Modélisation des échanges thermiques entre un objet et l'extérieur.

Passionnés par le spatial, nous souhaitions initialement étudier les échanges thermiques entre les combinaisons spatiales et l'extérieur. Afin de se rapprocher davantage du thème "Santé prévention" de cette année, nous avons préféré élargir notre étude en orientant notre TIPE vers les échanges thermiques de manière plus générale entre un objet et l'extérieur pour l'appliquer dans le domaine de la santé.

Par l'analyse des transferts thermiques selon différents systèmes (les couvertures de survie, les abris de fortunes, ...) ou diverses situations telles que lors du transport d'un organe devant garder une certaine température, nous étudierons par quels moyens ces échanges peuvent être limités ou favorisés.

Ce TIPE fait l'objet d'un travail de groupe.

Liste des membres du groupe :

- *ROCHEREAU Baptiste*

- *BARILLY Victor*

Positionnement thématique

PHYSIQUE (Physique de la matière), INFORMATIQUE (Modélisation), MATHEMATIQUES (Analyse).

Mots-Clés

Mots-Clés (en français)	**Mots-Clés** (en anglais)
Equation de la chaleur	*Heat equation*
Méthode de Crank-Nicholson	*Cranck-Nicholson method*

Bibliographie commentée

L'objectif final étant d'étudier en 3 dimensions (3D) les transferts thermiques, nous nous sommes d'abord focalisés sur une étude en 1 dimension (1D). Nous avons donc étudié en première année une barre qui subit une température fixée à chacune de ses extrémités, et pour étudier sa température interne, nous devions résoudre l'équation de la chaleur, une équation aux dérivées partielles impliquant une résolution approchée, donc une modélisation.

C'est ainsi que nous nous sommes d'abord renseignés sur la méthode des différences finies. En premier lieu, nous avons entrepris de résoudre cette équation avec la méthode d'Euler, mais les résultats obtenus divergeaient lorsque le temps augmentait : ils étaient effectivement inexploitables en raison de l'instabilité de cette méthode que nous avons donc calculée. Les travaux de Sébastien Charnoz et Adrian Daerr **[1]** nous ont permis de connaître l'existence de la méthode de Crank-Nicholson qui est bien plus précise, et inconditionnellement stable tant à 1D qu'à 3D. Nous avons donc poursuivi nos recherches sur cette méthode, jusqu'à trouver la représentation explicite de ce schéma à travers une relation de récurrence **[2][3]**. Cependant nous nous sommes rendus compte d'une erreur sur le site dans le schéma de récurrence, ce qui compromettait nos résultats en les rendant incohérents. En effet il manquait un terme dans la récurrence que nous avons ensuite rajouté, ce qui nous a permis d'avoir un programme fonctionnel à 1D. Nous avons de plus calculé la complexité temporelle de ce programme qui est en $O(N^3)$ (sans l'Algorithme de Thomas **[4]**, qui nous permettrait d'être en $O(N^2)$).

Cependant, le passage en 3D après ceci est loin d'être direct, car son schéma de récurrence est bien plus complexe **[5 (II.C) (3)]**. Par le même procédé qu'en 1D, nous n'avons désormais plus une équation simple de récurrence. En effet non plus une, mais trois matrices colonnes au temps t+1 dépendent de trois matrices colonnes au temps t. Sachant que dans chacune de ces trois matrices, deux variables d'espace sur trois sont fixées.

Dans la précipitation (/l'empressement), nous avons essayé de programmer ce schéma de récurrence, mais une erreur de compréhension du problème nous a amené à rédiger un schéma erroné qui a donné un résultat incorrect et incohérent (obtention d'une droite qui parcourait la diagonale du pavé droit). Ainsi nous devions trouver une nouvelle méthode pour avoir une relation de récurrence exploitable afin de déterminer la température en un point quelconque d'une boîte en 3D.

Pour simplifier le modèle, nous avons fait l'hypothèse que la chaleur parcourant le pavé pouvait être décomposée en une composante selon x, une selon y et une selon z qui se produisaient successivement. En effet, en supposant que chaque composante constitue ⅓ du transfert "réel", il nous suffit d'appliquer le schéma de récurrence à 1D successivement pour chaque composante. En particulier, pour calculer la température au temps t+1 à un point de coordonnées (x,y,z), nous calculerons cette température du temps t au temps t+⅓ en appliquant le schéma de récurrence à 1D à la composante selon x, puis de t+⅓ à t+⅔ pour celle selon y, et enfin de t+⅔ à t+1 pour z, afin d'obtenir une bonne approximation du transfert thermique en 3D.

Lorsque notre programme sera fonctionnel, nous devrons faire attention à l'affichage puisque nous devrons afficher l'évolution de la température au sein de la boîte au cours du temps. Avec quatre variables à afficher (trois d'espace et une de temps), la lecture du résultat sous forme d'une matrice s'avère pénible ou difficile. Nous avons donc choisi d'afficher la température dans cette boite à t fixé.

Il nous reste également à étudier l'influence des coefficients de diffusivité des matériaux dans la propagation de la chaleur au sein de notre objet en volume **[6]**.

Problématique retenue

Quelles seraient les meilleures caractéristiques du matériau afin de les limiter? Quelle est la modélisation la plus efficace pour étudier ces transferts thermiques?

Objectifs du TIPE

Étudier différentes modélisations, les plus efficaces, les plus réalistes puis leurs limites selon les conditions initiales imposées (T_{ext} < 1K ou T_{ext} >> 100°C).

Étudier les transferts thermiques entre un système et l'extérieur en une puis en trois dimensions.

Étudier l'influence du coefficient de diffusivité du matériau.

Déterminer la durée pour laquelle on a une température à peu près homogène dans la barre à partir des CI (conditions initiales) & CL (conditions aux limites).

Éventuellement, faire l'analogie avec une spacesuit ?

Liste de références bibliographiques

[1]Sébastien Charnoz, Adrian Daerr : Résolution des équations aux dérivées partielles

[2] Claudio Bellei : Implicit solution of 1D parabolic PDE (Crank-Nicolson scheme)

[3] J. W. Thomas (The train) : Résolution numérique d'EDP Méthode des Différences Finies

[4] Algorithme de Thomas : https://en.wikipedia.org/wiki/Tridiagonal_matrix_algorithm

[5] Wei Cen, Ralph Hoppe , et Ning Gu : Schéma de récurrence CN 3D

[6] Auteur.txt : Diffusivité des matériaux.png