N2 Метод квадратних коренів, Знайти det A

$$\det A = \prod_{i=1}^{n} d_{ii} \cdot \prod_{i=1}^{n} s_{ii}^2 = 25$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad S = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

N4 Метод Якобі. Перевірка на збіжність

$$\begin{vmatrix} 3\lambda & 0 & -1 \\ -2 & 5\lambda & 2 \\ 1 & -1 & 3\lambda \end{vmatrix} = 45\lambda^3 - 2 + 5\lambda + 6\lambda = 0$$

$45\lambda^3 + 11a - 2 = 0$

$\lambda_1 = 0{,}1638 < 1 \Leftrightarrow$ ~~метод збігається~~

$45\lambda^3 + 11a - 2 = (45\lambda^2 + 7{,}371\lambda + 12{,}2074)(\lambda - 0{,}1638)$

$45\lambda^2 + 7{,}371\lambda + 12{,}2074 = 0$

$\frac{D}{4} = 13{,}57 - 549{,}3 = -535{,}73$

$$\lambda_{2,3} = \frac{-3{,}685 \pm i\sqrt{535{,}73}}{45}$$

$$|\lambda_{2,3}| = \frac{\sqrt{13{,}57 + 535{,}73}}{45} \approx \frac{\sqrt{549}}{45} \approx \frac{2?}{45} < 1$$

$\forall i \in \overline{1,n}\ |\lambda_i| < 1 \Leftrightarrow$ метод Якобі збігається

№ 1 Гаусс по рядках

$$A = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 3 & 6 \\ -1 & 2 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 0 & 9 \end{array}\right) \quad P_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_1A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix} \quad M_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{3} & 1 & 0 \\ -\frac{1}{3} & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A_1 = M_1 P_1 \bar{A} = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & \frac{7}{3} & 1 & 1 \\ 0 & -\frac{4}{3} & 3 & 3 \end{array}\right) \quad P_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{4}{7} & 1 \end{pmatrix} \quad A_2 = M_2 P_2 A_1 = \left(\begin{array}{ccc|c} 3 & 1 & 0 & 9 \\ 0 & \frac{7}{3} & 1 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{25}{7} & \frac{25}{7} \end{array}\right)$$

$$X^* = (3, 0, 1)$$

$$\det(A) = (-1)^{l} \cdot u_{11} \cdot u_{22} \cdot u_{33} = -1 \cdot 3 \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{25}{7} = -25$$

$$C = A^{-1} \qquad AC = B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$P_1 B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \qquad M_1 P_1 B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & 0 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

$$B_2 = M_2 P_2 M_1 P_1 B = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & \frac{4}{7} & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

$$A_2 C = B_2$$

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{7}{3} & 1 \\ 0 & 0 & \frac{25}{7} \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & \frac{1}{3} \\ 1 & \frac{4}{7} & -\frac{1}{7} \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} \frac{1}{25} & -\frac{3}{25} & \frac{7}{25} \\ -\frac{3}{25} & \frac{9}{25} & \frac{4}{25} \\ \frac{7}{25} & \frac{4}{25} & -\frac{1}{25} \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{cond}(A) = \|C\| \cdot \|A\| = \frac{16}{25} \cdot 5 = \frac{16}{5}$$