

## Investigação Operacional

LEI / MIEI- UMinho

Trabalho 2 (data de entrega: 03 de maio)

Há situações em que se pretende atribuir serviços a efectuar a clientes distribuídos geograficamente a equipas, de modo a minimizar o custo total da operação, que inclui custos de deslocação e custos fixos de utilização de veículos.

### ESCALONAMENTO DE EQUIPAS (com tempos de serviço fixos)

Seja  $V$  o conjunto de clientes. Cada cliente  $j$ ,  $j \in V$ , tem associada uma hora de início do serviço  $a_j$ . Uma equipa pode efectuar o serviço do cliente  $j$  se, após terminar o serviço de um cliente  $i$ , puder chegar ao cliente  $j$  num instante igual ou anterior a  $a_j$ , i.e.,  $a_i + t_{ij} \leq a_j$ , em que  $t_{ij}$  é o tempo de deslocação entre os clientes  $i$  e  $j$ ,  $\forall i, j \in V$ . Se chegar antes, é necessário esperar pela hora de início do serviço. Vamos considerar que a duração do serviço no cliente é desprezável, com valor nulo, embora a existência de uma duração não fosse difícil de incluir no modelo.

Cada equipa inicia o trabalho às 09:00, na sede da empresa, em Keleirós (K). As horas de serviço dos clientes, em quartos de hora desde o início do período de trabalho ( $\frac{1}{4}h$ ) e em valores de relógio, são as indicadas no seguinte Quadro:

$j$	cliente	$a_j$ ( $\frac{1}{4}$ hora)	$a_j$ (hora do serviço)
1	Ana	$a_1$	depende de ABCDE
2	Beatriz	7	10:45
3	Carlos	4	10:00
4	Diogo	2	09:30
5	Eduardo	10	11:30
6	Francisca	6	10:30
7	Gonçalo	9	11:15
8	Helena	$a_8$	depende de ABCDE
9	Inês	2	09:30
10	José	5	10:15

Os tempos de deslocação  $t_{ij}$ ,  $\forall i, j \in V \cup \{K\}$  (i.e., entre clientes e entre clientes e a sede da empresa, localizada em Keleirós), em  $\frac{1}{4}$  de hora, e os custos de deslocação  $c_{ij}$ ,  $\forall i, j \in V \cup \{K\}$ , incluindo despesas de combustível, portagens, e outras, são os indicados nos seguintes quadros:

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
A	4	1	2	2	3	2	1	0	3	1
B		3	5	3	3	2	3	4	2	5
C			3	2	3	2	0	1	1	2
D				1	3	3	3	2	3	1
E					2	1	2	2	2	2
F						2	3	3	3	4
G							2	2	2	3
H								1	1	1
I									3	2
J										4

tempos de deslocação

	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
A	13	5	6	5	10	7	5	0	7	1
B		11	14	10	8	6	11	13	4	15
C			8	6	10	6	0	5	6	2
D				4	8	8	8	6	11	4
E					6	4	6	5	7	6
F						5	10	10	8	11
G							10	7	5	9
H								5	6	9
I									7	9
J										10

custos de deslocação

Ambas as matrizes são simétricas. A título de exemplo,  $t_{AB} = t_{BA} = 4$ .

O seguinte exemplo ilustra como podem ser atribuídos clientes a uma equipa. Depois de visitar o cliente D, no instante 2 (9:30), a equipa pode fazer a deslocação para a cliente F, o que demora  $\frac{3}{4}$  de hora, para servir a cliente F no instante 6 (10:30). O custo associado a esta deslocação é de 8 U.M.. Cada equipa pode visitar um qualquer número de clientes, porque a carga não constitui uma limitação, como acontece em problemas de distribuição de mercadorias. A título de exemplo, uma equipa pode visitar os clientes D, F e G. O plano dessa equipa seria o seguinte:

$j$	cliente	$a_j$ ( $\frac{1}{4}$ hora)	$a_j$ (hora do serviço)	tempo deslocação	custo deslocação
	Keleirós	0	09:00	[KD]: $\frac{1}{4}$ hora	4
4	Diogo	2	09:30	[DF]: $\frac{3}{4}$ hora	8
6	Francisca	6	10:30	[FG]: $\frac{1}{2}$ hora	5
7	Gonçalo	9	11:15	[GK]: $\frac{3}{4}$ hora	9
	Keleirós	12	12:00		1 <sup>(*)</sup>
custo de operação da equipa					27

Após servir os clientes que lhe foram atribuídos, a equipa regressa novamente à sede. Existe um custo fixo de 1 U.M. associado a cada equipa com serviço, e a parcela indicada por (\*) representa esse custo fixo.

Este problema pode ser resolvido encontrando o fluxo de custo mínimo numa rede que inclui dois vértices para representar a sede da empresa (um deles é usado como ponto de partida e o outro como ponto de chegada) e um *grafo de compatibilidades*, cujos arcos correspondem a deslocações permitidas entre clientes.

Deve aplicar as regras enunciadas de seguida.

### Remoção de clientes e tempos de deslocação dependentes de BCDE

Seja ABCDE o número de inscrição do estudante do grupo com maior número de inscrição.

- fazer  $a_1 = B + 1$ ;
- fazer  $a_8 = C + 1$ ;
- se D par, remover o cliente D;
- se E par, remover o cliente E;

nota: use sempre a numeração dos clientes (vértices) indicada, mesmo depois da remoção de clientes. O solver Relax4 permite que haja vértices num grafo sem arcos incidentes.

### PARTE I

0. Indique o valor de ABCDE, e o grafo de compatibilidades (pode ser um desenho feito à mão e colado como imagem no relatório).
1. Apresente a formulação deste problema e o modelo de problema de fluxos em rede (ver informação no Anexo).
2. Apresente o ficheiro de input submetido ao *software* de optimização em rede (por exemplo, o Relax4) (*cut-and-paste*).

3. Apresente o ficheiro de output produzido pelo programa (*cut-and-paste*).
4. Interprete a solução óptima dada pelo software, e traduza essa solução num plano global, em que, para cada equipa, se listam os serviços que lhe foram atribuídos, com a explicitação dos tempos associados aos serviços e às deslocações; indique também o custo de operação de cada equipa e o custo total.
5. Descreva os procedimentos usados para validar o modelo.
6. Faça *upload* no BlackBoard (ver informação adicional no Anexo) dos ficheiros:
  - ABCDE.pdf, com o relatório do trabalho
  - ABCDE.txt, por exemplo, com o ficheiro de input

## ANEXO

### Objectivo

Os trabalhos práticos experimentais visam desenvolver a capacidade de analisar sistemas complexos, de criar modelos para os descrever, de obter soluções para esses modelos utilizando programas computacionais adequados, de validar os modelos obtidos, de interpretar as soluções obtidas, e de elaborar recomendações para o sistema em análise.

### Apresentação da formulação e do modelo de fluxos em rede

Um dos aspectos mais valorizados é a correcção da apresentação das formulações e dos modelos, que devem ser delineados como se indica de seguida. A apresentação da formulação e do modelo servem para mostrar que o problema do sistema real pode ser formalizado como um problema de fluxos em rede.

Os modelos de fluxos em rede são definidos sobre uma rede, um grafo orientado  $G = (V, A)$ ,  $A \subseteq V \times V$ , e têm restrições de dois tipos: conservação de fluxo e de capacidade. As soluções dos modelos de fluxos em rede têm também uma estrutura bem definida, caracterizada pelo Teorema de decomposição de fluxos.

Formulação:

- Usando linguagem corrente e em linhas gerais, deve conter:
  1. a descrição do problema, indicando aspectos relevantes, como os recursos disponíveis ou regras gerais de funcionamento;
  2. o objectivo;
  3. a explicação da rede, indicando o significado dos seus vértices e dos seus arcos;
  4. a explicação do modo como os valores dos fluxos nos arcos numa solução se traduzem em decisões a implementar no sistema real (*e.g.*, como é que os caminhos resultantes da decomposição de fluxos correspondem a decisões no sistema real);
  5. a explicação dos valores dos custos e das capacidades;
  6. a explicação dos valores das ofertas e dos consumos;
  7. uma apresentação da coerência global do modelo a construir;
  8. em casos mais complexos em que a formulação não é de todo evidente, por ser justificada por resultados teóricos, estes devem ser apresentados, ou, em alternativa, deve ser fornecida evidência suficiente, complementada por referências bibliográficas.

Modelo:

- Uma rede  $G = (V, A)$ ,  $A \subseteq V \times V$ , de um problema de fluxos em rede tem inerentes dois tipos de restrições: conservação de fluxo e de capacidade.
- A apresentação da rede serve portanto o propósito de apresentação do modelo (que é um modelo de programação). Deve conter a indicação de:

1. custo unitário do fluxo  $c_{ij}$  do arco  $(i, j), \forall (i, j) \in A$ ;
  2. capacidade  $u_{ij}$  do arco  $(i, j), \forall (i, j) \in A$ ;
  3. oferta ou consumo em cada vértice  $b_j, \forall j \in V$ .
- No caso da rede ser um grafo bipartido, a apresentação do quadro do problema de transportes com toda a informação indicada é uma alternativa.

Outros aspectos que são também valorizados são os relacionados com a metodologia da Investigação Operacional. Por exemplo, o trabalho de validação do modelo, que deve necessariamente incluir uma verificação de que a solução obtida pelo *solver* é uma decisão admissível e correcta do modelo e que pode ser traduzida numa decisão adequada ao sistema real.

### **Grupos de Trabalho**

- Os trabalhos experimentais devem ser realizados em grupos de 3, 4 ou 5 estudantes.
- Os estudantes de um grupo podem pertencer a turnos TP diferentes.
- A constituição de um grupo de trabalho fica definida através da listagem dos nomes e números mecanográficos dos elementos do grupo, na capa do relatório do trabalho. Antes disso, não é necessário enviar aos docentes da UC qualquer informação.
- Foi criado um forum para ajudar os estudantes interessados a encontrar colegas para formar um grupo de trabalho.

### **Formato do Relatório**

- O relatório deve ser feito em formato A4, ter uma folha de capa com a identificação dos estudantes do grupo, do trabalho e da data.
- O relatório de cada trabalho experimental deve traduzir a experiência de modelação e resolução dos casos propostos e conter as peças requeridas no enunciado do trabalho.
- Não é desejável que o estudante perca muito tempo com a qualidade de "apresentação gráfica", que não é valorizada. O relatório pode incluir texto editado com processador de texto, desenhos e gráficos feitos em computador, e também texto manuscrito legível e desenhos feitos manualmente, fotografados e colados como imagens. É aceitável haver páginas que combinem elementos de todos estes tipos.
- Poderá incluir a discussão de dificuldades surgidas durante a realização do trabalho.

### **Entrega dos Relatórios dos Trabalhos e dos ficheiros associados**

- No Blackboard, na entrada > upload ficheiros de trabalhos (Práticos Experimentais).
- Deve ser feita apenas por um dos elementos do grupo.
- Nomes dos ficheiros:

- o nome do ficheiro com o Relatório deve ser ABCDE.pdf, um ficheiro do tipo pdf preferencialmente. Caso não disponham de ferramentas para o gerar, poderá ser um ficheiro Word com o nome ABCDE.doc ou de outro tipo convertível para pdf.
- o nome do ficheiro de input deve ser ABCDE.1p

em que ABCDE é o número de inscrição do aluno do grupo com maior número de inscrição.

### **Outras Informações**

Os trabalhos em que haja conduta académica ilícita serão anulados, de acordo com o definido no Art. 152.º do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM), publicado em Diário da República, 2.ª Série, em 20 de janeiro de 2020, e proceder-se-á conforme está definido nesse artigo.

### **Dispensa de realização de Trabalhos Práticos Experimentais**

Aplica-se o que está descrito em baixo, a menos que algum despacho superveniente estabeleça outras regras.

#### **1. Estudantes sem regime especial de frequência**

Um estudante que não tenha obtido aproveitamento na UC num ano lectivo anterior, apesar de ter tido classificação positiva nos trabalhos, não está dispensado da realização dos trabalhos no ano lectivo corrente.

#### **2. Estudantes em regime especial de frequência de estudante-trabalhador**

Segundo está determinado no Artigo 68.º - Frequência e avaliação das aprendizagens - do Regulamento Académico da Universidade do Minho (RAUM):

5 - O estudante trabalhador que obtenha aproveitamento na componente de natureza laboratorial ou componente de trabalho prático num dado ano letivo e não obtenha aproveitamento na respetiva UC fica dispensado de efetuar essa componente no ano letivo seguinte.

Assim, no corrente ano, essa dispensa não é válida para os estudantes trabalhadores que realizaram os trabalhos há dois ou mais anos.

#### **3. Alunos em outros regimes especiais de frequência**

Aplica-se o determinado no RAUM. Solicita-se aos alunos nestes regimes que informem o docente caso estejam dispensados da realização dos trabalhos práticos.

#### **4. A verificação do estatuto do aluno é feita à data de emissão das classificações, no final do semestre.**