromdichte (Leiterrand)

$x$  : Abstand vom Leiterrand (Oberfläche)

$\delta$  : Eindringtiefe (Skinneffekt)

**Betriebs-Resistenzbelag**

$$R'_b = R'_{\underline{=}} \cdot F_{\vartheta} \cdot F_S = \frac{R'_{bSeil}}{n_{Seil}}$$

$F_S$  : Widerstandserhöhung durch Skinneffekt

**C. Induktivität****Äußere Ind. Einzelleiter mag. Fluss****-||- Doppelleiter****Innere Ind. Einzelleiter verketteter mag. Fluss****-||- Doppelleiter**

$$\Phi_{a1} = \frac{\mu I l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-r}{r}\right)$$

$$L_a = \frac{2\Phi_{a1}}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D}{r}\right)$$

$$\Psi_{i1} = \Psi_{i2} = \frac{\mu I l}{8\pi}$$

$$L_i = \frac{2\Psi_{i1}}{I} = \frac{\mu l}{8\pi}$$

**gesamt Induktivität**

$$\mu = \mu_0, D \gg r$$

$$L_{ges} = L_a + L_i = \frac{\mu l}{2\pi} \left( \ln\left(\frac{D}{r}\right) + \frac{1}{4} \right)$$

$$L' = \frac{L_{ges}}{l} = \frac{\mu}{2\pi} \left( \ln\left(\frac{D}{r}\right) + \frac{1}{4} \right)$$

**D. Reaktanzbelag**

Gleichungen für  $f = 50 \text{ Hz}$

Metallmantel keine Schirmung! Für  $D$  nicht  $\gg r$ !

Radius  $r$ -Werte siehe F39

**2-Phasig/Wechselstrom**

$$L'_b = 4 \cdot 10^{-7} \left[ \ln\left(\frac{D_m}{r}\right) + 0,25 \right] \left[ \frac{H}{m} \right]$$

$$X'_b = \omega L'_b = \pi \left[ 4 \ln\left(\frac{D_m}{r}\right) + 1 \right] \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

**Drehstrom****Einfach-/Bündelleiter**

$$X'_b = \frac{\pi}{2} \left( 4 \ln\left(\frac{D_m}{r_B}\right) + \frac{1}{n} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$r_B = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}}$$

$$r_T = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

$n$  : Anzahl Teilleiter (wenn  $n > 1 \Rightarrow$  Bündelleiter)

$D_m$  : Abstände bei Symmetrie der Phasen zur Mastmitte

$D_{12}$  : Abstand  $L1 - L2$  usw.

$r_B$  : Ersatzradius (wenn  $n = 1$ , dann  $r_B = r$ )

$r_T$  : Radius Teilleiter (bei  $n > 1$ )

$a$  : Abstand Teilleiter (bei  $n > 1$ )

### Doppelleiter

$$X'_b = \frac{\pi}{2} \left( 4 \ln \left( \frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r \cdot D_{L1/LI}} \right) + 1 \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_{L1/LII} = \sqrt[3]{D_{1II} \cdot D_{2III} \cdot D_{3I}}$$

$$D_{L1/LI} = \sqrt[3]{D_{1I} \cdot D_{2II} \cdot D_{3III}}$$

Bei Asymmetrie (Phase zur Mastmitte)

$$D_{L1/LII} = \sqrt[6]{D_{1II} \cdot D_{2III} \cdot D_{3I} \cdot D_{1III} \cdot D_{2I} \cdot D_{3II}}$$

*E. Suszeptanzbelag (Blindleitwert)*

### **2-Phasig/Wechselstrom**

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left( \frac{D_m}{r_B} \right)} \left[ \frac{\mu S}{km} \right]$$

## IV. KABEL

A. *Reaktanzbelag*

Metallmantel keine Schirmung! Für  $D$  nicht  $\gg r$ !

**Wechselstromkabel**

$$X'_b = \pi \left( 4 \ln \left( \frac{D}{r} - 1 \right) + 1 \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

**Einfach-Drehstromkabel**

$$X'_b = \pi \left( 2 \ln \left( \frac{D_m}{r} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

**Doppel-Drehstromkabel**

$$X'_b = \pi \left( 2 \ln \left( \frac{D_m \cdot D_{L1LII}}{r \cdot D_{L1LI}} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[ \frac{\Omega}{km} \right]$$

B. *Suzeptanzbelag*

Metallmantel/-folie schirmt das E-Feld ab !

$d$  = Schirmdurchmesser

**Wechselstromkabel**

$$C'_b = C_{LE} + 2 \cdot C_{LL} = \frac{\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\ln \left( \left( \frac{D}{r} \right) \cdot \frac{(d^2 - D^2)}{(d^2 + D^2)} \right)}$$

**Einfach-Drehstromkabel**

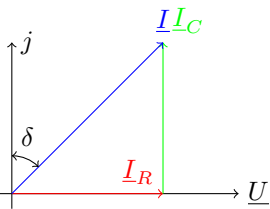
$$C'_b = C_{LE} + 3 \cdot C_{LL} = \frac{4\pi \cdot \epsilon_0 \cdot \epsilon_r}{\ln \left( \left( \frac{D}{r} \right)^2 \cdot \frac{(0,75d^2 - D^2)^3}{(0,75d^2)^3 - (D^2)^3} \right)}$$

C. *Konduktanzbelag*

Restleitfähigkeit der Isolierstoffe

$$\tan \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{1}{\omega C R} = \frac{G}{B}$$

$$G'_b = B'_b \cdot \tan \delta = \omega C'_b \cdot \tan \delta$$

**Dielektrische Verluste**

$$P_{Diel} = (\tan \delta \cdot \epsilon_r) \cdot \omega C_{Vakuum} U^2$$

Werkstoff abhängige Verlustziffer