Hoja 1 Autámatas y Lenguajes

Víctor de Juan Sanz

2014

1. Autómatas finitos y lenguajes regulares

Ejercicio 1: Diseña expresiones regulares para los siguientes lenguajes:

a) $L = \{a^n b^m : n + m \text{es impar}\}$.

b) Conjunto de números binarios que contienen la subcadena "1010"

c) Identificadores de un lenguaje de programación que empiezan con el símbolo @, seguido de una letra minúscula y cualquier combinación de letras minúsculas o números.

Apartado a)

$\left[(aa)*.a.(bb)*\right] + \left[(aa)*.(bb)*.b\right]$

Apartado b)

$(0+1)*.(1010).(0+1)*$

Apartado c)

Definimos $\mathcal{M} = a + b + c + d + e + f + ...$ todas las letras minúsculas y $\mathcal{N} = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 0$

Entonces, la expresión regular que genera el lenguaje es:

$@.(\Updownarrow).(\mathcal{M} + \mathcal{N})*$

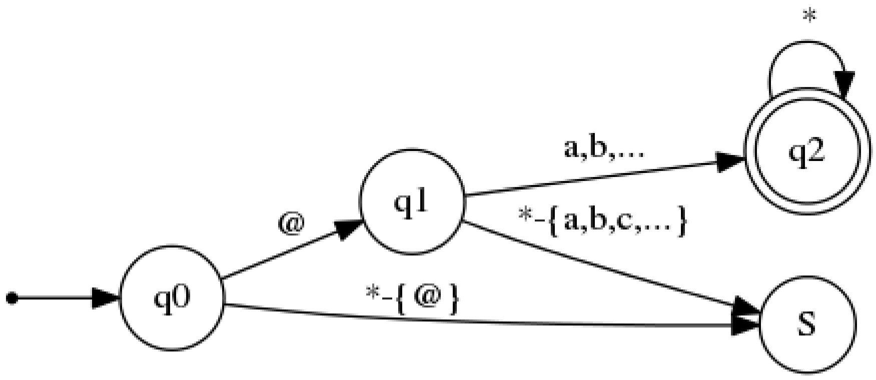
Ejercicio 2: Diseña un autómata finito (determinista o no determinista) que reconozca cada uno de los siguientes lenguajes:

a) Conjunto de números binarios que contienen la subcadena 1010.

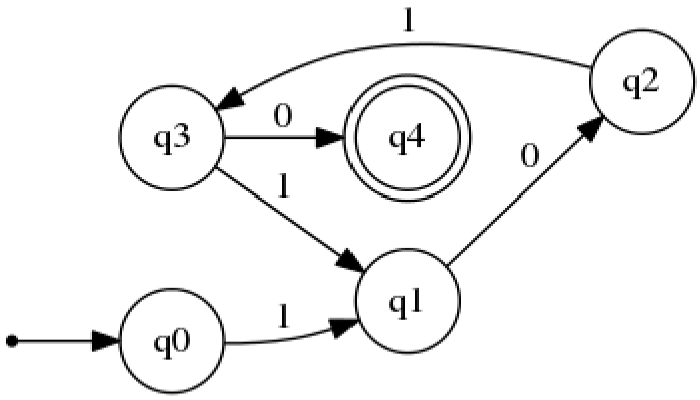
b) Identificadores de un lenguaje de programación que empiezan con el símbolo @, seguido de una letra minúscula y cualquier combinación de letras minúsculas o números.

Apartado a)

Donde el $*$ significa cualquier símbolo del alfabeto.



Apartado b)



Ejercicio 3: Indica cuál es el lenguaje aceptado por el siguiente autómata:

Vamos a expresar el lenguaje como unión de tres lenguajes aceptados por el autómata:

- $L_1 = \{b^n a \;/\; n \geq 1\}$
- $L_2 = \{b^n a b^m \;/\; m, n \geq 1\}$
- $L_3 = \{b^l a b^m a b^n \;/\; l, m, n \geq 1\}$

Entonces tenemos $\mathcal{L} = \{b^n a b^m \;/\; n \geq 1, m \geq 0\} \cup \{b^n a b^m a b^l \;/\; l, n \geq 1, m \geq 0\}$

Ejercicio 4: Construye un autómata finito determinista que acepte cadenas sobre el alfabeto 0, 1 que representen números enteros múltiplos de 5 expresados en representación binaria.

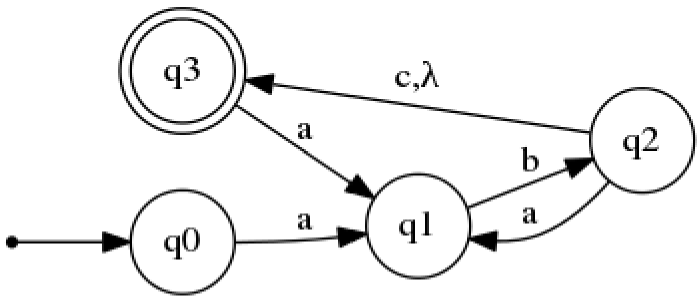
Ejercicio 5: Para el autómata, encuentra δ*(q0, 1011) y δ*(q1, 01).

$$\delta*(q_0, 1011) = q_2$$

$$\delta*(q1, 01) = q_1$$

Ejercicio 6: Construye una autómata finito no determinista con tres estados que acepte el lenguaje $L = ab, abc*$.

¿Es posible en menos de 3 estados?



Con un autómata que no utilice pila es imposible definirlo con únicamente 2 estados.

2. Autómatas a pila y gramáticas independientes del contexto.

Ejercicio 1: Diseña una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje de los números capicúa formados con el alfabeto $\sum = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Los números de una sola cifra no se consideran capicúa.

S -> 0 S 0
S -> 1 S 1
S -> 2 S 2
S -> 3 S 3
S -> 4 S 4
S -> 5 S 5
S -> 6 S 6
S -> 7 S 7
S -> 8 S 8
S -> 9 S 9

Ejercicio 2: Diseña una gramática independiente del contexto que genere el lenguaje de los números formados con el alfabeto $\sum = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ que tengan el mismo número de dígitos pares e impares. Puede suponerse por simplicidad que los números pueden tener ceros a la izquierda.

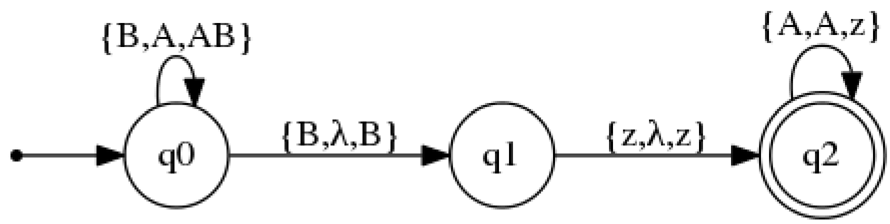
S -> PSI
S -> ISP
P -> 0 | 2 | 4 | 6 | 8
I -> 1 | 3 | 5 | 7 | 9

Ejercicio 3: Diseña un autómata a pila que reconozca el lenguaje del ejercicio 1.

Introducimos la notación $A_b^c = \{b, A, c\}$

Por facilitar el dibujo, defino los siguientes símbolos (siendo z el símbolo vacío):

- $A = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$
- $B = \{z,0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$



Ejercicio 4: Demustra que la gramática es ambigüa

S → AB | aaB
A → a | Aa
B → b

Aunque pueda haber ejemplos más complejos,

$S \to AB \to aB \to ab$
$S \to AB \to Ab \to ab$

Ejercicio 5: Encuentra una gramática independiente del contexto para el siguiente lenguaje:

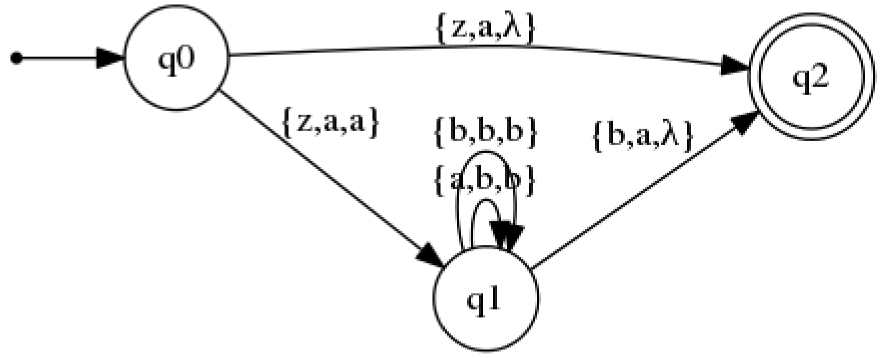
$$L = \{a^n ww^R b^n : w \in a, b*, n \geq 1\}$$

S $\rightarrow$ aXb
X $\rightarrow$ aXa | bXb | λ

Ejercicio 6: Indica cuál es el lenguaje aceptado por el siguiente autómata a pila:

A = (q_0, q_1,q_2, a, b, a, b, z, δ, q_0, z, q_2)
δ(q_0, a, z) = (q_1, a), (q_2, λ)
δ(q_1, b, a) = (q_1, b)
δ(q_1, b, b) = (q_1, b)
δ(q_1, a, b) = (q_2, λ)

El dibujo del autómata (que hace más fácil la resolución) es el siguiente (utilizando la notación anterior):



El lenguaje aceptado por este autómata es:

$$L = \{ab^n a \;/\; n \geq 1\} \cup \{a\}$$