

Formelsammlung EN

J/T/A

I. GRUNDLAGEN

A. Drehstrom (DS), 3-Phasen-System

1) Spannungen in DS (symmetrisch)

Leiter-Erde-Spannung $U_{LE} = 230V$

$$\underline{U}_{L1} = U_{LE} \angle 0^\circ$$

$$\underline{U}_{L2} = U_{LE} \angle -120^\circ = U_{LE} \angle 240^\circ$$

$$\underline{U}_{L3} = U_{LE} \angle -240^\circ = U_{LE} \angle 120^\circ$$

Leiter-Leiter-Spannung $U_{LL} = 400V$

$$U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

$$\underline{U}_{12} = \underline{U}_{L1} - \underline{U}_{L2} = U_{LL} \angle 30^\circ$$

$$\underline{U}_{23} = \underline{U}_{L2} - \underline{U}_{L3} = U_{LL} \angle 270^\circ$$

$$\underline{U}_{31} = \underline{U}_{L3} - \underline{U}_{L1} = U_{LL} \angle 150^\circ$$

2) Ströme in DS (symmetrisch)

$$\underline{I}_{Lx} = \frac{\underline{U}_{Lx}}{\underline{Z}}$$

Lx : Stranggrößen L1, L2, L3

3) Effektivgrößen, Symmetrische Last

Stranggröße	Stern	Dreieck
Spannung U_{LE}	$U_{LE} = \frac{U_{LL}}{\sqrt{3}}$	$U_{LE} = U_{LL}$
Strom I_{str}	$I_{str} = I_r$	$I_{str} = \frac{I_r}{\sqrt{3}}$

I_r : Zuleitungs-, Betriebs-, Bemessungsstrom

4) Leistungen in DS

Scheinleistung S [VA]:

$$S = 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L = \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L$$
$$= \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\underline{S} = 3 \cdot \underline{U}_{LE} \cdot \underline{I}_L^* = P + jQ$$

in Sternschaltung:

$$\underline{S}_{ds} = \frac{U_{LL}^2}{\underline{Z}_{LN}^*}$$

$$\underline{S}_{ws} = \frac{U_{LL}^2}{3 \cdot \underline{Z}_{LN}^*}$$

Wirkleistung P [W]:

$$P = S \cdot \cos \varphi$$

$$= 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

Blindleistung Q [var]:

$$|Q| = S \cdot \sin \varphi = P \cdot \tan \varphi$$

$$= 3 \cdot U_{LE} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$= \sqrt{3} \cdot U_{LL} \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

$$Q \begin{cases} \text{induktiv} > 0 \\ \text{kapazitiv} < 0 \end{cases}$$

B. Energiebedarf, Deckung

1) Tagesbelastungskurve

$$W = \int_0^{T_n} P(t) dt$$
$$= P_n \cdot T_a = P_{max} \cdot T_m = P_{mittel} \cdot T_n$$

P_n	Nennleistung
T_a	Ausnutzungsdauer
P_{max}	Höchstlast
T_m	Benutzungsdauer
P_{mittel}	mittlere Leistung
T_n	Nennbetriebsdauer (meist. 24h)

2) Frequenz-Wirkleistungs-Regelung

a) stationärer Zustand (Gleichgewicht)

$$W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot \omega_{mech}^2 \quad \omega_{el} = p \cdot \omega_{mech}$$

$$W_{mech-zu} = W_{el-ab} \quad P_{mech-zu} = P_{el-ab}$$

p : Polpaarzahl J : Massenträgheitsmoment

b) Störung

$$W_{m-zu} \neq W_{el-ab} \quad P_{m-zu} \neq P_{el-ab}$$

$$\Delta W_{rot} = \frac{1}{2} \cdot J \cdot (\omega_{stat} - \omega_{akt})$$

II. TRAF0

OS	Oberspannungsseite (Primär)
US	Unterspannungsseite (Sekundär)

A. Grundgleichungen, idealer Trafo

Windungsspannung

$$\frac{U_1}{N_1} = \frac{U_2}{N_2} = U_W = 4,44 \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

Induktionsspannung, Effektivwert

$$U_{ieff} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot 2\pi f \cdot N \cdot A_{Fe} \cdot \hat{B}$$

$$= 4,44 \cdot N \cdot f \cdot \hat{B} \cdot A_{Fe}$$

Spannungstrafo

$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{N_1}{N_2} = \ddot{u}$$

$$\underline{U}'_2 = \ddot{u} \cdot \underline{U}_2$$

Stromtrafo

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{N_1}{N_2} = \frac{1}{\ddot{u}}$$

$$\underline{I}'_2 = I_2 \cdot \frac{1}{\ddot{u}}$$

Impedanztrafo

$$Z_1 = \ddot{u}^2 \cdot Z_2$$

$$R'_2 = \ddot{u}^2 \cdot R_2$$

$$L'_{2\sigma} = \ddot{u}^2 \cdot L_{2\sigma}$$

Durchgangsleistung

$$S_1 = S_2 = S_D$$

B. ESB

$$R_T + jX_T = (R_1 + R'_2) + j(X_{1\sigma} + X'_{2\sigma})$$

$$Z_T = R_T + jX_T$$

$$U_1 = (R_T + jX_T) \cdot I_1 + U'_2$$

1) Kurzschlussmessung (KS):

KS auf US. $\rightarrow \underline{U}_{K1}$ auf OS

KS auf OS. $\rightarrow \underline{U}_{K2}$ auf US

Bemessungsspannung ($r = \text{rated}$)

$$U_{rT} = U_{LL} = U_{LE} \cdot \sqrt{3}$$

relative KS-Spannung [%]

$$\underline{u}_K = u_{K,Re} + j u_{K,Im}$$

$$u_K = \sqrt{u_{K,Re}^2 + u_{K,Im}^2}$$

$$= \frac{U_K \cdot \sqrt{3}}{U_{rT}} \cdot 100\%$$

$$= \frac{Z_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}}$$

$$\underline{u}_{K1} = \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{rT1}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1}}{U_{LE,T1}}$$

$$\underline{u}_{K2} = \frac{\underline{U}_{K2}}{U_{rT2}/\sqrt{3}} = \frac{\underline{U}_{K1} \cdot \ddot{u}}{U_{rT1} \cdot \ddot{u}/\sqrt{3}}$$

$$u_{K,Re} = \frac{P_K}{S_r} \cdot 100\% = \frac{R_T \cdot I_r}{U_{rT}/\sqrt{3}}$$

KS-Größen

$$I_K = \frac{I_r}{u_K} = \frac{U_{rT}/\sqrt{3}}{Z_T}$$

$$U_K = \frac{u_K}{100\%} \cdot \frac{U_{rT}}{\sqrt{3}}$$

Betriebskonstanten

$$Z_T = u_K \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}}$$

$$R_T = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}} = \frac{u_{K,Re}}{100\%} \cdot \frac{U_{rT}}{\sqrt{3} \cdot I_r}$$

$$= P_K \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}^2}$$

$$X_T = u_{K,Im} \cdot \frac{U_{rT}^2}{S_{rT}}$$

Verlustleistung, Wirkungsgrad

$$P_{ab} = S_{rT} \cdot \cos \varphi$$

$$P_K = 3 \cdot R_T \cdot I_r^2$$

$$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{ab}}{P_{ab} + P_K + P_L}$$

P_{ab} : abgegebene Wirkleistung

P_K : KS-/Kupferverluste

P_L : Leerlaufverluste

C. Parallelbetrieb von 2 Trafos

Scheinleistungsteiler

$$|S_{T1}| = \frac{Z_{T2}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$

$$|S_{T2}| = \frac{Z_{T1}}{Z_{T1} + Z_{T2}} \cdot |S_{Tges}|$$

$$|S_{Tges}| = |S_{T1}| + |S_{T2}|$$

max. Last, ohne Trafobelastung

$$\left(\frac{S_{rT1/2}}{S_{T1/2}}\right)_{\min} \Rightarrow S_{T,max} = \left(\frac{S_{rT}}{S_T}\right)_{\min} \cdot S_{T,ges}$$

$$S_{T1} = \frac{u_{K,min}}{U_{K,T1}} \cdot S_{rT1}$$

- 1) Schaltgruppe mit gleicher Kennzahl
- 2) Gleiches Übersetzungsverhältnis
- 3) annähernd gleiche Kurzschlussspannung (max. diff. 10%)
- 4) Bemessungsscheinleistung kleiner als 3:1

III. FREILEITUNG**A. Durchhang von Freileitungsseilen**

hängen hyperbolisch durch. (ab 110 kV:)

$$h_{\min} = 6 \text{ m} + \left(\frac{U_{nLL} - 110 \text{ kV}}{150 \text{ kV}}\right) m$$

B. Resistanzbelag**DC-Widerstand**

A_{eff} : Wirksamer Querschnitt [mm^2]

F_{ϑ} : Widerstandserhöhung durch Erwärmung

ϑ_{max} : max. zul. Betriebstemp. des Leiterseils

$$R'_{\underline{=}} = \frac{R_{\underline{=}}}{l} = \frac{\rho_{20^\circ}}{A_{eff}} \cdot \frac{1}{km}$$

$$F_{\vartheta} = 1 + \alpha(\vartheta_{max} - 20^\circ C)$$

Material	$\rho_{20^\circ C}$ in $\frac{m\Omega \cdot mm^2}{m}$	α in K^{-1}
Alu	28,6	0,0038
Kupfer	17,8	0,0039
Silber	16	0,0038
Eisendraht	120	0,0052

weitere Kenngrößen siehe F39

AC-Widerstand

$$J = J \cdot e^{-x/\delta}$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu_0 \cdot f}} = \sqrt{\frac{1}{\pi \cdot \kappa \cdot \mu_0 \cdot f}}$$

J : Stromdichte (Leiterrand)

x : Abstand vom Leiterrand (Oberfläche)

δ : Eindringtiefe (Skinneffekt)

Betriebs-Resistenzbelag

$$R'_b = R'_{\underline{=}} \cdot F_{\vartheta} \cdot F_S = \frac{R'_{bSeil}}{n_{Seil}}$$

F_S : Widerstandserhöhung durch Skinneffekt

C. Induktivität**Äußere Ind. Einzelleiter mag. Fluss****-||- Doppelleiter****Innere Ind. Einzelleiter verketteter mag. Fluss****-||- Doppelleiter**

$$\Phi_{a1} = \frac{\mu I l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D-r}{r}\right)$$

$$L_a = \frac{2\Phi_{a1}}{I} = \frac{\mu l}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{D}{r}\right)$$

$$\Psi_{i1} = \Psi_{i2} = \frac{\mu I l}{8\pi}$$

$$L_i = \frac{2\Psi_{i1}}{I} = \frac{\mu l}{8\pi}$$

gesamt Induktivität

$$\mu = \mu_0, D \gg r$$

$$L_{ges} = L_a + L_i = \frac{\mu l}{2\pi} \left(\ln\left(\frac{D}{r}\right) + \frac{1}{4} \right)$$

$$L' = \frac{L_{ges}}{l} = \frac{\mu}{2\pi} \left(\ln\left(\frac{D}{r}\right) + \frac{1}{4} \right)$$

D. Reaktanzbelag

Gleichungen für $f = 50 \text{ Hz}$

Metallmantel keine Schirmung! Für D nicht $\gg r$!

Radius r -Werte siehe F39

2-Phasig/Wechselstrom

$$L'_b = 4 \cdot 10^{-7} \left[\ln\left(\frac{D_m}{r}\right) + 0,25 \right] \left[\frac{H}{m} \right]$$

$$X'_b = \omega L'_b = \pi \left[4 \ln\left(\frac{D_m}{r}\right) + 1 \right] \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

Drehstrom**- Einfach-/Bündelleiter**

$$X'_b = \frac{\pi}{2} \left(4 \ln\left(\frac{D_m}{r_B}\right) + \frac{1}{n} \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$r_B = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}} \quad r_T = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

n : Anzahl Teilleiter (wenn $n > 1 \Rightarrow$ Bündelleiter)

D_m : Abstände bei Symmetrie der Phasen zur Mastmitte

D_{12} : Abstand $L1 - L2$ usw.

r_B : Ersatzradius (wenn $n = 1$, dann $r_B = r$)

r_T : Radius Teilleiter (bei $n > 1$)

a : Abstand Teilleiter (bei $n > 1$)

- Doppelleitung

$$X'_b = \frac{\pi}{2} \left(4 \ln \left(\frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r \cdot D_{L1/LI}} \right) + \frac{1}{n} \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

$$D_{L1/LII} = \sqrt[3]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I}}$$

$$D_{L1/LI} = \sqrt[3]{D_{1,I} \cdot D_{2,II} \cdot D_{3,III}}$$

Bei Asymmetrie (Phase zur Mastmitte)

$$D_{L1/LII} = \sqrt[6]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I} \cdot D_{1,III} \cdot D_{2,I} \cdot D_{3,II}}$$

E. Kapazität

$$C'_{12} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)} \quad C'_{1E} = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{2h}{r} \right)}$$

C'_{12} : Kapazität zw. L1 - L2

C'_{1E} : Kapazität zw. L1 - Erde

h : Höhe zw. L1 - Erde

F. Suszeptanzbelag (Blindleitwert)

2-Phasig/Wechselstrom

$$C'_b = C'_{1E}$$

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left(\frac{D}{r} \right)} \left[\frac{\mu S}{km} \right]$$

B'_b : gilt für $f = 50$ Hz

Drehstrom

- Einfach-/Bündelleitung

$$C'_b = \frac{2 \cdot \pi \cdot \varepsilon_0}{\ln \left(\frac{D_m}{r} \right)}$$

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left(\frac{D_m}{r} \right)} \left[\frac{\mu S}{km} \right]$$

$$D_m = \sqrt[3]{D_{12} \cdot D_{23} \cdot D_{31}}$$

$$r_B = \sqrt[n]{n \cdot r \cdot r_T^{n-1}} \quad r_T = \frac{a}{2 \sin \frac{180^\circ}{n}}$$

Bei Bündelleitung $n > 1 \Rightarrow r = r_B$

- Doppelleitung

$$B'_b = \omega \cdot C'_b = \frac{17,47}{\ln \left(\frac{D_m \cdot D_{L1/LII}}{r_B \cdot D_{L1/LI}} \right)} \left[\frac{\mu S}{km} \right]$$

$$D_{L1/LII} = \sqrt[3]{D_{1,II} \cdot D_{2,III} \cdot D_{3,I}}$$

$$D_{L1/LI} = \sqrt[3]{D_{1,I} \cdot D_{2,II} \cdot D_{3,III}}$$

G. Konduktanzbelag (Wirkleitwert)

$$G'_b = \frac{P_{VI}}{U_{LL}^2}$$

P_{VI} : Korona-/Isolationsverluste $\left[\frac{W}{m} \right]$
 U_{LL} : Nennspannung, Leiter-Leiter

IV. KABEL

A. Resistanzbelag

$$F_\vartheta = 1 + \alpha \cdot (\vartheta_{max} - 20^\circ C)$$

$$R'_b = R'_\infty \cdot F_\vartheta \cdot F_S \cdot F_P$$

F_S : Skineffekt (F35)

F_P : Proximity-Effekt (F37)

B. Reaktanzbelag

Metallmantel keine Schirmung! Für D nicht $\gg r$!

r : Radius des (Innen-)Leiters, nicht vom Mantel!

Wechselstromkabel

$$X'_b = \pi \left(4 \ln \left(\frac{D}{r} - 1 \right) + 1 \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

Einfach-Drehstromkabel

$$X'_b = \pi \left(2 \ln \left(\frac{D_m}{r} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

Doppel-Drehstromkabel

$$X'_b = \pi \left(2 \ln \left(\frac{D_m \cdot D_{L1LII}}{r \cdot D_{L1LI}} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right) \cdot 10^{-2} \left[\frac{\Omega}{km} \right]$$

C. Suzeptanzbelag

Metallmantel/-folie schirmt E-Feld ab!

B'_b gilt für $f = 50$ Hz

d : Schirmdurchmesser eines Leiters

D : Abstand zw. 2 Innenleiter

Bilder unbedingt einfügen !!

Einleiter-/Dreimantel-/Radialfeldkabel

$$C'_b = C'_{LE} = \frac{2\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left(\frac{R}{r} \right)}$$

$$B'_b = \omega C'_b = \frac{17,47 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu S}{\ln \left(\frac{R}{r} \right) \cdot km}$$

Wechselstromkabel - 2 Innenleiter

$$C'_b = 2 \cdot C_{LE} + C_{LL} = \frac{\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left(\left(\frac{D}{r} \right) \cdot \frac{(d^2 - D^2)}{(d^2 + D^2)} \right)}$$

$$B'_b = \frac{8,735 \cdot \varepsilon_r \cdot \mu S}{\ln \left(\left(\frac{D}{r} \right) \cdot \frac{(d^2 - D^2)}{(d^2 + D^2)} \right)} \cdot km$$

Einfach-Drehstromkabel - 3 Innenleiter

$$C'_b = C_{LE} + 3 \cdot C_{LL} = \frac{4\pi \cdot \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left(\left(\frac{D}{r} \right)^2 \cdot \frac{(0,75d^2 - D^2)^3}{(0,75d^2)^3 - (D^2)^3} \right)}$$

$$B'_b = \frac{34,94 \cdot \varepsilon_r}{\ln \left(\left(\frac{D}{r} \right)^2 \cdot \frac{(0,75d^2 - D^2)^3}{(0,75d^2)^3 - (D^2)^3} \right)} \frac{\mu S}{km}$$

keine Kopplung zum Nachbarsystem $B'_{EDL} = B'_{DDL}$

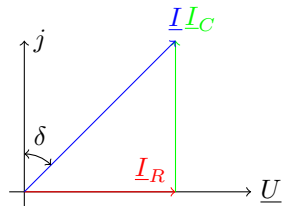
D. Konduktanzbelag

Ursache: Restleitfähigkeit der Isolierwerkstoffe
bzw. Polarisationsverluste

Verlustfaktor

$$\tan \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{1}{\omega C R} = \frac{G}{B}$$

$$G'_b = B'_b \cdot \tan \delta = \omega C'_b \cdot \tan \delta$$



Dielektrische Verluste

$$P_{Diel} = (\tan \delta \cdot \varepsilon_r) \cdot \omega \cdot C_{Vakuum} \cdot U^2$$

$$P_{Diel} = G'_b \cdot U_{LE}^2$$

Werkstoff abhängige Verlustziffer

E. Leistung

geg: I_{max}, l, X'_b, G'_b

ges: P_{max}

$$X_b = X'_b \cdot l \quad G_b = G'_b \cdot l$$

$$Q = 3 \cdot I_{max}^2 \cdot X_b - 3 \cdot U_{LE}^2 \cdot G_b$$

$$P_{max} = \sqrt{S^2 - Q^2}$$