

Control de Accionamiento de CA con Motor Síncrono de Imanes Permanentes

Autores:

Linares, Ramiro - 10777

Silva, Víctor - 10988

RESUMEN

El presente proyecto consiste en la realización del modelado, simulación y diseño de un sistema de control de posición y movimientos para un accionamiento electromecánico de 4 cuadrantes. Una vez realizado el modelado del sistema físico a lazo abierto, se analizó y se aplicó ciertas leyes de control para que el sistema tuviera un comportamiento deseado. Luego se podrá observar en la segunda sección que se procedió a diseñar un controlador de movimiento en cascada con un modulador de torque equivalente, este se diseñó proceduralmente para que finalmente se simule y se verifique si el controlador podía seguir las consignas de movimiento correctamente.

Se logró el resultado deseado, logrando un buen rechazo a perturbaciones externas, buen seguimiento de consignas, esfuerzos razonables y que el sistema se desempeñará de tal forma que no superará ninguna especificación de operación.

INTRODUCCIÓN

En el presente trabajo se realizará el estudio de una aplicación concreta sobre el control de la articulación hombro de un robot SCARA, referido a una base inercial. Esta tiene una caja reductora reversible con sistema de engranajes planetarios. La máquina eléctrica de CA es un motor síncrono de imanes permanentes, conectado en estrella con bornes de fase abc accesibles con neutro flotante. Solo consideraremos las pérdidas eléctricas resistivas por efecto Joule en bobinado de estator. Por lo tanto, el sistema completo consiste en una parte mecánica, otra electromagnética y una parte térmica. Para separar la planta del controlador tenemos un inversor trifásico alimentado con una fuente de corriente continua, un sensor de posición, un sensor de temperatura y tres sensores de corriente.

Se pretende realizar el modelado, diseño, simulación y evaluación del comportamiento bajo determinadas condiciones, por lo que vamos a usar un sistema de control automático de posición o movimiento para realizar el accionamiento electromagnético de cuatro cuadrantes.

Finalmente se exponen algunas conclusiones acerca de los resultados obtenidos y su análisis.

DESARROLLO

1 – Modelado Análisis y Simulación dinámica del SISTEMA FÍSICO a “Lazo Abierto” (Sin Controlador externo de Movimiento)

1.1 - Modelo matemático equivalente (1 grado de libertad) del subsistema mecánico del motor

Se va a llegar a un modelo equivalente del subsistema mecánico teniendo en cuenta de que se busca referir las variables al eje del motor, para ello se usarán las Ec. 2.1 y Ec. 2.2 del tren de transmisión, además se derivará la Ec. 2.1, donde $q(t)$ es la posición angular del eje de salida del tren de transmisión, $\dot{q}(t)$ es velocidad angular de salida de la caja reductora, $\ddot{q}(t)$ es la aceleración angular de salida de la caja reductora, r es la relación de transmisión, $\omega_m(t)$ es la velocidad angular del motor, $T_q(t)$ es el torque de salida de la caja reductora y $T_d(t)$ es el torque reflejado del lado del rotor. Se reemplazan estas ecuaciones en la Ec. 1.1, donde J_l es el momento de inercia, b_l es el amortiguamiento viscoso y $T_l(t)$ es el torque de carga, por lo que se obtiene:

$$J_l \cdot \frac{1}{r} \cdot \dot{\omega}_m(t) = r \cdot T_d(t) - b_l \cdot \frac{1}{r} \cdot \omega_m(t) - T_l(t)$$

De la Ec. 3.1 donde J_m es el momento de inercia (motor y caja), b_m es el coeficiente de fricción viscosa (motor y caja), $\theta_m(t)$ y $\dot{\omega}_m(t)$ son la posición y velocidad angular del motor respecto del estator y $T_m(t)$ es el torque electromagnético. Se despeja $T_d(t)$:

$$T_d(t) = T_m(t) - b_m \cdot \omega_m(t) - J_m \cdot \dot{\omega}_m(t)$$

Se reemplaza $T_d(t)$ en la ecuación anterior:

$$J_l \cdot \frac{1}{r} \cdot \dot{\omega}_m(t) = r \cdot T_m(t) - r \cdot b_m \cdot \omega_m(t) - r \cdot J_m \cdot \dot{\omega}_m(t) - b_l \cdot \frac{1}{r} \cdot \omega_m(t) - T_l(t)$$

Se divide entre r :

$$J_l \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - b_m \cdot \omega_m(t) - J_m \cdot \dot{\omega}_m(t) - b_l \cdot \frac{1}{r^2} \cdot \omega_m(t) - \frac{1}{r} T_l(t)$$

Reordenando:

$$\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot \dot{\omega}_m(t) = T_m(t) - \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot \omega_m(t) - \frac{1}{r} T_l(t)$$

A continuación, se despeja y se obtendrán las ecuaciones de estado:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t) \equiv \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right)} T_m(t) - \frac{\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right)}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right)} \cdot \omega_m(t) - \frac{1}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot r} T_l(t) \\ y(t) = \theta_m(t) \end{cases} \quad (Ec. 3.4.0)$$

Expresado en forma matricial con condiciones iniciales genéricas:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right)}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right)} & -\frac{1}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_m(t) \\ T_l(t) \end{bmatrix} \quad ; \quad x(0) = \begin{bmatrix} \theta_m(0) \\ \omega_m(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \theta_{m0} \\ \omega_{m0} \end{bmatrix}$$

Donde el vector de estados $x(t)$, el vector de entrada $u(t)$ y el vector de salida $y(t)$ son:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix} T_m(t) \\ T_l(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix}$$

El diagrama de bloque del subsistema mecánico es:

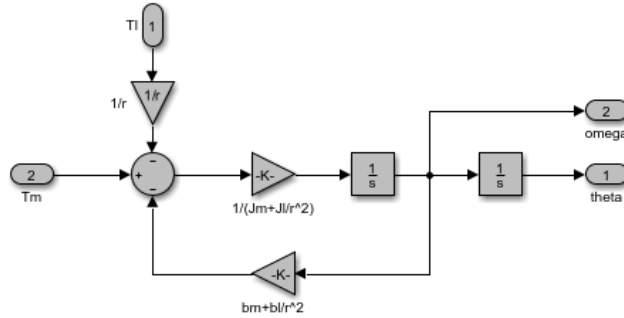


Figura 1. Subsistema mecánico

Se puede considerar el subsistema mecánico simplificado de esta manera porque se considera la rigidez torsional infinita y al tratarse de una sola articulación de una máquina pequeña se tiene en cuenta como una masa puntal. Además, se desprecia el backlash de la caja reductora.

1.2 - Modelo dinámico del sistema físico completo, incorporando el subsistema electromagnético y térmico

1.2.a - Modelo global no lineal (NL), para $i_{dsr}(t)$ genérica

En el punto anterior se obtuvo el modelo físico del sistema mecánico. En este inciso se incorporará el subsistema electromecánico y térmico. Finalmente se llegará a un modelo global no lineal.

Se debe tener en cuenta que al realizar la transformación de Park se convierte de coordenadas estáticas abc a coordenadas rotóricas qd0 fijas al rotor. Pero estas coordenadas son virtuales, solo se puede acceder a las variables de entrada que son las tensiones del estator v_a, v_b, v_c y con esta transformación se obtendrá las coordenadas qd0.

Para incorporar el *subsistema electromagnético* (bloques azules en figura 2) al mecánico se usa la Ec. 3.5 del torque electromagnético en la ecuación de $\dot{\omega}_m(t)$ anteriormente obtenida (Ec. 3.4.1)

$$\dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \cdot \frac{3}{2} \cdot P_p \cdot [\lambda_m^r + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot i_{qs}^r(t) - \frac{(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \cdot \omega_m(t) - \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \cdot T_l(t) \quad (3.4.2)$$

De las ecuaciones del balance de tensiones eléctricas equivalentes de estator (Ec. 3.6/3.7/3.8), se despejan las derivadas de las corrientes. Además, se reemplaza en ellas la posición angular eléctrica de entrehierro qd0 fija al rotor (Ec. 3.4) para relacionar la posición angular mecánica con la eléctrica:

$$\frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \cdot [v_{qs}^r(t) - R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) - (\lambda_m^r + L_d \cdot i_{ds}^r(t)) \cdot P_p \cdot \omega_m(t)] \quad (3.6.1)$$

$$\frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \cdot [v_{ds}^r(t) - R_s(t) \cdot i_{ds}^r(t) + L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t)] \quad (3.7.1)$$

$$\frac{di_{0s}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} \cdot [v_{0s}(t) - R_s(t) \cdot i_{0s}(t)] \quad (3.8.1)$$

Ahora se lo expresa en forma vectorial. El primer término del segundo miembro es un campo vectorial.

$$\begin{bmatrix} \frac{d\theta_m(t)}{dt} \\ \frac{d\omega_m(t)}{dt} \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} \\ \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} \\ \frac{di_{0s}^r(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_m(t) \\ -\frac{(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \cdot \omega_m(t) + \frac{3 \cdot P_p \cdot \lambda_m^r}{2 \cdot (J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \cdot i_{qs}^r(t) + \frac{3 \cdot P_p \cdot (L_d - L_q)}{2 \cdot (J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \cdot i_{ds}^r(t) \cdot i_{qs}^r(t) \\ -\frac{\lambda_m^r}{L_q} P_p \cdot \omega_m(t) - \frac{R_s(t)}{L_q} \cdot i_{qs}^r(t) - \frac{L_d}{L_q} \cdot P_p \cdot i_{ds}^r(t) \cdot \omega_m(t) \\ -\frac{R_s(t)}{L_d} \cdot i_{ds}^r(t) + \frac{L_q}{L_d} \cdot P_p \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_m(t) \\ -\frac{R_s(t)}{L_{ls}} \cdot i_{0s}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot T_l(t)$$

Donde el vector de estados $x(t)$, el vector de entrada $u(t)$, el vector de salida $y(t)$ y condiciones iniciales son:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ i_{ds}^r(t) \\ i_{0s}^r(t) \end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ i_{ds}^r(t) \\ i_{0s}^r(t) \end{bmatrix} \quad x(0) = \begin{bmatrix} \theta_{m0} \\ \omega_{m0} \\ i_{qs0}^r \\ i_{ds0}^r \\ i_{0s0}^r \end{bmatrix}$$

Se puede observar que en las ecuaciones hay multiplicación de variables de estado, por lo cual, se tiene no linealidad y no es posible realizar el desacople de las variables de estado.

Tanto las variables de manipulación como las de perturbación se aportan en forma lineal al modelo, a este modelo se lo llama no lineal afín en las entradas. Es un caso particular de los sistemas no lineales generales. Así como se tiene un campo vectorial en el primer término que depende de las variables de estado, podría tenerse un campo vectorial que dependa de las entradas.

El *subsistema térmico* (bloques rojos en figura 2) se utiliza para tener en cuenta el efecto del calentamiento de los bobinados y poder monitorear la temperatura de trabajo, se lo agrega al modelo matemático global.

La variable de temperatura del estator $T_s^\circ(t)$ es función de las corrientes estatóricas. Se obtendrá un modelo simplificado de primer orden que solo tiene en cuenta las pérdidas resistivas por efecto Joule en el bobinado estatórico (transferencia de calor del estator al medio ambiente).

En el subsistema mecánico hay pérdidas mecánicas por fricción que generaran calor, pero este efecto ya está contemplado en la fricción viscosa mecánica (beq), por lo que solo se modela la temperatura del estator como si la masa del cuerpo fuera puntual (la masa y su calor no está tan distribuida), sin pérdidas magnéticas, con una sola capacitancia térmica (C_{ts}) y una resistencia térmica (R_{ts-amb} que es la resistencia térmica entre el estator y el ambiente). Por lo cual este modelo es un modelo simplificado del subsistema térmico.

Despejando el balance térmico del estator (Ec. 3.10) $\frac{dT_s^\circ(t)}{dt}$ y reemplazando la potencia de pérdidas calóricas ($P_{s\ perd}$) (Ec. 3.9) en este, queda que el balance térmico del estator es:

$$\frac{dT_s^\circ(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_s(t) (i_{qs}^r{}^2(t) + i_{ds}^r{}^2(t) + 2i_{0s}^r{}^2(t)) - \frac{1}{R_{ts-amb}} T_s^\circ(t) + \frac{T_{amb}^\circ(t)}{R_{ts-amb}} \right] \quad (Ec. 3.11.1)$$

Incorporando el subsistema térmico al ya compuesto por el mecánico y el electromagnético, quedando el modelo dinámico del sistema físico completo. La forma vectorial es:

$$\begin{bmatrix} \frac{d\theta_m(t)}{dt} \\ \frac{d\omega_m(t)}{dt} \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} \\ \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} \\ \frac{di_{0s}^r(t)}{dt} \\ \frac{dT_s^o(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \omega_m(t) \\ -\frac{(b_m + b_l \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \frac{1}{r^2})} \cdot \omega_m(t) + \frac{3 \cdot P_p \cdot \lambda_l^r}{2 \cdot (J_m + J_l \frac{1}{r^2})} \cdot i_{qs}^r(t) + \frac{3 \cdot P_p \cdot (L_d - L_q)}{2 \cdot (J_m + J_l \frac{1}{r^2})} \cdot i_{ds}^r(t) \cdot i_{qs}^r(t) \\ -\frac{\lambda_l^r}{L_q} \cdot P_p \cdot \omega_m(t) - \frac{R_s(t)}{L_q} \cdot i_{qs}^r(t) - \frac{L_d}{L_q} \cdot P_p \cdot i_{ds}^r(t) \cdot \omega_m(t) \\ -\frac{R_s(t)}{L_d} \cdot i_{ds}^r(t) + \frac{L_q}{L_d} \cdot P_p \cdot i_{qs}^r(t) \cdot \omega_m(t) \\ -\frac{R_s(t)}{L_{ls}} \cdot i_{0s}^r(t) \\ \frac{3 \cdot R_s(t)}{2 \cdot C_{ts}} \cdot i_{qs}^r{}^2(t) + \frac{3 \cdot R_s(t)}{2 \cdot C_{ts}} \cdot i_{ds}^r{}^2(t) + \frac{3 \cdot R_s(t)}{C_{ts}} \cdot i_{0s}^r{}^2(t) - \frac{1}{R_{ts-amb} \cdot C_{ts}} T_s^o(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{(J_m + J_l \frac{1}{r^2})} \cdot r & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_l(t) \\ T_{amb}^o(t) \end{bmatrix}$$

Donde el vector de estados $x(t)$, el vector de entrada $u(t)$, el vector de salida $y(t)$ y condiciones iniciales son:

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ i_{ds}^r(t) \\ i_{0s}^r(t) \\ T_s^o(t) \end{bmatrix} \quad u(t) = \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ v_{ds}^r(t) \\ v_{0s}^r(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = [1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0] \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ i_{ds}^r(t) \\ i_{0s}^r(t) \\ T_s^o(t) \end{bmatrix} \quad x(0) = \begin{bmatrix} \theta_{m0} \\ \omega_{m0} \\ i_{qs0}^r \\ i_{ds0}^r \\ i_{0s0}^r \\ T_{s0}^o \end{bmatrix}$$

Se puede observar que aún existe el acople entre variables de estado, además se aprecia que las corrientes están elevadas al cuadrado, por lo que aporta aún más no linealidades.

El diagrama de bloque es:

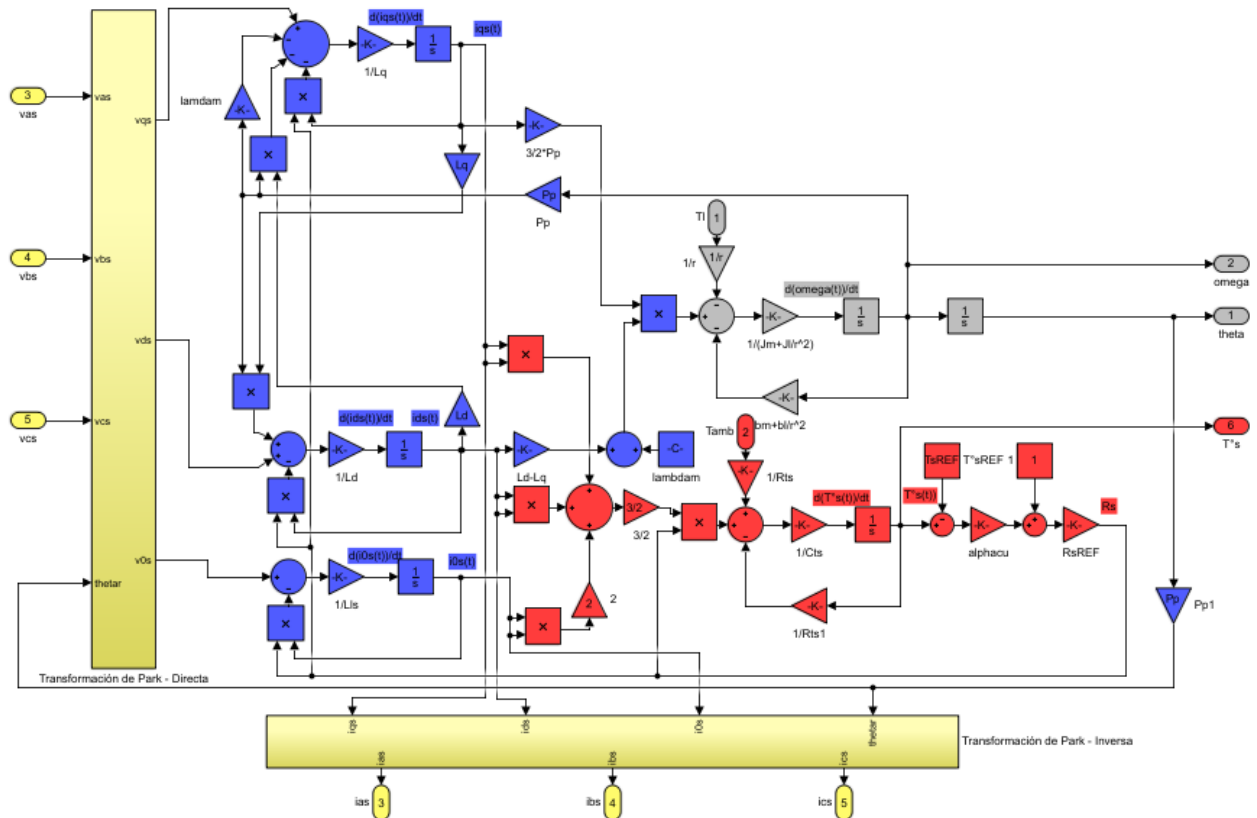


Figura 2. Modelo físico completo

Se han incluido las transformaciones de Park a la entrada y salida del modelo físico (bloques amarillos en la figura 2), también se les agrega a estas transformaciones una entrada para thetar que está dado por la Ec. 3.4.

1.2.b - Modelo global linealizado con parámetros variables (LPV), para $idsr(t)$ genérica, a partir de modelo NL mediante aproximación de Taylor de 1° orden en punto genérico de operación

Como se tiene un sistema no lineal, se necesita hacer uso de una linealización para trabajarlo de forma más simple. Al hacer esto se puede trabajar el sistema con herramientas de control lineal. Para toda variable $z(t)$ se asume que:

$$z(t) = Z_0(t) + \Delta z(t)$$

Se va a hacer una aproximación lineal y para ello se plantea una descomposición de variables, para las variables de entrada, salida y estado se descomponen en 2 partes, una de gran señal que es constante en el tiempo o tiene variaciones lentas, esas variables se definen como las que dan el punto o conjunto de puntos de operación ($Z_0(t)$), y la segunda componente tiene las desviaciones de las variables alrededor de dicho punto de operación, que es de menor magnitud ($\Delta z(t)$). Si se reemplaza las variables en estas 2 componentes, se separa el modelo en 2 grandes partes, una parte que es el conjunto de operación y otra parte que es un modelo dinámico local para cada punto de operación que globalmente forman un modelo linealizado global dinámico.

Como el campo vectorial es no lineal, se expande en una serie de Taylor, que es una serie de potencias de las pequeñas variaciones con respecto al punto que estamos considerando.

Como los términos superiores cada vez influyen menos, si se está en cerca del punto de operación y se queda solo con los términos significativos. Se puede reemplazar la curva tangente por una aproximación de primer orden.

1.2.b.I - Espacio de operación global NL (cuasi-estacionario)

Mediante las siguientes ecuaciones se tiene el comportamiento del sistema no lineal cuasi-estacionario:

$$\dot{\Theta}_{mo}(t) \equiv \Omega_{mo}(t)$$

$$\dot{\Omega}_{mo}(t) = \frac{1}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}\right)} \cdot \frac{3}{2} \cdot P_p \cdot \left[\lambda_m^r + (L_d - L_q) \cdot I_{dsO}^r(t)\right] \cdot I_{qsO}^r(t) - \frac{\left(b_m - b_l \cdot \frac{1}{r^2}\right)}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}\right)} \cdot \Omega_{mo}(t) - \frac{1}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}\right)} \cdot T_{lo}(t) \quad (3.4.2.1)$$

$$\frac{dI_{qsO}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \cdot \left[V_{qsO}^r(t) - (R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^o) \cdot I_{qsO}^r(t) - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sO}^o(t) \cdot I_{qsO}^r(t) - \left(\lambda_m^r + L_d \cdot I_{dsO}^r(t)\right) \cdot P_p \cdot \Omega_{mo}(t)\right] \quad (3.6.1.1)$$

$$\frac{dI_{dsO}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \cdot \left[V_{dsO}^r(t) - (R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^o) \cdot I_{dsO}^r(t) - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sO}^o(t) \cdot I_{dsO}^r(t) + L_q \cdot I_{qsO}^r(t) \cdot P_p \cdot \Omega_{mo}(t)\right] \quad (3.7.1.1)$$

$$\frac{dI_{osO}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} \cdot \left[V_{osO}(t) - (R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^o) \cdot I_{osO}(t) - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sO}^o(t) \cdot I_{osO}(t)\right] \quad (3.8.1.1)$$

$$\frac{dT_{sO}^o(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \cdot \left[\frac{3}{2} (R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^o + R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sO}^o(t)) (i_{qsO}^{r^2}(t) + i_{dsO}^{r^2}(t) + 2i_{osO}^{r^2}(t)) - \frac{1}{R_{ts-amb}} T_{sO}^o(t) + \frac{T_{ambO}(t)}{R_{ts-amb}}\right] \quad (3.11.1.1)$$

Como es cuasi-estacionario se tendrán puntos de equilibrio dinámicos, por lo que las derivadas serán aproximadamente cero:

$$\frac{dX_o}{dt} = f(X_o(t), U_o(t)) \approx 0$$

Los puntos de equilibrio van a ir evolucionando porque la máquina va a ir cambiando de punto de operación en el tiempo.

1.2.b.II - Modelo dinámico LPV (pequeñas variaciones locales)

El modelo dinámico para pequeñas variaciones locales está dado por:

$$\Delta \dot{\theta}_m(t) \equiv \Delta \omega_m(t)$$

$$\Delta \dot{\omega}_m(t) = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \left\{ - \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot \Delta \omega_m(t) + [\lambda_m^r + (L_d - L_q) \cdot I_{ds0}^r(t)] \cdot \frac{3 \cdot P_p}{2} \cdot \Delta i_{qs}^r(t) + [(L_d - L_q) \cdot I_{qs0}^r(t)] \cdot \frac{3 \cdot P_p}{2} \cdot \Delta i_{ds}^r(t) - \frac{1}{r} \Delta T_l(t) \right\} \quad (3.4.2.2)$$

$$\frac{\Delta di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \cdot \left[- \left(\lambda_m^r + L_d \cdot I_{ds0}^r(t) \right) \cdot P_p \cdot \Delta \omega_m(t) - (R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ) \cdot \Delta i_{qs}^r(t) - R_{sREF} \alpha_{Cu} I_{qs0}^r(t) \Delta T_s^\circ(t) - P_p \cdot L_d \cdot \Omega_{m0}(t) \cdot \Delta i_{ds}^r(t) + \Delta v_{qs}^r(t) \right] \quad (3.6.1.2)$$

$$\frac{\Delta di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \cdot \left[L_q \cdot I_{qs0}^r(t) \cdot P_p \cdot \Delta \omega_m(t) + L_q \cdot P_p \cdot \Omega_{m0}(t) \cdot \Delta i_{qs}^r(t) - (R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ) \cdot \Delta i_{ds}^r(t) - R_{sREF} \alpha_{Cu} I_{ds0}^r(t) \Delta T_s^\circ(t) + \Delta v_{ds}^r(t) \right] \quad (3.7.1.2)$$

$$\frac{\Delta di_{0s}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} \cdot \left[- (R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ) \cdot \Delta i_{0s}(t) - R_{sREF} \alpha_{Cu} I_{0s0}(t) \Delta T_s^\circ(t) + \Delta v_{0s}(t) \right] \quad (3.8.1.2)$$

$$\frac{\Delta dT_s^\circ(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[3(R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ) (I_{qs0}^r(t) \Delta i_{qs}^r(t) + I_{ds0}^r(t) \Delta i_{ds}^r(t) + 2I_{0s0}(t) \Delta i_{0s}^r(t)) + \left(\frac{3}{2} R_{sREF} \alpha_{Cu} (I_{qs0}^r(t)^2 + I_{ds0}^r(t)^2 + 2I_{0s0}^r(t)^2) - \frac{1}{R_{ts-amb}} \right) \Delta T_s^\circ(t) + \frac{\Delta T_{amb}^\circ(t)}{R_{ts-amb}} \right] \quad (3.11.1.2)$$

Se observa en las ecuaciones que ya no se tienen no linealidades. Expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) \\ \frac{\Delta di_{qs}^r(t)}{dt} \\ \frac{\Delta di_{ds}^r(t)}{dt} \\ \frac{\Delta di_{0s}(t)}{dt} \\ \frac{\Delta dT_s^\circ(t)}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{[\lambda_m^r + (L_d - L_q) \cdot I_{ds0}^r(t)] \cdot 3 \cdot P_p}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} & \frac{[(L_d - L_q) \cdot I_{qs0}^r(t)] \cdot 3 \cdot P_p}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{-(\lambda_m^r + L_d \cdot I_{ds0}^r(t)) \cdot P_p}{L_q} & \frac{-(R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ)}{L_q} & \frac{-P_p \cdot L_d \cdot \Omega_{m0}(t)}{L_q} & 0 & \frac{-R_{sREF} \alpha_{Cu} I_{qs0}^r(t)}{L_q} \\ 0 & \frac{L_q \cdot I_{qs0}^r(t) \cdot P_p}{L_d} & \frac{L_q \cdot P_p \cdot \Omega_{m0}(t)}{L_d} & \frac{-(R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ)}{L_d} & 0 & \frac{-R_{sREF} \alpha_{Cu} I_{ds0}^r(t)}{L_d} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-(R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ)}{L_{ls}} & 0 & \frac{-R_{sREF} \alpha_{Cu} I_{0s0}(t)}{L_{ls}} \\ 0 & 0 & \frac{3(R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ) I_{qs0}^r(t)}{C_{ts}} & \frac{3(R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ) I_{ds0}^r(t)}{C_{ts}} & \frac{3(R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ) I_{0s0}(t)}{C_{ts}} & \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_{sREF} \alpha_{Cu} (I_{qs0}^r(t)^2 + I_{ds0}^r(t)^2 + 2I_{0s0}^r(t)^2) - \frac{1}{R_{ts-amb}} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_m(t) \\ \Delta \omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \\ \Delta i_{ds}^r(t) \\ \Delta i_{0s}^r(t) \\ \Delta T_s^\circ(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{L_q} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{ls}} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta v_{qs}^r(t) \\ \Delta v_{ds}^r(t) \\ \Delta v_{0s}^r(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \cdot r & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_l(t) \\ \Delta T_{amb}^\circ(t) \end{bmatrix}$$

Varios de los elementos de la matriz A dependen del punto de operación por lo que va a cambiar la dinámica del sistema según cual sea este.

1.2.c - Linealización por realimentación NL

1.2.c.I - Ecuaciones vectoriales y matriciales LTI Equivalente

En este caso la i_{ds}^r ya no se considera genérica y se la iguala a cero, por lo tanto su derivada $\frac{di_{ds}^r(t)}{dt}$ también lo será.

No se tiene en cuenta el acoplamiento con el subsistema térmico, pero sí se considera su modelo lineal de la Ec.

3.10. Se despeja $\frac{dT_s^\circ(t)}{dt}$:

$$\frac{dT_s^\circ(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[P_{sperd}(t) - \frac{1}{R_{ts-amb}} T_s^\circ(t) + \frac{T_{amb}^\circ(t)}{R_{ts-amb}} \right]$$

Si se aplica la transformada de Laplace y se analiza la función de transferencia del subsistema térmico:

$$G(S) = \frac{T_s^\circ(S)}{P_{sperd}(S)} = \frac{\frac{P_{sperd}(S)}{C_{ts}} + \frac{T_{amb}^\circ(t)}{C_{ts} R_{ts-amb}}}{P_{sperd}(S) \left(S + \frac{1}{C_{ts} R_{ts-amb}} \right)}$$

Se conoce la constante de tiempo térmica que es de 120s, por lo tanto, al analizar su polo en el plano de Laplace queda:

$$\rho = -\frac{1}{C_{ts} R_{ts-amb}}$$

El polo del subsistema térmico está muy cerca del origen, esto dice que el sistema térmico tiene una variación muy lenta (también se puede analizar $\rho = -\frac{1}{C_{ts} R_{ts-amb}} \rightarrow \tau = -\frac{1}{\rho} = 120 \text{ s}$); Por lo cual para el LTI se considera $R_s(t) = cte = 1.02 \Omega (40^\circ)$

Si se compara con los polos del subsistema mecánico y del subsistema electro-mecánico, se puede apreciar una gran diferencia entre sus constantes de tiempo:

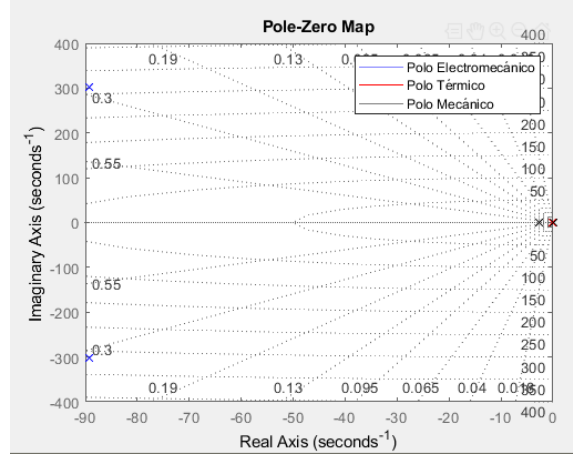


Figura 3. Polo del subsistema mecánico, electromecánico y térmico

Se puede analizar que el cambio de $R_s(t)$ es muy lento a comparación de la parte electromecánica y mecánica, por lo que se va a considerar constante a $R_s(t)$ en el análisis del modelo lineal variante (LTI) equivalente.

Además, se ha considerado en el estator de la máquina eléctrica que se tiene una conexión estrella (simétrico y equilibrado) y con centro de estrella flotante (accesible en bornes de fases abc_s). Aplicando la transformación de Park para tener la $i_{0s}(t)$:

$$i_{0s}(t) = \frac{2}{3} \frac{1}{2} (i_{as}(t) + i_{bs}(t) + i_{cs}(t))$$

Según la ley de Kirchhoff de los nodos, la sumatoria de las corrientes que entran es igual a la de las corrientes que salen, al no tener neutro esta suma debe ser igual a cero, por lo que i_{0s}^r queda igual a cero siempre, incluso si hay desbalance:

$$i_{0s}(t) = \frac{2}{3} \frac{1}{2} (i_{as}(t) + i_{bs}(t) + i_{cs}(t)) = 0$$

Por lo tanto su derivada $\frac{di_{0s}(t)}{dt}$ va a ser igual a cero también. Entonces, al reemplazar en las tensiones eléctricas equivalentes de estator referido a las coordenadas qd0 (Ec. 3.8) queda:

$$v_{qs}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} + \lambda_m^r \cdot P_p \cdot \omega_m(t)$$

$$v_{ds}^r(t) = -L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \quad (\text{Ec 3.7.2})$$

$$v_{0s}(t) = R_s(t) \cdot i_{0s}(t) + L_{ls} \frac{di_{0s}(t)}{dt} = R_s(t) \cdot 0 + L_{ls} \cdot 0 = 0$$

Al ser $i_{ds}^r=0$ queda una restricción para $v_{ds}^r(t)$ que va a ser una ley de control, debido a que deja de ser una variable manipulada porque pasa a depender de dos variables de estado, siendo una ecuación algebraica no lineal.

Por lo cual $\frac{di_{ds}(t)}{dt}$ y $\frac{di_{os}(t)}{dt}$ no serán parte de la ecuación de estado, y se considera el valor de $R_s = cte$.

Citando las ecuaciones de la sección 1.2.a (Ec 3.4.2, Ec. 3.6.1, Ec. 3.7.1, Ec. 3.8.1 y la ecuación del subsistema térmico 3.11.1), añadiendo el modelo térmico lineal, y tomando las consideraciones dichas anteriormente, se realizará un modelo LTI Equivalente:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\theta}_m(t) \equiv \omega_m(t) \\ \frac{d\omega_m(t)}{dt} = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m^r i_{qs}^r(t) - \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \omega_m(t) - \frac{T_l}{r}(t) \right] \quad (\text{Ec. 3.4.2}) \\ \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \left[v_{qs}^r(t) - \lambda_m^r P_p \omega_m(t) - R_s i_{qs}^r(t) \right] \quad (\text{Ec. 3.6.2}) \\ \frac{dT_s^o(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[P_{sperd}(t) - \frac{1}{R_{ts-amb}} T_s^o(t) + \frac{T_{amb}^o(t)}{R_{ts-amb}} \right] \quad (\text{Ec. 3.11.2}) \end{array} \right.$$

Expresado en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) \\ \dot{i}_{qs}^r(t) \\ \dot{T}_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} & \frac{3 P_p \lambda_m^r}{2 (J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} & 0 \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_m^r}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 - \frac{1}{R_{ts-amb} \cdot C_{ts}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ T_s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{qs}^r(t) \\ P_{sperd}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \cdot r & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_{ts-amb} \cdot C_{ts}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_l(t) \\ T_{amb}(t) \end{bmatrix}$$

$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \\ i_{qs}^r(t) \\ T_s(t) \end{bmatrix}$$

Se aclara que $P_{sperd}(t)$ no es una variable de entrada controlable real, ya que depende de la $i_{qs}^r(t)$ y esta es una no linealidad, se establece como una entrada en el modelo LTI para poder tener un modelo del subsistema térmico de primer orden que respete la linealidad.

1.2.c.II - Diagrama de bloques LTI Equivalente

Usando las ecuaciones de estado del inciso anterior se forma el modelo en diagramas de bloques de sistema LTI con subsistema térmico de primer orden como se muestra en la figura 4.

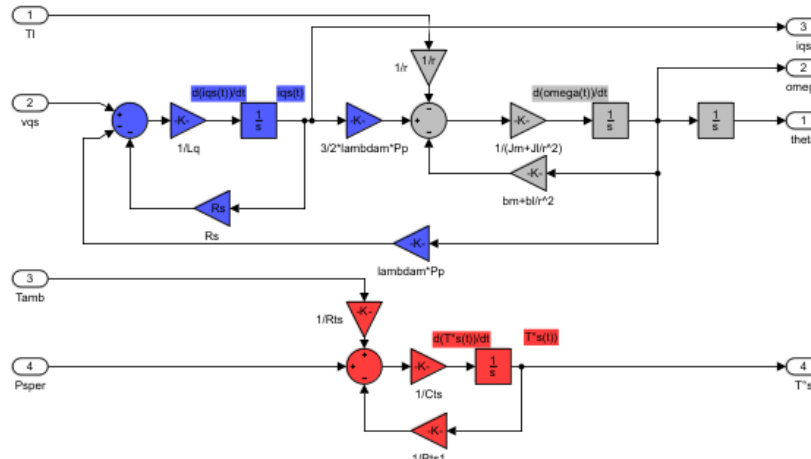


Figura 4. Modelo LTI con subsistema térmico

1.2.c.III - Ley de Control Mínima eje d

$v_{ds}^r(t)$ es una imposición y una ecuación algebraica, los dos términos dependientes son $i_{qs}^r(t)$ y $\omega_m(t)$. El valor se le impone y termina siendo una ley de control no lineal por lo cual se mide $i_{qs}^r(t)$ y $\omega_m(t)$, se hace el cálculo (producto no lineal) y el resultado se inyecta como consigna $v_{ds}^{r*}(t)$ desde el controlador, asumiendo que $i_{ds}^r(t) = 0$. En el caso que $i_{ds}^r(t) \neq 0$, con esta ley de control y reemplazando $v_{ds}^r(t)$ en la ecuación original Ec 3.7.2 en 3.7:

$$v_{ds}^r(t) = R_s \cdot i_{ds}^r(t) + L_d \cdot \frac{di_{ds}^r}{dt}(t) + v_{ds}^{r*}(t)$$

$$\frac{di_{ds}^r}{dt}(t) = -\frac{R_s}{L_d} i_{ds}^r(t)$$

Queda una ecuación de primer orden, lineal, autónoma (no está forzada), aplicando la transformada de Laplace

$$s \cdot i_{ds}^r(s) + \frac{R_s}{L_d} i_{ds}^r(s) = 0$$

Y evaluando su polo:

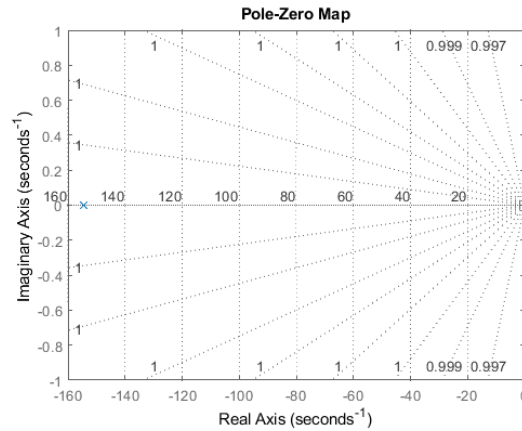


Figura 5. Polo del eje d una vez aplicada la ley de control mínima NL

El polo es negativo, por lo cual si $i_{ds0}^r \neq 0$, este es un sistema estable y dependiente de los valores $-\frac{R_s}{L_d}$, siempre y cuando nuestra ley de control sea $v_{ds}^r(t) = -L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t)$. Entonces si la condición inicial es distinta de 0, es estable, esta decae a cero y más rápido cuanto mayor sea R_s .

Se ha asumido que $i_{ds}^r(t) = 0$ hasta el momento, por lo cual se ha despreciado la rama correspondiente al eje d.

1.2.c.IV - Implementación ley de Control Mínima en modelo NL

Al modelo global NL completo se le ha agregado sensores ideales a la salida y un modulador de tensión a la entrada. Además, se incorporaron las transformaciones de Park en el controlador y la ley de control no lineal mínima del eje d. Se observa en la figura 6 que el sistema físico se encuentra entre los bloques celestes y lo que está por afuera de este es el controlador.

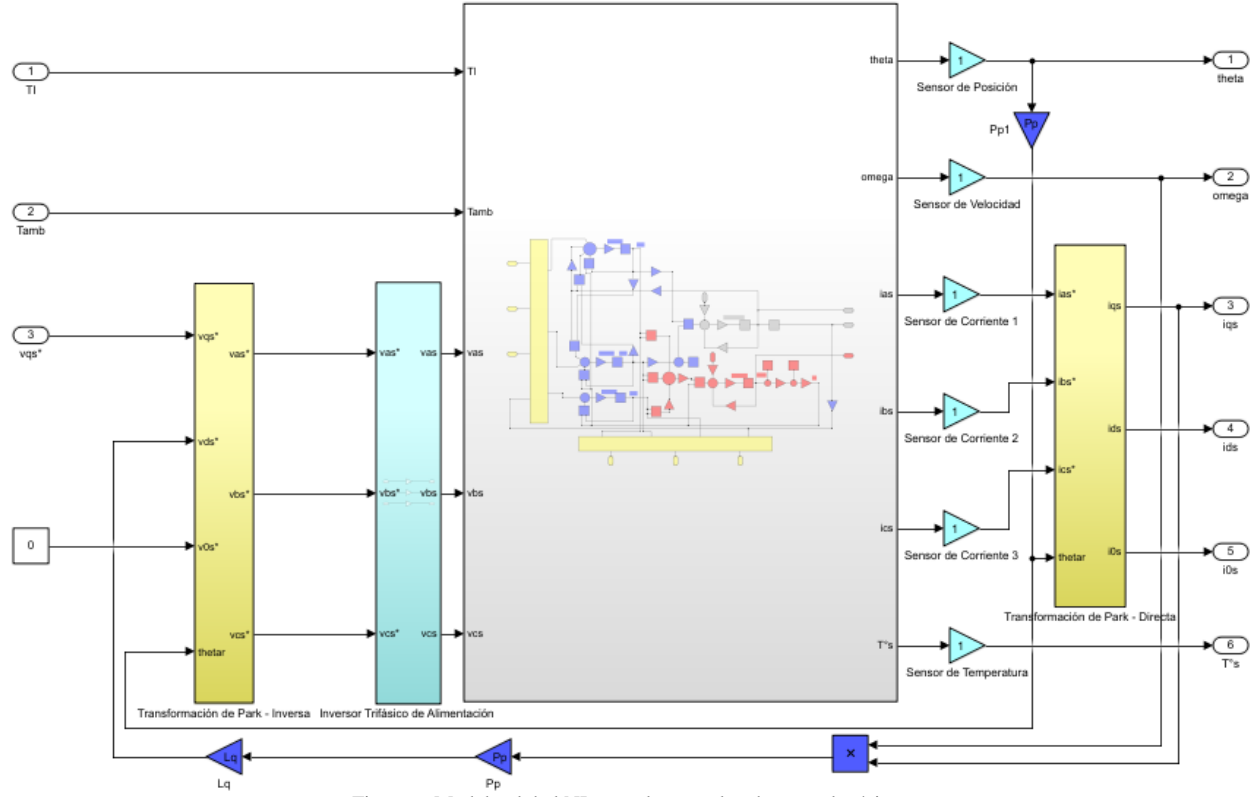


Figura 6. Modelo global NL completo con ley de control mínima

1.2.c.V - Incorporación eje d al modelo LTI Equivalente e $i_{ds}^r(0) \neq 0$

Para el caso en que $i_{ds0}^r \neq 0$, ahora hay transitorios hasta que caiga nuevamente a cero a través de la ley de control por realimentación no lineal.

Citando Ec 3.7 y reemplazando por Ec 3.9 será:

$$v_{ds}^r(t) = (R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^\circ) i_{ds}^r(t) + R_{sREF} \alpha_{Cu} i_{ds}^r(t) T_s^\circ(t) + L_d \cdot \frac{di_{ds}^r}{dt}(t) - L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_P \cdot \omega_m(t)$$

Entonces la nueva ley de control del eje d es:

$$v_{ds}^r(t)^* = R_{sREF} \alpha_{Cu} i_{ds}^r(t) T_s^\circ(t) - L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_P \cdot \omega_m(t) \quad (\text{Ec 3.7.3}) \quad \text{Ley de Control NL para eje d}$$

El acoplamiento residual no lineal en $v_{qs}^r(t)$ sería el primer y cuarto término:

$$v_{qs}^r(t) = R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r}{dt}(t) + \lambda_m^r \cdot P_P \cdot \omega_m(t) + L_d \cdot P_P \cdot \omega_m(t) i_{ds}^r(t)$$

Por lo que debemos realizar una ley de control NL para el eje q.

Para el caso particular de nuestro sistema LTI, consideramos $R_s(t)=R_s=\text{cte}$, y considerando $i_{ds}^r(0) \neq 0$, citando la Ec 3.7.2, como se evaluó anteriormente, queda que:

$$v_{ds}^r(t)^* = -L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_P \cdot \omega_m(t) \quad (\text{Ec. 3.7.2}) \quad \text{Ley de Control NL mínima para eje d}$$

Como se explicó en la sección 1.2.c.III, $i_{ds}^r(t) \rightarrow 0$ por lo que no se evalúa el término $i_{ds}^r(t)$ para el sistema LTI.

El acoplamiento residual no lineal en nuestro LTI en el eje q (en $v_{qs}^r(t)$), citando a la Ec. 3.6, sería:

$$v_{qs}^r(t) = R_s \cdot i_{qs}^r(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r}{dt}(t) + \lambda_m^r \cdot P_p \cdot \omega_m(t) + L_d \cdot P_p \cdot \omega_m(t) i_{ds}^r(t)$$

Se puede despreciar el acoplamiento residual NL del eje q en régimen forzado ya que en régimen forzado $i_{ds}^r(t) \rightarrow 0A$, y L_d de por sí es un valor muy pequeño, por lo cual este término no tendrá un error significativo.

1.2.c.VI – Incorporación Ley de Control mínima eje q al modelo LTI y al modelo NL

Se puede aplicar una ley de control mínima en el eje q de modo que nos quede un modelo completamente lineal. Citando Ec 3.6 y reemplazando $R_s(t)$ (Ec 3.9):

$$v_{qs}^r(t) = (R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_s^\circ) i_{qs}^r(t) + R_{sREF} \alpha_{Cu} i_{qs}^r(t) T_s^\circ(t) + L_q \cdot \frac{di_{qs}^r}{dt}(t) + \lambda_m^r \cdot P_p \cdot \omega_m(t) + L_d \cdot P_p \cdot \omega_m(t) i_{ds}^r(t)$$

Entonces la ley de control del eje q para el modelo NL es:

$$v_{qs}^r(t)^* = R_{sREF} \alpha_{Cu} i_{qs}^r(t) T_s^\circ(t) + L_d \cdot P_p \cdot \omega_m(t) i_{ds}^r(t) \quad (\text{Ec 3.6.3}) \quad \text{Ley de Control NL para eje q}$$

En LTI, considerando $R_s = \text{cte}$ y aplicando una ley de control para el eje q:

$$v_{qs}^r(t)^* = L_d \cdot P_p \cdot \omega_m(t) i_{ds}^r(t) \quad (\text{Ec 3.6.2.1}) \quad \text{Ley de Control NL mínima para eje q}$$

Los términos en rojo serán igual a cero cuando $i_{dsr}(t) = 0$.

El modelo del LTI equivalente aumentado queda como en la figura 7. A este modelo se le agregó la rama correspondiente al eje d.

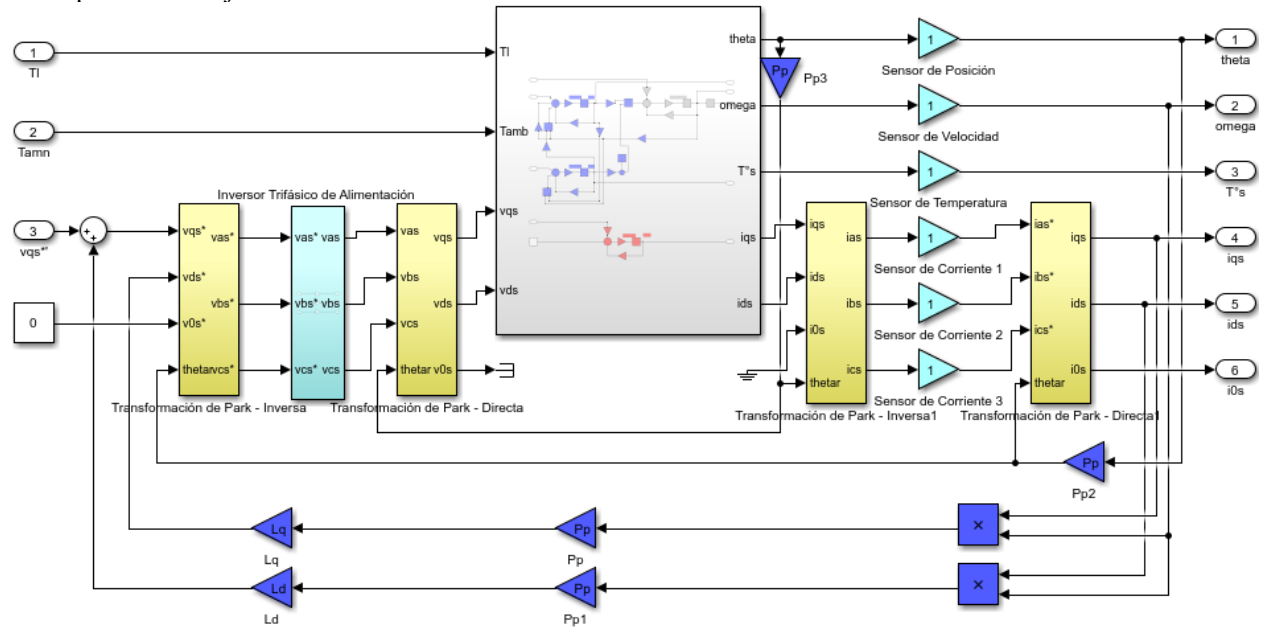


Figura 7. Modelo LTI equivalente aumentado

Modelo NL desacoplado con Ley de control NL (con doble ley de control para los ejes q y d) (figura 8). Este modelo tiene incorporadas las Ec. 3.6.3 y Ec. 3.7.3, esto permite realizar el desacople de $i_{ds}^r(t)$ y $T_s^\circ(t)$ para el eje d e $i_{qs}^r(t)$ y $T_s^\circ(t)$ para el eje q. El término dependiente de $T_s^\circ(t)$ en las leyes de control tiene una influencia despreciable, por lo cual para las simulaciones del inciso 1.6 solo se usaron las leyes de control mínimas para ambos ejes (Ec. 3.6.2.1 y 3.7.2).

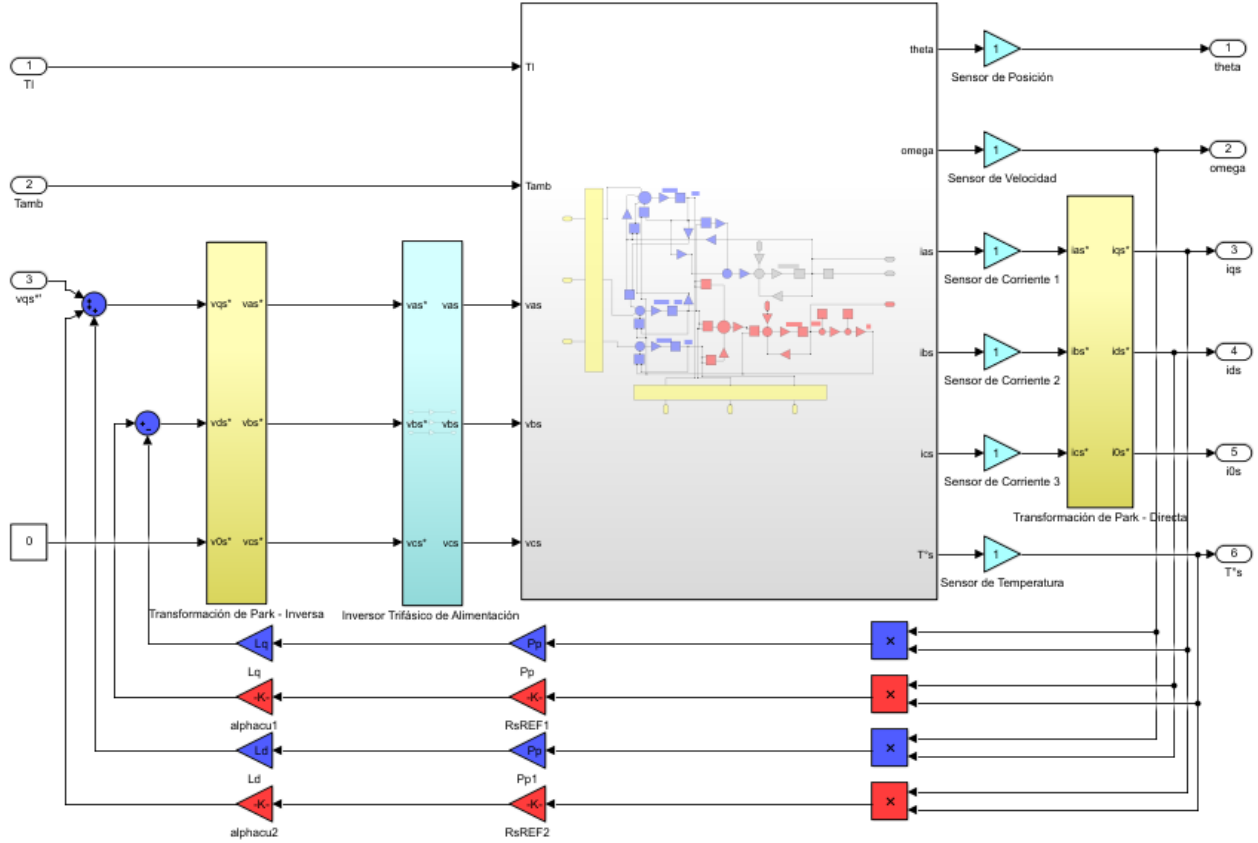


Figura 8. Modelo global NL completo con ley de control mínima

1.2.d - Comparación del modelo global LPV con el modelo LTI

A partir del modelo dinámico con parámetros variables obtenido, citando a la matriz del LPV de la sección 1.2.b.I y considerando $I_{ds0}^r = 0$ y con $i0s = 0$, queda:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) \\ \Delta \dot{i}_{qs}^r(t) \\ \Delta \dot{T}_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(b_m + b_l \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \frac{1}{r^2})} & \frac{3 P_p \lambda'_{lm}}{2 (J_m + J_l \frac{1}{r^2})} & 0 \\ 0 & -\frac{P_p \lambda'_{lm}}{L_q} & \frac{-(R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF})}{L_q} & \frac{-R_{sREF} \alpha_{Cu} i_{qs0}^r(t)}{L_q} \\ 0 & 0 & \frac{3(R_{sREF} - R_{sREF} \alpha_{Cu} T_{sREF}^{\circ}) i_{qs0}^r}{C_{ts}} & \frac{1}{C_{ts}} \left[\frac{3}{2} R_{sREF} \alpha_{Cu} (i_{qs0}^r)^2(t) - \frac{1}{R_{ts-amb}} \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_m(t) \\ \Delta \omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \\ \Delta T_s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta v_{qs}^r(t)$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -\frac{1}{(J_m + J_l \frac{1}{r^2})} \cdot r & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_l(t) \\ \Delta T_{amb}^{\circ}(t) \end{bmatrix}$$

El LPV consiste 2 partes, una de gran señal constante en el tiempo y una desviación muy pequeña en magnitud en comparación a la anterior, por este mismo, se puede decir que se toma pequeñas variaciones de tiempo y como se analizó anteriormente en la sección 1.2.c.I el subsistema térmico, se dijo que este era muy lento, por lo que $R_s = cte$, haciendo los reemplazos correspondientes, el modelo global LPV simplificado es:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{\theta}_m(t) \\ \Delta \dot{\omega}_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \\ \Delta \dot{T}_s(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} & \frac{3 P_p \lambda_m'}{2(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} & 0 \\ 0 & -\frac{P_p \lambda_m'}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{C_{ts} R_{ts-amb}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \theta_m(t) \\ \Delta \omega_m(t) \\ \Delta i_{qs}^r(t) \\ \Delta T_s(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L_q} \\ 1 \end{bmatrix} \cdot [0 \quad 0 \quad \Delta v_{qs}^r(t) \quad \Delta P_{sperd}(t)]$$

$$+ \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}) \cdot r} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta T_i(t) \\ \Delta T_{amb}^*(t) \end{bmatrix}$$

Por lo tanto, el modelo LTI para $i_{ds}^r(t) = 0$ es un caso especial del modelo global LPV.

Como la $i_{ds}^r(t)$ está orientada en el mismo sentido que el campo principal de la máquina, en caso de que $i_{ds}^{r*}(t)$ sea distinto de 0, pueden darse tres casos:

$i_{ds}^r(t) = 0$: flujo concatenado solo por imanes permanentes de la máquina eléctrica.

$i_{ds}^r(t) > 0$: reforzamiento de campo

$i_{ds}^r(t) < 0$: debilitamiento de campo

Para entender el efecto que esto produce se analiza el torque electromecánico (Ec. 3.5):

$$T_m(t) = \frac{3}{2} \cdot P_p \cdot [\lambda_m' + (L_d - L_q) \cdot i_{ds}^r(t)] \cdot i_{qs}^r(t) \quad (\text{Ec. 3.5})$$

Se tiene una máquina de polos salientes, por lo que se observa que L_d es mayor que L_q ($L_d = L_q$ rotor liso). Si aumenta $i_{ds}^r(t)$ aumenta el torque motor, y si $i_{ds}^r(t)$ disminuye el torque motor se reduce. Debido a que la potencia mecánica es constante, la velocidad angular disminuirá para el primer caso y aumentará para el segundo.

1.2.e - Funciones de Transferencia de ambas entradas $v_{qs}^r(t)$ y $T_l(t)$ a la salida $\theta_m(t)$, para el modelo LTI

Aplicando la transformada de Laplace a las ecuaciones de estado obtenidas para el modelo LTI, se analiza la estabilidad del sistema. Se considera condiciones iniciales nulas. También se considera $i_{ds}^r(t)=0$. Citando a las ecuaciones de la sección 1.2.c.I.

$$\dot{\theta}_m(t) \equiv \omega_m(t) \rightarrow s \cdot \Theta_m(s) \equiv \Omega_m(s) \quad (\text{Ec. 3.2.4})$$

Citando Ec. 3.4.2:

$$\frac{d\omega_m}{dt}(t) = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m' i_{qs}^r(t) - \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \omega_m(t) - \frac{T_l}{r}(t) \right] \rightarrow$$

$$s \cdot \Omega_m(s) = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m' I_{qs}^r(s) - \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \Omega_m(s) - \frac{T_l}{r}(s) \right]$$

Despejando $\Omega_m(s)$:

$$\left[s + \frac{(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \right] \cdot \Omega_m(s) = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m' I_{qs}^r(s) - \frac{T_l}{r}(s) \right] \quad (\text{Ec. 3.4.4})$$

Citando Ec 3.6.2:

$$\frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} [v_{qs}^r(t) - \lambda_m'^r P_p \omega_m(t) - R_s i_{qs}^r(t)] \rightarrow s \cdot I_{qs}^r(s) = \frac{1}{L_q} [V_{qs}^r(s) - \lambda_m'^r P_p \Omega_m(s) - R_s I_{qs}^r(s)]$$

Despejando $I_{qs}^r(s)$:

$$I_{qs}^r(s) = \frac{1}{(s \cdot L_q + R_s)} [V_{qs}^r(s) - \lambda_m'^r P_p \Omega_m(s)] \quad (\text{Ec. 3.6.4})$$

Reemplazando Ec. 3.6.4 en Ec. 3.4.4 :

$$\left[s + \frac{(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \right] \cdot \Omega_m(s) = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r \frac{1}{(s \cdot L_q + R_s)} [V_{qs}^r(s) - \lambda_m'^r P_p \Omega_m(s)] - \frac{T_l}{r}(s) \right]$$

Agrupando los términos con $\Omega_m(s)$:

$$\left[s + \frac{(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} + \frac{3}{2} \frac{P_p^2 \lambda_m'^{r^2}}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}) \cdot (s \cdot L_q + R_s)} \right] \cdot \Omega_m(s) = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \left[\frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r \frac{1}{(s \cdot L_q + R_s)} V_{qs}^r(s) - \frac{T_l}{r}(s) \right]$$

Multiplicando ambos miembros por $J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}$:

$$\left[\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot s + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) + \frac{3}{2} \frac{P_p^2 \lambda_m'^{r^2}}{(s \cdot L_q + R_s)} \right] \cdot \Omega_m(s) = \frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r \frac{1}{(s \cdot L_q + R_s)} V_{qs}^r(s) - \frac{T_l}{r}(s)$$

Reemplazando por Ec. 3.2.4 :

$$\left[\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot s + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) + \frac{3}{2} \frac{P_p^2 \lambda_m'^{r^2}}{(s \cdot L_q + R_s)} \right] \cdot s \cdot \Theta_m(s) = \frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r \frac{1}{(s \cdot L_q + R_s)} V_{qs}^r(s) - \frac{T_l}{r}(s)$$

Multiplicando ambos miembros por $s \cdot L_q + R_s$:

$$\begin{aligned} (s \cdot L_q + R_s) \cdot \left[\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot s^2 + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot s + \frac{3}{2} \frac{P_p^2 \lambda_m'^{r^2}}{(s \cdot L_q + R_s)} \cdot s \right] \cdot \Theta_m(s) &= \frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r V_{qs}^r(s) - (s \cdot L_q + R_s) \cdot \frac{T_l}{r}(s) \\ \left[\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \cdot s^3 + \left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s \cdot s^2 + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \cdot s^2 + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot R_s \cdot s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m'^{r^2} \cdot s \right] \cdot \Theta_m(s) &= \frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r V_{qs}^r(s) - (s \cdot L_q + R_s) \cdot \frac{T_l}{r}(s) \\ \left\{ \left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \cdot s^3 + \left[\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \right] \cdot s^2 + \left[\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot R_s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m'^{r^2} \right] \cdot s \right\} \cdot \Theta_m(s) &= \frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r V_{qs}^r(s) - (s \cdot L_q + R_s) \cdot \frac{T_l}{r}(s) \end{aligned}$$

Despejando $\Theta_m(s)$:

$$\begin{aligned} \Theta_m(s) &= \frac{\frac{3}{2} P_p \lambda_m'^r}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \cdot s^3 + \left[\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \right] \cdot s^2 + \left[\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot R_s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m'^{r^2} \right] \cdot s} V_{qs}^r(s) \\ &- \frac{(s \cdot L_q + R_s)}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \cdot s^3 + \left[\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \right] \cdot s^2 + \left[\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot R_s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m'^{r^2} \right] \cdot s} \cdot \frac{T_l}{r}(s) \quad (\text{Ec. 3.2.5}) \end{aligned}$$

Se obtiene la función de transferencia del sistema. Si se considera:

$$K_T = \frac{3}{2} \cdot P_p \cdot \lambda_m'^r \quad K_E = P_p \cdot \lambda_m'^r$$

Reemplazando K_T y K_E en la ecuación anterior y sacando factor común, se obtiene la ecuación de la salida en función de las entradas:

$$\Theta_m(s) = \frac{K_T}{s \cdot \left\{ \left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \cdot s^2 + \left[\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \right] \cdot s + \left[\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot R_s + K_T \cdot K_E \right] \right\}} V_{qs}^r(s) - \frac{(s \cdot L_q + R_s)}{s \cdot \left\{ \left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \cdot s^2 + \left[\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s + \left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot L_q \right] \cdot s + \left[\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) \cdot R_s + K_T \cdot K_E \right] \right\}} \cdot \frac{T_l}{r}(s)$$

Considerando la parte térmica del LTI equivalente aumentado, citando Ec 3.11.2:

$$\frac{dT_s^\circ(t)}{dt} = \frac{1}{C_{ts}} \left[P_{sperd}(t) - \frac{1}{R_{ts-amb}} T_s^\circ(t) + \frac{T_{amb}^\circ(t)}{R_{ts-amb}} \right]$$

Aplicando la transformada de Laplace:

$$s T_s^\circ(s) = \frac{1}{C_{ts}} \left[P_{sperd}(s) - \frac{1}{R_{ts-amb}} T_s^\circ(s) + \frac{T_{amb}^\circ(s)}{R_{ts-amb}} \right]$$

Reordenando:

$$T_s^\circ(s) = \frac{\frac{P_{sperd}(s)}{C_{ts}} + \frac{T_{amb}^\circ(s)}{R_{ts-amb}}}{s + \frac{1}{C_{ts} R_{ts-amb}}} \rightarrow T_s^\circ(s) = \frac{1}{C_{ts} \left(s + \frac{1}{C_{ts} R_{ts-amb}} \right)} P_{sperd}(s) + \frac{1}{R_{ts-amb} \left(s + \frac{1}{C_{ts} R_{ts-amb}} \right)} T_{amb}^\circ(s) \quad (Ec 3.11.4)$$

Donde $P_{sperd}(s)$ es una entrada y $T_{amb}^\circ(s)$ una perturbación

El polo fue evaluado en sección 1.2.c.I. Se puede observar que considerando R_s constante y observando el modelo y las ecuaciones del sistema, la parte térmica del sistema está desacoplada.

1.3 - Análisis a lazo abierto para sistema LTI

1.3.a - Determinación autovalores, polos y ceros

El criterio de estabilidad dice que el sistema es estable si los autovalores o polos de la función de transferencia tienen parte real negativa. Citando a Ec. 3.2.5:

Cero (aportado por T_l):

$$(s \cdot L_q + R_s) = 0 \rightarrow s = \frac{R_s}{L_q} = 175.862 \frac{rad}{s}$$

A partir del polinomio característico de la función de transferencia, se analiza el comportamiento dinámico a partir de los polos:

$$s \left[\left(\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q \right) s^2 + \left(\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q + \left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s \right) s + \left(\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m'^r{}^2 \right) \right]$$

Se toman los valores nominales para las variables de la guía de trabajo y así calcularlas:

$$s_1 = 0$$

$$s_2 = -89,26 + 301.57 i \frac{rad}{s}$$

$$s_3 = -89,26 - 301.57 i \frac{rad}{s}$$

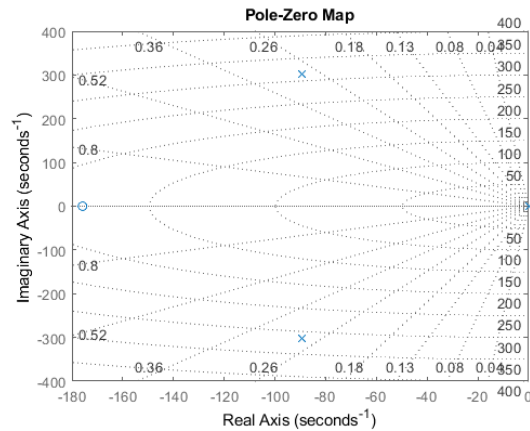


Figure 9. Polos y Cero del sistema físico completo con el valor nominal de Jl y bl

Como se tiene un polo en el valor nulo y dos con parte real negativa complejos conjugados se afirma que el sistema es estable.

Variación de Jl y bl en evaluación de polos

Si se tiene en cuenta la variación de $Jl \approx (0.2520 \pm 0.1260) \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ y $bl \approx (0 \pm 0.0630) \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad/s}$, se observa que variarán los valores de Jeq y beq , por lo que generarán polos distintos en nuestro sistema.

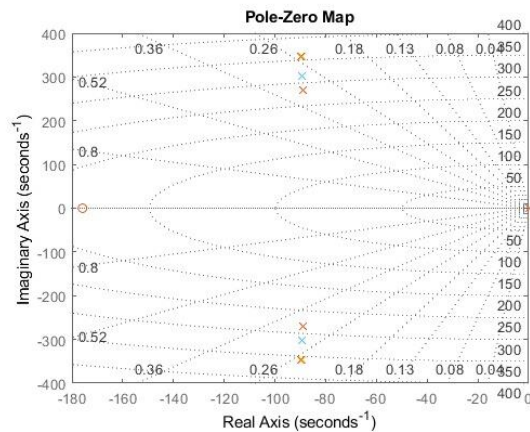


Figure 10. Polos y Cero del sistema físico completo con los valores nominales y extremos de Jl y bl

A simple vista se observan 4 polos, pero hay 10 graficados, esto se debe a que hay 3 polos (en los complejos conjugados) en cada uno de los puntos porque sus valores están muy cercanos ya que Jl tiene una gran influencia en comparación de bl en nuestro sistema.

También se observa que la distancia del eje de frecuencia casi no varía, se podría afirmar que su “settling time” varía poco con respecto a la variación de Jl y bl .

Escribiendo los valores de variación de los polos, queda que:

$$s_1 = 0$$

$$s_2 = -89,26 + 301.57 i \frac{+0.29 + 31.82i \text{ rad}}{-0.46 - 44.44i \text{ s}}$$

$$s_3 = -89,26 - 301.57 i \frac{+0.29 - 31.82i \text{ rad}}{-0.46 + 44.44i \text{ s}}$$

1.3.b - Evaluar Estabilidad. Determinar frecuencia natural y amortiguamiento

El denominador de la función de transferencia era:

$$\left(\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q \right) s^2 + \left(\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q + \left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s \right) s + \left(\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m'^{r^2} \right) = 0$$

Dividiendo el primer término por los otros:

$$s^2 + \frac{\left(\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q + \left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s \right)}{\left(\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q \right)} s + \frac{\left(\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m'^{r^2} \right)}{\left(\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q \right)} = 0$$

Comparando esta ecuación con:

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 = 0$$

$$\omega_n^2 = \frac{\left(\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s + \frac{3}{2} P_p^2 \lambda_m'^{r^2} \right)}{\left(\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q \right)} \rightarrow \omega_n = 314.5047 \frac{rad}{s}$$

$$2\xi\omega_n = \frac{\left(\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q + \left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) R_s \right)}{\left(\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2} \right) L_q \right)} \rightarrow \xi = 0.2838$$

Se puede observar que el sistema es estable y subamortiguado ya que $\xi < 1$

Variación de JI y bl en evaluación de amortiguamiento y frecuencia natural

Si se tiene en cuenta la variación de JI y bl en la determinación de ω_n y ξ , se observa que estos presentarán variación, sus valores serán:

$$\omega_n = 314.5047 \begin{matrix} +42.9478 \\ -30.4013 \end{matrix} \frac{rad}{s}$$

$$\xi = 0.2838 \begin{matrix} +0.0297 \\ -0.0332 \end{matrix}$$

1.4 - Análisis de Observabilidad

Se hace uso del criterio de observabilidad completa de estado en el espacio de estado (Kalman), para determinar si el sistema LTI es completamente observable.

$$O = \begin{bmatrix} C \\ C \cdot A \\ C \cdot A^2 \end{bmatrix}$$

Particularmente se analiza la observabilidad para la salida θ_m :

$$O = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2})}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} & \frac{K_T}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \end{bmatrix}$$

Analizando esta matriz en Matlab con la función Rank se obtuvo:

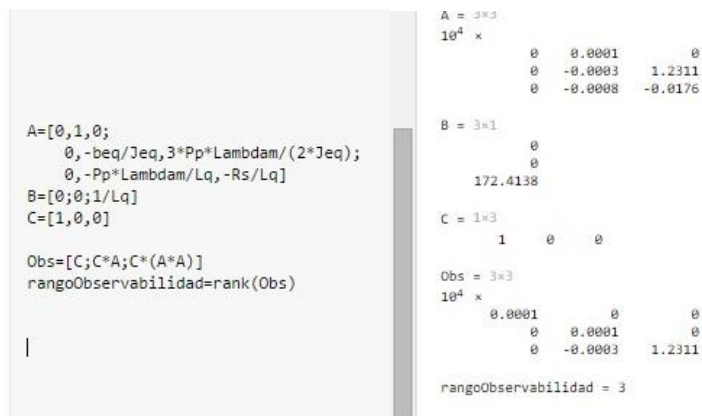
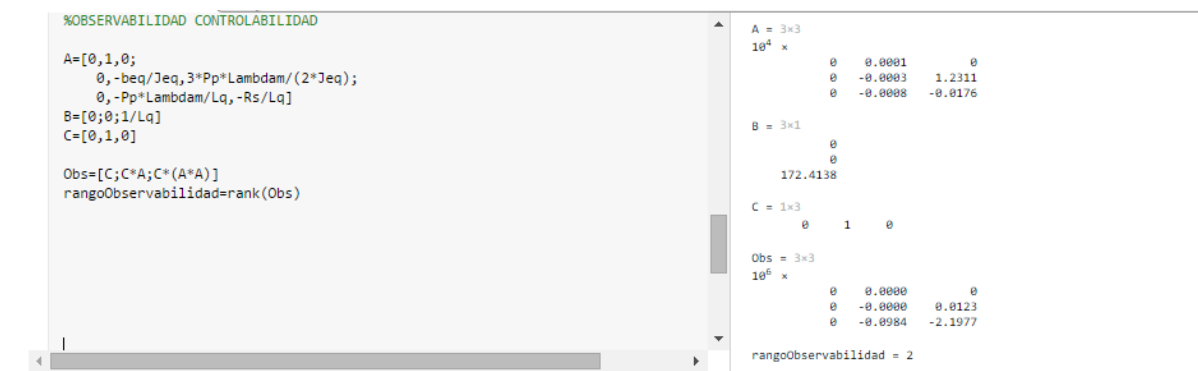


Figura 11. Análisis de observabilidad desde θm

El rango obtenido luego de realizar las multiplicaciones entre las matrices fue 3, quiere decir que, si existe un estado observable de θm , por lo tanto el sistema es completamente observable desde la posición angular del eje del motor θm , es decir que existe un observador que permite reconstruir el estado a partir de la observación de θm .

Evaluación Observabilidad en $w_m(t)$



Figura

12. Análisis de observabilidad desde w_m

El rango de observabilidad desde $w_m(t)$ fue de 2. El sistema no es observable desde $w_m(t)$ ya que no cumple el criterio de Kalman, esto se debe a que si solo se observa la velocidad no se podrá determinar las otras variables de estado.

Evaluación Observabilidad en $i_{qsr}(t)$



Figura 13. Análisis de observabilidad desde i_{qsr}

El sistema no es observable desde $i_{qsr}(t)$, esto se debe a que si solo se observa corriente no cumpliría el criterio de Kalman.

1.5 - Análisis de Controlabilidad

Se usa el criterio de controlabilidad completa de estado en el espacio de estado (Kalman), para determinar si el sistema LTI es completamente controlable. Analizaremos primero el caso del modelo LTI simplificado. La entrada del torque de carga no se puede controlar debido a que es una perturbación, por esto se usa como matriz B la de la entrada de tensión $v_{qs}^r(t)$ para analizar su controlabilidad:

$$C = [B \mid A \cdot B \mid A^2 \cdot B]$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{K_T}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}\right) \cdot L_q} \\ 0 & \frac{K_T}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}\right) \cdot L_q} - \frac{\left(b_m + b_l \cdot \frac{1}{r^2}\right) \cdot K_T}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}\right)^2 \cdot L_q} - \frac{K_T \cdot R_s}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}\right) \cdot L_q^2} \\ \frac{1}{L_q} & -\frac{R_s}{L_q^2} & -\frac{K_T \cdot K_E}{\left(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2}\right) \cdot L_q^2} + \frac{R_s^2}{L_q^3} \end{bmatrix}$$

Para evaluar el rango de la matriz se recurre a usar a la función Rank de Matlab.

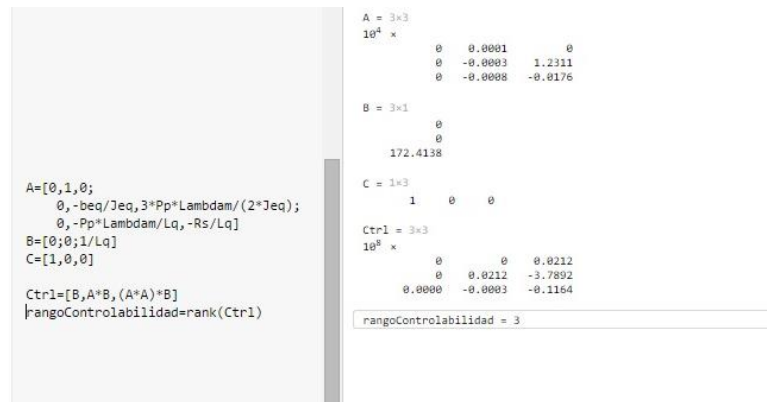


Figura 14. Análisis de controlabilidad desde v_{qs}^r

El rango obtenido luego de realizar las operaciones de multiplicación entre las matrices fue 3, por lo tanto, el sistema es completamente controlable mediante la tensión v_{qs}^r por lo cual todos los estados desde v_{qs}^r son controlables para el modelo LTI simplificado

Al tener el modelo LTI aumentado se tendrá la dinámica residual del eje d, que es una ecuación diferencial autónoma con la primera ley de control mínima, además de las variables de estado se agrega idsr(t), pero no tiene entrada, el sistema **no** será totalmente controlable desde $v_{qs}^r(t)$, porque no se puede controlar ids. La única forma de influir en el eje d es agregar una entrada de consigna al eje d. Ahora se tendrán dos grados de libertad para influir en el sistema y pasará a ser completamente controlable. Si en el criterio de Kalman lo hacemos con las 2 columnas en la matriz B, no va a quedar una matriz cuadrada, sino va a quedar rectangular y si le calculamos el rango va a quedar como la figura 15.

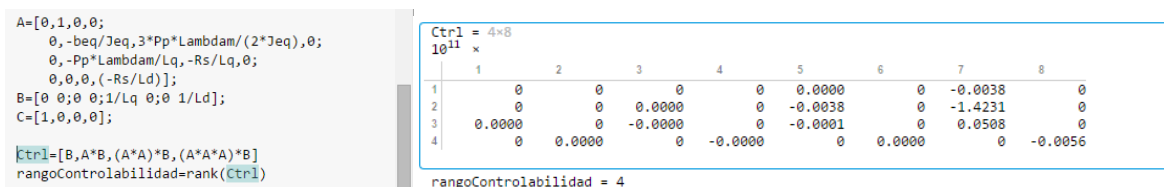


Figura 15. Análisis de controlabilidad desde v_{qs}^r y v_{ds}^r

El rango obtenido fue de 4, por lo cual el sistema es completamente controlable desde las dos entradas ($v_{qs}(t)$ y $v_{ds}(t)$). La controlabilidad depende la correcta elección de las variables manipuladas.

1.6 - Simulación dinámica en DT - Modelo completo NL con ley de control NL vs LTI equivalente aumentado

1.6.a – Evolución de variables vs tiempo

En este inciso se compara la evolución temporal de las variables de estado interno, las corrientes y tensiones tanto en coordenadas qd0 como en coordenadas abc y la curva paramétrica de torque vs velocidad usando como entrada del sistema un pulso de consigna de tensión en el eje q y un doble pulso de torque de carga. Los resultados obtenidos fueron los mismo para todos los casos (figura 16, 17, 18, 19, 20 y 21) menos para la temperatura como se observa en la figura 22, ya que en el modelo LTI equivalente aumentado solo tiene en cuenta el subsistema térmico como uno de primer orden.

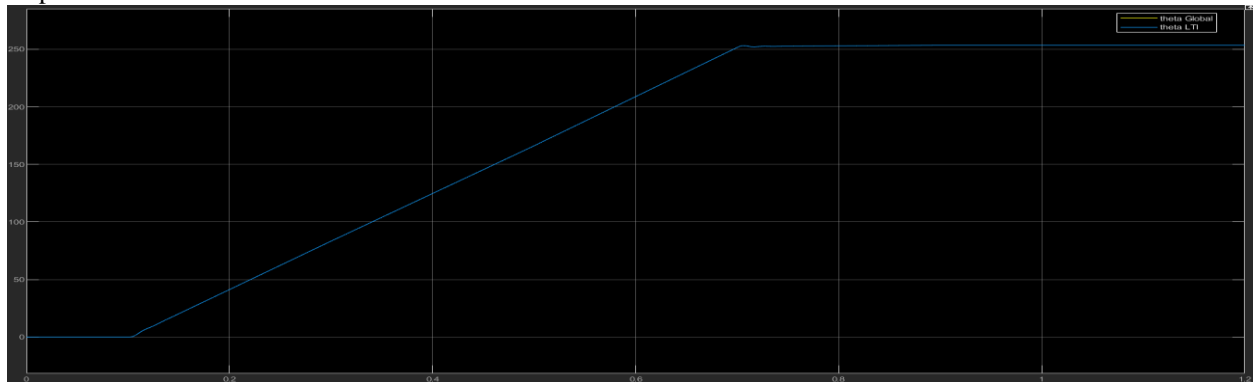


Figura 16. Posición angular del rotor para el modelo Global NL y LTI aumentado

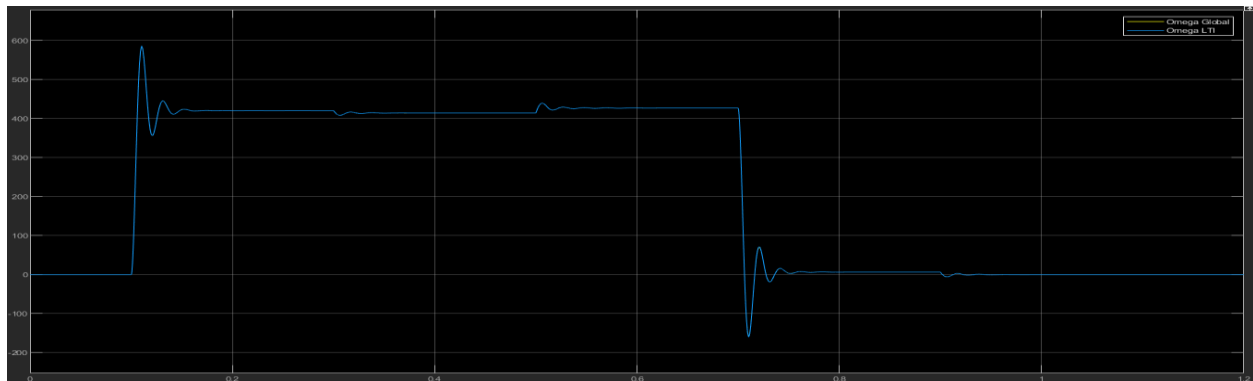


Figura 17. Velocidad angular del rotor para el modelo Global NL y LTI aumentado

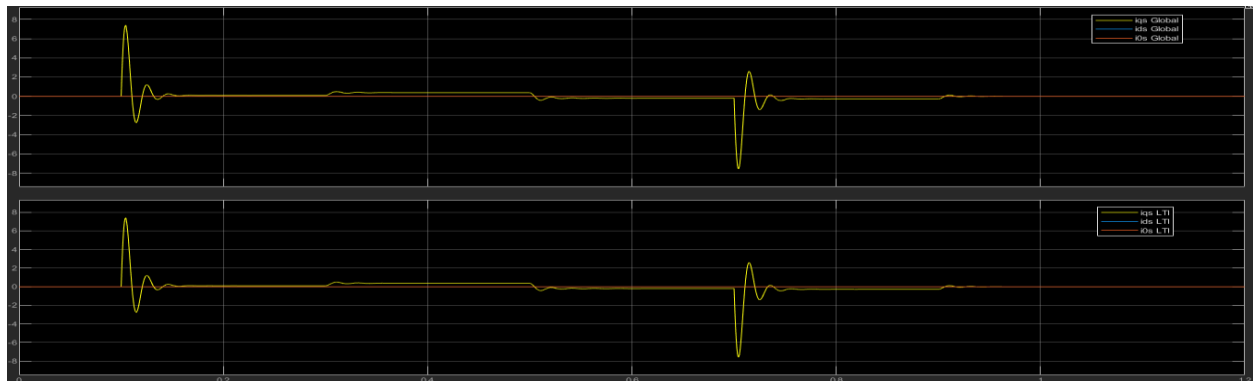


Figura 18. Corrientes estáticas referidas al rotor en coordenadas qd0 del modelo Global NL y LTI aumentado

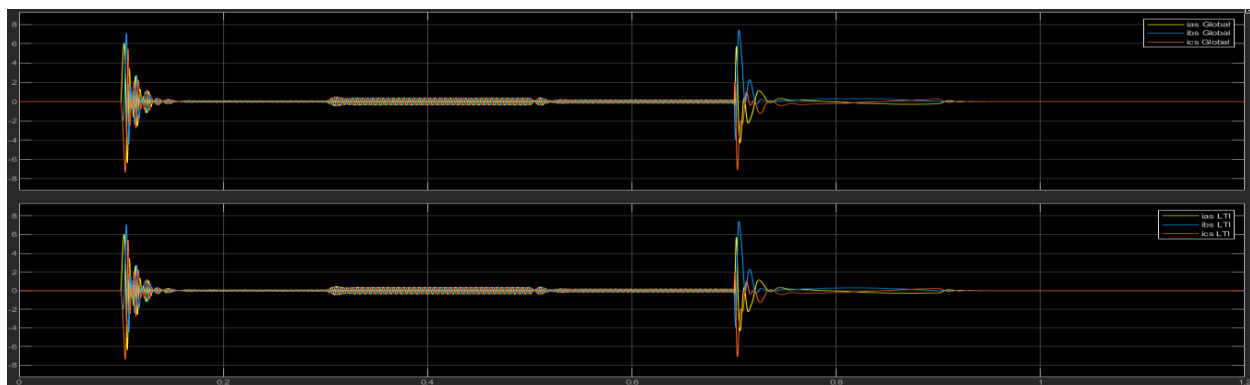


Figura 19. Corrientes estáticas en coordenadas abc del modelo Global NL y LTI aumentado

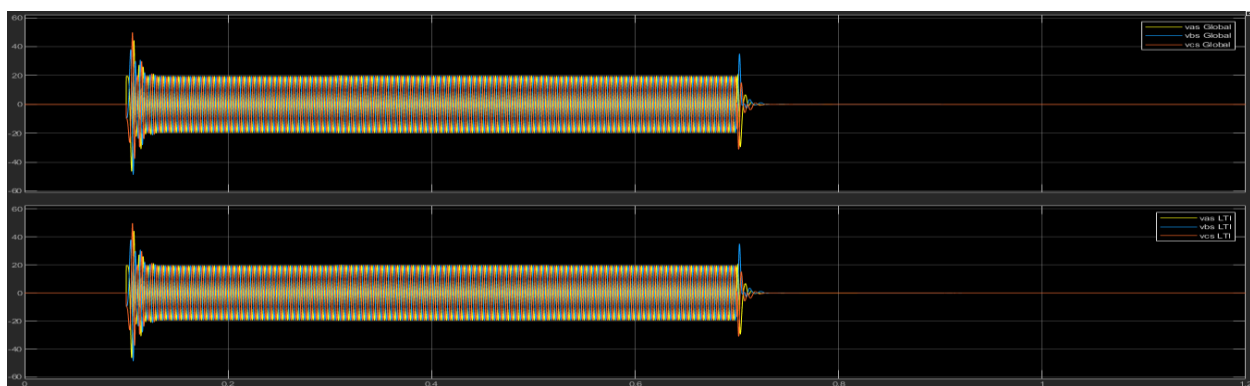


Figura 20. Tensiones estáticas en coordenadas abc del modelo Global NL y LTI aumentado



Figura 21. Tensiones estáticas referidas al rotor en coordenadas qd0 del modelo Global NL y LTI aumentado

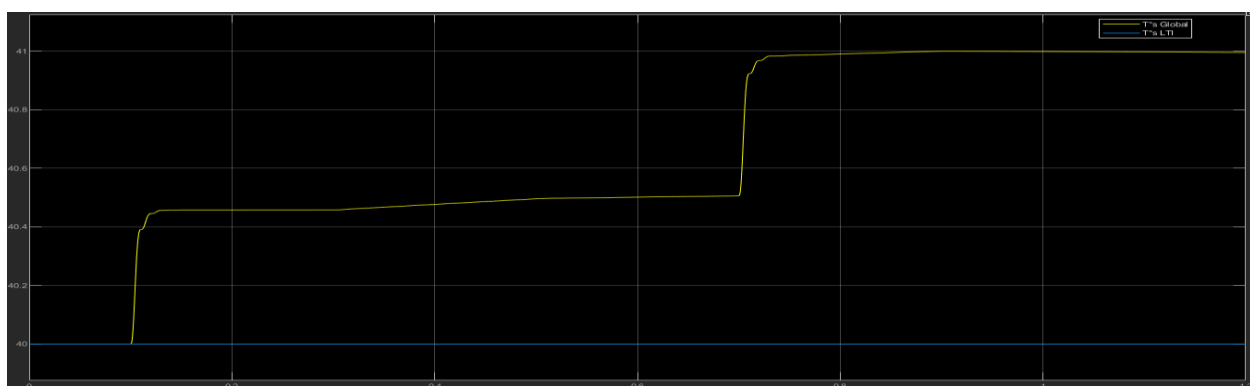


Figura 22. Temperatura del modelo Global NL y LTI aumentado

En la figura 23, se aprecia la curva paramétrica de torque vs velocidad donde comienza operando en el primer cuadrante motorizando una vez que tenemos el flanco ascendente del pulso de tensión por lo que aumenta la velocidad angular que llega a un sobrepico y luego pasa al segundo cuadrante de frenado regenerativo para poder disminuir la velocidad angular y así sucesivamente hasta que llega a un valor de establecimiento de la velocidad. Una vez que el sistema recibe el flanco descendente del pulso de tensión se tendrá frenado regenerativo del segundo cuadrante y luego motorización en el otro sentido por lo que se pasa al tercer cuadrante hasta llegar a un sobrepico de velocidad angular, luego comienza a tener un frenado regenerativo pasando al cuarto cuadrante, cambiando al primer cuadrante con motorización en el otro sentido, y así hasta que la velocidad angular llegue a cero.

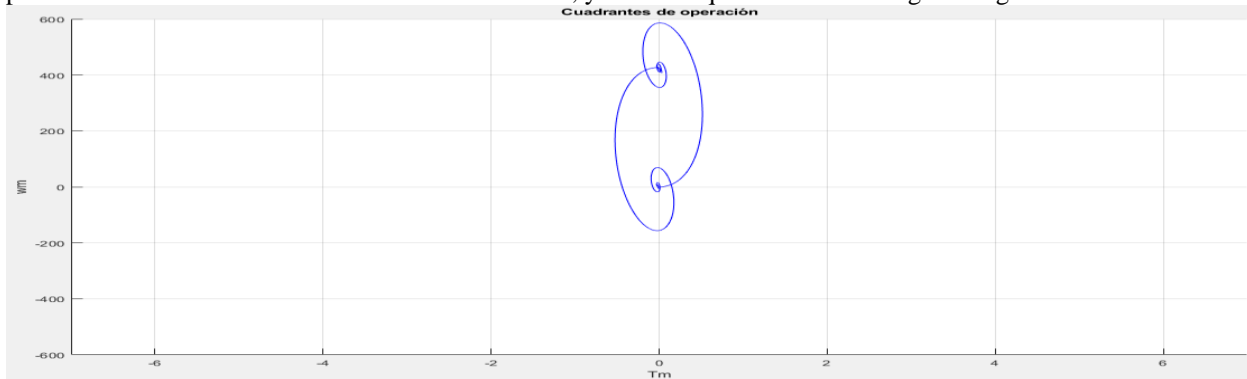


Figura 23. Curva paramétrica de Torque vs Velocidad

1.6.b - Velocidad y corriente final de establecimiento luego de cada transitorio, tiempos de crecimiento (10% al 90% de intervalo entre valores inicial y final), tiempo de establecimiento ($\pm 1\%$), sobrepico

Para obtener los valores donde se hace constante la velocidad angular del eje del motor y la corriente i_{qs} , se usó la tabla obtenida en Matlab al finalizar la simulación y así obtener la velocidad y corriente de establecimiento. A partir de estos datos, se pudieron realizar los cálculos para conocer el valor relativo al porcentaje requerido del valor final en cada caso, al ver las gráficas y medir entre estos valores se pudieron determinar los tiempos de establecimiento y crecimiento. Los sobrepicos se observaron en las gráficas en conjunto con las tablas.

- i_{qs} con escalón de tensión en $t=0.1s$:
Se obtiene un gran pico de la corriente $i_{qsr}(t)$ de $7.4027A$ en $t=0.1043s$ según se observa en la figura 17, mirando las corriente abc en la (figura 18). se observa que tiene un pico de $7.1250A$ en $t=0.1051s$. Luego de este escalón de tensión la corriente i_{qs} se establece en un valor de $0.0907A$.

- i_{qs} con escalón de torque en $t=0.3s$:

Corriente de establecimiento: se establece en un valor de $0.3765A$

Tiempo de establecimiento ($\pm 1\%$) – Figura 24

$$+1\% \rightarrow 0.3765A + (0.3765A - 0.0907A) * 0.01 = 0.3794A$$

$$-1\% \rightarrow 0.3765A - (0.3765A - 0.0907A) * 0.01 = 0.3736A$$

$$t_{establecimiento} = t_2 - t_1 = 0.34575s - 0.3s = 0.04575s$$

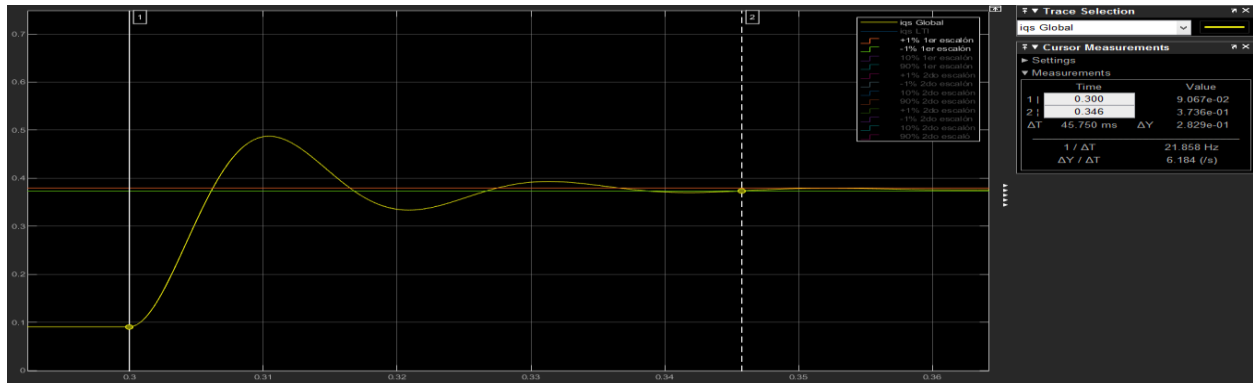


Figura 24. Corriente $i_{qsr}(t)$ (tiempo de establecimiento)

Tiempo de crecimiento (10% al 90% de velocidad final) – Figura 25

$$10\% \rightarrow 0.3765A - (0.3765A - 0.0907A) * 0.9 = 0.1193A$$

$$90\% \rightarrow 0.3765A - (0.3765A - 0.0907A) * 0.1 = 0.3479A$$

$$t_{\text{crecimiento}} = t_2 - t_1 = 0.3056s - 0.3015s = 0.0041s$$

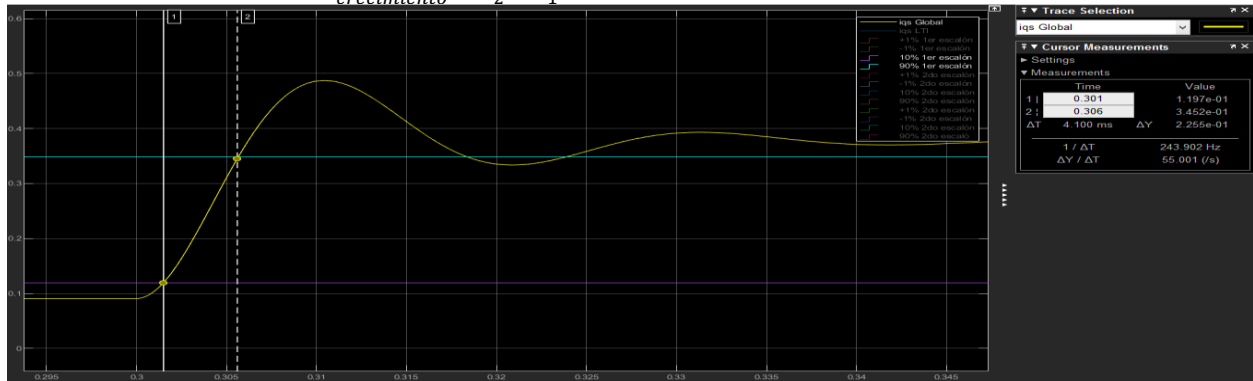


Figura 25. Corriente $i_{qsr}(t)$ (tiempo de crecimiento)

Sobrepico de corriente:

Se tiene un sobrepico de corriente de 0.4872A en $t=0.3104s$

- i_{qs} con escalón de torque en $t=0.5s$:

Corriente de establecimiento: se establece en un valor de $-0.1952A$

Tiempo de establecimiento ($\pm 1\%$) – Figura 26

$$+1\% \rightarrow -0.1952A - (-0.1952A - 0.3765A) * 0.01 = -0.1895A$$

$$-1\% \rightarrow -0.1952A + (-0.1952A - 0.3765A) * 0.01 = -0.2009A$$

$$t_{\text{establecimiento}} = t_2 - t_1 = 0.5458 - 0.5s = 0.0458s$$

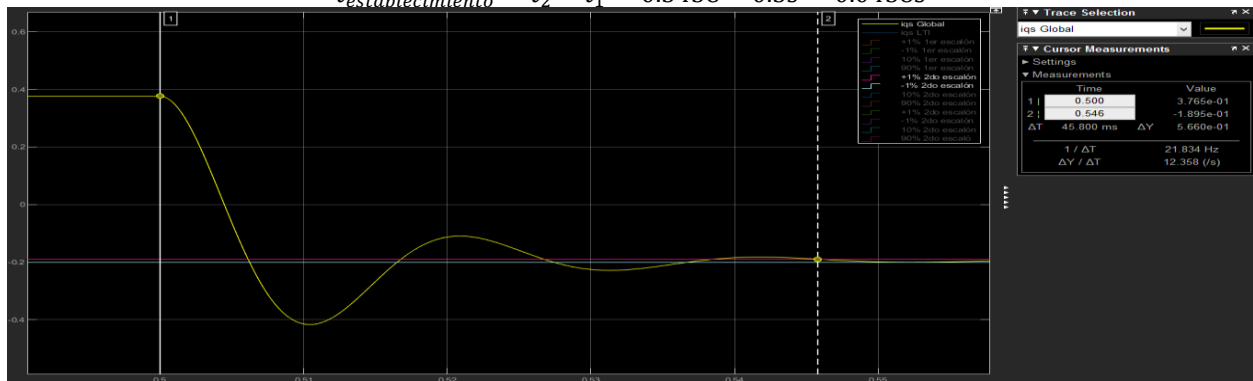


Figura 26. Corriente $i_{qsr}(t)$ (tiempo de establecimiento)

Tiempo de crecimiento (10% al 90% de velocidad final) – Figura 27

$$\begin{aligned}10\% &\rightarrow 0.3765A + (-0.1952A - 0.3765A) * 0.1 = 0.3193A \\90\% &\rightarrow 0.3765A + (-0.1952A - 0.3765A) * 0.9 = -0.1380A \\t_{\text{crecimiento}} &= t_2 - t_1 = 0.50565s - 0.50149s = 0.00416s\end{aligned}$$

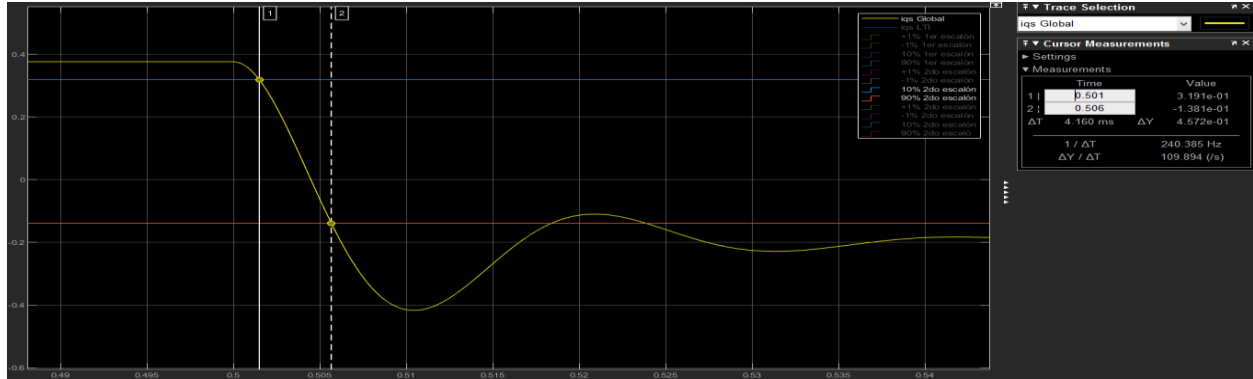


Figura 27. Corriente iqr(t) (tiempo de crecimiento)

Sobrepico de corriente:

Se tiene un sobrepico de corriente de -0.4166A en t=0.5104s

- iqr con escalón de tensión en t=0.7s:

Corriente de establecimiento: se establece en un valor de -0.2858A

Sobrepico de corriente:

Se tiene un sobrepico de corriente de -7.5430A en t=0.7042s. En cuanto a las corrientes abc tendrán un pico de -7.4385A en t=0.7047s

- iqr con escalón de torque en t=0.9s:

Corriente de establecimiento: se establece en un valor de -0.2858A

Tiempo de establecimiento (±1%) – Figura 28

$$\begin{aligned}+1\% &\rightarrow 0A - (-0.2858A - 0A) * 0.01 = 0.0029A \\-1\% &\rightarrow 0A + (-0.2858A - 0A) * 0.01 = -0.0029A \\t_{\text{establecimiento}} &= t_2 - t_1 = 0.9458s - 0.9s = 0.0458s\end{aligned}$$

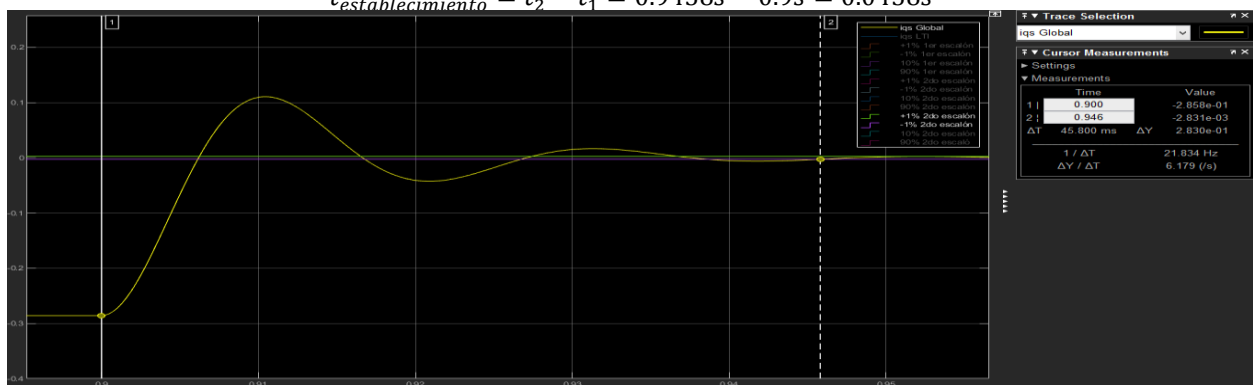


Figura 28. Corriente iqr(t) (tiempo de establecimiento)

Tiempo de crecimiento (10% al 90% de velocidad final) – Figura 29

$$\begin{aligned}10\% &\rightarrow 0A + (-0.1952A - 0A) * 0.9 = -0.2546A \\90\% &\rightarrow 0A + (-0.1952A - 0A) * 0.1 = -0.0283A \\t_{\text{crecimiento}} &= t_2 - t_1 = 0.90565s - 0.90156s = 0.00409s\end{aligned}$$

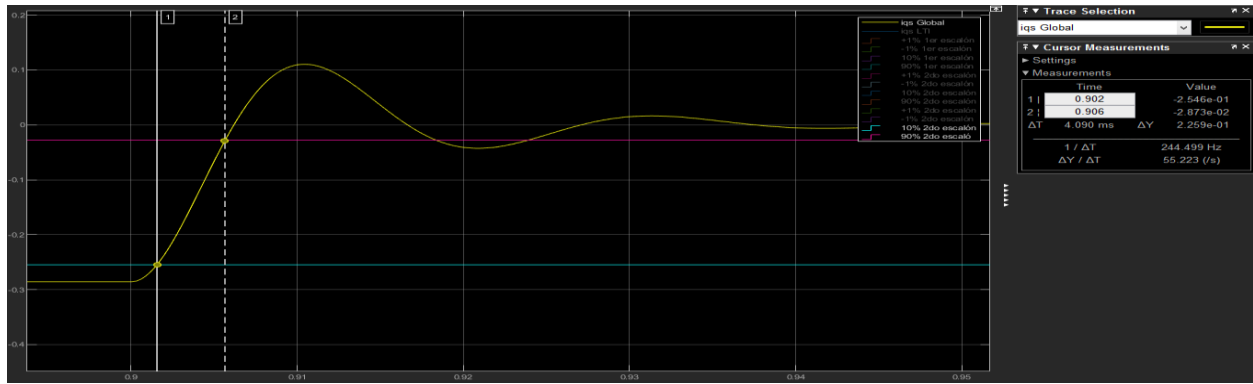


Figura 29. Corriente $i_{qr}(t)$ (tiempo de crecimiento)

Sobrepico de corriente:

Tenemos un sobrepico de corriente de 0.1104A en $t=0.0104s$

- Velocidad angular del eje del motor con escalón de tensión en $t=0.1s$:

Velocidad de establecimiento: se establece en un valor de $420.5110 \frac{rad}{s}$

Tiempo de establecimiento ($\pm 1\%$) – Figura 30

$$+1\% \rightarrow 420.5110 \frac{rad}{s} + \left(420.5110 \frac{rad}{s} - 0 \frac{rad}{s} \right) * 0.01 = 424.7161 \frac{rad}{s}$$

$$-1\% \rightarrow 420.5110 \frac{rad}{s} - \left(420.5110 \frac{rad}{s} - 0 \frac{rad}{s} \right) * 0.01 = 416.3059 \frac{rad}{s}$$

$$t_{establecimiento} = t_2 - t_1 = 0.1458s - 0.1s = 0.0458s$$

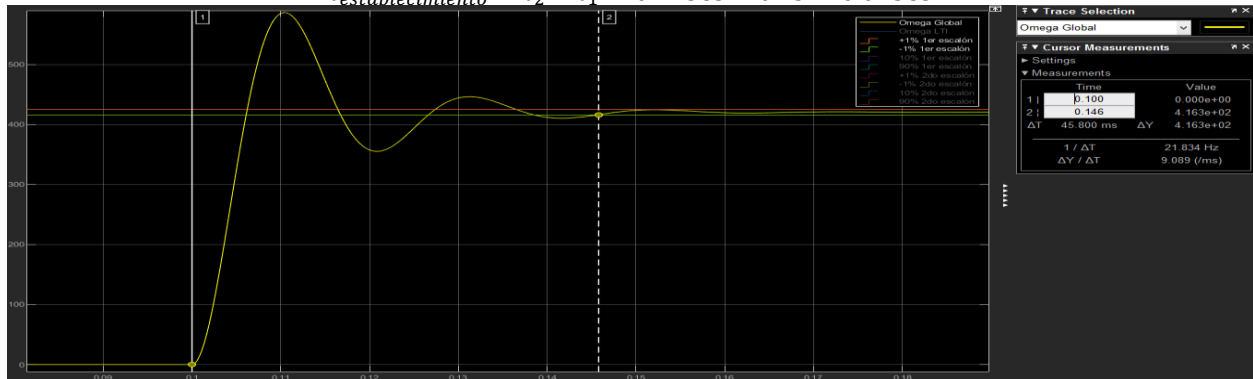


Figura 30. Velocidad angular $w_m(t)$ (tiempo de establecimiento)

Tiempo de crecimiento (10% al 90% de velocidad final) – Figura 31

$$10\% \rightarrow 420.5110 \frac{rad}{s} - \left(420.5110 \frac{rad}{s} - 0 \frac{rad}{s} \right) * 0.9 = 42.0511 \frac{rad}{s}$$

$$90\% \rightarrow 420.5110 \frac{rad}{s} - \left(420.5110 \frac{rad}{s} - 0 \frac{rad}{s} \right) * 0.1 = 378.4599 \frac{rad}{s}$$

$$t_{crecimiento} = t_2 - t_1 = 0.10565s - 0.10145s = 0.0042s$$

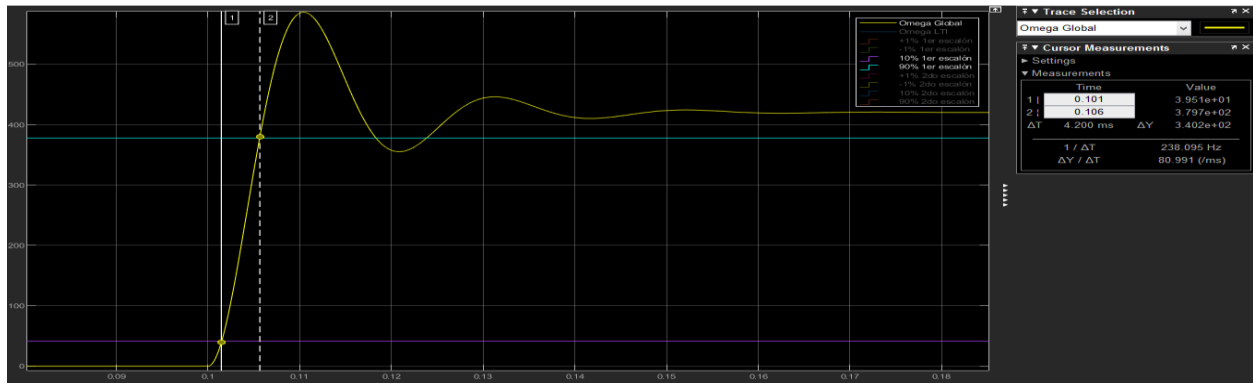


Figura 31. Velocidad angular $\omega_m(t)$ (tiempo de crecimiento)

Sobrepico de velocidad: Tenemos un sobrepico de velocidad de 586.2545 rad/s en $t=0.1104s$

- Velocidad angular del eje del motor con escalón de tensión en $t=0.3s$ y en $t=0.5$:

Velocidad de establecimiento: se establece en un valor de $426.8135 \frac{rad}{s}$, cambiando muy poco con los escalones de tensión.

- Velocidad angular del eje del motor con escalón de tensión en $t=0.7s$:

Velocidad de establecimiento: se establece en un valor de $6.3109 \frac{rad}{s}$

Tiempo de establecimiento ($\pm 1\%$) – Figura 32

$$+1\% \rightarrow 6.3109 \frac{rad}{s} + \left(426.8135 \frac{rad}{s} - 6.3109 \frac{rad}{s} \right) * 0.01 = 10.5159 \frac{rad}{s}$$

$$-1\% \rightarrow 6.3109 \frac{rad}{s} - \left(426.8135 \frac{rad}{s} - 6.3109 \frac{rad}{s} \right) * 0.01 = 2.1059 \frac{rad}{s}$$

$$t_{establecimiento} = t_2 - t_1 = 0.7458s - 0.7s = 0.0458s$$

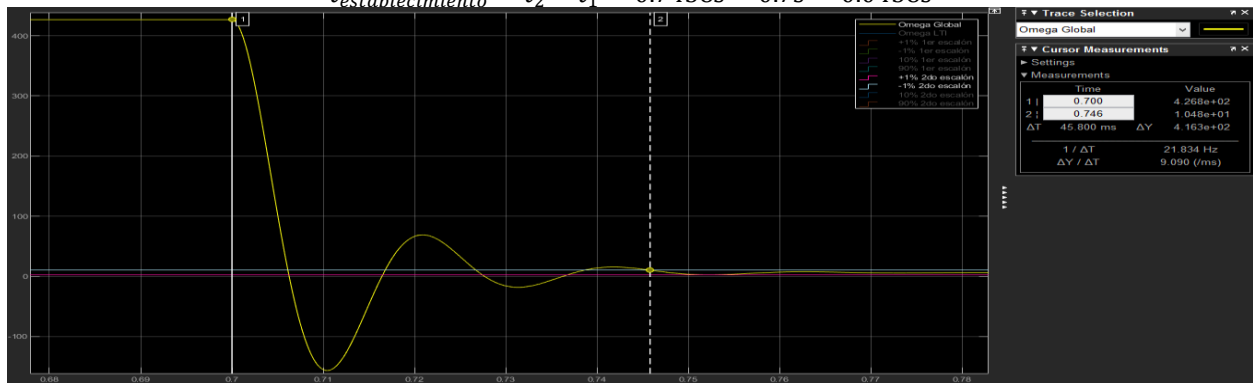


Figura 32. Velocidad angular $\omega_m(t)$ (tiempo de establecimiento)

Tiempo de crecimiento (10% al 90% de velocidad final) – Figura 33

$$10\% \rightarrow 6.3109 \frac{rad}{s} + \left(426.8135 \frac{rad}{s} - 6.3109 \frac{rad}{s} \right) * 0.1 = 48.3612 \frac{rad}{s}$$

$$90\% \rightarrow 6.3109 \frac{rad}{s} + \left(426.8135 \frac{rad}{s} - 6.3109 \frac{rad}{s} \right) * 0.9 = 384.7632 \frac{rad}{s}$$

$$t_{crecimiento} = t_2 - t_1 = 0.7057s - 0.7016s = 0.0041s$$

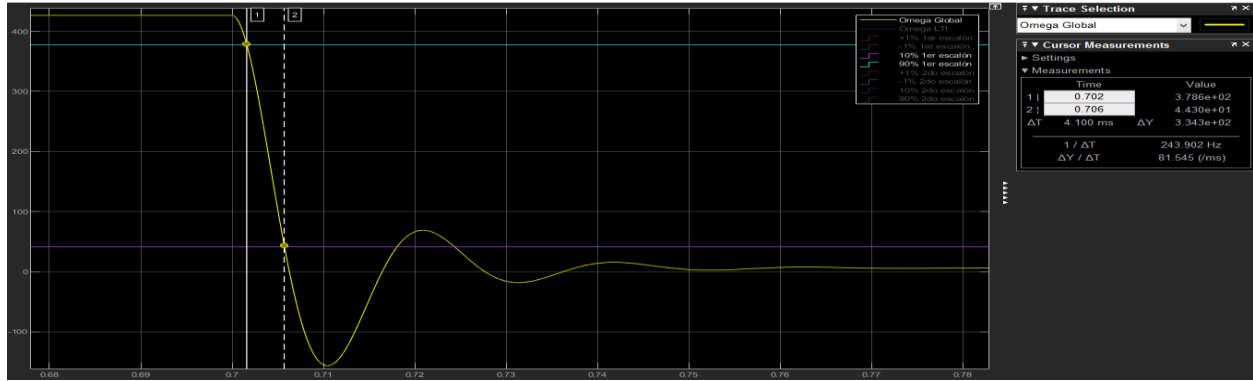


Figura 33. Velocidad angular $\omega_m(t)$ (tiempo de crecimiento)

Sobrepico de velocidad:

Se tiene un sobrepico de velocidad de -156.3243 rad/s en $t=0.7104\text{s}$

Analizando el escalón de la tensión del estator ($v_{qs}^*(t) = 0 \rightarrow +19.596 \text{ V}$) y observando las ecuaciones, se aprecia que cuando se le aplica una tensión al sistema, se produce un aumento de $\frac{di_{qs}^r(t)}{dt}$ que integrándola es $i_{qs}^r(t)$. Esto quiere decir que para $i_{qs}^r(t)$, al momento de aplicar el escalón de tensión, aumentará. Se debe tener en cuenta que al usar la ley de control mínima no lineal $i_{ds}^r(t) = 0$, según la (Ec. 3.7.2). El torque motor $T_m(t)$ es función de $i_{qs}^r(t)$, por lo que el comportamiento del torque motor será igual a $i_{qs}^r(t)$ en el tiempo pero con distinta amplitud. Se observa que en $t=0.3$, que es el momento en el que se le aplica el escalón de torque, se produce un aumento de la corriente $i_{qs}^r(t)$ debido a que en el subsistema mecánico el torque electromecánico trata de compensar el efecto del escalón del torque de perturbación. Al aumentar el torque electromecánico, este provoca una disminución de la velocidad angular debido a que la potencia mecánica se mantiene. La posición angular del eje del motor θ_m no se ve afectada por el escalón de torque.

Con respecto a $\omega_m(t)$, al aplicar un escalón de tensión, se producirá un aumento de $i_{qs}^r(t)$, que provocará un aumento de la derivada de la velocidad angular $\frac{d\omega_m}{dt}(t)$, que integrándola es $\omega_m(t)$.

1.6.c - Comportamiento de $i_{ds}^r(t)$ para $i_{ds}^r(t)=\pm 0.5 \text{ A}$ vs $i_{ds}^r(t)=0 \text{ A}$

Se le han dado distintas condiciones iniciales a $i_{ds}^r(t)$, se evaluó su comportamiento y cómo influye en los modelos. En las figuras 34 y 35, puede observarse el caso de $i_{ds}^r(0) = +0.5 \text{ A}$ e $i_{ds}^r(0) = -0.5 \text{ A}$ respectivamente, donde decae exponencialmente la corriente $i_{ds}^r(t)$ dada por la constante de tiempo $\tau = \frac{R_s}{L_d}$ siempre y cuando se mantenga la ley de control no lineal de $v_{ds}^r(t) = -L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t)$ (Ec 3.7.2).

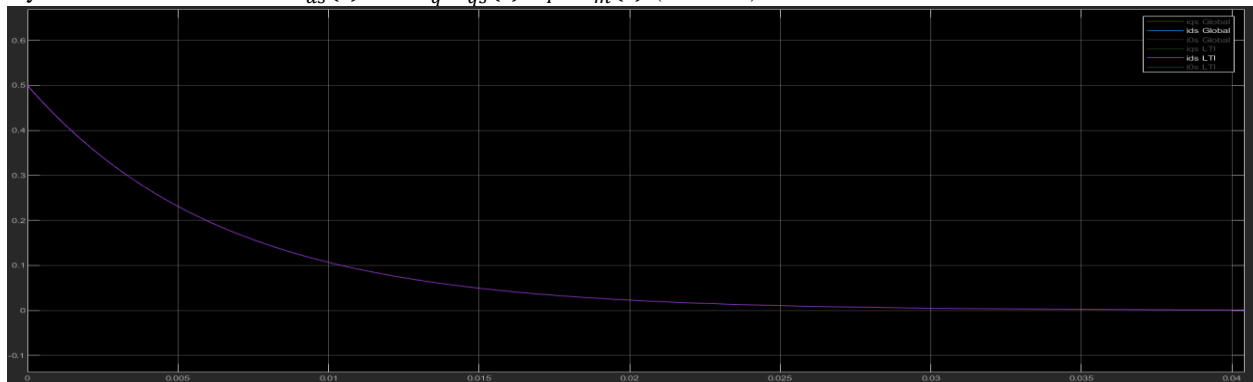


Figura 34. Decaimiento exponencial de la corriente $i_{ds}^r(t)$ del modelo Global NL y el modelo LTI con condición inicial $i_{ds}^r(0) = +0.5 \text{ A}$

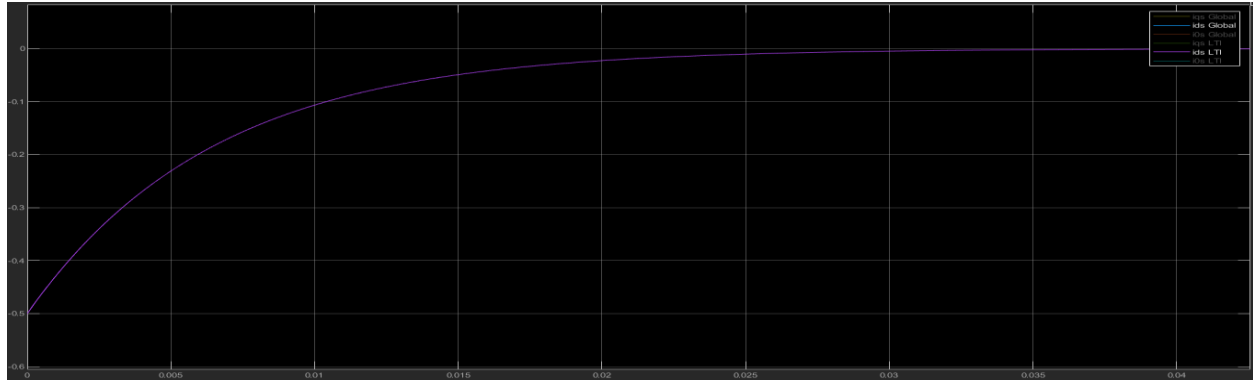


Figura 35. Decaimiento exponencial de las corriente $i_{ds}^r(t)$ del modelo Global NL y el modelo LTI con condición inicial $i_{ds}^r(0) = -0.5A$

Al haber una ley mínima de control para el eje d en ambos casos el comportamiento de ambos modelos fue el mismo y no cambió ni la posición angular, ni la velocidad angular, ni las tensiones. El único cambio visible fue en las corrientes abc, donde las se las analizó en ambos casos como se las muestra en las figuras 36 y 37, las cuales decaen exponencialmente a cero.

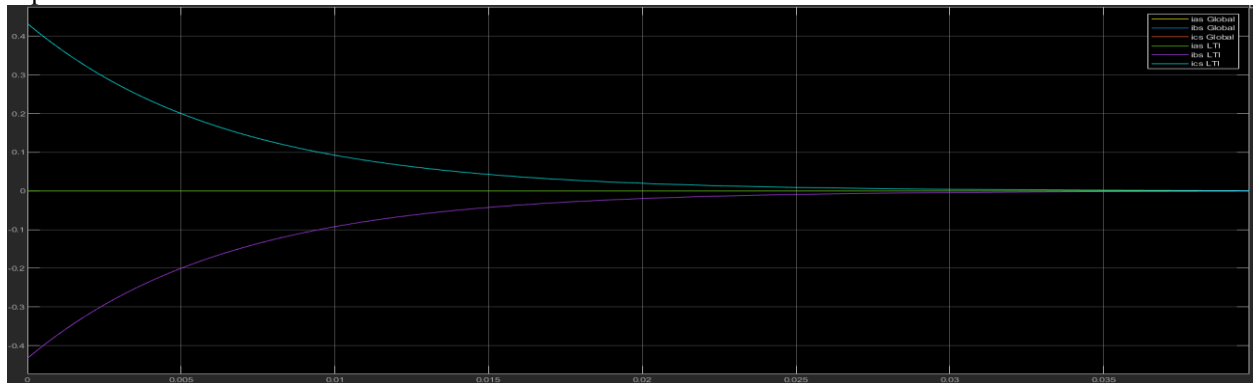


Figura 36. Decaimiento exponencial de las corriente abc con $i_{ds}^r(0) = +0.5A$

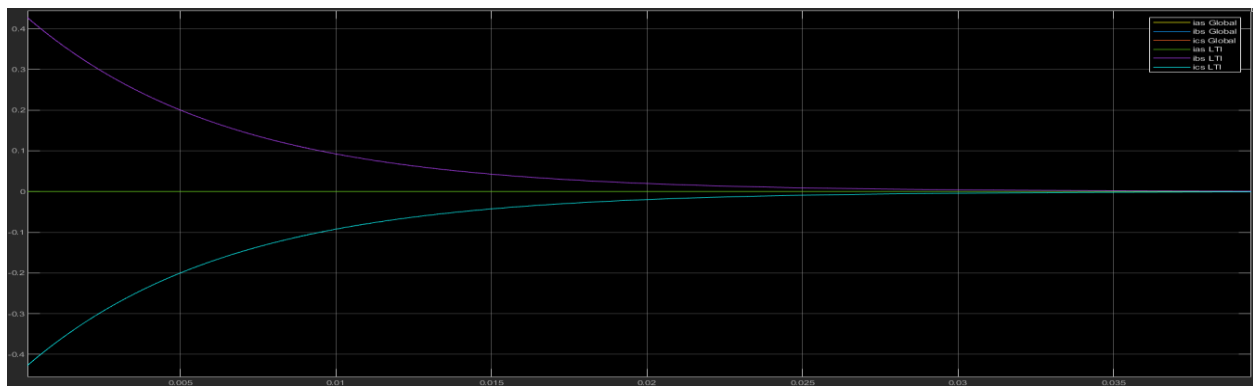


Figura 37. Decaimiento exponencial de las corriente abc con $i_{ds}^r(0) = -0.5A$

1.6.d - Consigna de tensión en eje d

Se enviará una consigna de tensión $v_{ds}^{r*} = \pm 1.9596 V_{cc}$ (produciendo un reforzamiento y debilitamiento de campo respectivamente), esto modificará algunas de las variables del sistema. Se comparará a cada una de las variables para los dos casos.

La posición y velocidad angular obtenidas fueron las mismas que en el caso de $v_{ds}^{r*} = 0$

Al haber un escalón de la tensión v_{ds}^{r*} en $t=0.5s$ se observa que en la figura 38, que $v_{qsr}(t)$ se ve afectado por el aumento de $v_{dsr}(t)$ por la Ec. 3.6. De modo contrario, para el caso de debilitamiento de campo, al ser el escalón con signo negativo provocará que la tensión $v_{qsr}(t)$ decaiga (figura 39)



Figura 38. Tensiones estáticas referidas al rotor en coordenadas qd0 del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^{r*} = +1.9596 V_{cc}$

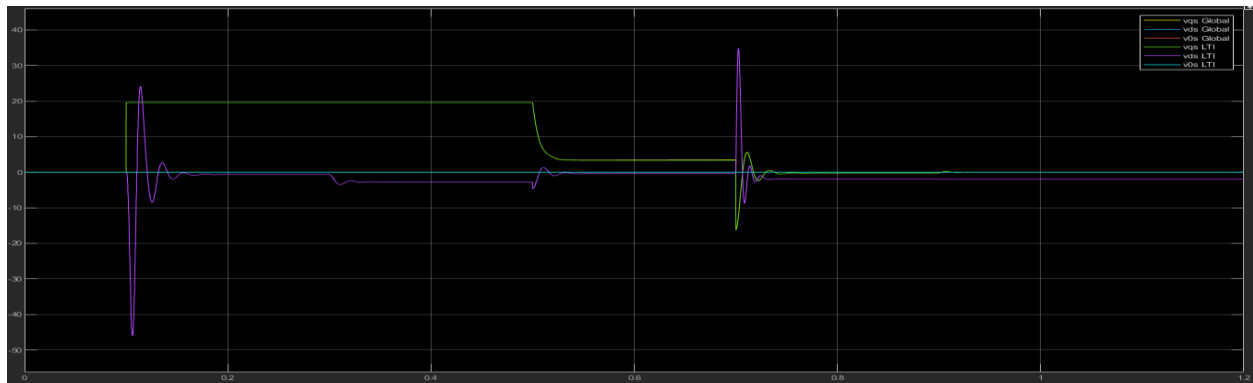


Figura 39. Tensiones estáticas referidas al rotor en coordenadas qd0 del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^{r*} = -1.9596 V_{cc}$

Se puede observar en la figura 40 como el reforzamiento de campo incrementa las tensiones abc. Para el caso de debilitamiento de campo estas tensiones disminuyen (figura 41).

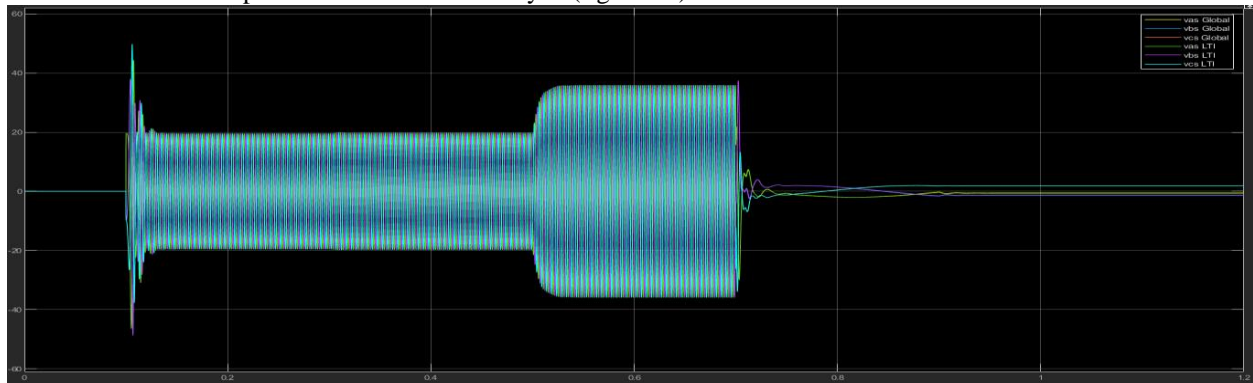


Figura 40. Tensiones estáticas en coordenadas abc del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^{r*} = +1.9596 V_{cc}$

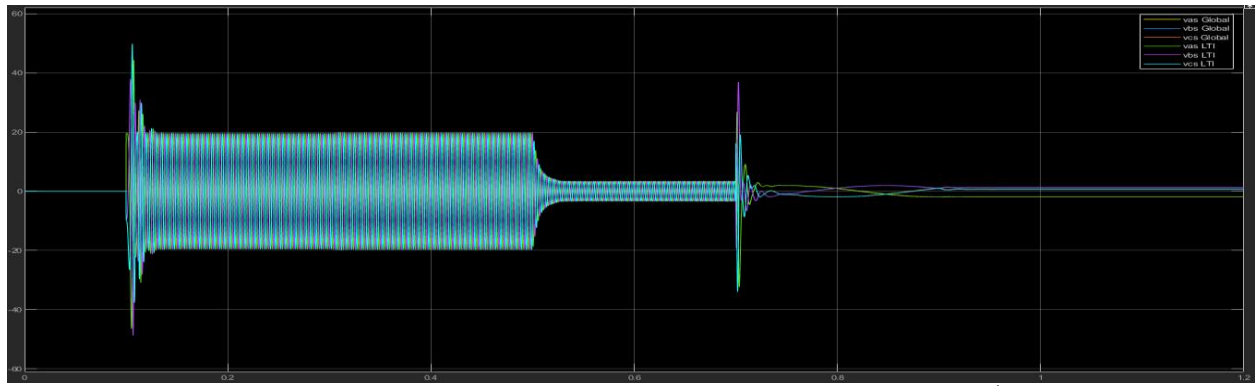


Figura 41. Tensiones estáticas en coordenadas abc del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^{r*} = -1.9596 V_{cc}$

En las figuras 42 y 43 puede observarse que ahora tendremos una corriente $i_{dsr}(t)$.



Figura 42. Corrientes estáticas referidas al rotor en coordenadas qd0 del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^{r*} = +1.9596 V_{cc}$



Figura 43. Corrientes estáticas referidas al rotor en coordenadas qd0 del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^{r*} = -1.9596 V_{cc}$

En cuanto a las corrientes abc se observa que el comportamiento es muy similar para reforzamiento (figura 44) y debilitamiento (figura 45) de campo, cambiando solo al final cuando $v_{qs}(t)$ pasa a ser 0.

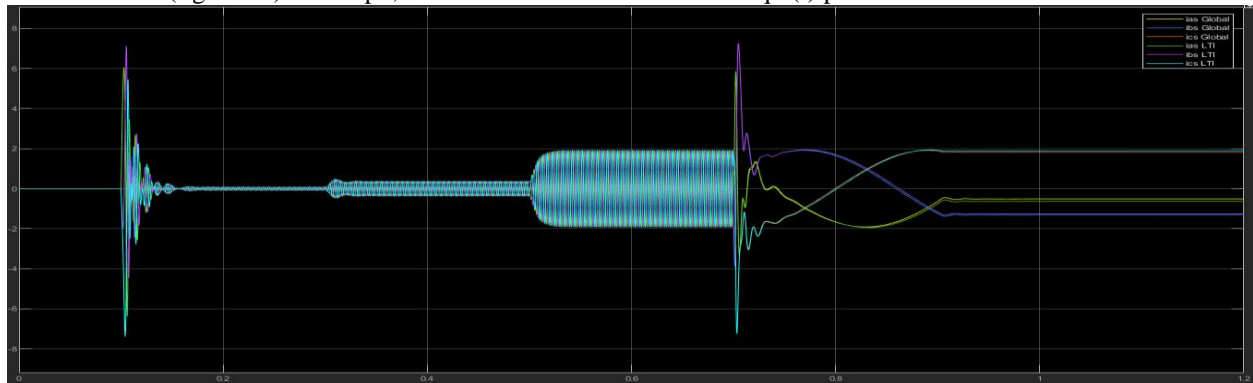


Figura 44. Corrientes estáticas en coordenadas abc del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^* = +1.9596 V_{cc}$

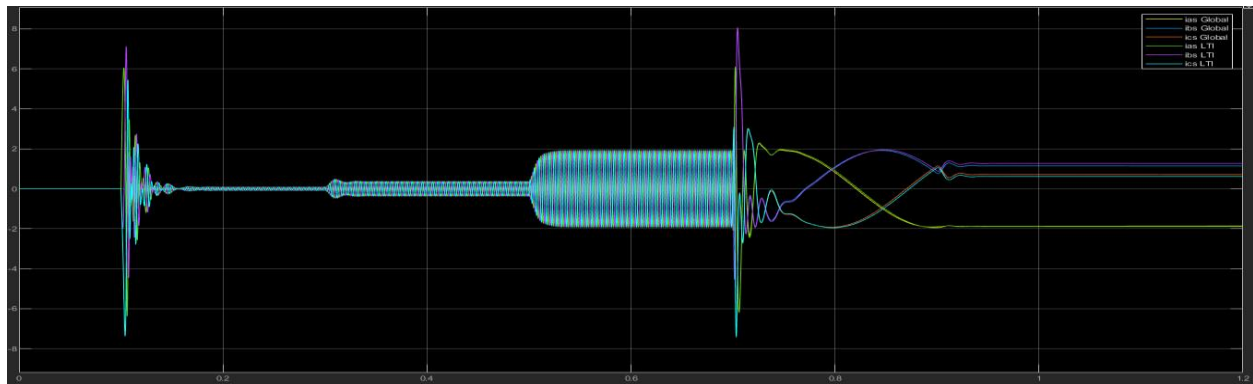


Figura 45. Corrientes estáticas en coordenadas abc del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^* = -1.9596 V_{cc}$

En el caso de la temperatura son muy similares tanto para reforzamiento (figura 46) como para debilitamiento (figura 47) de campo. La única diferencia es que en este último es a penas mayor el calentamiento producido cuando $v_{qs}(t)$ pasa a valer 0.

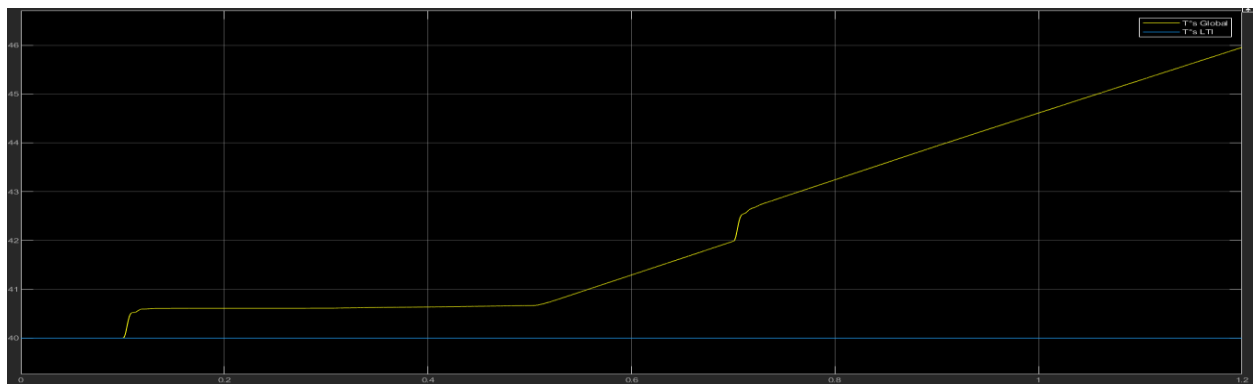


Figura 46. Temperatura del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^* = +1.9596 V_{cc}$

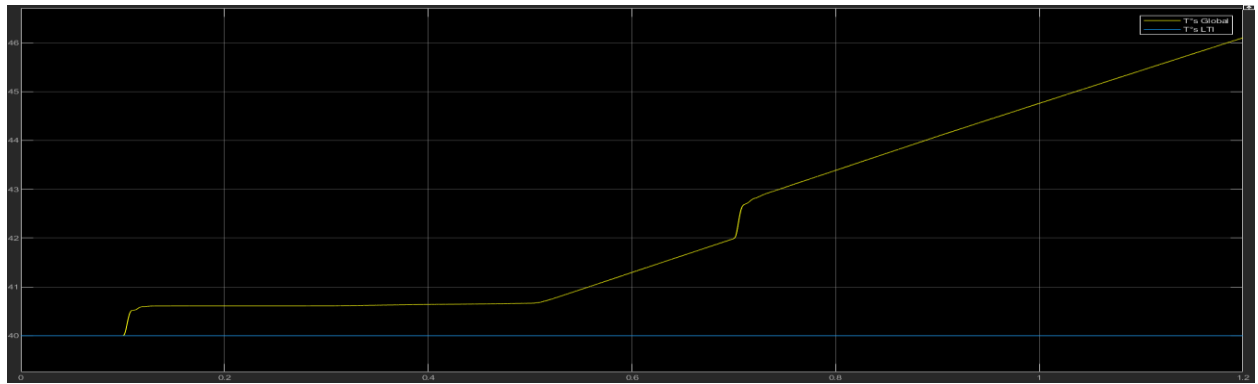


Figura 47. Temperatura del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^{r*} = -1.9596 V_{cc}$

Al realizar reforzamiento de campo hubo un incremento de el torque motor, pero una disminución de la velocidad angular, en cambio para el caso del debilitamiento de campo fue al revés, esto se debe a que la potencia mecánica total se mantiene. Pero estas diferencias fueron muy pequeñas, por lo que el torque motor vs tiempo es muy similar con la forma de la figura 48.

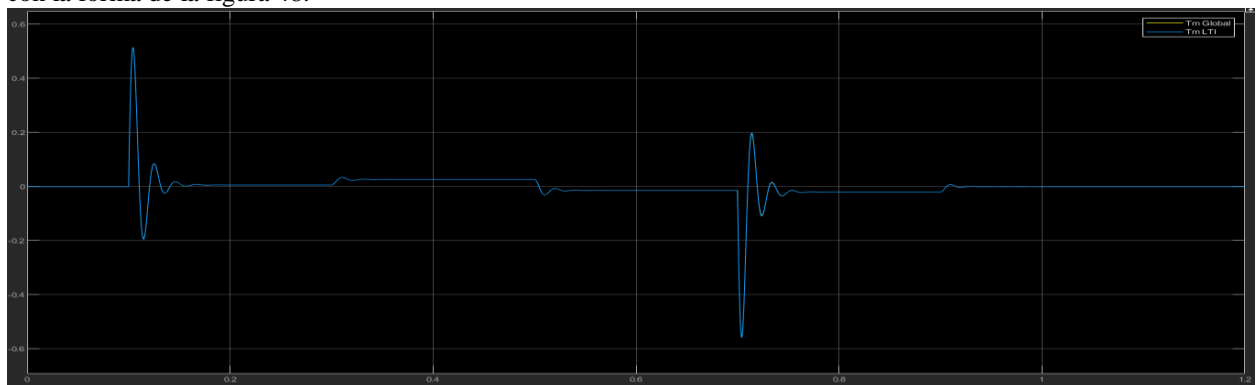


Figura 48. Torque motor del modelo Global NL y LTI aumentado con $v_{ds}^{r*} \neq 0 V_{cc}$

2 - Diseño, Análisis y Simulación de Controlador de Movimiento en Cascada con Modulador de Torque equivalente (Control Vectorial)

En esta sección se desarrollará un control en cascada con dos lazos, uno interno de torque y otro externo de movimiento.

2.1 - Modulador de torque equivalente

2.1.a - Desacoplamiento realimentaciones físicas naturales

En el actuador se tiene que las tensiones pueden variar entre cero y la tensión de la fuente debido a que es un puente trifásico con llaves electrónicas semiconductoras (ej. transistores MOSFETs / IGBTs de potencia) alimentado desde fuente ideal de CC, conmutado con modulación de ancho de pulso, PWM. Si el modulador de tensión es lo suficientemente rápido consideramos que tiene ganancia unitaria, donde v_{qs}^r , v_{ds}^r , v_{0s}^r son las tensiones a la entrada del modulador y v_{qs}^* , v_{ds}^* , v_{0s}^* son las tensiones a la salida del modulador:

$$v_{qs}^r(t) \cong 1 * v_{qs}^{*r}(t) \quad (\text{Ec. 3.6.6})$$

$$v_{ds}^r(t) \cong 1 * v_{ds}^{*r}(t) \quad (\text{Ec. 3.7.6})$$

$$v_{0s}^r(t) \cong 1 * v_{0s}^{*r}(t) \quad (\text{Ec. 3.8.6})$$

Primero se analiza que consigna se debe enviar al **eje q**, se cita la Ec. 3.6.1:

$$\frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} \cdot [v_{qs}^r(t) - R_s(t) \cdot i_{qs}^r(t) - (\lambda_m^r + L_d \cdot i_{ds}^r(t)) \cdot P_p \cdot \omega_m(t)] \quad (\text{Ec. 3.6.1})$$

Como se dijo que el modulador de tensión era lo suficientemente rápido y con ganancia unitaria:

$$\frac{di_{qs}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_q} [v_{qs}^{*r}(t) - R_s(t) i_{qs}^r(t) - \lambda_m^r P_p \cdot \omega_m(t) - L_d \cdot i_{ds}^r(t) P_p \cdot \omega_m(t)]$$

En el Modulador de tensión equivalente lo que se desea hacer es compensar los efectos de tensión inducida debido a K_e y debido a la caída de tensión óhmica de $R_s(t)$. Si se mide con un sensor la velocidad, se le multiplica por K_e y se suma, se tiene una acción de control que compensa la tensión inducida, es como si se cancelara. Lo mismo se hace con el sensor de corriente, se multiplica por $R_s(t)$ para compensar la caída de tensión óhmica. Es equivalente a desconectarlo, pero sigue existiendo. También se le suma un tercer término el cual era la ley mínima de control.

Para desacoplar las realimentaciones eléctricas, si se envía una señal de consigna a la entrada v_{qs}^{*r} del modulador de tensión que sea:

$$v_{qs}^{*r}(t) = v_{qs}^{*r'}(t) + R_s(t) i_{qs}^r(t) + \lambda_m^r P_p \cdot \omega_m(t) + L_d \cdot i_{ds}^r(t) P_p \cdot \omega_m(t) \quad (\text{Ec. 3.6.8})$$

Reemplazando:

$$v_{qs}^{*r'}(t) = L_q \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} \quad (\text{Ec. 3.6.9})$$

Realizando los mismos pasos para el **eje d**, $v_{ds}^r(t)$, reordenando la Ec. 3.7.1:

$$\frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \cdot [v_{ds}^r(t) - R_s(t) \cdot i_{ds}^r(t) + L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t)] \quad (\text{Ec. 3.7.1})$$

$$\frac{di_{ds}^r(t)}{dt} = \frac{1}{L_d} \cdot [v_{ds}^{*r}(t) - R_s(t) i_{ds}^r(t) + L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t)]$$

Si se envía una señal de consigna a la entrada v_{ds}^{r*} del modulador de tensión que sea:

$$v_{ds}^{r*}(t) = v_{ds}^{r*'}(t) + R_s(t)i_{ds}^r(t) - L_q \cdot i_{qs}^r(t) \cdot P_p \cdot \omega_m(t) \quad (Ec. 3.7.8)$$

$$v_{ds}^{r*'}(t) = L_d \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} \quad (Ec. 3.7.9)$$

Para el **eje 0**, $v_{0s}^r(t)$, se cita la (Ec. 3.8.1):

$$\frac{di_{0s}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} \cdot [v_{0s}(t) - R_s(t) \cdot i_{0s}(t)] \quad (Ec. 3.8.1)$$

$$\frac{di_{0s}(t)}{dt} = \frac{1}{L_{ls}} \cdot [v_{0s}^{r*}(t) - R_s(t)i_{0s}(t)]$$

Si se envía una señal de consigna a la entrada v_{0s}^{r*} del modulador de tensión que sea:

$$v_{0s}^{r*}(t) = v_{0s}^{r*'}(t) + R_s(t)i_{0s}(t) \quad (Ec. 3.8.8)$$

$$v_{0s}^{r*'}(t) = L_{ls} \frac{di_{0s}(t)}{dt} \quad (Ec. 3.8.9)$$

Al haber realizado el desacoplamiento de las realimentaciones físicas naturales se compensa el efecto que $T^s(t)$ produce.

2.1.b - Diseño de lazo de control de corriente

Ahora se compara la corriente de control medida con una corriente de consigna, y al error se le multiplica por una ganancia proporcional R' que tiene dimensiones de resistencia, esto da una tensión equivalente que se debe aplicar para cerrar el lazo de control y tener un controlador de corriente.

Para cada circuito de coordenadas qd0, el control da una consigna de tensión proporcional al error de corriente (diferencia entre corriente medida y consigna), a través de una ganancia proporcional.

Se cita a las Ec. 3.6.9, 3.7.9 y 3.8.9, y considerando que la consigna es proporcional al error:

$$v_{qs}^{r*'}(t) = R_q' (i_{qs}^{r*}(t) - i_{qs}^r(t)) \cong L_q \frac{di_{qs}^r(t)}{dt} \quad (Ec. 3.6.10)$$

$$v_{ds}^{r*'}(t) = R_d' (i_{ds}^{r*}(t) - i_{ds}^r(t)) \cong L_d \frac{di_{ds}^r(t)}{dt} \quad (Ec. 3.7.10)$$

$$v_{0s}^{r*'}(t) = R_0' (i_{0s}^{r*}(t) - i_{0s}^r(t)) \cong L_{ls} \frac{di_{0s}^r(t)}{dt} \quad (Ec. 3.8.10)$$

Se obtienen las funciones de transferencia para encontrar cada ganancia proporcional:

$$R_q' (i_{qs}^{r*}(s) - i_{qs}^r(s)) \cong L_q s i_{qs}^r(s)$$

$$i_{qs}^r(s) (L_q s + R_q') = R_q' i_{qs}^{r*}(s) \rightarrow G_{qs}(s) = \frac{i_{qs}^r(s)}{i_{qs}^{r*}(s)} = \frac{1}{\frac{L_q}{R_q'} s + 1}$$

Lo mismo para $v_{0s}^{r*'}(t)$:

$$G_{0s}(s) = \frac{i_{0s}^r(s)}{i_{0s}^{r*}(s)} = \frac{1}{\frac{L_{ls}}{R_0'} s + 1}$$

En el caso de $v_{ds}^{r*'}(t)$:

$$G_{ds}(s) = \frac{i_{ds}^r(s)}{i_{ds}^{r*'}(s)} = \frac{1}{\frac{L_d}{R_d}s + 1}$$

Si se tiene el polo en $-\frac{R_q'}{L_q}$, y asignando los polos con un valor de $\rho = -5000 \frac{rad}{s}$, entonces:

$$\rho = \frac{R_q'}{L_q} \rightarrow R_q' = |\rho|L_q = 29 \Omega$$

$$\rho = \frac{R_0'}{L_{ls}} \rightarrow R_0' = |\rho|L_{ls} = 4 \Omega$$

$$\rho = \frac{R_d'}{L_d} \rightarrow R_d' = |\rho|L_d = 33 \Omega$$

La constante de tiempo asociada con el polo es:

$$\tau = -\frac{1}{\rho} = 2 \cdot 10^{-3} seg$$

2.1.c - Consigna Torque

Estrategia extendida para $i_{ds}^{r*'}(t) \neq 0$

También se puede desacoplar el torque de fricción del subsistema mecánico a través de una realimentación física natural y se le da una señal de entrada de torque equivalente. Matemáticamente queda:

$$T_m^{*'}(t) = T_m^*(t) - b_{eq}\omega_m$$

Se reemplaza la Ec. 3.5 del torque electromagnético en esta expresión:

$$T_m^{*'}(t) = \frac{3}{2} \cdot P_p [\lambda_m^r + (L_d - L_q)i_{ds}^{r*'}(t)]i_{qs}^{r*'}(t) - b_{eq}\omega_m$$

Luego se despeja $i_{qs}^{r*'}(t)$ para relacionarla con los lazos de control de corrientes anteriormente obtenidos:

$$i_{qs}^{r*'}(t) = \frac{T_m^{*'}(t) + b_{eq}\omega_m}{\frac{3}{2} \cdot P_p [\lambda_m^r + (L_d - L_q)i_{ds}^{r*'}(t)]} \quad (Ec. 3.6.11)$$

Se reemplaza en el modelo $i_{qs}^{r*'}(t)$, entonces queda una consigna de torque como nueva variable manipulada.

Estrategia base para $i_{ds}^{r*'}(t) = 0$

Realizando los mismos pasos pero considerando $i_{ds}^{r*'}(t) = 0$

$$T_m^{*'}(t) = T_m^*(t) - b_{eq}\omega_m$$

$$T_m^{*'}(t) = \frac{3}{2} \cdot P_p \lambda_m^r i_{qs}^{r*'}(t) - b_{eq}\omega_m$$

$$i_{qs}^{r*'}(t) = \frac{T_m^{*'}(t) + b_{eq}\omega_m}{\frac{3}{2} \cdot P_p \lambda_m^r} = \frac{T_m^{*'}(t) + b_{eq}\omega_m}{KT} \quad (Ec. 3.6.12)$$

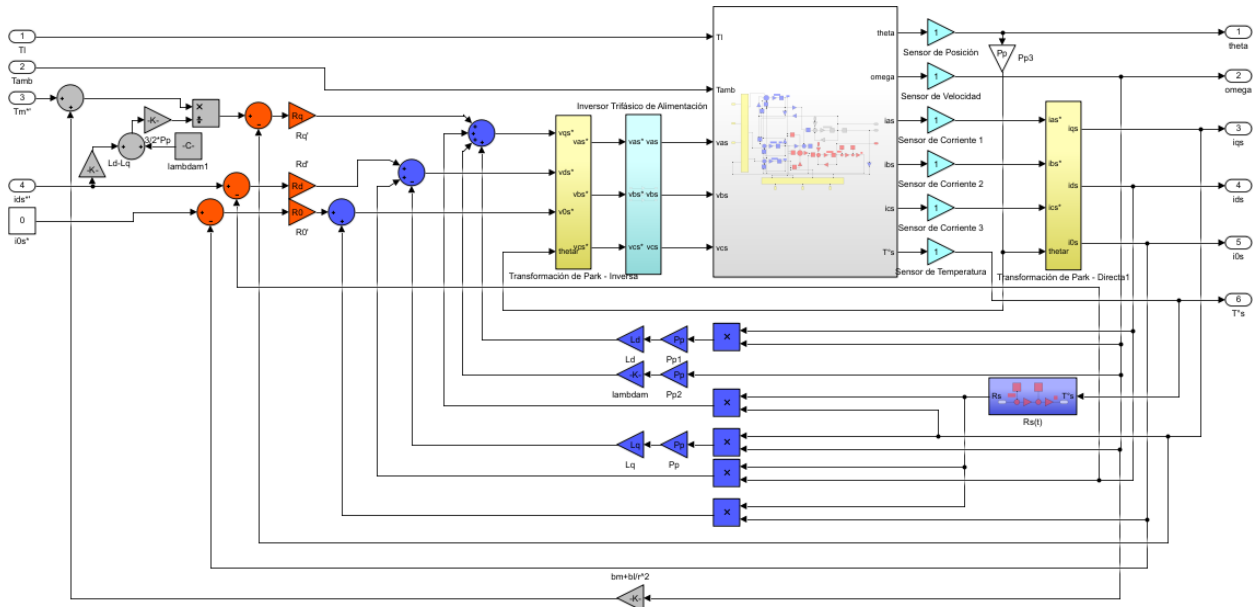


Figura 49. Sistema global NL con modulador de torque

En la figura 49 se observa de color azul los bloques correspondientes a los desacoples de realimentaciones físicas de la consigna 2.1.a, los lazos de control de corrientes de la consigna 2.1.b se representan con bloques de color rojo y con color gris la incorporación de los bloques que permiten enviar una consigna de torque.

2.2 - Controlador externo de movimiento: posición/velocidad

El objetivo es que entren consignas de posición y exista una salida de consignas de torque.

Para esto se utiliza el método de sintonía en serie con acción integral (PI), ya que si se tiene en cuenta la acción derivativa, será la derivada del error por lo cual ante diferencias muy grandes, esta provocará una acción derivativa mayor haciendo el sistema inestable. Por esto se generará un controlador PI, el cual tendrá consignas de velocidad y solo acción integral.

El modelo mecánico equivalente está dado por:

$$J_{eq}\dot{\omega}_m = T_m^{*'}(t) - \frac{T_l(t)}{r}$$

$$J_{eq}\ddot{\theta}_m(t) = T_m^{*'}(t) - \frac{T_l(t)}{r}$$

$$J_{eq}\theta_m(s)s^2 = T_m^{*'}(s) - \frac{T_l(s)}{r} \quad (Ec. 5.0)$$

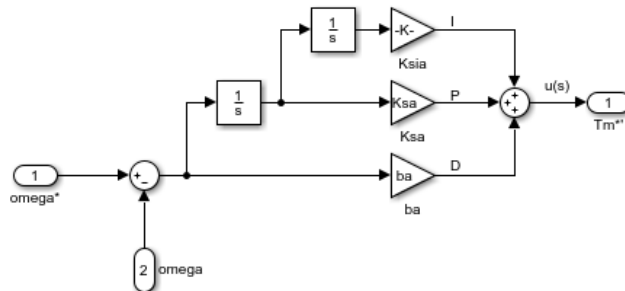


Figura 50. Controlador PID con consigna de velocidad

Analizando la expresión del controlador:

$$u(t) = b_a e_\omega(t) + K_{sa} \int e_\omega(t) dt + K_{sia} \int \int e_\omega(t) dt \quad (Ec. 5.1)$$

$$u(t) = b_a e_\omega(t) + K_{sa} \int e_\omega(t) dt + K_{sia} \int e_\theta(t) dt$$

Donde:

$$e_\theta(t) = \theta_m^*(t) - \theta_m(t) \quad (Ec. 5.2.1)$$

$$e_\omega(t) = \omega_m^*(t) - \omega_m(t) = e_\theta(t) \quad (Ec. 5.2.2)$$

$$e_\omega(s) = e_\theta(s)s = (\theta_m^*(s) - \theta_m(s))s \quad (Ec. 5.2.3)$$

Reemplazando en la Ec. 5.1 la Ec. 5.2.3, expresando en dominio de la frecuencia queda que:

$$u(s) = b_a e_\omega(s) + \frac{K_{sa}}{s} e_\omega(s) + \frac{K_{sia}}{s^2} e_\omega(s) = e_\omega(s) \left[b_a + \frac{K_{sa}}{s} + \frac{K_{sia}}{s^2} \right] = e_\theta(s)s \left[b_a + \frac{K_{sa}}{s} + \frac{K_{sia}}{s^2} \right] \quad (Ec. 5.1.1)$$

Siendo $T_m^*(s) = u(s)$ y reemplazando la Ec. 5.1.1 en Ec. 5.0 :

$$J_{eq} \theta_m(s) s^2 = e_\theta(s) \left[b_a s + K_{sa} + \frac{K_{sia}}{s} \right] - \frac{T_l(s)}{r}$$

Se reemplaza por Ec. 5.2.1:

$$\begin{aligned} J_{eq} \theta_m(s) s^3 &= (\theta_m^*(s) - \theta_m(s)) [b_a s^2 + K_{sa} s + K_{sia}] - \frac{T_l(s)}{r} s \\ \theta_m(s) [J_{eq} s^3 + b_a s^2 + K_{sa} s + K_{sia}] &= \theta_m^*(s) [b_a s^2 + K_{sa} s + K_{sia}] - \frac{T_l(s)}{r} s \\ \theta_m(s) &= \frac{b_a s^2 + K_{sa} s + K_{sia}}{J_{eq} s^3 + b_a s^2 + K_{sa} s + K_{sia}} \theta_m^*(s) - \frac{s}{J_{eq} s^3 + b_a s^2 + K_{sa} s + K_{sia}} \frac{T_l(s)}{r} \quad (Ec. 5.3) \end{aligned}$$

Se puede expresar las funciones de transferencia como:

$$\theta_m(s) = G_{\theta_m^*}(s) \theta_m^*(s) + G_{T_l}(s) \frac{T_l(s)}{r}$$

En régimen estacionario y con entrada escalón unitaria:

$$K_{sia} \neq 0; G_{\theta_m^*}(s) = 1 \rightarrow G_{T_l}(s) = 0 \quad (\text{rechazo total a perturbaciones})$$

$$K_{sia} = 0; G_{\theta_m^*}(s) = 1 \rightarrow G_{T_l}(s) = -\frac{1}{K_{sa}} \quad (\text{sin rechazo a perturbaciones})$$

Por lo cual se puede observar que la acción integral compensa las perturbaciones de carga en estado estacionario.

Utilizando el método de sintonía en serie, se asignan los valores b_a , K_{sa} y K_{sia} (Para valores nominales JI y bI):

b_a , Coeficiente de fricción viscosa rotacional equivalente activa

$$b_a = J_{eq} n \omega_{pos} = 5,651 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2 \cdot 2,5 \left(800 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right) = 0,0113 \frac{\text{N m}}{\text{rad/s}}$$

K_{sa} , Coeficiente de rigidez rotacional equivalente activa

$$K_{sa} = J_{eq} n \omega_{pos}^2 = 5,651 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2 \cdot 2,5 \left(800 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^2 = 9,0416 \frac{\text{N m}}{\text{rad}}$$

K_{sia} , Coeficiente de rigidez integral rotacional equivalente activa

$$K_{sia} = J_{eq} \omega_{pos}^3 = 5,651 \cdot 10^{-6} \text{ kg m}^2 \left(800 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right)^3 = 2,8933 \cdot 10^3 \frac{\text{N m}}{\text{rad s}}$$

Para valores nominales de JI y bl:

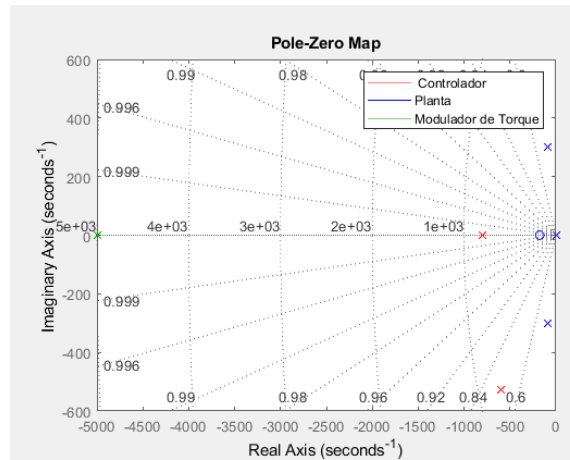


Figura 51. Polos y cero para valores de JI y bl nominales

Para JI y bl variable:

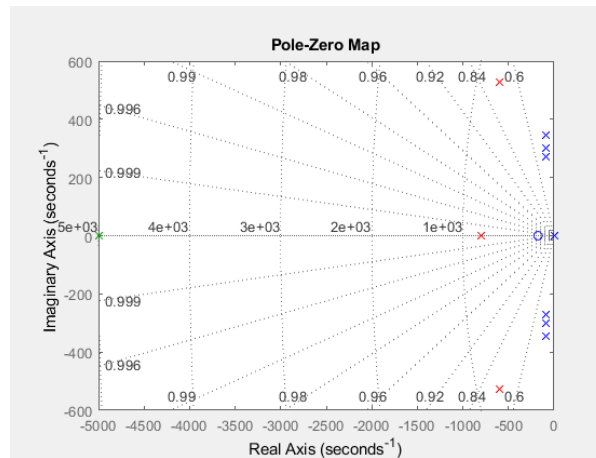


Figura 52. Polos y cero para valores de JI y bl variables

Los tres polos del PI a lazo cerrado en comparación a los polos de la planta a lazo abierto, están muy alejados aun considerando la variabilidad de parámetros, por lo cual se puede asegurar que los polos asignados al PI son lo suficientemente rápidos como para controlar la dinámica del sistema.

Otra cosa que se puede observar en la (figura 52) es que el polo del modulador de torque está mucho más alejado del origen que el del controlador PI. Esto se debe a que se ha realizado un control en cascada donde el primer controlador es un maestro y el segundo un esclavo. Como el modulador de torque es el esclavo o lazo interno de control este debe tener un control mucho más rápido que su maestro, por lo cual el polo del modulador de torque está mucho más alejado que el del controlador PI.

Volviendo a citar los valores de polos de **planta original a lazo abierto**:

$$s_1 = 0$$

$$s_2 = -89,26 + 301,57 i \frac{+0,29 + 31,82i \text{ rad}}{-0,46 - 44,44i \text{ s}}$$

$$s_3 = -89,26 - 301,57 i \frac{+0,29 - 31,82i \text{ rad}}{-0,46 + 44,44i \text{ s}}$$

Valores polos **Controlador**:

$$s_1 = -800 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$s_2 = -600 + 529,2 i \frac{+0 + 0i \text{ rad}}{-0 - 0i \text{ s}}$$

$$s_3 = -600 - 529,2 i \frac{+0 + 0i \text{ rad}}{-0 - 0i \text{ s}}$$

Valores polos **Modulador de torque**:

$$s_1 = -5000 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

Si se analiza nuevamente la función de transferencia (Ec. 5.3) del controlador y la re expresamos:

$$G(s)_{\text{controlador}} = \frac{1}{J_{eq}s^3 + b_a s^2 + K_{sa}s + K_{sia}} = \frac{1}{J_{eq}s^3 + J_{eq} n \omega_{pos}s^2 + J_{eq} n \omega_{pos}^2 s + J_{eq} \omega_{pos}^3}$$

$$G(s)_{\text{controlador}} = \frac{1}{J_{eq}} \frac{1}{s^3 + n \omega_{pos}s^2 + n \omega_{pos}^2 s + \omega_{pos}^3}$$

Sacando factor común J_{eq} , se observa que el valor de los polos solo depende de n y ω_{pos} , siendo estos valores asignados, por lo cual los polos propios del controlador PI no variarán ante los cambios de parámetros pero si sobre el control de la dinámica del sistema, siendo $n=2,5$ y $\omega_{pos} = 800 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Si se analiza el valor de n , vemos del amortiguamiento depende de este valor $\xi = \frac{n-1}{2}$, siendo:

$$1 < n < 3 \text{ subamortiguado}$$

$$n = 3 \text{ amortiguado crítico}$$

$$n > 3 \text{ sobreamortiguado}$$

En conclusión, ante cambios de J_l y b_l (cambian J_{eq} y b_{eq}) el controlador deja fija la dinámica de control del sistema por lo cual es estable ante variaciones de estos parámetros.

2.3 – Observador de Estado de orden reducido

En el punto anterior se incorporó un PID para poder controlar la posición de la máquina, pero este PID no utiliza como entrada la posición angular, sino que recibe consignas de velocidad. Pero no se cuenta con un sensor de velocidad, por lo tanto, se necesita hacer uso de un observador de estado de orden reducido para estimar la velocidad angular a partir de la medición de la posición angular.

Se va a plantear un observador, donde se reproducirá todo lo que se sabe del subsistema mecánico, donde se tienen todos los valores "estimados". Las variables deberían aproximarse, se las compara en cada instante del tiempo dando un valor y luego se reinyecta como ganancia. Si el sistema es completamente observable se encontrará una matriz

que permita colocar los polos en cualquier lugar del plano de Laplace por lo que se tendrá una nueva dinámica. El torque de entrada al observador se lo tomó una vez desacoplado el coeficiente de amortiguamiento (β) por lo que será igual a cero.

Las ecuaciones de estado subsistema mecánico tienen la forma:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A.x(t) + B.u(t) & ; \quad x(t_0) = x_0 \\ y(t) = C.x(t) \end{cases}$$

La ecuación de estado del observador será muy similar:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A.\tilde{x}(t) + B.u(t) + K_e.e_y(t) & (Ec. 5.4.1); \quad \tilde{x}(t_0) = \tilde{x}_0 \\ e_y(t) = y(t) - \tilde{y}(t) & (Ec. 5.4.2) \\ \tilde{y}(t) = C.\tilde{x}(t) & (Ec. 5.4.3) \end{cases}$$

Se reemplaza Ec. 5.4.2, Ec. 5.4.3 y $y(t)$ en Ec. 5.4.1:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A.\tilde{x}(t) + B.u(t) + K_e.(C.x(t) - C.\tilde{x}(t))$$

Por lo tanto, las ecuaciones de estado del observador quedan:

$$\dot{\tilde{\theta}}_m(t) \equiv \tilde{\omega}_m(t) + K_{e\theta}(\theta_m(t) - \tilde{\theta}_m(t)) \quad (Ec. 5.5.1)$$

$$\tilde{\omega}_m(t) = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} T_m^{*'}(t) + K_{e\omega}(\theta_m(t) - \tilde{\theta}_m(t)) \quad (Ec. 5.5.2)$$

Reordenando:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A - K_e.C).\tilde{x}(t) + B.u(t) + K_e.C.x(t)$$

Donde las matrices y vectores son:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad C = [1 \quad 0] \quad K_e = \begin{bmatrix} K_{e\theta} \\ K_{e\omega} \end{bmatrix}$$

$$A' = A - K_e.C = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} K_{e\theta} \\ K_{e\omega} \end{bmatrix} \cdot [1 \quad 0] = \begin{bmatrix} -K_{e\theta} & 1 \\ -K_{e\omega} & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{\theta}}_m(t) \\ \dot{\tilde{\omega}}_m(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -K_{e\theta} & 1 \\ -K_{e\omega} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\theta}_m(t) \\ \tilde{\omega}_m(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} \end{bmatrix} T_m(t) + \begin{bmatrix} K_{e\theta} \\ K_{e\omega} \end{bmatrix} \cdot [1 \quad 0] \cdot \begin{bmatrix} \theta_m(t) \\ \omega_m(t) \end{bmatrix}$$

Calculando los valores propios:

$$|s.I - A'| = \begin{vmatrix} s + K_{e\theta} & -1 \\ K_{e\omega} & s \end{vmatrix} = (s + K_{e\theta}).s + K_{e\omega} = s^2 + (K_{e\theta})s + (K_{e\omega})$$

Se quiere ubicar los dos polos del observador en -3200 rad/s

$$p_{1,2}(s) = (s + 3200)^2 = s^2 + 6400.s + 3200^2$$

Igualando miembro a miembro se obtienen los valores de $K_{e\theta}$ y $K_{e\omega}$:

$$K_{e\theta} = 6400$$

$$K_{e\omega} = 3200^2$$

Los polos del observador deben ser mucho más rápidos que los de la planta, por lo cual la dinámica estará determinada por el observador.

2.4 – Simulación en tiempo continuo con modelo NL completo

Al modelo obtenido en la sección 1 se le ha agregado el modulador de torque, el controlador de movimiento mediante un PID y un observador, resultando así en el modelo NL completo. A continuación, se realizarán simulaciones bajo consignas específicas. El modelo NL completo en diagrama de bloques (figura 53) queda de la siguiente manera:

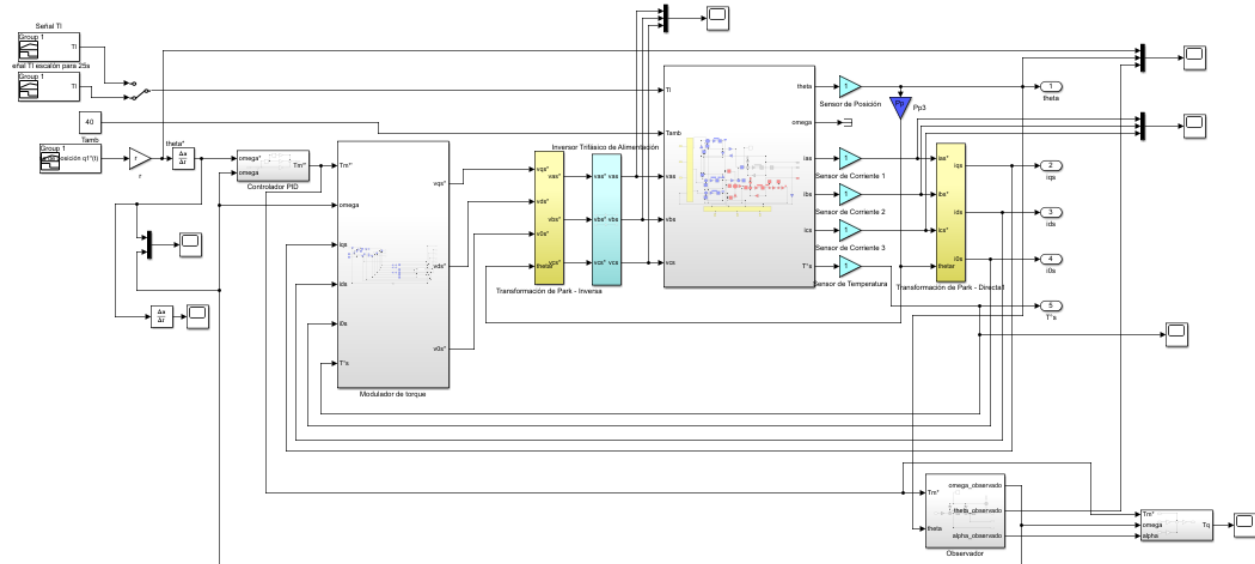


Figura 53 – Modelo NL completo con consigna de posición

2.4.1 – Seguimiento de consignas de movimiento con perfil trapezoidal de posición

Al modelo NL completo se le da una consigna de posición con forma trapezoidal con valor de 0 en los primeros 5s, luego un aumento lineal hasta 2π en otros 5s, luego se mantiene ese valor por 5s, para luego disminuir hasta cero en forma lineal por 5s y finalmente mantener ese valor en 5s. Esto se puede observar en la figura 54.

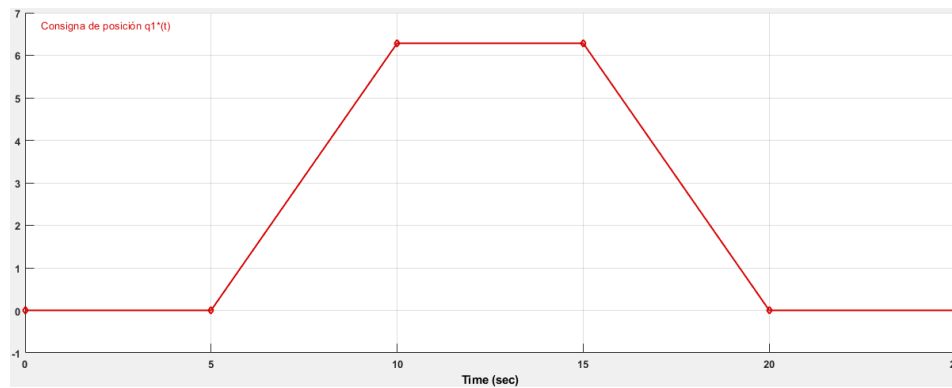


Figura 54. Consigna de posición $q1^*(t)$

Pero como se tiene una caja reductora con relación de transmisión de r , se debe tener este valor en cuenta para que el modelo se comporte de la forma deseada, por ello la consigna de posición del motor tendrá una forma trapezoidal, pero con una amplitud mayor debido al valor de r como se muestra en la figura 55.

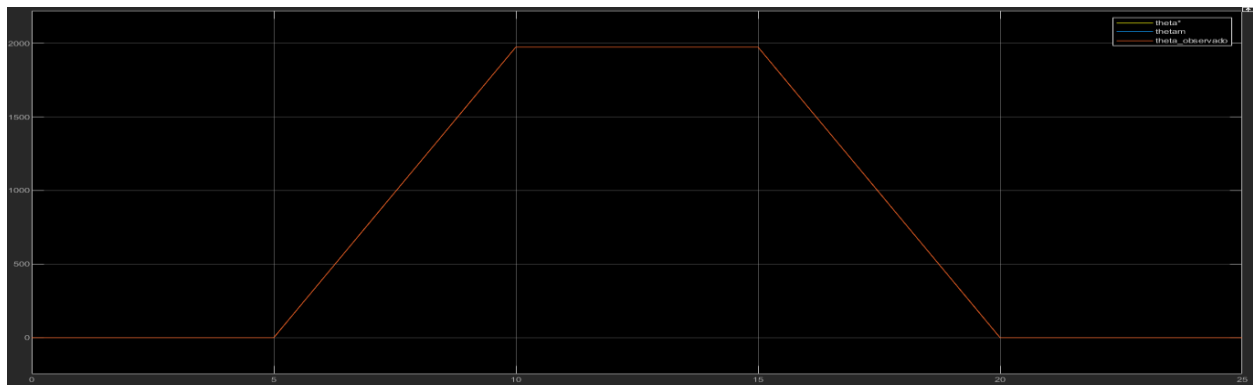


Figura 55. Consigna de posición $\theta^*(t)$

En la figura se observa que tanto la posición angular de consigna, la observada y la de salida del sistema son muy similares, pero al ver los puntos donde se tiene un cambio del valor de la posición de una forma repentina (ángulos del trapecio) se tienen unas pequeñas oscilaciones como se observa en las figuras 56, 57, 58 y 59.

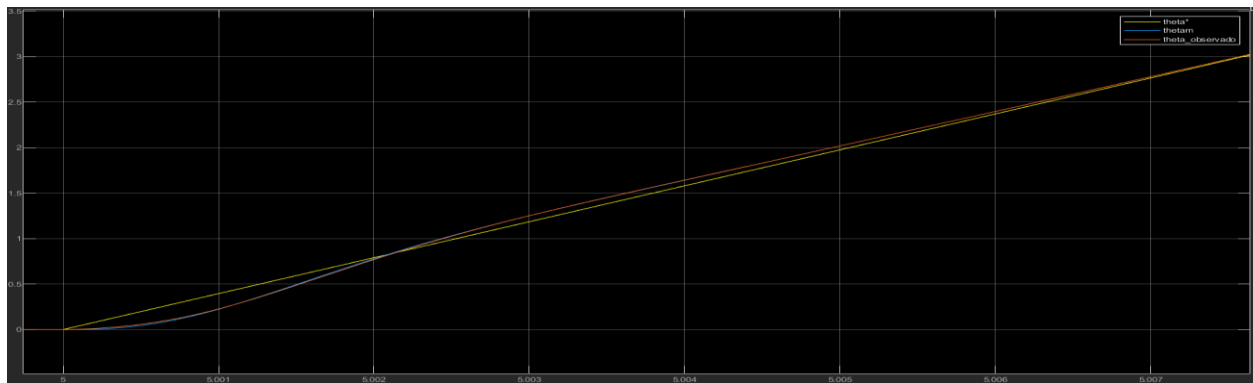


Figura 56. Oscilaciones de θ_{am} y $\theta_{observado}$ alrededor de la consigna de posición en $t=5s$

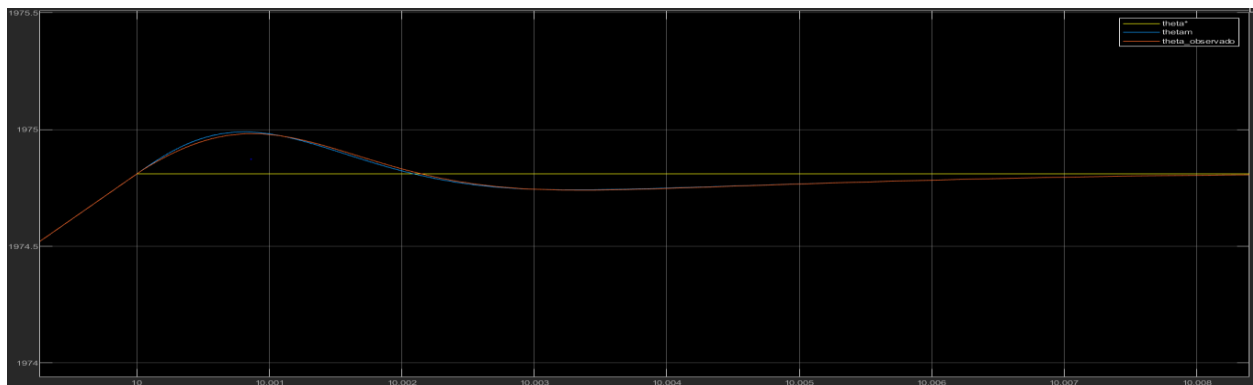


Figura 57. Oscilaciones de θ_{am} y $\theta_{observado}$ alrededor de la consigna de posición en $t=10s$

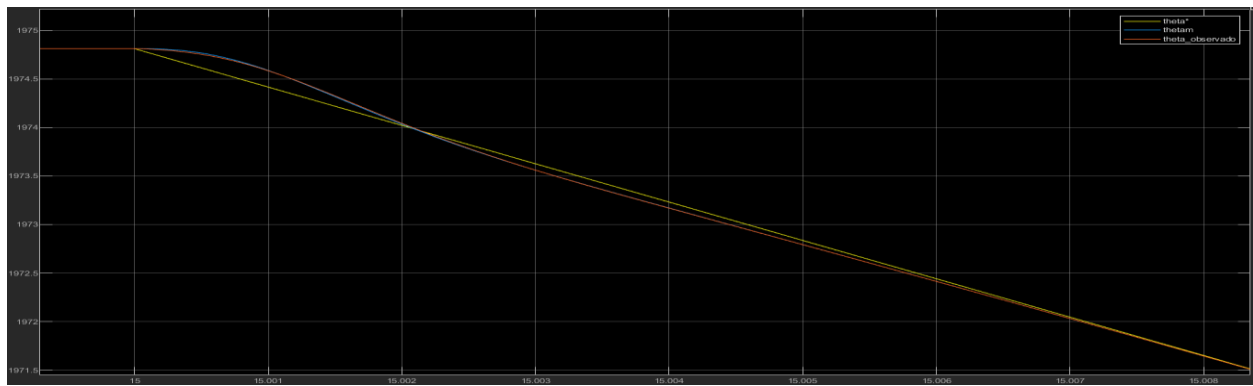


Figura 58. Oscilaciones de θ_m y $\theta_{\text{observado}}$ alrededor de la consigna de posición en $t=15s$

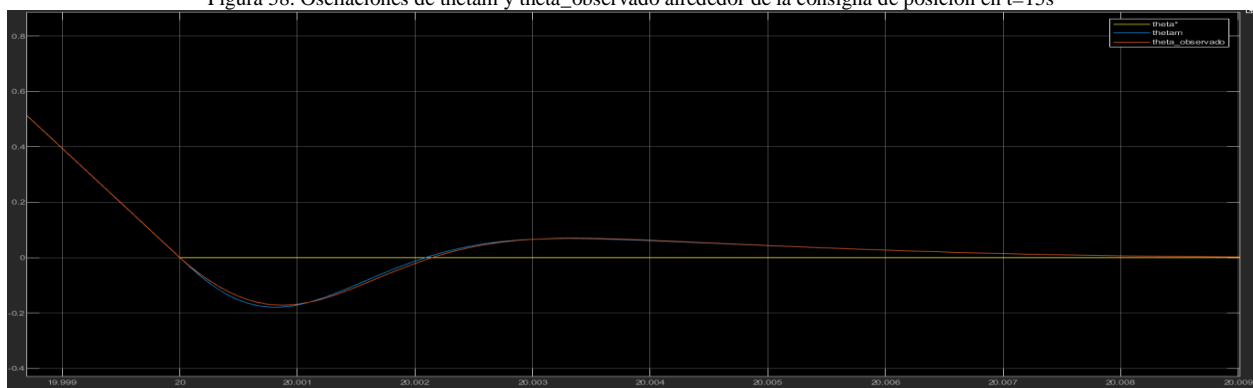


Figura 59. Oscilaciones de θ_m y $\theta_{\text{observado}}$ alrededor de la consigna de posición en $t=20s$

En cuanto a la velocidad angular, se observa en la figura 60 que tiene forma de escalones. Por lo tanto, para llevar a cabo la consigna de posición deseada se necesitará de grandes aceleraciones.

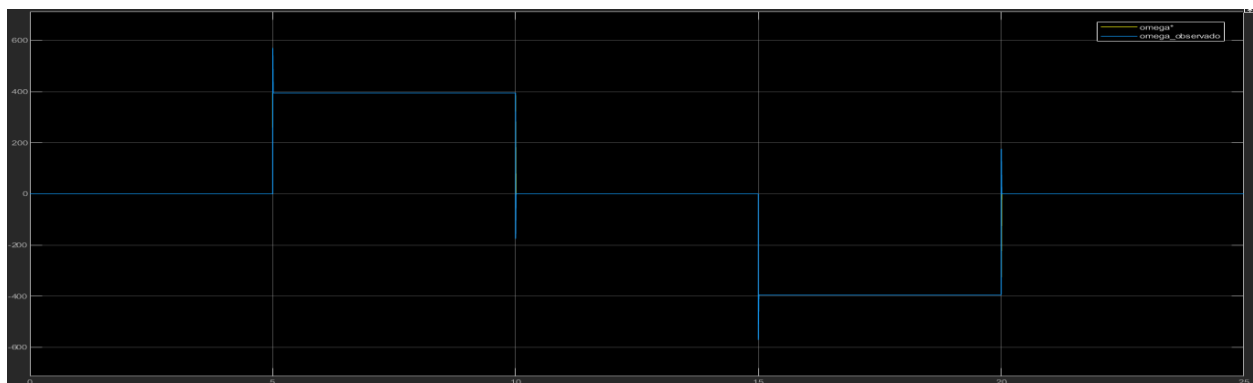


Figura 60. Consigna de velocidad y velocidad obtenida del observador

Comparando la consigna de velocidad con la obtenida del observador se pueden apreciar las oscilaciones de velocidad en cada uno de los escalones en las figuras 61, 62, 63 y 64, hasta que se aproxima al valor de la consigna.

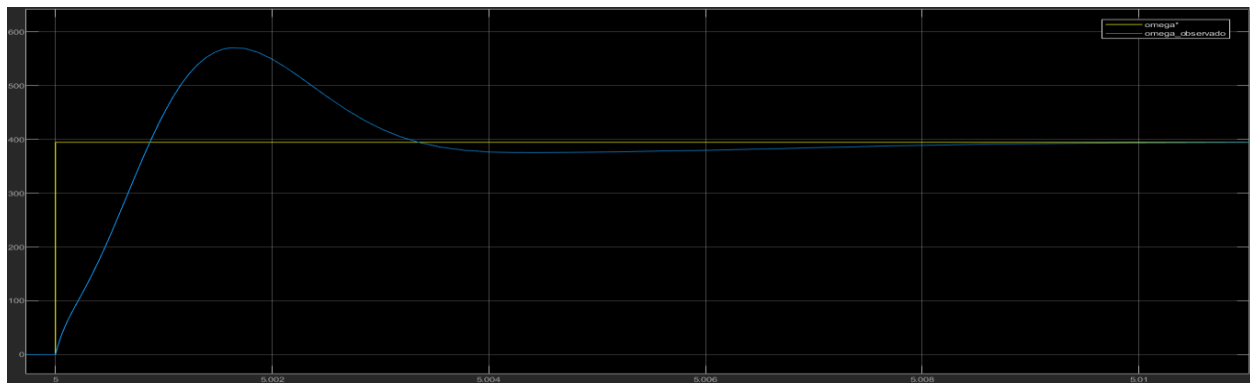


Figura 61. Oscilaciones $\omega_{\text{observado}}$ alrededor de la consigna de velocidad en $t=5\text{s}$

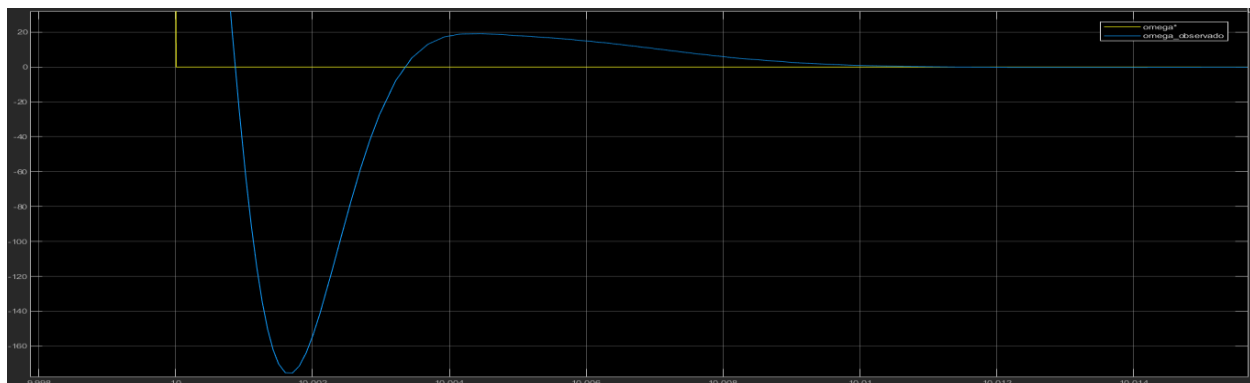


Figura 62. Oscilaciones $\omega_{\text{observado}}$ alrededor de la consigna de velocidad en $t=10\text{s}$

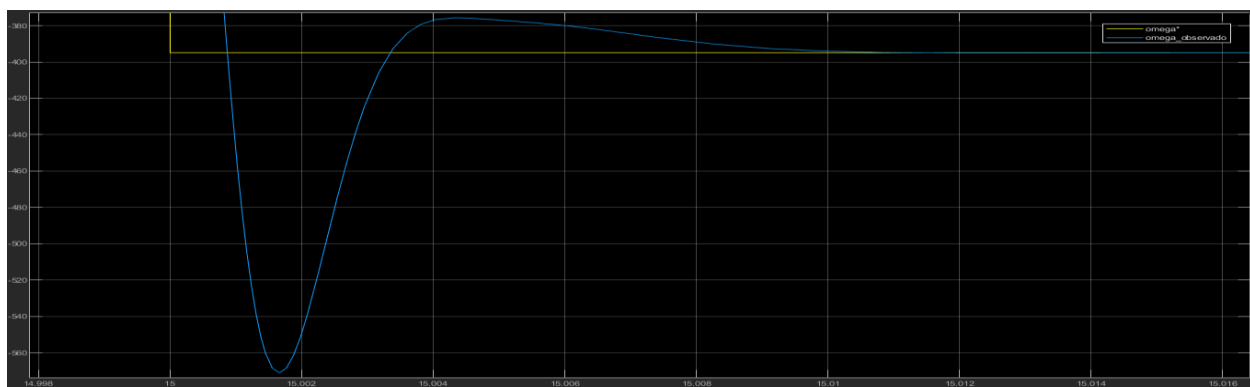


Figura 63. Oscilaciones $\omega_{\text{observado}}$ alrededor de la consigna de velocidad en $t=15\text{s}$

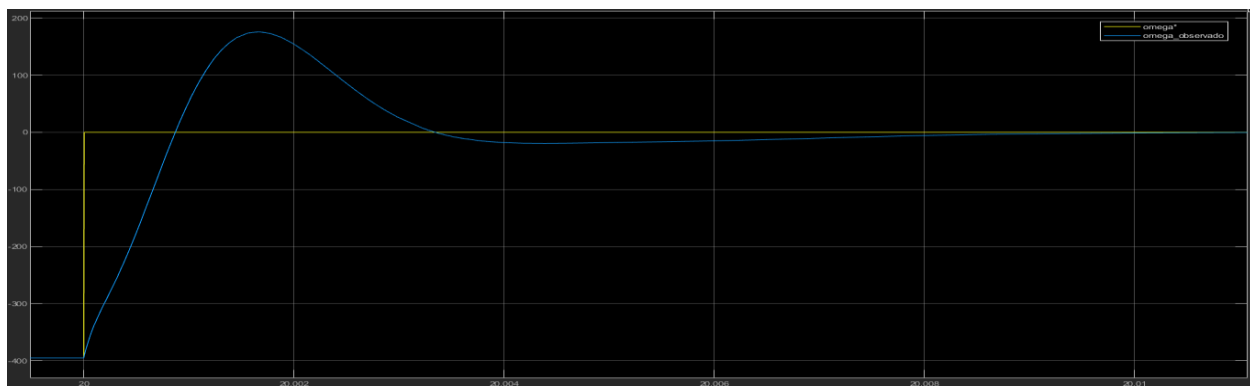


Figura 64. Oscilaciones $\omega_{\text{observado}}$ alrededor de la consigna de velocidad en $t=20\text{s}$

2.4.b – Rechazo a perturbaciones

Como entrada de perturbación se consideró un escalón de torque de carga con el valor máximo de 6,28N.m como se observa en la figura 65.

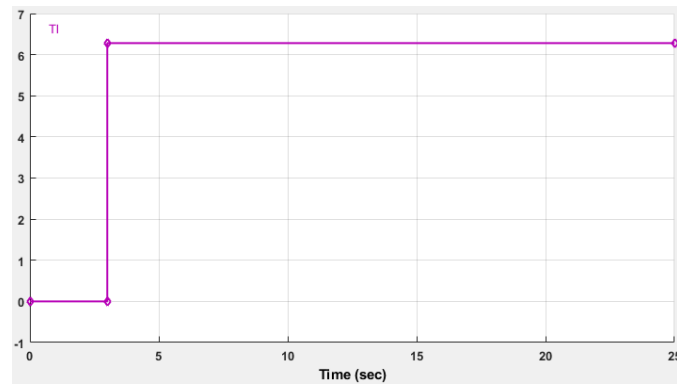


Figura 65. Escalón de torque de carga

Se tendrá un escalón de torque de perturbación donde, tanto la posición angular (figura 66) como la velocidad angular (figura 67), tenderán a rechazar estas perturbaciones. Se observa en la figura 66 que luego del escalón tenemos error de estado estacionario en θ_{tam} . Es decir que el torque motor no es el requerido para poder vencer la entrada de perturbación. Esto se debe a que en el observador no se tiene en cuenta el efecto del torque de perturbación.

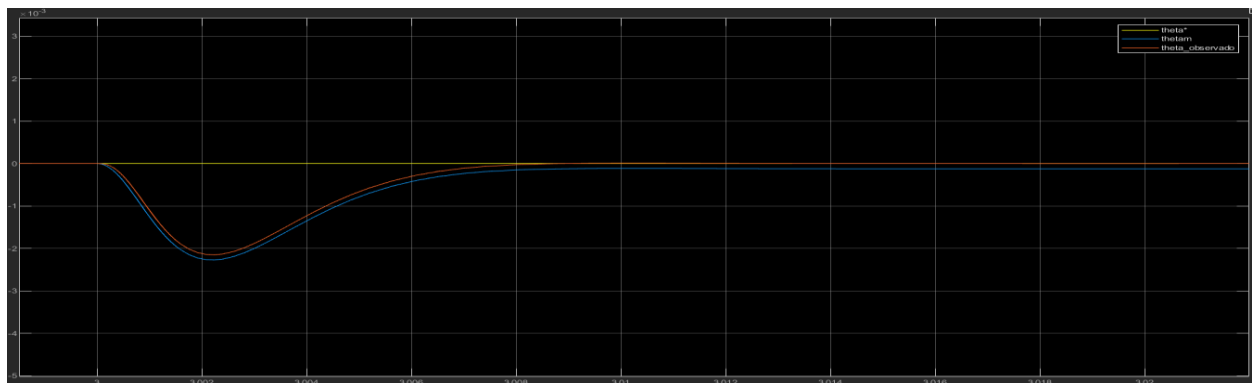


Figura 66. Rechazo a perturbaciones de posición angular

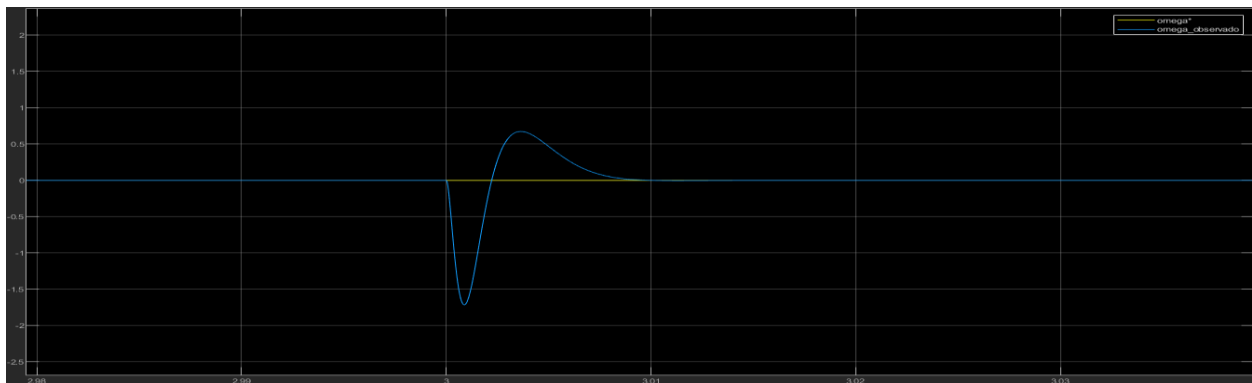


Figura 67. Rechazo a perturbaciones de velocidad angular

2.5 – Verificación de desempeño y/o mejoras

2.5.a – Verificar si se supera/n alguna/s de las Especificaciones de operación

Los valores límites de las distintas variables son:

Velocidad nominal: $\omega_{m\ nom} = 691,15\ rad/s$

Torque límite: $T_{q\ max} = 29,42\ N.m$

Corriente límite: $I_{s\ max} = 2,0\ Aca_{rms}$

Tensión de línea límite: $V_{sl\ max} = V_{sl\ nom} \cdot 0,707 = 33,94\ V$

Tensión de fase límite: $V_{sf\ max} = \frac{V_{sl\ nom}}{\sqrt{3}} \cdot 0,707 = 19,59\ V$

Temperatura máxima de bobinado de estator: $T_{s\ max}^{\circ} = 115^{\circ}C$

En cuanto a la velocidad angular podemos observar en la figura 60 que está por debajo de la nominal, por lo cual no es un problema, pero su forma trae aparejadas grandes aceleraciones.

Al ser tan grandes las aceleraciones afectan al torque de entrada del tren de transmisión (Tq) como se aprecia en la figura 68, por lo tanto, el límite de torque es superado en el momento que la consigna de posición llega a los ángulos del trapecio.

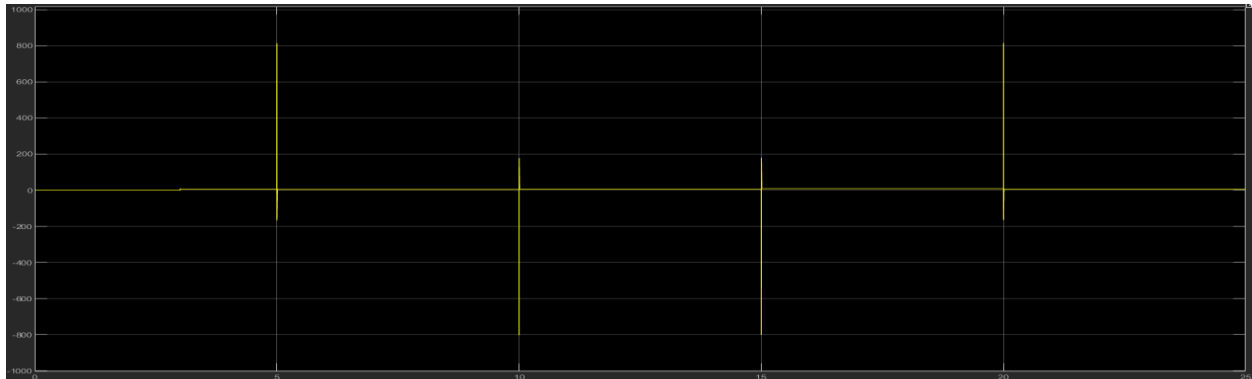


Figura 68. Torque de entrada del tren de transmisión (Tq) con consigna de velocidad cuadrada

En cuanto a las tensiones se observa en la figura 69 que las corrientes llegan a un sobrepico de tensión de aproximadamente 1860V, lo cual supera ampliamente el valor límite.

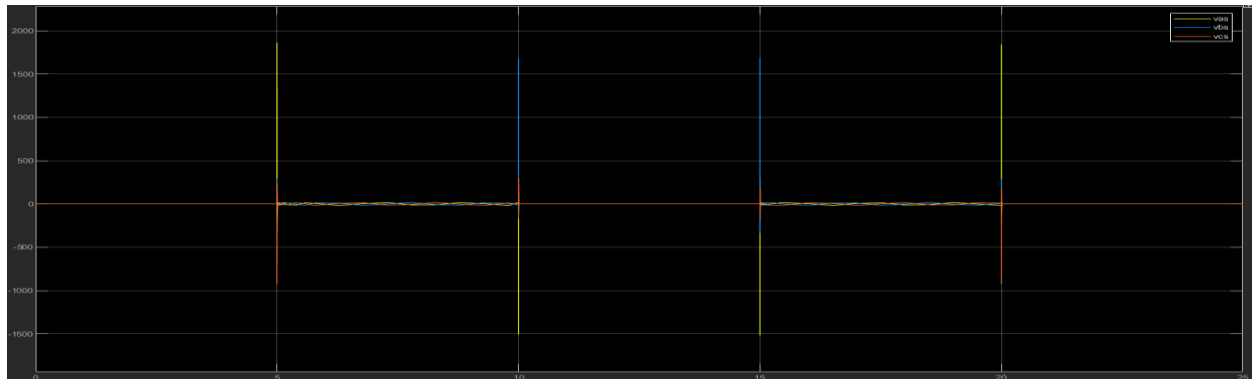


Figura 69. Tensiones de estator en coordenadas abc con escalón de torque en 3s y consigna de velocidad cuadrada

Al medir las corrientes abc a la salida de los sensores se puede observar que en la figura 70 tenemos sobrepicos de corriente de aproximadamente 48,9 A en cada uno de los ángulos de la consigna de posición, por lo cual supera el valor límite de corriente.

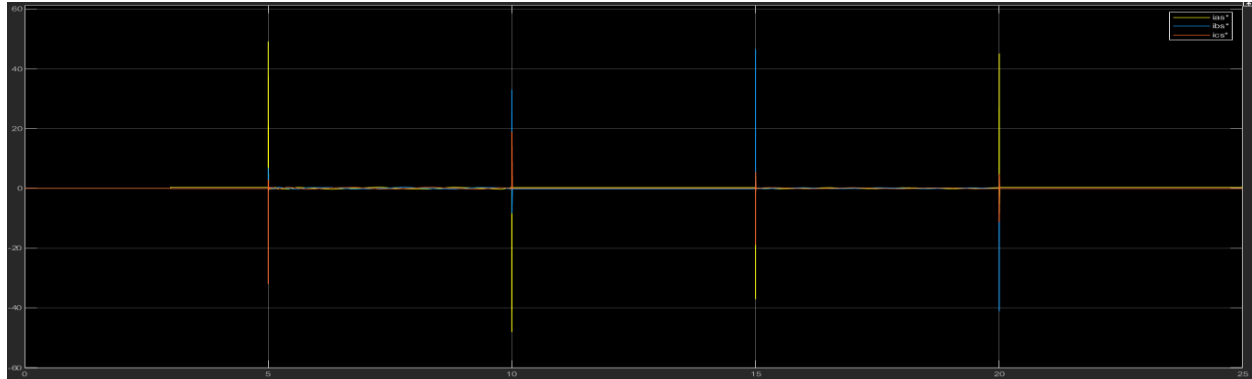


Figura 70. Corrientes de estator en coordenadas abc con escalón de torque en 3s y consigna de velocidad cuadrada

Finalmente, al observar la temperatura (figura 71), se aprecia que aumenta de forma escalonada debido a las grandes exigencias que tendrá por los aumentos repentinos de las corrientes.



Figura 71. Temperatura con escalón de torque en 3s y consigna de velocidad cuadrada

A pesar de estos problemas, en todos los casos solo se producen en los ángulos de la consigna de posición, mientras que el resto del tiempo el sistema de comporta de forma adecuada. Por lo cual, la principal prioridad será suavizar la consigna de posición en esos puntos. Para hacer esto, se realizará una consigna de velocidad con forma trapezoidal con una parte positiva y otra negativa en lugar de una con forma cuadrada, ya que al integrarla queda una consigna trapezoidal de posición angular con los cambios de posición suavizados.

Anteriormente la velocidad angular era de 394,962 rad/s, mientras que su valor nominal es de 691.15 rad/s, por lo cual estaba a un 57.12% de su valor nominal de trabajo. Se deberá plantear una velocidad angular mayor para que se pueda realizar una forma trapezoidal de la misma, por lo que se van a realizar las áreas para que el desplazamiento angular no varíe, ya que al ser la integral es el área por debajo de la curva. Se probó que con una velocidad igual a su valor nominal, se cumplían todas las condiciones excepto la de las tensiones de estator máximas. Del mismo modo se probó con otra velocidad angular del 80% del valor nominal, pero seguía superando estas tensiones. Por lo tanto, se probó con una velocidad angular de 400 rad/s y se observó que con esta no se superaba las tensiones máximas.

El procedimiento para calcular la forma de estos trapecios de velocidad fue igualar las áreas en el caso de que sea cuadrada con el área del trapecio correspondiente. Se debe tener en cuenta que se trata de un trapecio por encima de abscisas y otro por debajo como en el caso de los cuadrados. Esto en forma matemática dio lo siguiente:

$$A_{\text{cuadrado}} = \omega_1 \cdot t_B = 394,962 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 5\text{s} = 1974,81 \text{ rad}$$

$$A_{\text{trapecio}} = \frac{t_B + t_b}{2} \cdot \omega_2 = \frac{5\text{s} + t_b}{2} \cdot 400 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$A_{cuadrado} = A_{trapecio}$$

$$1974,81 \text{ rad} = \frac{5s + t_b}{2} \cdot 400 \frac{\text{rad}}{s}$$

$$t_b = \frac{1974,81 \text{ rad}}{400 \frac{\text{rad}}{s}} \cdot 2 - 5s = 4,874s$$

Se obtuvo el tiempo que debe permanecer en 400 rad/s. Ahora se calcularán los tiempos que tardará de llegar a ese valor:

$$t_c = \frac{5 - t_b}{2} = 0.063s$$

La consigna de velocidad obtenida se puede observar en la figura 72 y al integrarla se obtiene la consigna de posición con los ángulos suavizados (figura 73).



Figura 72. Consigna de velocidad angular trapezoidal

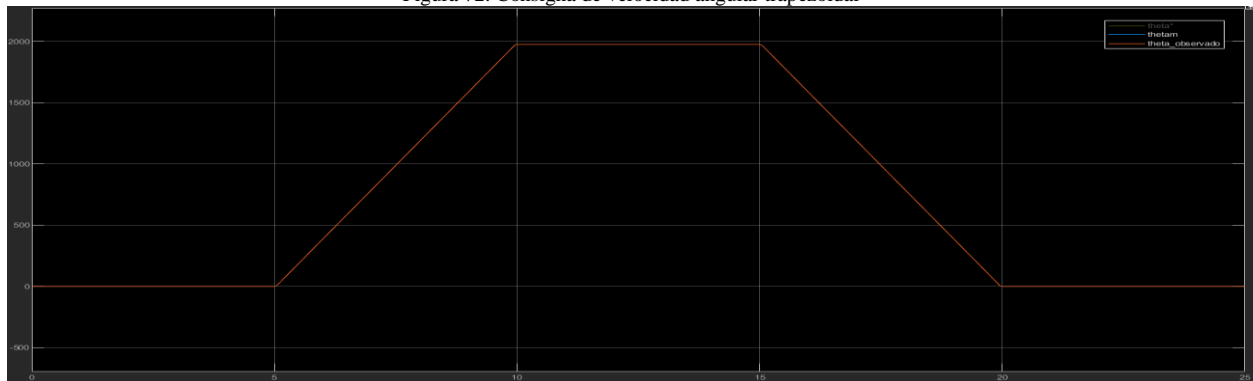


Figura 73. Consigna de posición con forma trapezoidal suavizado en los ángulos

Entonces ahora se usará una consigna de velocidad, por lo que el modelo en diagrama de bloques queda como en la figura 74.

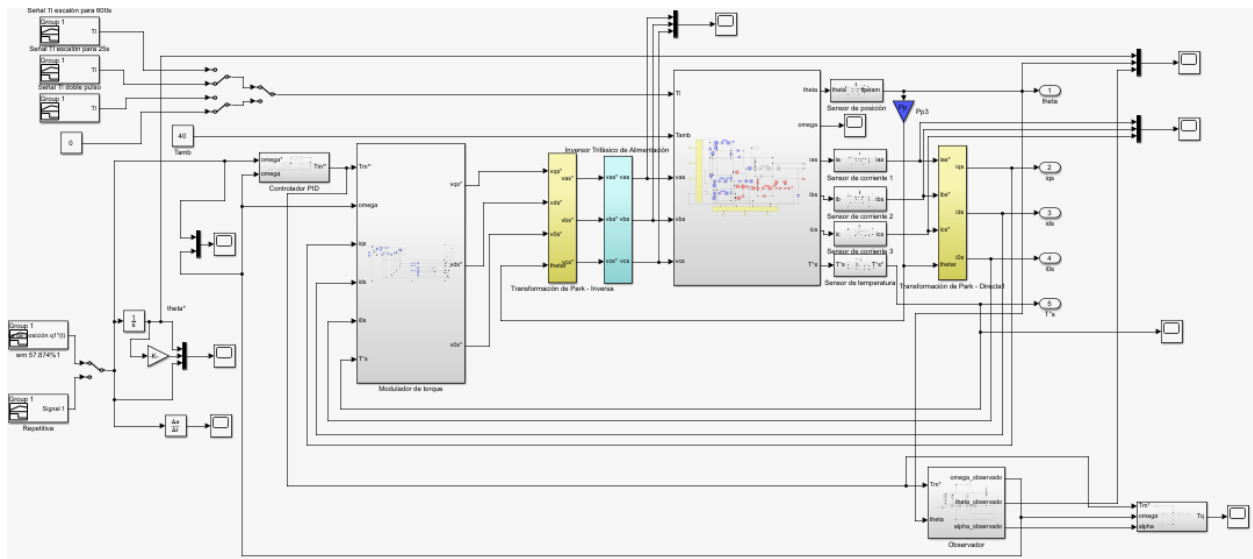


Figura 74. Modelo global NL con consigna de velocidad

Las demás variables del sistema quedan por debajo de sus valores máximos como se observa en las figuras 75, 76, 77, 78 y 79.

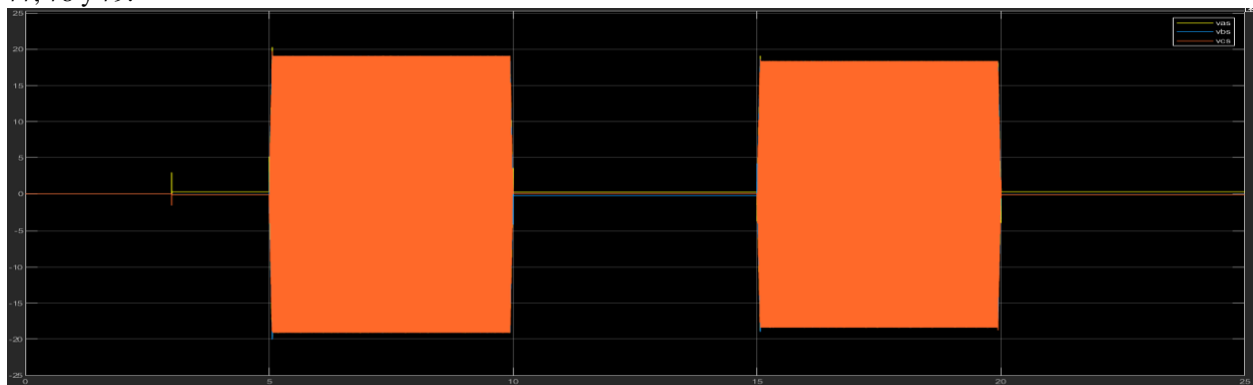


Figura 75. Tensiones de estator en coordenadas abc con escalón de torque en 3s y consigna de velocidad trapezoidal

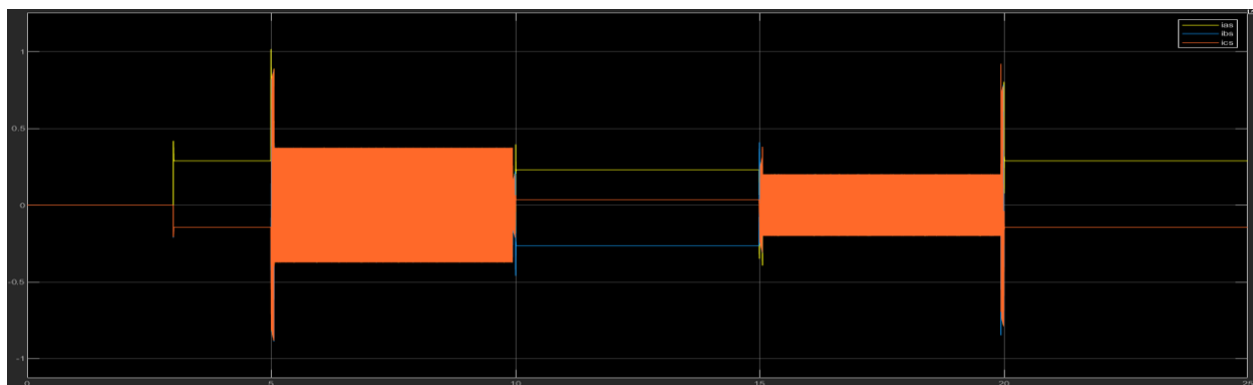


Figura 76. Corrientes de estator en coordenadas abc con escalón de torque en 3s y consigna de velocidad trapezoidal

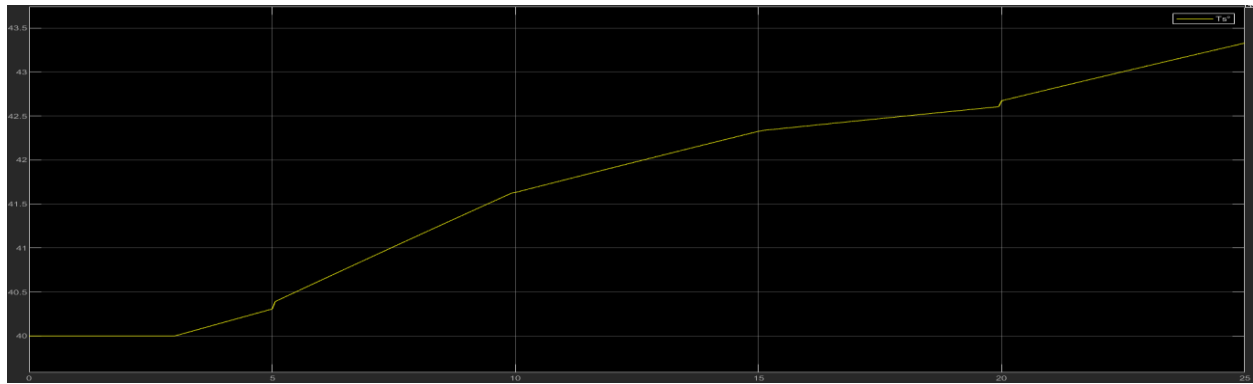


Figura 77. Temperatura con escalón de torque en 3s y consigna de velocidad trapezoidal

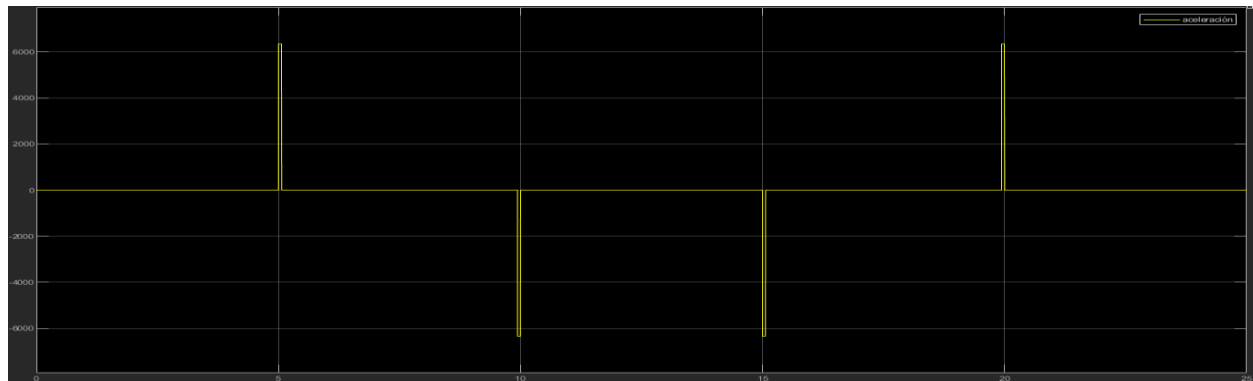


Figura 78. Aceleración angular con consigna de velocidad trapezoidal

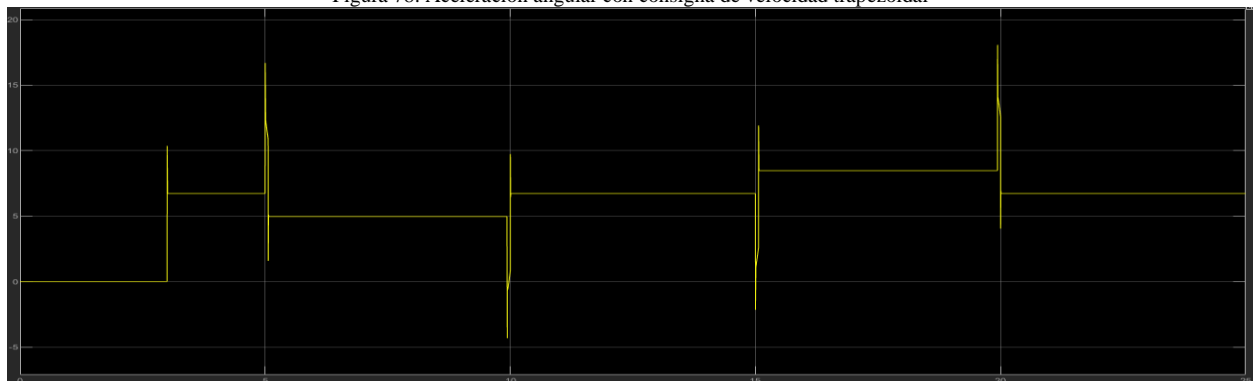


Figura 79. Torque de entrada del tren de transmisión (Tq) con consigna de velocidad trapezoidal

2.5.b - Observador: Verificar si existe error de estimación de régimen permanente distinto de cero ante perturbaciones de carga

Para corregir el error de estado estacionario en el observador es necesario aplicarle una acción integral. Al incluir una nueva ganancia, el observador va a tener un polinomio característico de orden 3, entonces se deberá calcular un polo más, por lo que se deberá volver a hacer la asignación de polos para ubicar los tres polos en el mismo lugar del eje real negativo. De este modo se puede rechazar en el observador perturbaciones constantes. Recordando de donde se toma el torque motor el torque de carga está desacoplado, las ecuaciones quedan de la siguiente manera:

Se citan las Ec. 5.5.1 y Ec. 5.5.2, añadiendo acción integral

$$\ddot{\tilde{\theta}}_m(t) \equiv \ddot{\omega}_m(t) + K_{e\theta}(\theta_m(t) - \tilde{\theta}_m(t)) \quad (Ec. 5.5.1)$$

$$\dot{\tilde{\omega}}_m(t) = \frac{1}{(J_m + J_{l\frac{1}{r^2}})} T_m^*(t) + K_{e\omega}(\theta_m(t) - \tilde{\theta}_m(t)) + K_{ei} \cdot \int (\theta_m(t) - \tilde{\theta}_m(t)) dt \quad (Ec. 5.5.3)$$

Aplicando transformada de Laplace a Ec. 5.5.1 y Ec. 5.5.3:

$$s \cdot \tilde{\Theta}_m(s) \equiv \tilde{\Omega}_m(s) + K_{e\theta}(\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s)) \quad (Ec. 5.5.1.1)$$

$$s \cdot \tilde{\Omega}_m(s) = \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} T_m^{*'}(s) + K_{e\omega}(\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s)) + \frac{1}{s} \cdot K_{ei} \cdot (\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s)) \quad (Ec. 5.5.3.1)$$

Se reemplaza la Ec. 5.5.3.1 en la Ec. 5.5.1.1:

$$s \cdot \tilde{\Theta}_m(s) \equiv \frac{1}{s} \cdot \left[\frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} T_m^{*'}(s) + K_{e\omega}(\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s)) + \frac{1}{s} \cdot K_{ei} \cdot (\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s)) \right] + K_{e\theta}(\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s))$$

Se multiplican ambos miembros por s^2 :

$$s^3 \cdot \tilde{\Theta}_m(s) \equiv s \cdot \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} T_m^{*'}(s) + s \cdot K_{e\omega}(\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s)) + K_{ei} \cdot (\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s)) + s^2 \cdot K_{e\theta}(\Theta_m(s) - \tilde{\Theta}_m(s))$$

Reordenando:

$$s^3 \cdot \tilde{\Theta}_m(s) \equiv s \cdot \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} T_m^{*'}(s) + s \cdot K_{e\omega} \cdot \Theta_m(s) - s \cdot K_{e\omega} \cdot \tilde{\Theta}_m(s) + K_{ei} \cdot \Theta_m(s) - K_{ei} \cdot \tilde{\Theta}_m(s) + s^2 \cdot K_{e\theta} \cdot \Theta_m(s) - s^2 \cdot K_{e\theta} \cdot \tilde{\Theta}_m(s)$$

$$s^3 \cdot \tilde{\Theta}_m(s) + s^2 \cdot K_{e\theta} \cdot \tilde{\Theta}_m(s) + s \cdot K_{e\omega} \cdot \tilde{\Theta}_m(s) + K_{ei} \cdot \tilde{\Theta}_m(s) \equiv s \cdot \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} T_m^{*'}(s) + s \cdot K_{e\omega} \cdot \Theta_m(s) + K_{ei} \cdot \Theta_m(s) + s^2 \cdot K_{e\theta} \cdot \Theta_m(s)$$

$$(s^3 + s^2 \cdot K_{e\theta} + s \cdot K_{e\omega} + K_{ei}) \cdot \tilde{\Theta}_m(s) \equiv s \cdot \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})} T_m^{*'}(s) + (s^2 \cdot K_{e\theta} + s \cdot K_{e\omega} + K_{ei}) \cdot \Theta_m(s)$$

$$\tilde{\Theta}_m(s) \equiv \frac{s \cdot \frac{1}{(J_m + J_l \cdot \frac{1}{r^2})}}{s^3 + s^2 \cdot K_{e\theta} + s \cdot K_{e\omega} + K_{ei}} T_m^{*'}(s) + \frac{s^2 \cdot K_{e\theta} + s \cdot K_{e\omega} + K_{ei}}{s^3 + s^2 \cdot K_{e\theta} + s \cdot K_{e\omega} + K_{ei}} \cdot \Theta_m(s) \quad (Ec. 5.5.4)$$

Usando los valores de la consigna 2.3, se quiere ubicar los dos polos del observador en -3200 rad/s:

$$p_{1,2,3}(s) = (s + 3200)^2 = s^3 + 9600 \cdot s^2 + 30,72 \times 10^7 \cdot s + 3,2768 \times 10^{10}$$

Igualando miembro a miembro con el denominador de la funciones de transferencia se obtienen los valores de $K_{e\theta}$, $K_{e\omega}$, K_{ei} :

$$K_{e\theta} = 9600$$

$$K_{e\omega} = 3,072 \times 10^7$$

$$K_{ei} = 3,2768 \times 10^{10}$$

El diagrama en bloques del observador quedará como en la figura 80.

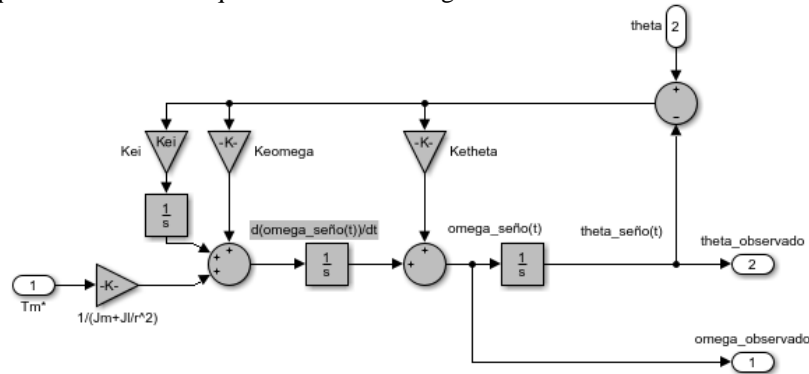


Figura 80. Observador de estado con acción integral

El observador ya no tendrá error de estado estacionario ante cargas en escalón como se observa en la figura 81. Comparando la figura 66 con la figura 82, puede apreciarse que el error de régimen permanente en la posición de angular cuando se tenía un torque de carga ya no existe.

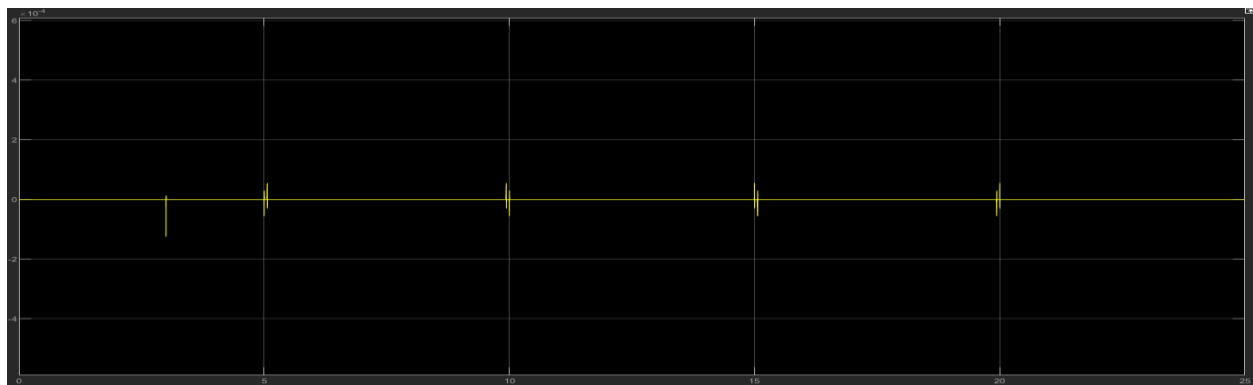


Figura 81. Error de estimación luego de agregar acción integral al observador

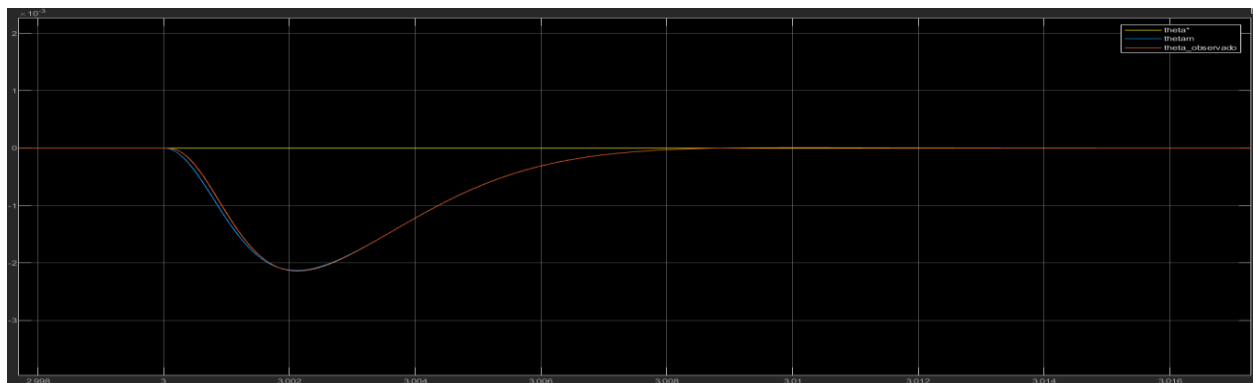


Figura 82. Posición angular luego de agregar acción integral al observador

2.5.c - Comportamiento térmico del motor para operación continua repetitiva

Una vez realizadas las mejoras se evalúa el comportamiento térmico luego de 10min de trabajo, es decir 24 ciclos de 25s. Se usa el torque de carga de la consigna 1.6.a de doble pulso. Se observa en la figura 83 que la temperatura aumenta más con los primeros ciclos de trabajo, pero luego tiene a aumentar cada vez menos comportándose de forma asintótica. La temperatura alcanzada luego de estos ciclos es menor a 41.32°C por lo que está lejos de la temperatura máxima de trabajo.

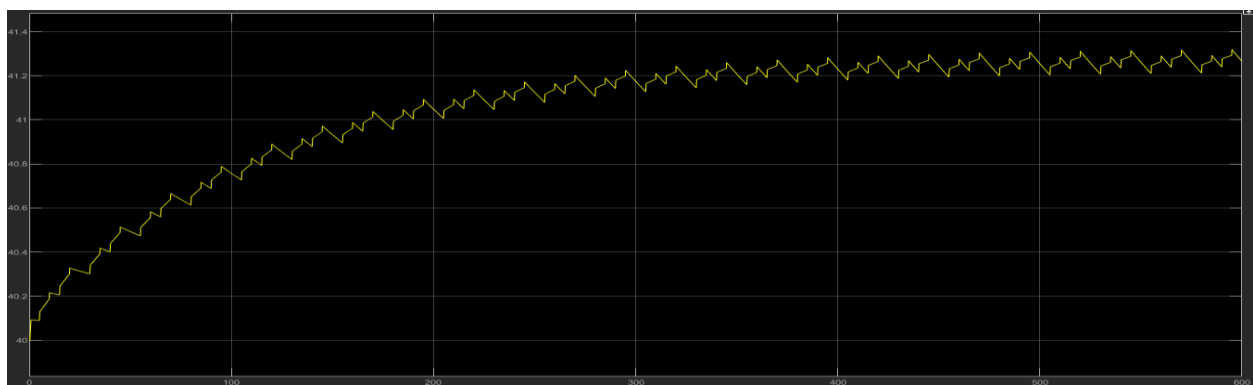


Figura 83. Temperatura luego de 24 ciclos

Si le damos un escalón de carga de 6.28 N.m a los 3 segundos y lo mantenemos en el tiempo el comportamiento de la temperatura sigue siendo como en el caso anterior solo que aumentará un poco más como se aprecia en la figura 84.

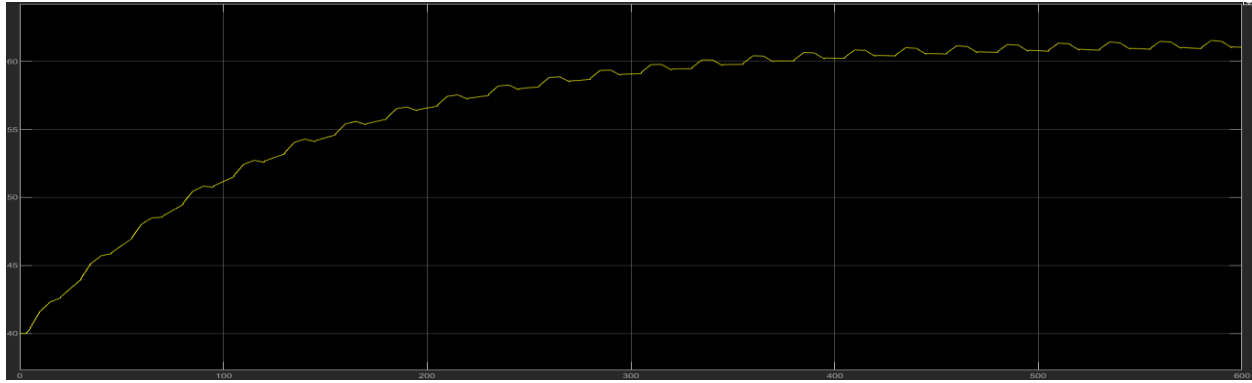


Figura 84. Temperatura luego de 24 ciclos con escalón

2.5.d - Considera la respuesta no ideal (ancho de banda limitado) de los sensores y acondicionadores de señal

Los sensores serán representados en su realización canónica controlable para considerar que podrían tener condiciones iniciales, ya que si se usara el bloque de función de Matlab no se podría y esto no servirá para la simulación. Seguirá siendo un sistema SISO.

Teniendo en cuenta que los sensores no tienen banda de ancho infinito, se analiza la función de transferencia de estos como un filtro pasa bajo de 2° orden (es decir, atenúa las altas frecuencias), se observa su forma general y luego el caso específico de cada uno a partir de su función de transferencia:

$$G_{2do} = b_0 + \frac{b'_1 \cdot s + b'_2}{s^2 + a_1 \cdot s + a_2}$$

Eligiendo una variable auxiliar ξ :

$$\xi(s) = \frac{1}{a(s)} \cdot U(s) = \frac{1}{s^2 + a_1 \cdot s + a_2} \cdot U(s) \rightarrow [s^2 + a_1 \cdot s + a_2] \cdot \xi(s) = U(s)$$

Antitransformando y reordenando:

$$\ddot{\xi}(t) + a_1 \cdot \dot{\xi}(t) + a_2 \xi(t) = u(t)$$

$$\ddot{\xi}(t) = -a_1 \cdot \dot{\xi}(t) - a_2 \xi(t) + u(t)$$

Para la salida se despeja de la función de transferencia se reemplaza zitta y se antitransforma:

$$Y(s) = b_0 \cdot U(s) + \frac{b'(s)}{a(s)} \cdot U(s)$$

$$Y(s) = b_0 \cdot U(s) + b'(s) \cdot \xi(s)$$

$$y(t) = b_0 \cdot u(t) + b'_1 \cdot \dot{\xi}(t) + b'_2 \cdot \xi(t)$$

Reemplazando en ambas $\ddot{\xi}(t) = \dot{x}_2(t)$, $\dot{\xi}(t) = x_2(t)$, $\xi(t) = x_1(t)$:

$$\dot{x}_1(t) = x_2(t)$$

$$\dot{x}_2(t) = -a_1 \cdot x_2(t) - a_2 \cdot x_1(t) + u(t)$$

$$y(t) = b'_2 \cdot x_1(t) + b'_1 \cdot x_2(t) + b_0 \cdot u(t)$$

Expresado en forma matricial:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix} \cdot x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u(t)$$

$$y(t) = [b'_2 \quad b'_1] \cdot x(t) + [b_0] \cdot u(t)$$

Donde:

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}; A_c = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_2 & -a_1 \end{bmatrix}; B_c = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; C_c = [b'_2 \quad b'_1]; D = [b_0]$$

Se tuvieron problemas al momento de controlar con los sensores y acondicionadores de señal considerando una respuesta no ideal. El ancho de banda del sensor de posición $\omega_{n\theta s} = 2000 \frac{rad}{s}$ no era suficiente para el control de nuestro accionamiento por lo cual se incrementó 3 veces el ancho de banda de este sensor, entonces:

$$\omega_{n\theta s} = 6000 \frac{rad}{s}$$

Lo mismo para el sensor de corriente:

$$\omega_{n i s} = 18000 \frac{rad}{s}$$

- Para el sensor de posición:

$$G_{\theta s}(s) = \frac{6000^2}{s^2 + 12000s + 6000^2}$$

Por lo cual:

$$a_1 = 2 \cdot \xi \cdot \omega = 12000; a_2 = \omega^2 = 6000^2 = 36 \times 10^6; b'_2 = 6000^2 = 36 \times 10^6; b'_1 = 0; b_0 = 0$$

En forma matricial queda:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -36 \times 10^6 & -12000 \end{bmatrix} \cdot x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u(t)$$

$$y(t) = [36 \times 10^6 \quad 0] \cdot x(t)$$

La representación en diagramas de bloques quedaría como la figura 85.

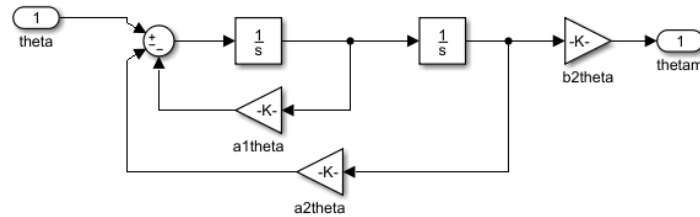


Figura 85. Forma canónica controlable sensor de posición

- Para el sensor de corriente:

$$G_{\theta s}(s) = \frac{18000^2}{s^2 + 36000s + 18000^2}$$

Por lo cual:

$$a_1 = 2 \cdot \xi \cdot \omega = 36000; \quad a_2 = \omega^2 = 18000^2 = 324 \times 10^6; \quad b'_2 = 18000^2 = 324 \times 10^6; \quad b'_1 = 0; \quad b_0 = 0$$

En forma matricial queda:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -324 \times 10^6 & -36000 \end{bmatrix} \cdot x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \cdot u(t)$$

$$y(t) = [324 \times 10^6 \quad 0] \cdot x(t)$$

La representación en diagramas de bloques quedaría como en la figura 86.

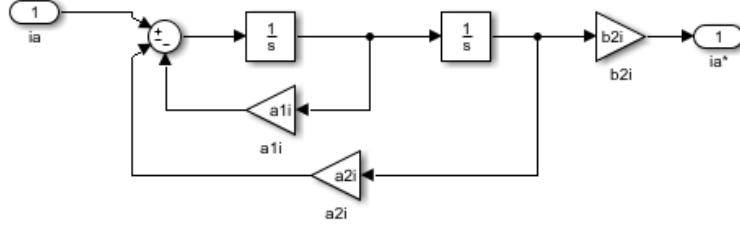


Figura 86. Forma canónica controlable sensor de corriente

Para una función de transferencia con un denominador de 1er orden nos queda:

$$G_{1er} = b_0 + \frac{b'_1}{s + a_1}$$

Eliendo una variable auxiliar ξ :

$$\xi(s) = \frac{1}{a(s)} \cdot U(s) = \frac{1}{s + a_1} \cdot U(s) \rightarrow [s + a_1] \cdot \xi(s) = U(s)$$

Antitransformando y reordenando:

$$\dot{\xi}(t) + a_1 \xi(t) = u(t)$$

$$\dot{\xi}(t) = -a_1 \xi(t) + u(t)$$

Para la salida se despeja de la función de transferencia se reemplaza zitta y se antitransforma:

$$Y(s) = b_0 \cdot U(s) + \frac{b'(s)}{a(s)} \cdot U(s)$$

$$Y(s) = b_0 \cdot U(s) + b'(s) \cdot \xi(s)$$

$$y(t) = b_0 \cdot u(t) + b'_1 \cdot \xi(t)$$

Reemplazando en ambas $\dot{\xi}(t) = \dot{x}_1(t)$, $\xi(t) = x_1(t)$:

$$\dot{x}_1(t) = -a_1 x_1(t) + u(t)$$

$$y(t) = b'_1 \cdot x_1(t) + b_0 \cdot u(t)$$

- Para el sensor térmico:

$$G_{Ts}(s) = \frac{\frac{1}{20}}{s + \frac{1}{20}}$$

Por lo cual:

$$a_1 = \frac{1}{p} = 0,05; \quad b'_1 = 0,05; \quad b_0 = 0$$

En forma algebraica quedaría:

$$\dot{x}_1(t) = -0,05 \cdot x_1(t) + u(t)$$

$$y(t) = 0,05x_1(t)$$

La representación en diagramas de bloques quedaría como la figura 87.

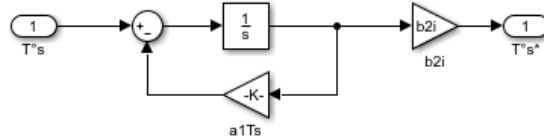


Figura 87. Forma canónica controlable sensor de temperatura

Comparando los 3 polos de los sensores (figura 88):

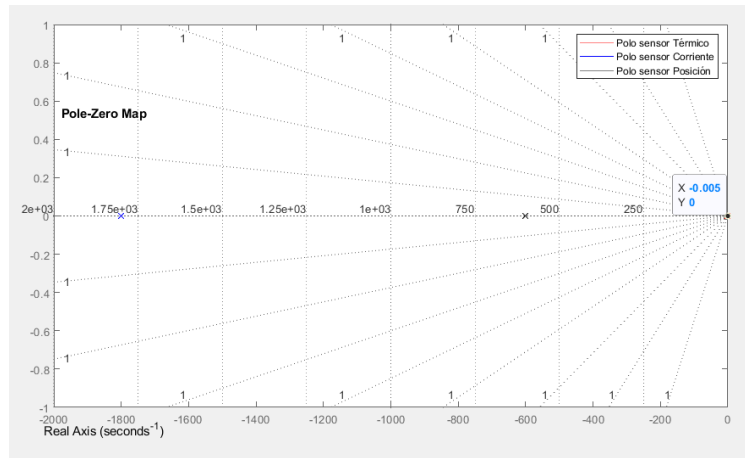


Figura 88. Comparación de polos de los tres sensores

Se redujo el valor de los polos en el eje x en 10 para poder apreciar los valores de los 3 polos.

A continuación, se mostrarán simulaciones considerando los sensores de esta forma y se verá el efecto que se tiene al no tener un ancho de banda infinito en la señal de salida para cada uno de los casos.

El sensor de posición como filtro de segundo orden mantiene una forma muy similar a la salida con respecto a la entrada, teniendo un pequeño retraso, mientras la consigna de posición se está incrementando como se observa en la figura 89 y coincidiendo con la consigna cuando esta se mantiene constante.



Figura 89. Comparación entrada y salida del sensor de posición como filtro de segundo orden

Para el sensor de corriente se tiene también un delay en respuesta, además el valor obtenido en un pico es menor en el sensor de corriente como filtro de segundo orden que en el caso ideal como indica la figura 90.

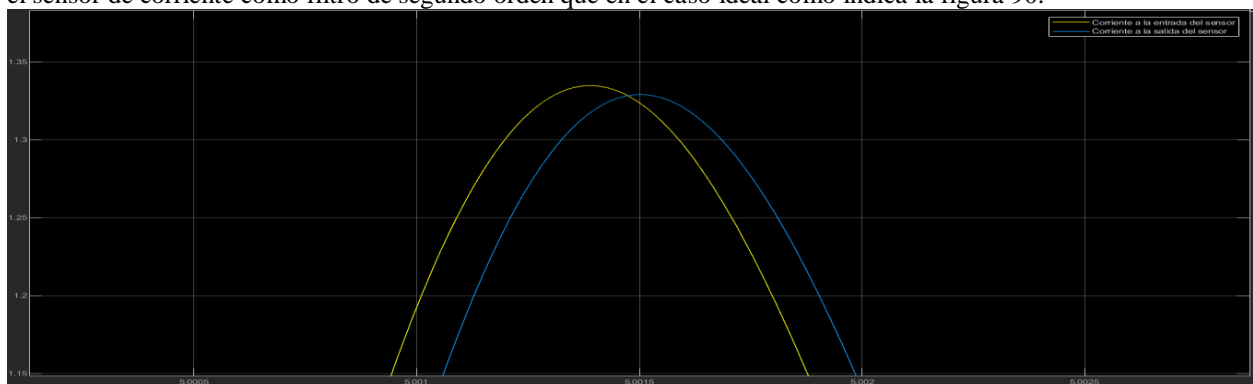


Figura 90. Comparación entrada y salida del sensor de corriente como filtro de segundo orden

En el caso de la temperatura se tuvo la mayor diferencia (figura 91), ya que la constante de tiempo es muy grande y su respuesta es más lenta. Pero estas diferencias son despreciables en cuanto a su influencia en el control.

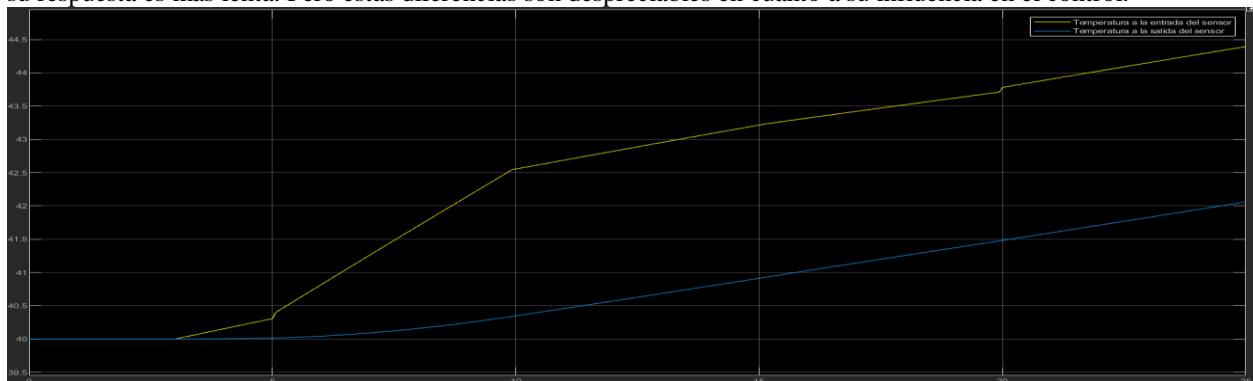


Figura 91. Comparación entrada y salida del sensor de temperatura como filtro de primer orden

CONCLUSIONES

En el presente trabajo se pudo estudiar la diferencia del sistema a lazo abierto y lazo cerrado. Se llegó al modelo matemático de cada uno de ellos con su respectivo diagrama de bloques y simulación. En las simulaciones obtenidas se pudo apreciar que el sistema sigue correctamente las consignas de posición dadas sin superar ninguna especificación de operación, siempre y cuando las consignas sean perfiles suaves para evitar formar picos de corriente.

Se logró un controlador PID que recibiese consignas de velocidad con éxito, ya que para consignas de posición se analizó que el sistema sería inestable ante diferencias muy grandes entre la consigna y la posición actual, y se logró implementar un observador, el cual se le incorporó una acción integral para rechazo a perturbaciones y así no tener error de estado estacionario, el observador fue capaz de estimar el valor de velocidad mediante un encoder en el eje motor, sin necesidad de usar un sensor físico para este.

El trabajo se realizó exitosamente ya que se lograron resultados satisfactorios y se cumplieron los objetivos deseados por las consignas del proyecto.

REFERENCIAS

- [1] Guía 2021 Proyecto Final de Automática y Máquinas eléctricas
- [2] Apuntes de clase. Año 2018. Profesor: Ingeniero Gabriel L. Julián
- [3] Ingeniería de Control Moderna, 5ta edición, Katsuhiko Ogata, 2010.
- [4] Robust Nonlinear Control Design with Proportional-Integral-Observer Technique
<https://core.ac.uk/download/pdf/33798808.pdf>
- [5] <https://www.mathworks.com/help>