

Modélisation des échanges thermiques entre un astronaute et l'extérieur.

Passionnés par le spatial, nous souhaitons initialement étudier les échanges thermiques entre les combinaisons spatiales et l'extérieur, dans le but de déterminer par quels moyens ces échanges peuvent être limités ou favorisés.

L'exploration spatiale se développant continuellement, il est nécessaire de concevoir une combinaison permettant aux hommes de découvrir de nouveaux horizons, sans se soucier des températures extrêmes de ce nouvel environnement.

Ce TIPE fait l'objet d'un travail de groupe.

Liste des membres du groupe :

- ROCHEREAU Baptiste

Positionnement thématique (ETAPE 1)

PHYSIQUE (Physique de la Matière), INFORMATIQUE (Informatique pratique), MATHEMATIQUES (Analyse).

Mots-clés (ETAPE 1)

Mots-Clés (en français)	Mots-Clés (en anglais)
<i>Equation de la chaleur</i>	<i>Heat equation</i>
<i>Méthode de Crank-Nicholson</i>	<i>Crank-Nicholson scheme</i>
<i>Conditions aux limites</i>	<i>Boundary conditions</i>
<i>Équation aux dérivées partielles (EDP)</i>	<i>Partial differential equation (PDE)</i>
<i>Combinaison spatiale</i>	<i>Spacesuit</i>

Bibliographie commentée

Protégeant les astronautes lors de diverses sorties extravéhiculaires, les combinaisons spatiales sont d'une utilité cruciale. Dans la mesure où l'Homme fait de plus en plus face à de divers environnements hostiles, il est donc primordial de poursuivre toute amélioration dans ces équipements comme en modifiant les matériaux qui les composent, leur masse, ou encore en améliorant leur adaptation aux pressions ou aux températures qu'elles peuvent subir (de plus de 120°C à moins de -100°C au voisinage de la Terre à cause des cycles de rotation de cette dernière).

[1] Par exemple, la combinaison EMU, utilisée par les astronautes de la *NASA* juste avant celle confectionnée par *SpaceX*, a en plus des couches de protection thermiques et des sous vêtements, un système de refroidissement constitué de 100 mètres de tubes contenant de l'eau réfrigérée entre 4,4°C et 9,9°C.

Avant tout, une partie théorique importante est à l'origine de toute cette avancée: l'équation de la chaleur. Décrite par le mathématicien et physicien français *Joseph Fourier* du 19e siècle, cette équation aux dérivées partielles (*EDP*) décrit le phénomène de conduction thermique au sein d'un même milieu. Par le biais d'expériences qu'il mena en 1807, *J. Fourier* étudia ces transferts, et fut donc l'un des premiers à proposer une méthode de résolution de cette équation dans le cas simplifié où l'on étudie une tige en une dimension. [2]

L'équation de la chaleur n'étant pas facilement résoluble de cette manière, diverses méthodes plus ou moins réalistes se sont développées afin de discrétiser cette dernière pour pouvoir la résoudre numériquement:

La méthode d'*Euler*, qui est une méthode de résolution d'équations différentielles, consiste à approximer une dérivée par son développement limité à l'ordre 1 (obtenu avec la formule de *Taylor-Young*). Cette dernière peut se faire de deux façons, que l'on nomme avant et arrière. [3] La différence entre les deux réside dans la position à laquelle on évalue la dérivée. En effet, pour la méthode avant, en notant x_n la position au rang n , h le pas d'espace et $(x/dx)_n$ la dérivée de la position au rang n , on peut effectuer l'approximation suivante: $x_{n+1} = x_n + h * x'_n$. Et, toujours avec les mêmes notations, pour la méthode arrière, l'approximation est la suivante: $x_{n+1} = x_n + h * x'_{n+1}$.

La méthode de *Crank-Nicolson*, qui utilise les différences finies, permet de discrétiser puis de résoudre des *EDP* en ne considérant plus des dérivées, mais des taux d'accroissement. Elle résulte du travail des britanniques *Phyllis Nicolson* et *John Crank*, respectivement mathématicienne et physicien, est quadratique pour le temps et l'espace et a l'avantage d'être inconditionnellement stable. [4] Cette méthode correspond à la moyenne des deux approximations obtenues en faisant l'algorithme d'Euler Avant et Arrière. [5] Ainsi, *Wei Cen*, *Ralph Hoppe* et *Ning Gu* ont montré que la dérivée temporelle était calculable en effectuant le schéma de récurrence à 1D successivement sur chacune des contributions spatiales entre les temps respectifs t et $t+1/3$, $t+1/3$ et $t+2/3$ et $t+2/3$ et $t+1$. Ainsi, il est nettement plus simple de résoudre l'équation. [6]

La méthode de *Crank-Nicolson* nécessite d'inverser une matrice tridiagonale de taille pouvant être assez importante, et c'est ainsi que l'algorithme de *Thomas* (provenant du physicien et mathématicien britannique *Llewellyn Thomas*), connu aussi sous le nom d'*Algorithme des matrices tridiagonales*, est fréquemment utilisé puisqu'il permet de réaliser cette inversion en $O(n)$, ce qui est bien plus efficace que le pivot de Gauss qui est en $O(n^3)$. Cet algorithme utilise la substitution arrière puisque le système obtenu est un système triangulaire supérieur ce qui rend facile la résolution de la dernière équation du système puisqu'elle ne dépend que d'une inconnue. Ensuite, on remonte le système de bas en haut en substituant les inconnues ainsi trouvées. [7] Cependant cet algorithme n'est pas stable dans tous les cas mais il le reste notamment dans le cas d'une matrice symétrique définie positive, ce qui est le contexte dans lequel nous l'utilisons.

Problématique retenue

Quelles seraient les meilleures caractéristiques du matériau de la combinaison spatiale afin de limiter la rapidité des transferts thermiques qui y reignent? Quelle est la modélisation la plus rapide, la plus efficace pour étudier ces transferts?

Objectifs du TIPE

- Créer un programme *Python* et étudier les modélisations les plus efficaces, les plus réalistes puis leurs limites selon les conditions initiales imposées (des températures extérieures extrêmes, des pas de mesures grands ou faibles, ..).
- Étudier les transferts thermiques entre un système et l'extérieur en une puis en deux dimensions.
- Étudier l'influence du matériau, son coefficient de diffusivité et sa forme.
- Déterminer la durée pour laquelle on a une température à peu près homogène dans une combinaison à partir des conditions initiales (*CI*) et des conditions aux limites (*CL*) de température.

Références bibliographiques (ETAPE 1)

[1] THIERRY LOMBRY : Les combinaisons spatiales :

<http://www.astrosurf.com/luxorion/astronautique-combinaison-spatiale4.htm>

[2] ANTOINE MOUZARD : Équation de la chaleur par les séries de Fourier :

<https://amouzard.perso.math.cnrs.fr/DEV/chaleurfourier.pdf>

[3] BRIAN STOUT : Méthodes numériques de résolution d'équations différentielles :

https://www.fresnel.fr/perso/stout/Anal_numer/Cours4.pdf

[4] J.W.THOMAS : Numerical partial differential equations :

http://valoreshumanos.dcx.ufpb.br/numerical_partial_differential_equations_finite_difference_methods_1st_edition_pdf

[5] CLAUDIO BELLEI : Implicit solution of 1D parabolic PDE :

<http://www.claudiobellei.com/2016/11/01/implicit-parabolic/>

[6] WEI CEN, RALPH HOPPE, NING GU : Fast and accurate determination of 3D temperature distribution : <https://aip.scitation.org/doi/full/10.1063/1.4962665>

[7] WIKIPEDIA : Thomas Algorithm :

https://en.wikipedia.org/wiki/Tridiagonal_matrix_algorithm