Produto Escalar na base canônica

LISTA DE GA - 5

1) a) $\vec{EF} =$

$= -(-\vec{AB}) + \vec{AF}$

$= -B + A$

$= -\vec{BA} + \vec{AF}$

$= -\vec{b} + \vec{f}$

b) $\vec{AG} =$

$= \vec{AF} + \vec{FG}$

$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$

$\vec{BC} = \vec{FG} = \vec{c} - \vec{b}$

$\vec{AG} = \vec{f} + \vec{c} - \vec{b}$

c) $\vec{AE} =$

$\vec{AE} = \vec{BF}$

$\vec{AB} + \vec{BF} = \vec{AF}$

$\vec{BF} = \vec{f} - \vec{b}$

$\vec{AE} = \vec{f} - \vec{b}$

d) $\vec{BG} =$

$= \vec{BC} + \vec{CG}$

como visto nos exercícios anteriores:

$\vec{BC} = \vec{c} - \vec{b}$

$\vec{CG} = \vec{BF} = \vec{f} - \vec{b}$

$\vec{BG} = \vec{c} - \vec{b} + \vec{f} - \vec{b}$

$= \vec{c} + \vec{f} - 2\vec{b}$

e) $\vec{HB}$

$= \vec{HD} + \vec{DA} + \vec{AB}$

$\vec{EA} = \vec{HD} = -(\vec{f} - \vec{b})$

$= -\vec{f} + \vec{b}$

$\vec{HB} = \vec{HD} + \vec{DA} + \vec{AB} =$

$\vec{DA} = \vec{CB} = \vec{b} - \vec{c}$

$= -\vec{f} + \vec{b} + \vec{b} - \vec{c} + \vec{b}$

$= 3\vec{b} - \vec{f} - \vec{c}$

f) $\vec{AB} + \vec{FG} =$

$\vec{FG} = \vec{BC}$

como visto anteriormente

$\vec{FG} = \vec{c} - \vec{b}$

$\vec{AB} + \vec{FG} = \vec{b} - \vec{b} + \vec{c}$

$= \vec{c}$

g) $\vec{AD} + \vec{HG}$

como visto na questão 1.c

$\vec{DA} = -\vec{c} + \vec{b} = -\vec{AD}$

$\vec{AD} = \vec{c} - \vec{b}$

$\vec{HG} = \vec{AB}$

$\vec{AD} + \vec{HG} = \vec{c} - \vec{b} + \vec{b}$

$= \vec{c}$

h) $\vec{HF} + \vec{AG} - \vec{EF} =$

$\vec{HF} = \vec{HG} + \vec{GF}$

$\vec{HG} = \vec{AB} = \vec{b}$

$\vec{GF} = \vec{CB} = -\vec{c} + \vec{b}$

$\vec{HF} = \vec{b} - \vec{c} + \vec{b}$

$= 2\vec{b} - \vec{c}$

pelos exercícios anteriores

$\vec{AG} = \vec{f} + \vec{c} - \vec{b}$

$\vec{EF} = \vec{AB} = \vec{b}$

$\vec{HF} + \vec{AG} - \vec{EF} = 2\vec{b} - \vec{c} + \vec{f} + \vec{c} - \vec{b} - \vec{b}$

$= \vec{f}$

i) $2\vec{AD} - \vec{FG} - \vec{EH} + \vec{GH}$

$\vec{GH} = \vec{BA} = -\vec{b}$

$\vec{FG} = \vec{c} - \vec{b}$

$\vec{AD} = \vec{c} - \vec{b}$

$\vec{EH} = \vec{EF} + \vec{FG} + \vec{GH}$

$= \vec{f} - \vec{b} + \vec{c} - \vec{b} - \vec{b}$

$= -3\vec{b} + \vec{c} + \vec{f}$

$2\vec{AD} - \vec{FG} - \vec{EH} + \vec{GH} =$

$= 2\vec{c} - 2\vec{b} - \vec{c} + \vec{b} + 3\vec{b} - \vec{c} - \vec{f} - \vec{b}$

$= \vec{b} - \vec{f}$

2. a) $\vec{DF}$

$= \vec{DE} + \vec{EO} + \vec{OF}$

$\vec{EO} = \vec{DC}$

$\vec{OF} = \vec{DE}$

Logo:

$\vec{DF} = \vec{DE} + \vec{DC} + \vec{DE}$

$= 2\vec{DE} + \vec{DC}$

b) $\vec{DA}$

$= \vec{DC} + \vec{CF} + \vec{FA}$

$\vec{CF} = 2\vec{DE}$

$\vec{FA} = \vec{DC}$

Logo:

$\vec{DA} = \vec{DC} + 2\vec{DE} + \vec{DC}$

$= 2\vec{DC} + 2\vec{DE}$

c) $\vec{DB}$

$= \vec{DC} + \vec{CO} + \vec{OB}$

$\vec{CO} = \vec{DE}$

$\vec{OB} = \vec{DC}$

Logo:

$\vec{DB} = \vec{DC} + \vec{DE} + \vec{DC}$

$= 2\vec{DC} + \vec{DE}$

d) $\vec{DO}$

$= \vec{DC} + \vec{CO}$

$\vec{CO} = \vec{DE}$

Logo:

$\vec{DO} = \vec{DC} + \vec{DE}$

e) $\vec{EC}$

$= \vec{EO} + \vec{OC}$

$\vec{EO} = \vec{DC}$

$\vec{OC} = -\vec{DE}$

Logo:

$\vec{EC} = \vec{DC} - \vec{DE}$

f) $\vec{EB}$

$= 2\vec{DC}$

g) $\vec{OB} = \vec{DC}$

h) $\vec{AF} = -\vec{DC}$

3. a) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} + \vec{OE} + \vec{OF}$

$= -\vec{OD} - \vec{OE} + (\vec{OD} - \vec{OE}) + \vec{OD} + \vec{OE} + (\vec{OE} - \vec{OD})$

$= -\vec{d} - \vec{e} + (\vec{d} - \vec{e}) + \vec{d} + \vec{e} + (\vec{e} - \vec{d})$

$= \vec{0}$

b) $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF} + \vec{FA}$

$= (\vec{OD} - \vec{OE}) + (\vec{OE} + \vec{OD} - \vec{OE}) + \vec{OE} + (-\vec{OD} + \vec{OE}) - \vec{OD} - \vec{OE}$

$= \vec{d} - \vec{e} + \vec{e} + \vec{d} - \vec{e} + \vec{e} - \vec{d} + \vec{e} - \vec{d} - \vec{e}$

$= \vec{0}$

Eles começam e acabam no mesmo ponto, logo sua soma é $\vec{0}$

c) Usando o raciocinio da questão 3.b

$\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CD} + \vec{DE} + \vec{EF}$

$= (\vec{OD} - \vec{OE}) + (\vec{OE} + \vec{OD} - \vec{OE}) + \vec{OE} + (-\vec{OD} + \vec{OE}) - \vec{OD}$

$= \vec{d} - \vec{e} + \vec{e} + \vec{d} - \vec{e} + \vec{e} - \vec{d} + \vec{e} - \vec{d}$

$= \vec{e}$

d) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OD} + \vec{OE}$

Usando o raciocinio da questão 3.a

$= -\vec{OD} - \vec{OE} + \vec{OD} + \vec{OE}$

$= -\vec{d} - \vec{e} + \vec{d} + \vec{e}$

$= \vec{0}$

e) $\vec{OC} + \vec{AF} + \vec{EF}$

$= (OD - OE) + OE - OD$

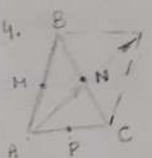
$= \vec{0}$

f) $\vec{AF} + \vec{DE}$

$= \vec{OE} + (-OD + OE)$

$= 2\vec{e} - \vec{d}$

4.



$\vec{BP} =$

$\vec{BA} + \dfrac{\vec{AC}}{2} =$

$-\vec{AB} + \dfrac{\vec{AC}}{2}$

$\vec{AN} =$

regrá do paralelogramo:

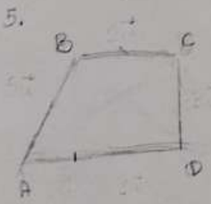
$\dfrac{\vec{AB} + \vec{AC}}{2} = \vec{AN}$

$\vec{CM} =$

$\vec{CA} + \dfrac{\vec{AB}}{2}$

$\dfrac{\vec{AB}}{2} - \vec{AC}$

5.



a) $\vec{CD} =$

$= \vec{CB} + \vec{BA} + \vec{AD}$

$= -3\vec{u} - 2\vec{v} + 5\vec{u}$

$= 2\vec{u} - 2\vec{v}$

$\vec{CA} =$

$= \vec{CB} + \vec{BA}$

$= -3\vec{u} - 2\vec{v}$

$\vec{BD}$

$= \vec{BA} + \vec{AD}$

$= -2\vec{v} + 5\vec{u}$

b) Pela lei de formação do trapezio: Dois lados paralelos → L.D

Dois lados ñ paralelos → L.I →

$\begin{cases} 2\vec{v} \neq \vec{0} \\ -2\vec{v} + 2\vec{u} \neq \vec{0} \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 2 & -2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} \to 2 \cdot 2 - (0 \cdot (-2)) = 4$ como o resultado é $\neq 0$ isso mostra que são L.I logo não são paralelos

$\begin{cases} 5\vec{u} \neq \vec{0} \\ 3\vec{u} \neq \vec{0} \end{cases} \Rightarrow \begin{vmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} \to 3 \cdot 0 - 5 \cdot 0 = 0$

→ Como o resultado da conta é $= 0$, logo ela é L.D, portanto os vetores $\vec{AD}$ e $\vec{BC}$ são paralelos

6.

$\vec{DE} =$

$= \vec{DA} + \vec{AO} + \vec{OB} + \vec{BE}$

$= -\frac{1}{4}\vec{c} - \vec{a} + \vec{b} + \frac{5}{6}\vec{a}$

$= -\frac{\vec{a}}{6} - \frac{\vec{c}}{4} + \vec{b}$ //

7. $\vec{AC} =$

$= \vec{AO} + \vec{OC}$

$= -\vec{a} - 2\vec{b} + 5\vec{a} + x\vec{b}$

Para ser L.I é necessário ser $= 0$

$-1 - 2 + 5 + x = 0$

$x = 2$

$\vec{BC} =$

$= \vec{BO} + \vec{OC}$

$= -3\vec{a} - 2\vec{b} + 5\vec{a} + x\vec{b}$

$= -3 - 2 + 5 + x = 0$

$x = 0$

9. $\begin{cases} 2\vec{u} + \vec{v} \\ \vec{u} - 2\vec{v} \end{cases} = 0$

$\det A \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{vmatrix} = 2\cdot(-2) - (1\cdot 1) =$

$-4 - 1 = -5$

$2\vec{u} + \vec{v} = \vec{u} - 2\vec{v}$

$\vec{u} = -3\vec{v}$ //

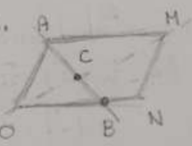
Como $\vec{u}$ é paralelo a $\vec{v}$, $\vec{u} = \lambda\vec{v}$

para provar que $\{2\vec{u} + \vec{v}, \vec{u} - 2\vec{v}\}$

também é uma base para o plano.

$= \vec{b} - \vec{f}$

8.



Para que eles sejam colineares $\vec{AB}$ tem que ser paralelo ao $\vec{AC}$.

Então:

$\vec{AB} = \alpha \vec{AC}$

$\vec{AB} = \vec{AO} + \vec{OB} = \frac{1}{n}\vec{ON} - \vec{OA}$

$\vec{AB}n + \vec{OA}n = \vec{ON}$

$\vec{AC} = -\vec{OA} + \vec{OC} = \frac{1}{1+n}\vec{OM} - \vec{OA} = \frac{1}{1+n}(\vec{OA} + \vec{ON}) - \vec{OA}$

$= \frac{1}{1+n}\vec{OA} + \frac{1}{1+n}\vec{ON} - \vec{OA} = \vec{OA}\left(\frac{1}{1+n} - 1\right) + \frac{1}{1+n}\vec{ON}$

$= \frac{-n}{1+n}\vec{OA} + \frac{1}{1+n}\vec{ON}$

$\vec{AC} = \frac{1}{1+n}(\vec{ON} - n\vec{OA})$

$= \frac{1}{1+n}(\vec{AB}n + \vec{OA}n - \vec{OA}n)$

$\vec{AC} = \frac{n}{1+n}\vec{AB}$

Logo, A, B e C são colineares

10.

a) Como $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ são L.I

$\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = 0$

$\alpha_1(\vec{u}+\vec{v}) + \alpha_2(\vec{u}-\vec{v}+\vec{w}) + \alpha_3(\vec{u}+\vec{v}+\vec{w}) = \vec{0}$

$\alpha_1\vec{u} + \alpha_1\vec{v} + \alpha_2\vec{u} - \alpha_2\vec{v} + \alpha_2\vec{w} + \alpha_3\vec{u} + \alpha_3\vec{v} + \alpha_3\vec{w} = \vec{0}$

$\vec{u}(\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3) + \vec{v}(\alpha_1-\alpha_2+\alpha_3) + \vec{w}(\alpha_2+\alpha_3) = \vec{0}$

$$\begin{cases} \alpha_1+\alpha_2+\alpha_3 = 0 \\ \alpha_1-\alpha_2+\alpha_3 = 0 \\ \alpha_2+\alpha_3 = 0 \end{cases} \rightarrow \det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = -1+0+1-(0+1+1) = 0-2 = -2$$

Como $\det(A) \neq 0$ então é L.I.

b)

$$\begin{cases} \vec{u}+\vec{t} = 0 \\ \vec{v}+\vec{t} = 0 \\ \vec{w}+\vec{t} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{u}+a\vec{u}+b\vec{v}+c\vec{w} = 0 \\ a\vec{u}+b\vec{v}+\vec{v}+c\vec{w} = 0 \\ a\vec{u}+b\vec{v}+c\vec{w}+\vec{w} = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \vec{u}(1+a)+b\vec{v}+c\vec{w} = 0 \\ a\vec{u}+\vec{v}(1+b)+c\vec{w} = 0 \\ a\vec{u}+b\vec{v}+\vec{w}(1+c) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 1+a & a & a \\ b & 1+b & b \\ c & c & 1+c \end{bmatrix}$$

$= (1+a)(1+b)(1+c) + abc + abc - (a(1+b)c + (1+a)bc + ab(1+c))$

$= 1+a+b+c+ab+ac+bc+abc+2abc-(ac+abc+bc+abc+ab+abc)$

$= 1+a+b+c \neq 0$ como é L.I

$\therefore$ Logo, $a+b+c \neq -1$.

11. a) $\vec{AB} =$

$= B-A =$

$= (1,0,-1)-(1,3,2)$

$= (1-1, 0-3, -1-2)$

$= (0,-3,-3)$

$\vec{BC} =$

$= C-B =$

$= (1,1,0)-(1,0,-1) =$

$= (1-1, 1-0, 0-(-1))$

$= (0,1,1)$

$\vec{CA} =$

$= A-C =$

$= (1,3,2)-(1,1,0)$

$= (1-1, 3-1, 2-0)$

$= (0,2,2)$

b) $\vec{AB} + \frac{2}{3}\vec{BC} =$

$= B-A+\frac{2}{3}(C-B)$

$= ((1,0,-1)-(1,3,2)) + \frac{2}{3}((1,1,0)-(1,0,-1))$

$= (1-1, 0-3, -1-2) + \frac{2}{3}(1-1, 1-0, 0+1)$

$= (0,-3,-3) + \frac{2}{3}(0,1,1)$

$= (0,-3,-3) + (0, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})$

$= (0, -3+\frac{2}{3}, -3+\frac{2}{3}) = (0, -\frac{7}{3}, -\frac{7}{3})$

c) $C + \frac{1}{2}\vec{AB} =$

$= (1,1,0) + \frac{1}{2}(B-A)$

$= (1,1,0) + \frac{1}{2}(0,-3,-3)$

$= (1,1,0) + (0, -\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$

$= (1, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$

$\sqrt{4+16+1} = \sqrt{21}$ u.c

d) $A - 2\vec{BC} =$

$= (1,3,2) - 2(C-B)$

$= (1,3,2) - 2((1,1,0)-(1,0,-1))$

$= (1,3,2) - 2(0,1,1)$

$= (1,3,2) - (0,2,2)$

$= (1,1,0)$

c) O conjunto é L.D pois há 2 vetores em um plano $\mathbb{R}^3$

12. a) $\det(A) = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 2\cdot 2 - (3\cdot 0) = 4 - 0 = 4$

$\det(A) \neq 0$ então é L.I.

b) $\det(B) = \begin{vmatrix} 3 & -2 \\ 0 & 0 \end{vmatrix} = 0$

$\det(B) = 0$ então é L.D

d) $\det(D) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 1+0+(-2)-(2+0+(-1)) = -1-(1) = -2$

$\det(D) \neq 0$ então é L.I

e) $\det(E) = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 2+(-2)+(-1)-((-2)+2+2) = -1-2 = -3$

$\det(E) \neq 0$ então é L.I

f) $\det(F) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 5 \end{vmatrix} = 0$ pois há uma linha só com zeros

$\det(F) = 0$ então é L.D

13. a) $\vec{w} = a\vec{u} + b\vec{v}$

$(1,1) = a(2,-1) + b(1,-1) =$

$(1,1) = (2a, -1a) + (b, -b)$

$\begin{cases} 2a + b = 1 \\ -a - b = 1 \; (-1) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2a + b = 1 \\ a + b = -1 \end{cases} \rightarrow a = -1 - b$

$2(-1-b) + b = 1$

$-2 - 2b + b = 1$

$-b = 3$

$b = -3$

$a + b = -1$

$a + 3 = -1$

$a = 2$

Assim: $\vec{w} = 2\vec{u} - 3\vec{v}$

b) $\vec{z} = \alpha\vec{a} + \beta\vec{b} + \gamma\vec{c}$

$(1,2,3) = \alpha(1,1,1) + \beta(0,1,1) + \gamma(1,1,0)$

$\begin{cases} \alpha + \gamma = 1 \\ \alpha + \beta + \gamma = 2 \\ \alpha + \beta = 3 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} \alpha + \beta + \gamma = 2 \\ -\alpha + \beta = 3 \end{cases}$

$\gamma = -1$

$\alpha + \gamma = 1$

$\alpha = 1 + 1$

$\alpha = 2$

$\beta = 1$

Logo, $\vec{z} = 2\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$

14.

a) $\vec{u} = (1, m-1, m)$ $\quad \vec{v} = (m, 2n, 4)$

Como $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ são L.D

$\vec{u} = x\vec{v}$

$(1, m-1, m) = x(m, 2n, 4)$

$(1, m-1, m) = (xm, 2xn, 4x)$

$\begin{cases} xm = 1 \\ 2xn = m-1 \\ m = 4x \end{cases}$ $\quad x(4x) = 1$; $\; 4x^2 = 1$; $\; x^2 = \frac{1}{4}$; $\; x = \pm\frac{1}{2}$

$m_1 = 4\left(\frac{1}{2}\right)$ $\quad m_2 = 4\left(-\frac{1}{2}\right)$

$m_1 = 2$ ou $m_2 = -2$

$n = \frac{m-1}{2x}$

• usando $m = 2$ e $x = \frac{1}{2}$

$n = \frac{2-1}{2\cdot\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{1}{1} = 1$

• usando $m = -2$ e $x = -\frac{1}{2}$

$n = \frac{-2-1}{2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right)} = \frac{-3}{-1} = 3$

Logo, $(m,n) = (2,1)$ ou $(m,n) = (-2,3)$

b) $\vec{u} = (1, m, n+1)$ $\quad \vec{v} = (m, n+1, 8)$

Como $\{\vec{u}, \vec{v}\}$ são L.D

$\vec{u} = y\vec{v}$

$(1, m, n+1) = y(m, n+1, 8)$

$(1, m, n+1) = (my, ny+y, 8y)$

$\begin{cases} my = 1 \\ ny + y = m \\ n + 1 = 8y \end{cases}$ $\quad n = 8y - 1$

$(8y-1)y + y = m$

$8y^2 - y + y = m$

$8y^2 = m$ $\quad m = \frac{1}{y}$

$8y^2 = \frac{1}{y}$

$8y^3 = 1$

$y^3 = \frac{1}{8}$

$y = \frac{1}{2}$

$m\left(\frac{1}{2}\right) = 1$

$m = 2$

$n + 1 = 8\left(\frac{1}{2}\right)$

$n = 4 - 1 = 3$

$\therefore$ Logo, $(m,n) = (2,3)$

LISTA DE GA - 5

15. Para ser uma base o conjunto $\{\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}\}$ devem ser L.I

$\vec{u} = x\vec{v} + y\vec{w}$

$$A = [\vec{u}\ \vec{v}\ \vec{w}] = \begin{bmatrix} m & m^2+1 & m \\ -1 & m & 1 \\ m^2+1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} m & m^2+1 & m \\ -1 & m & 1 \\ m^2+1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = m^2 + (m^2+1)^2 + 0 - ((m^2+1)m^2 + 0 - (m^2+1))$$

$$= m^2 + m^4 + 2m^2 + 1 - m^4 + m^2 - m^2 + 1$$

$$= 3m^2 + 2 \neq 0$$

$m^2 \geq 0$ para $m \in \mathbb{R}$, assim

$\det(A) = 3m^2 + 2 > 0$ para $m \in \mathbb{R}$,

$\therefore \det(A) = 3m^2 + 2 > 0$ os vetores são L.I então formam uma base

16. a) Para ser uma base o $\det(A) \neq 0$, sendo assim, L.I

$$A = [\vec{f_1}, \vec{f_2}, \vec{f_3}] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\det(A) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = 0 + 0 + 1 - (0 + 1 + (-1)) = 1 - 0 = 1$$

$\det(A) = 1 \neq 0$, portanto é uma base

b) $\vec{u} = (2, 3, 7)_C$ na base B

$$u_B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{pmatrix} \quad u_B = \begin{pmatrix} 2+3+7 \\ 2+0+7 \\ 0+3-7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$u_B = (12, 9, -4)_B$

c) $\vec{v} = (2, 3, 7)_B$ na base C

$$C = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{\ell_2 \leftrightarrow \ell_3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\ell_1 \leftarrow \ell_1 - \ell_2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \xrightarrow{\ell_3 \leftarrow \ell_3 - \ell_1} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{array}{l} \ell_1 \leftarrow \ell_1 + 2\ell_3 \\ \ell_2 \leftarrow \ell_2 - \ell_3 \end{array} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\ell_3 \leftarrow \ell_3 \cdot (-1)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$C^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\vec{v}_C = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & -1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2+6+7 \\ 2+(-3)+0 \\ 2+(-3)+(-7) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 11 \\ -1 \\ -8 \end{bmatrix}$$

$\vec{v}_C = (11, -1, -8)$