



Computação Gráfica - TP1

Primitivas gráficas

02.03.2025

André Carvalho a100818,

Flávio Sousa a100715,

Vicente de Carvalho Castro a91677,

Índice

1. Introdução	1
2. Generator	1
2.1. Plano	1
2.1.1. Cálculo dos pontos	1
2.2. Caixa	2
2.2.1. Fórmulas utilizadas	2
2.2.2. Cálculo dos pontos - 1ª fase	2
2.2.3. Cálculo dos pontos - 2ª fase	3
2.2.4. Cálculo dos pontos - 3ª fase	3
2.3. Esfera	3
2.3.1. Cálculos dos pontos	4
2.4. Cone	4
2.4.1. Cálculo dos pontos - 1ª fase	5
2.4.2. Cálculo dos pontos - 2ª fase	5
2.4.3. Cálculo dos pontos - 3ª fase	6
3. Engine	6
3.1. Parsing de XML	7
3.2. Controlo da câmara	7
4. Resultados obtidos	7
5. Conclusões e trabalho futuro	12

1. Introdução

A computação gráfica desempenha um papel fundamental na representação e manipulação de imagens e modelos tridimensionais. Neste trabalho prático, exploramos a geração e visualização de primitivas gráficas através da implementação de um sistema que permite criar e renderizar diversas formas geométricas, como planos, caixas, esferas e cones. Para isso, desenvolvemos um gerador de modelos que calcula os vértices de cada forma, organizando-os de maneira eficiente para posterior exibição. Além disso, implementamos uma engine baseada na biblioteca OpenGL, responsável pelo processamento e renderização das primitivas gráficas. Este documento detalha as abordagens utilizadas na geração dos modelos, o funcionamento da engine e os resultados obtidos, bem como sugestões para trabalhos futuros.

2. Generator

A sua função é gerar ficheiros onde está contida a informação relativa a cada modelo, especificamente os vértices nesta primeira fase.

2.1. Plano

O plano é um objeto bidimensional e portanto apenas está contido em dois eixos. Neste caso o nosso plano é um quadrado centrado na origem do referencial e pertence aos eixos X e Z.

A função que gera o plano recebe quatro argumentos, sendo estes o comprimento do quadrado, o número de divisões, a altura (referente à sua posição no eixo Y) e um inteiro denominado *bottom* que indica se a parte inferior do plano deve ser desenhada.

2.1.1. Cálculo dos pontos

Uma vez que o plano está centrado na origem é necessário dividir o comprimento do lado por dois dado que cada um dos vértices principais estará num quadrante (denominado *dimension2*).

Para além disso é necessário calcular o tamanho do lado de cada uma das divisões, uma vez que essas divisões são pequenos quadrados, e para isso divide-se o comprimento do lado pelo número de divisões (denominado *div_side*).

Após esses cálculos são iniciados dois *for loops*, um que itera sobre linhas (eixo Z) e um que itera sobre colunas (eixo X), onde os casos de paragem são o número de divisões.

A cada iteração são calculadas as coordenadas dos quatro pontos de cada divisão, começando por *x1* e *z1* que representam o canto superior esquerdo do quadrado. As coordenadas deste ponto são ambas negativas então estas são calculadas pelas seguintes fórmulas:

$$x1 = -dimension2 + linha * div_side$$

$$z1 = -dimension2 + coluna * div_side$$

Em seguida, calcula-se as coordenadas $x2$ e $z2$ onde a coordenada X se mantém, ou seja, $x2 = x1$ e $z2$ é obtido somando o tamanho do lado de uma divisão à coordenada $z1$, por isso $z2 = z1 + div_side$.

No cálculo do terceiro ponto o Z mantém o valor da do primeiro ponto, portanto $z3 = z1$ e $x3$ é calculado da mesma forma $x3 = x1 + div_side$

Por fim no cálculo do quarto ponto, o ponto calculado é diagonal ao ponto $(x1, z1)$ e por isso obtém-se da seguinte forma $x4 = x1 + div_side$, $z4 = z1 + div_side$.

Posteriormente esses quadrados serão divididos em dois triângulos.

2.2. Caixa

A função *generateBox* recebe dois argumentos, o tamanho do lado e o número de divisões. Primeiramente calcula-se o tamanho do *step*, ou seja, o tamanho de cada subdivisão do cubo, dividindo o tamanho pelo número de divisões.

O cálculo dos pontos está dividido em três fases. Em cada fase são calculados os pontos pertencentes a duas faces do cubo, sendo que as faces estão agrupadas da seguinte forma: superior e inferior na primeira fase, frontal e traseira na segunda fase e as laterais na terceira fase.

Como o cubo é uma forma tridimensional é necessário calcular as coordenadas nos três eixos, X , Z e Y .

2.2.1. Fórmulas utilizadas

Foram utilizadas três fórmulas para calcular os pontos, sendo elas:

Fórmula 1: $ponto = -size / 2 + ciclo * step$;
 Fórmula 2: $ponto = -size / 2 + (ciclo + 1) * step$;
 Fórmula 3: $ponto = size / 2$

Onde *ciclo* é a correspondente às letras i ou j dependendo do eixo que estiver a ser iterado, sendo que i é sempre a letra correspondente ao ciclo externo.

2.2.2. Cálculo dos pontos - 1ª fase

Primeiramente são iniciados dois *for loops* para iterar sobre linhas dos eixos X e Z , respetivamente, e calcular as coordenadas dos quatro pontos.

Como na primeira fase estamos a calcular os pontos correspondentes a duas faces, sendo elas a face superior e inferior, a coordenada Y não se altera, portanto, em qualquer ponto calculado nesta fase será aplicada a terceira fórmula.

Em x_1 e z_1 é utilizada a primeira fórmula

Em x_2 é utilizada a segunda fórmula enquanto $z_2 = z_1$

Em z_3 é utilizada a segunda fórmula, enquanto $x_3 = x_1$

E por fim, em x_4 e z_4 é utilizada, novamente, a segunda fórmula

Assim são obtidos os valores da face superior. Para obter os da face inferior apenas é necessário transformar a coordenada y no seu simétrico $-y$.

2.2.3. Cálculo dos pontos - 2ª fase

Esta fase é muito semelhante á anterior, contudo o z é a coordenada que se mantém constante ao invés do y e os ciclos operam sobre x e y , respetivamente.

Por isso, z é calculado através da terceira fórmula.

x_1 e y_1 são calculados utilizando a primeira fórmula.

x_2 utiliza a segunda fórmula enquanto $y_2 = y_1$.

y_3 utiliza a segunda fórmula, enquanto $x_3 = x_1$.

E por fim, x_4 e z_4 utilizam a segunda fórmula.

Novamente para obter a face oposta inverte-se a coordenada z , mantendo todas as outras.

2.2.4. Cálculo dos pontos - 3ª fase

Por fim, a coordenada x é constante e por isso utiliza terceira fórmula, enquanto z e y são iterados, sendo que desta vez, o ciclo externo itera z .

O esquema de coordenadas segue o mesmo principio:

z_1, y_1, y_2 e z_3 utilizam a primeira fórmula.

z_4, y_4, z_2 e y_3 utilizam a segunda fórmula.

Mais uma vez, as coordenadas da face oposta são calculadas através da inversão de x .

2.3. Esfera

A função principal recebe três argumentos, o raio, o número de fatias (divisões verticais) e o número de stacks (divisões horizontais).

O primeiro passo foi calcular o ângulo de cada fatia e de cada stack.

O ângulo das fatias é denominado alfa e é calculado a multiplicar o π por 2 e dividir pelo número de fatias, isto porque 2π é o comprimento da circunferência, em radianos.

O ângulo das stacks é denominado beta e é calculado dividindo π pelo número de stacks, dado que π é a diferença do ponto mais alto da esfera, até ao ponto mais baixo

2.3.1. Cálculos dos pontos

Iniciam-se os *for loops* onde stacks é o ciclo externo e fatias o ciclo interno.

Dentro dos ciclos são calculados quatro ângulos, θ_1 , θ_2 , ϕ_1 e ϕ_2 .

θ_1 corresponde ao ângulo de início de cada fatia e é calculado através da multiplicação de alfa pelo índice atual do ciclo.

Já θ_2 é o oposto, representa o ângulo correspondente ao final de cada fatia. Calcula-se multiplicando alfa pelo índice atual do ciclo incrementado por um.

ϕ_1 e ϕ_2 possuem uma interação semelhante, onde ϕ_1 é calculado subtraindo metade de π pela multiplicação do índice atual do ciclo pelo beta.

Em ϕ_2 apenas se soma um ao índice, antes de efetuar a multiplicação por beta.

Em cada iteração são calculados quatro pontos da seguinte forma:

$$\begin{aligned} p1 &= \text{raio} * \sin(\theta_1) * \cos(\phi_1), \text{raio} * \sin(\phi_1), \text{raio} * \cos(\theta_1) * \cos(\phi_1) \\ p2 &= \text{raio} * \sin(\theta_1) * \cos(\phi_2), \text{raio} * \sin(\phi_2), \text{raio} * \cos(\theta_1) * \cos(\phi_2) \\ p3 &= \text{raio} * \sin(\theta_2) * \cos(\phi_2), \text{raio} * \sin(\phi_2), \text{raio} * \cos(\theta_2) * \cos(\phi_2) \\ p4 &= \text{raio} * \sin(\theta_2) * \cos(\phi_1), \text{raio} * \sin(\phi_1), \text{raio} * \cos(\theta_2) * \cos(\phi_1) \end{aligned}$$

Estas fórmulas são baseadas na conversão de coordenadas esféricas para cartesianas.

Por fim, estes quatro pontos irão formar triângulos que serão utilizados para desenhar a superfície da esfera.

2.4. Cone

A função que gera o cone recebe quatro argumentos, o raio da base, a altura, o número de fatias e o número de stacks.

Tal como na esfera, o cone possui o ângulo alfa, que é o dobro de π a dividir pelo número de fatias.

O seu diferencial está no facto de este ir diminuindo à medida que a altura aumenta, e por isso ele precisa de duas variáveis novas, o Δ Height e o Δ Radius.

Estas variáveis representam a variação (delta) da altura e do raio á medida que vamos subindo no cone.

O `deltaRadius` calcula-se dividindo o raio da base pelo número de stacks e o `deltaHeight` dividindo a altura pelas stacks.

Tal como o cubo este cálculo é dividido em três fases, geração da base, geração das laterais e por fim ocorre a geração da ponta do cone.

2.4.1. Cálculo dos pontos - 1ª fase

A base está contida no plano XZ, sendo assim, a coordenada y será estática (será sempre zero).

Aqui, apenas é necessário um ciclo *for* e dois pontos, uma vez que iremos utilizar o centro da base (que é a origem do referencial) como o terceiro ponto necessário para a criação dos triângulos.

Posto isto, temos de calcular as coordenadas dos pontos ($x_1, z_1, 0$) e ($x_2, z_2, 0$).

Foram utilizadas as equações paramétricas onde $x = r * \sin(\theta)$ e $z = r * \cos(\theta)$.

Aplicando isto ao nosso caso, temos que:

$$\begin{aligned} x_1 &= \text{bottomRadius} * \sin(\alpha * i) \\ z_1 &= \text{bottomRadius} * \cos(\alpha * i) \\ x_2 &= \text{bottomRadius} * \sin(\alpha * (i + 1)) \\ z_2 &= \text{bottomRadius} * \cos(\alpha * (i + 1)) \end{aligned}$$

2.4.2. Cálculo dos pontos - 2ª fase

Durante a formação da lateral do cone são utilizados quadrados, divididos em dois triângulos, num deles dois pontos estão numa camada e o terceiro está na camada seguinte, e no outro o contrário, desta forma conseguimos fazer com que o cone obtenha a sua forma.

Assim, o primeiro passo é criar um ciclo que itera sobre as stacks (que são as divisões horizontais do cone) e calcular o raio da camada onde está o índice do ciclo (r_1) e o raio da camada seguinte (r_2), bem como a altura y da camada atual (y_1) e a altura y da camada seguinte (y_2) utilizando as seguintes fórmulas:

$$\begin{aligned} r_1 &= \text{bottomRadius} - j * \text{deltaRadius}; \\ y_1 &= j * \text{deltaHeight}; \end{aligned}$$

Para r_2 e y_2 apenas se incrementa uma unidade a j.

Em seguida cria-se o ciclo que itera sobre as slices (fatias verticais) que vai calcular as coordenadas de x e z necessárias para criar os pontos que serão usados para gerar os triângulos.

No total são gerados quatro pontos e são aplicadas as mesmas fórmulas utilizadas para a base,

$$\begin{aligned}xI &= rI * \sin(\alpha * i) \\zI &= rI * \cos(\alpha * i) \\x2 &= rI * \sin(\alpha * (i + 1)) \\z2 &= rI * \cos(\alpha * (i + 1))\end{aligned}$$

Para os pontos $(x3, z3)$ e $(x4, z4)$ as fórmulas são as mesmas, apenas se substitui rI por $r2$

2.4.3. Cálculo dos pontos - 3ª fase

Primeiramente define-se as coordenadas da ponta do cone, que são $(0, altura, 0)$ uma vez que o cone está centrado na origem.

Em seguida, utiliza-se novamente um ciclo que itera sobre as slices para calcular os pontos (xI, zI) e $(x2, z2)$.

Estes pontos são calculados utilizando as seguintes fórmulas:

$$\begin{aligned}xI &= (bottomRadius - stacks * deltaRadius) * \sin(\alpha * i) \\zI &= (bottomRadius - stacks * deltaRadius) * \cos(\alpha * i) \\x2 &= (bottomRadius - stacks * deltaRadius) * \sin(\alpha * (i + 1)); \\z2 &= (bottomRadius - stacks * deltaRadius) * \cos(\alpha * (i + 1))\end{aligned}$$

Relembrando as equações paramétricas $x = r * \sin(\theta)$ e $z = r * \cos(\theta)$ podemos observar que estas expressões possuem essa mesma forma, onde o nosso r é igual a $(bottomRadius - stacks * deltaRadius)$. Isto significa que o raio da camada é igual ao tamanho original do raio subtraído pela quantidade reduzida até chegar aquela camada.

Por fim os pontos são criados com a forma $(x, height - deltaHeight, z)$.

3. Engine

A engine é o componente central do programa, responsável por processar e renderizar as primitivas gráficas usando a biblioteca OpenGL. Ela coordena a leitura e interpretação dos arquivos de configuração XML, que descrevem o cenário 3D, incluindo a posição da câmera, iluminação e as características dos objetos. A engine também é responsável por interagir com o utilizador por meio do GLUT, realizando a criação e exibição dinâmica das figuras 3D no ambiente virtual. Além disso, ela lida com o cálculo de projeções, as transformações de objetos e o controlo da câmera, proporcionando uma visualização interativa e eficiente da cena durante a execução. Em suma, a engine funciona como a espinha dorsal do sistema gráfico, integrando todas as funcionalidades necessárias para a construção e manipulação do cenário 3D.

3.1. Parsing de XML

O XML é usado para configurar o cenário a ser implementado com GLUT, abrangendo desde as configurações da câmera até a posição e dimensões das figuras na cena. A estrutura do XML segue uma hierarquia com quatro principais elementos: “window”, “camera”, “lights” e “group”.

Para aceder a estes nós foi utilizada a biblioteca **TinyXML** que nos permite iterar sobre eles com facilidade e extrair os dados necessários.

3.2. Controlo da câmera

O utilizador pode executar seis inputs diferentes no teclado de forma a alterar a câmera, quatro delas aplicam rotação e duas delas alteram a distância ao objeto.

A tecla `GLUT_KEY_UP` aumenta o ângulo beta, ou seja aplica uma rotação vertical para cima.

A tecla `GLUT_KEY_DOWN` diminui o ângulo beta, ou seja aplica uma rotação vertical para baixo.

A tecla `GLUT_KEY_LEFT` aumenta o ângulo alpha, ou seja aplica uma rotação horizontal para a esquerda.

A tecla `GLUT_KEY_RIGHT` diminui o ângulo alpha, ou seja aplica uma rotação horizontal para a direita.

A tecla `-` aumenta a distância da câmera ao objeto (zoom out).

A tecla `+` diminui a distância da câmera ao objeto (zoom in).

4. Resultados obtidos

Foram utilizados os ficheiros de teste disponibilizados na blackboard em que obtivemos os seguintes resultados:

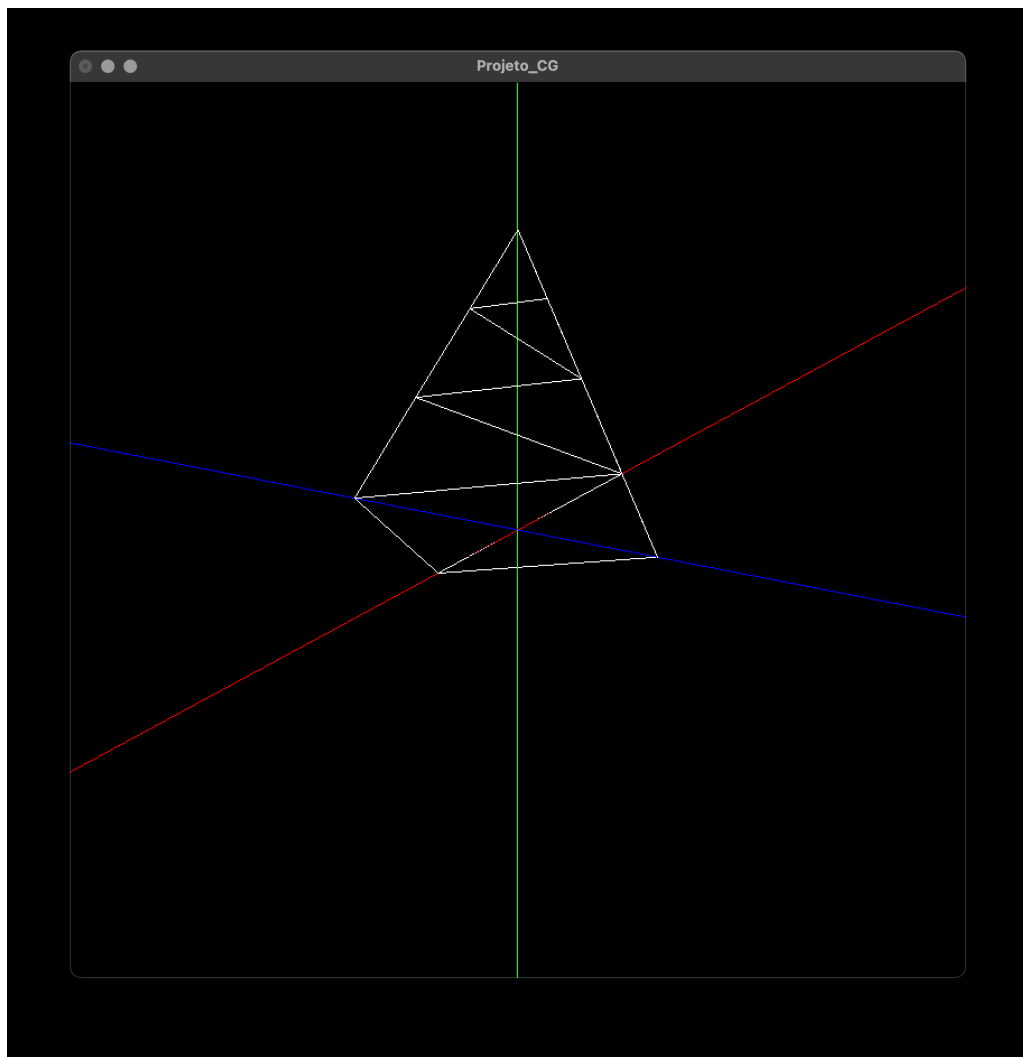


Figura 1: Cone - teste 1.1

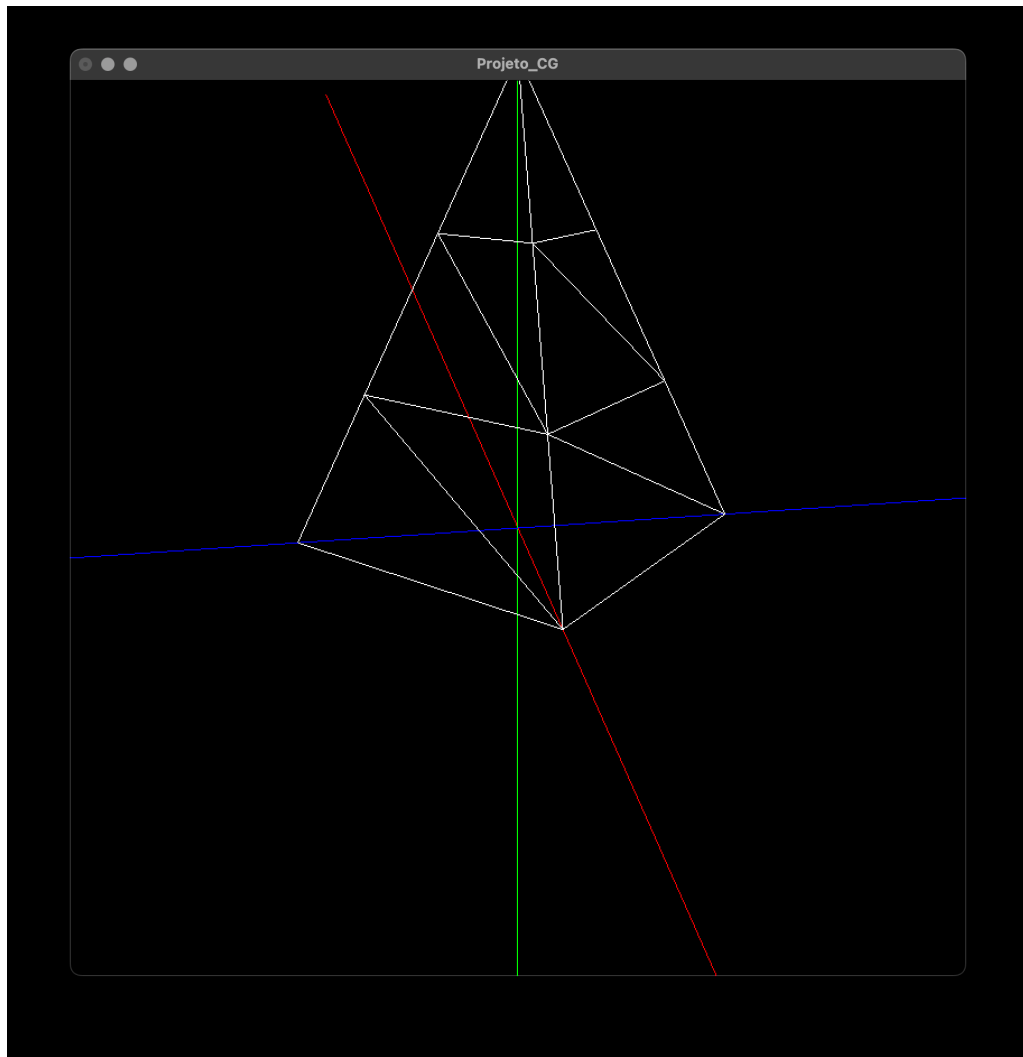


Figura 2: Cone zoom in - teste 1.2

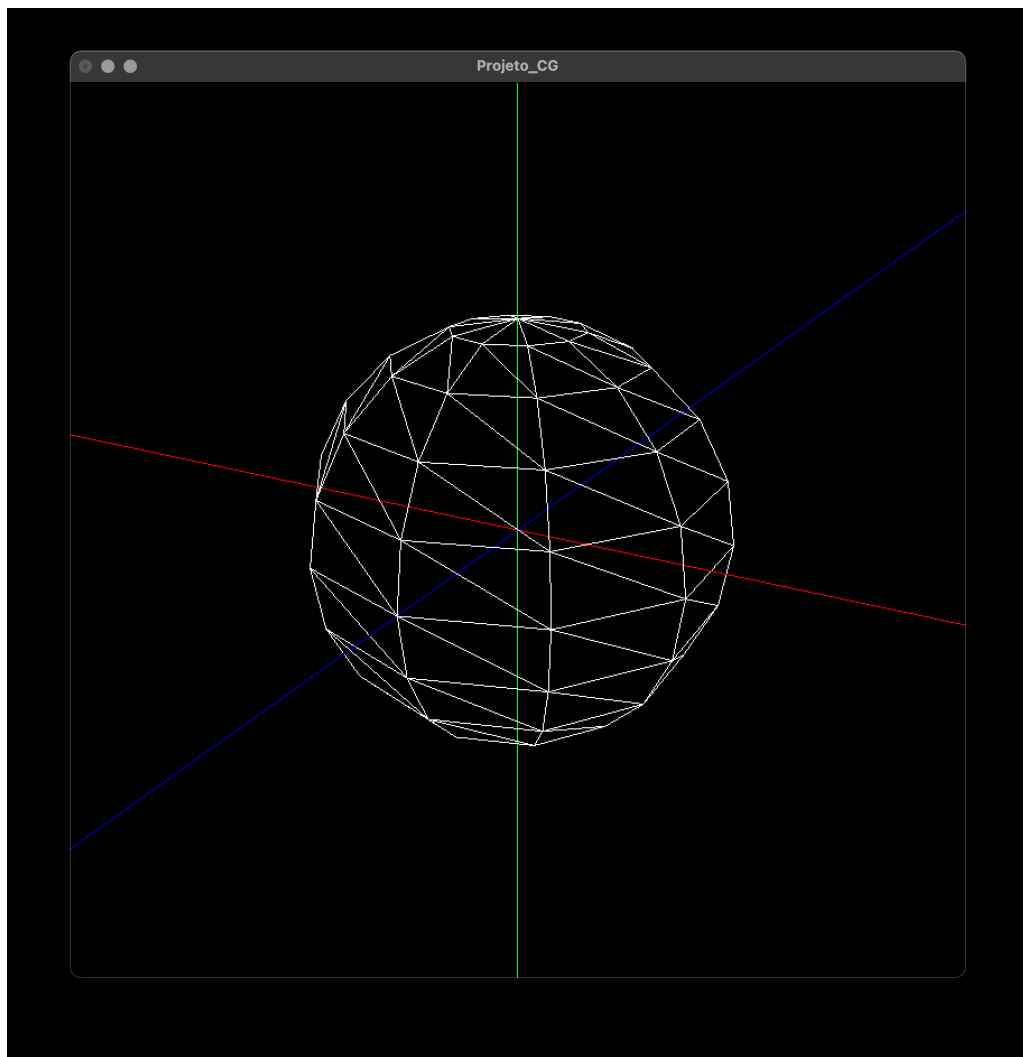


Figura 3: Esfera - teste 1.3

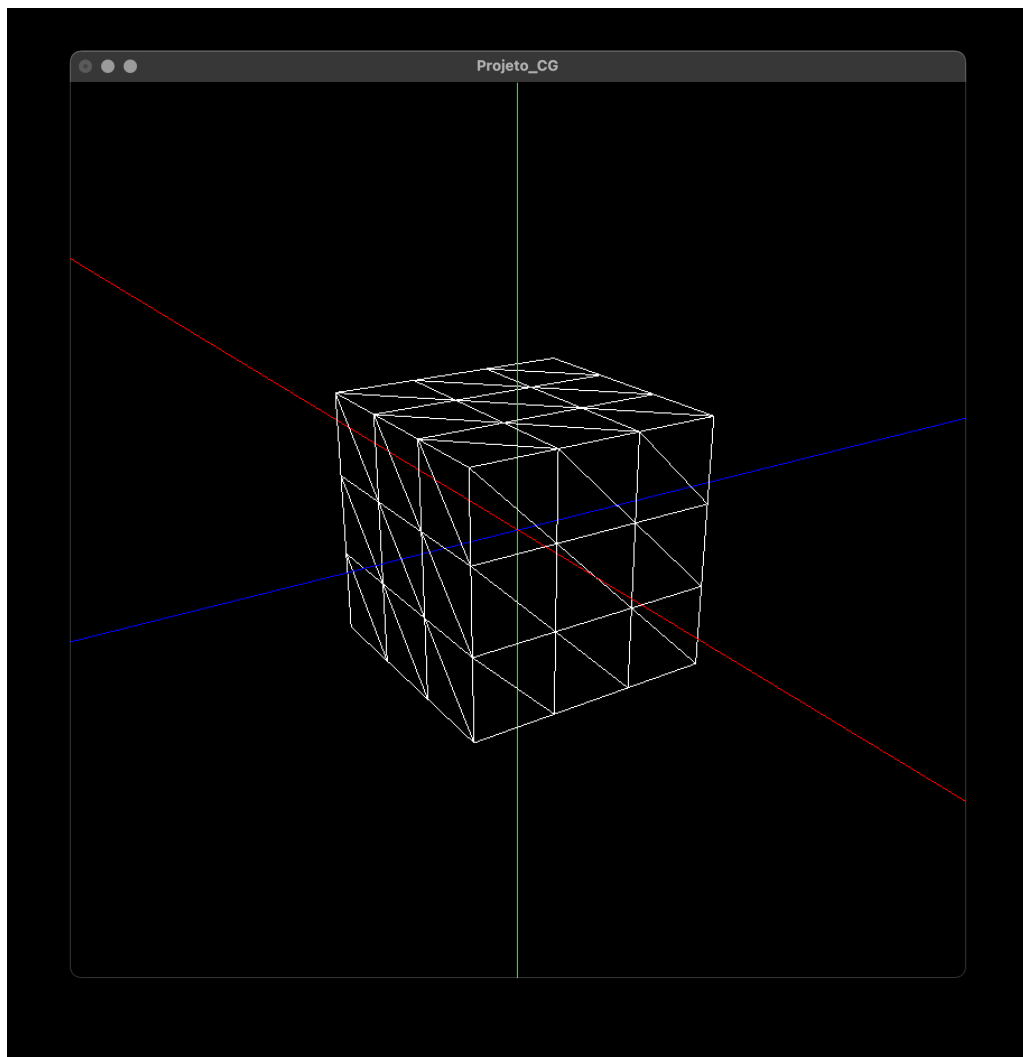


Figura 4: Caixa - teste 1.4

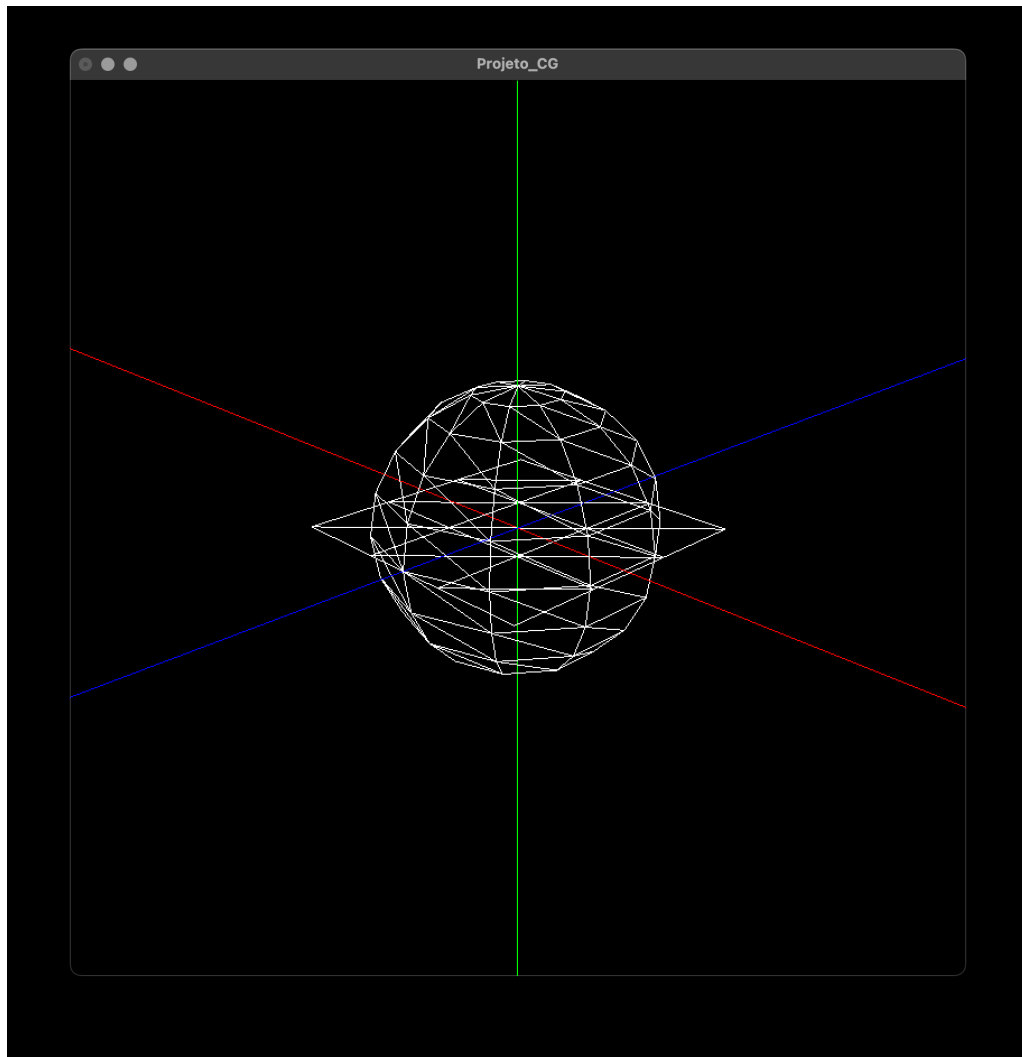


Figura 5: Mistura de plano e esfera - teste 1.5

5. Conclusões e trabalho futuro

A implementação deste projeto permitiu compreender os princípios fundamentais da geração e renderização de primitivas gráficas em computação gráfica. Através do desenvolvimento do gerador de modelos e da engine de visualização, conseguimos criar e manipular objetos tridimensionais de forma eficiente. Os resultados obtidos demonstram a eficácia das metodologias aplicadas, embora existam oportunidades para melhorias, como a otimização dos cálculos dos vértices. Para trabalho futuro, mais concretamente na segunda fase deste projeto, serão exploradas as transformações geométricas.