12842 BARILLY Victor

Modélisation des échanges thermiques entre un astronaute et l'extérieur.

Passionnés par le spatial, nous souhaitions initialement étudier les échanges thermiques entre les combinaisons spatiales et l'extérieur, dans le but de déterminer par quels moyens ces échanges peuvent être limités ou favorisés.
L'exploration spatiale se développant continuellement, il est nécessaire de concevoir une combinaison permettant aux hommes de découvrir de nouveaux horizons, sans se soucier des températures extrêmes de ce nouvel environnement.

Ce TIPE fait l'objet d'un travail de groupe.

Liste des membres du groupe :

- *ROCHEREAU Baptiste*

Positionnement thématique (ETAPE 1)

PHYSIQUE (Physique de la Matière), INFORMATIQUE (Informatique pratique), MATHEMATIQUES (Analyse).

Mots-clés (ETAPE 1)

Mots-Clés (en français)	**Mots-Clés** (en anglais)
Equation de la chaleur	*Heat equation*
Méthode de Crank-Nicholson	*Crank-Nicholson scheme*
Conditions aux limites	*Boundary conditions*
Équation aux dérivées partielles (EDP)	*Partial differential equation (PDE)*

Bibliographie commentée

Joseph Fourier, né en 1768 et mort en 1830 à Paris est un mathématicien et physicien français, rendu célèbre par l'étude qu'il porta sur la diffusion de la chaleur au sein d'un même milieu. Ce phénomène de conduction thermique est décrit par une équation aux dérivées partielles (EDP): l'équation de la chaleur. Cette dernière représente ainsi l'interaction entre deux zones de température différentes dans ce même milieu. Par le biais d'expériences qu'il mena en 1807, J. Fourier étudia ces transferts, et fut donc l'un des premiers à proposer une méthode de résolution de cette équation dans le cas simplifié où l'on étudie une tige en une dimension.
L'équation n'étant pas résoluble directement, ce n'est qu'avec des hypothèses la simplifiant qu'une solution relativement réaliste peut être trouvée. Ainsi, dans le cadre d'une étude plus proche de la réalité, certaines approximations permettent de discrétiser cette équation de la chaleur afin de pouvoir la résoudre numériquement d'une manière plus ou moins précise selon cette discrétisation. C'est alors que plusieurs méthodes se sont développées :

La méthode d'Euler, qui est une méthode de résolution d'équations différentielles, consiste à approximer une dérivée par son développement limité à l'ordre 1 (obtenu avec la formule de Taylor-Young). Cette dernière peut se faire de deux façons, que l'on nomme avant et arrière. La différence entre les deux réside dans la position à laquelle on évalue la dérivée. En effet, pour la méthode avant, on approxime le terme x_n+1 en x_n+1 = x_n + h*x'_n tandis que la méthode arrière l'approxime de la sorte : x_n+1 = x_n + h*x'_n+1, h étant le pas d'espace.

La méthode de Crank-Nicolson, qui utilise les différences finies, permet de discrétiser puis de résoudre des EDP en ne considérant plus des dérivées, mais des taux d'accroissement. Elle résulte du travail des britanniques Phyllis Nicolson et John Crank, respectivement mathématicienne et physicien et est quadratique pour le temps et l'espace et a l'avantage d'être inconditionnellement stable. Cette méthode correspond à la moyenne des deux approximations obtenues en faisant l'algorithme d'Euler Avant et Arrière. Cependant, lorsque cette méthode est utilisée à 2 ou 3 dimensions, elle devient beaucoup plus complexe à cause du laplacien dans l'équation de la chaleur qui contient 2 ou 3 dérivées correspondant aux coordonnées d'espace. Ce qui complique l'équation de la chaleur et donc sa résolution numérique.

La méthode de Crank-Nicolson nécessite d'inverser une matrice tridiagonale de taille pouvant être assez importante, et c'est ainsi que l'algorithme de Thomas (provenant du physicien et mathématicien britannique Llwellyn Thomas), connu aussi sous le nom d'Algorithme des matrices tridiagonales est fréquemment utilisé puisqu'il permet de réaliser cette inversion en O(n), ce qui est bien plus efficace que le pivot de Gauss qui est en $O(n^3)$. Cet algorithme utilise la substitution arrière puisque le système obtenu est un système triangulaire supérieur ce qui rend facile la résolution de la dernière équation du système puisqu'elle ne dépend que d'une inconnue. Ensuite, on remonte le système de bas en haut en substituant les inconnues ainsi trouvées. Cependant cet algorithme n'est pas stable dans tous les cas mais il le reste assez fréquemment. En effet, l'algorithme est stable pour une matrice symétrique définie positive, ce qui est dans notre cas.

Problématique retenue

Quelles seraient les meilleures caractéristiques du matériau afin de limiter la rapidité des transferts thermiques ? Et quelle est la modélisation la plus efficace pour étudier ces transferts?

Objectifs du TIPE

• Étudier différents programmes, les plus efficaces, les plus réalistes puis leurs limites selon les conditions initiales imposées (des températures extérieures extrêmes, des pas de mesures grands ou faibles, ..).

• Étudier les transferts thermiques entre un système et l'extérieur en une puis en deux dimensions.

• Étudier l'influence du matériau, son coefficient de diffusivité et sa forme.

• Déterminer la durée pour laquelle on a une température à peu près homogène dans la barre à partir des CI (conditions initiales) & CL (conditions aux limites).

Références bibliographiques (ETAPE 1)

[1] Sébastien Charnoz, Adrian Daerr : Résolution des équations aux dérivées partielles :
http://www.msc.univ-paris-diderot.fr/~daerr/teaching/phynumM1/notes2cours/methodes_numeriques_PDE_1.pdf
[2] Claudio Bellei : Implicit solution of 1D parabolic PDE :
http://www.claudiobellei.com/2016/11/01/implicit-parabolic/
[3] J. W. Thomas : Numerical partial differential equations finite difference methods :
http://valoreshumanos.dcx.ufpb.br/numerical_partial_differential_equations_finite_difference_methods_1st_edition_pdf
[4] Wei Cen, Ralph Hoppe, Ning Gu : Fast and accurate determination of 3D temperature distribution using fraction-step semi-implicit method :
https://aip.scitation.org/doi/full/10.1063/1.4962665