1 Grundlagen

1.1 Eigenschaften

Eigenschaften LTI-Systeme

- 1. Stabilität $|x(t)| < M < \infty \Rightarrow |y(t)| < N < \infty$
- 2. Linearität $W\left\{\sum_{k=1}^N a_n x_n(t)\right\} = \sum_{n=1}^N W\{a_n x_n(t)\}$
- 3. Zeitinvarianz $W\{x(t-t_0)\} = y(t-t_0)$
- 4. Kausalität $t < 0 \Rightarrow x(t) = 0 \land y(t) = 0$

1.2 Systemantwort

Die Sprung-/Impulsantwort beschreibt Systemantwort vollständig

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t - \tau)x'(\tau) d\tau$$

$$a(t - \tau) = W\{s(t - \tau)\}$$
(1)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau) x(\tau) d\tau$$

$$h(t - \tau) = W\{\delta(t - \tau)\}$$
(2)

1.3 Abtasttheorem

Durch die Abtastung wird das Spektrum von f(t) unendlich oft um die Frequenzen $n\cdot\omega_a$ reproduziert.

$$F_A(\omega) = \frac{1}{T_A} \sum_{n = -\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_A)$$

$$2\omega_a \le \omega_A$$
(3)

2 Systemtechnik

2.1 Modellbildung

Hinweise zum aufstellen der Differentialgleichung eines Systems:

- 1. Bestimmung der Ein- und Ausgangsgrößen
- 2. Suche nach dem beschreibenden Gleichgewicht
- 3. In der Gleichung dürfen nur Konstanten, sowie die Ein- und Augangsgrößen in beliebiger Ableitung vorkommen
- 4. Andere Variablen müssen durch erlaubte Größen ersetzt werden (Dazu können i.a. physikalische Gleichungen benutzt werden)

2.2 Signalflussplan/Blockschaltbild

3 Grundlagen

3.1 Eigenschaften

Eigenschaften LTI-Systeme

- 1. Stabilität $|x(t)| < M < \infty \Rightarrow |y(t)| < N < \infty$
- 2. Linearität $W\left\{\sum_{k=1}^{N}a_nx_n(t)\right\} = \sum_{n=1}^{N}W\{a_nx_n(t)\}$
- 3. Zeitinvarianz $W\{x(t-t_0)\} = y(t-t_0)$
- 4. Kausalität $t < 0 \Rightarrow x(t) = 0 \land y(t) = 0$

3.2 Systemantwort

Die Sprung-/Impulsantwort beschreibt Systemantwort vollständig

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t - \tau)x'(\tau) d\tau$$

$$a(t - \tau) = W\{s(t - \tau)\}$$
(4)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)x(\tau) d\tau$$
 (5)
$$h(t - \tau) = W\{\delta(t - \tau)\}$$

3.3 Abtasttheorem

Durch die Abtastung wird das Spektrum von f(t) unendlich oft um die Frequenzen $n \cdot \omega_a$ reproduziert.

$$F_A(\omega) = \frac{1}{T_A} \sum_{n = -\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_A)$$

$$2\omega_g \le \omega_A$$
(6)

4 Grundlagen

4.1 Eigenschaften

Eigenschaften LTI-Systeme

- 1. Stabilität $|x(t)| < M < \infty \Rightarrow |y(t)| < N < \infty$
- 2. Linearität $W\left\{\sum_{k=1}^{N}a_{n}x_{n}(t)\right\} = \sum_{n=1}^{N}W\left\{a_{n}x_{n}(t)\right\}$
- 3. Zeitinvarianz $W\{x(t-t_0)\} = y(t-t_0)$
- 4. Kausalität $t < 0 \Rightarrow x(t) = 0 \land y(t) = 0$

4.2 Systemantwort

Die Sprung-/Impulsantwort beschreibt Systemantwort vollständig

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} a(t - \tau)x'(\tau) d\tau$$

$$a(t - \tau) = W\{s(t - \tau)\}$$
(7)

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t - \tau)x(\tau) d\tau$$

$$h(t - \tau) = W\{\delta(t - \tau)\}$$
(8)

4.3 Abtasttheorem

Durch die Abtastung wird das Spektrum von f(t) un
endlich oft um die Frequenzen $n\cdot\omega_a$ reproduziert.

$$F_A(\omega) = \frac{1}{T_A} \sum_{n = -\infty}^{\infty} F(\omega - n\omega_A)$$

$$2\omega_g \le \omega_A$$
(9)

5 Zusammenwirken mehrerer Systeme

5.1 Fourierreihe

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \left[a_n \cos(n\omega_0 t) + b_n \sin(n\omega_0 t) \right]$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$
(10)

5.2 Fourierreihe, komplex

$$f(t) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) e^{-jn\omega_0 t} dt$$

$$(11)$$

5.3 Fourierintegral

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$
 (12)

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt$$
 (13)

5.3.1 Eigenschaften

- 1. Linearität $af_1(t) + bf_2(t) \circ \bullet aF_1(\omega) + bF_2(\omega)$
- 2. Zeitverschiebung $f(t-t_0) \circ -F(\omega) e^{-j\omega t_0}$
- 3. Frequenzverschiebung $f(t)e^{\pm j\omega_0 t} \circ F(\omega \mp \omega_0)$
- 4. Faltung $f_1(t) * f_2(t) \circ \bullet F_1(\omega) \cdot F_2(\omega)$ $f_1(\omega) \cdot f_2(\omega) \circ \bullet \frac{1}{2\pi} F_1(t) * F_2(t)$

5.4 DFT

$$x_n = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k \cdot e^{i2\pi kn/N}$$
 (14)

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n \cdot e^{-i2\pi kn/N}$$
 (15)

5.4.1 FFT

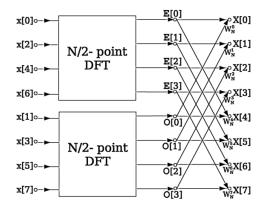


Abbildung 1: FFT

5.5 Hilbert Transformation

$$x_{\rm ht}(t) = x_{\rm r}(t) * h(t) \tag{16}$$

$$H(\omega) = -j \operatorname{sgn}(\omega) \tag{17}$$

5.6 z Transformation

$$X(z) = \sum_{n = -\infty}^{\infty} x(n)z^{-n}$$
(18)

$$x(n) = \frac{1}{2\pi j} \oint_c X(Z) z^{n-1} dz$$
 (19)

5.6.1 Übertragungsfunktion

$$H(Z) = \frac{Y(Z)}{X(z)} = \frac{\sum_{k=0}^{q} b_k z^{-k}}{\sum_{k=0}^{p} a_k z^{-k}} = k \frac{\prod_{k=1}^{q} (1 - z_k z^{-1})}{\prod_{k=1}^{p} (1 - p_k z^{-1})}$$
(20)

5.6.2 Verschiebung im Zeitbereich

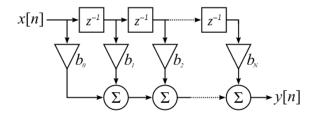
$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} [x(n-m)]z^{-n} = z^{-m}X(z)$$
 (21)

$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} [x(n+m)]z^{-n} = z^m \left[x(t) - \sum_{n=0}^{m-1} x(n)z^{-n} \right]$$
(22)

6 Digitale Regler

6.1 FIR

$$y[n] = \sum_{k=0}^{q} b_k x(n-k)$$
 (23)



6.2 IIR

$$y[n] = \sum_{k=0}^{q} b_k x(n-k) - \sum_{k=1}^{p} a_k y(n-k)$$
 (24)

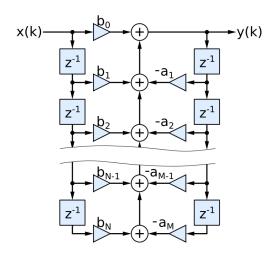


Abbildung 2: Direkt Form 1

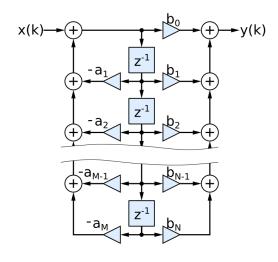


Abbildung 3: Direkt Form 2

7 Systembeschreibung im Zustandsraum

7.1 Allgemein (Mehrgrößensystem MIMO)

$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t); \quad x(0) = x_0; \vec{y}(t) = C\vec{x}(t) + D\vec{u}(t)$$
(25)

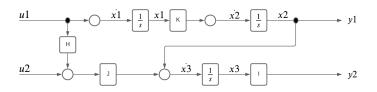


Abbildung 4: Signalflussplan

$$\begin{split} \dot{x}_1 &= 0*x_1 + 0*x_2 + 0*x_3 + 1*u_1 + 0*u_2 \\ \dot{x}_2 &= K*x_1 + 0*x_2 + 0*x_3 + 0*u_1 + 0*u_2 \\ \dot{x}_3 &= 0*x_1 + 0*x_2 + 0*x_3 + H*J*u_1 + J*u_2 \\ \dot{y}_1 &= 0*x_1 + 1 + x_2 + 0*x_3 + 0*u_1 + 0*u_2 \\ \dot{y}_2 &= 0*x_1 + 0*x_2 + l*x_3 + 0*u_1 + 0*u_2 \end{split}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ K & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & l \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ H * J & J \end{bmatrix} \ D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

7.2 Programmtechnische Umsetzung

Zaehler und Nenner der z-Uebertragungsfunktion durch die hoechste Potenz teilen

```
while(1){
  waitinterrupt();
  xout2 = xout1;
  xout1 = xout;
  xin2 = xin1;
  xin1 = xin;
  input(xin);
  xa = k*xout2 - j*xin1 + o*xout1;
  output(xa);
}
```