NOMBRE: Vicente Espinosa

SECCIÓN: 2

Nº LISTA: 36

PUNTAJE:

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

Tarea 7 – Respuesta Pregunta 1

Sabemos que los números siguen la siguiente secuencia: divisible por 3, no divisible por 3, no divisible por 3, sucesivamente.

Luego, en los numero binarios, definimos los siguientes conjuntos:
$q_0 \rightarrow n \ mod \ 3 = 0$
$q_1 \rightarrow n \ mod \ 3 = 1$
$q_2 \rightarrow n \ mod \ 3 = 2$

Sabemos que cada 3 números hay un q_0.

Definimos T_{sum} como la diferencia entre la suma de los números en posición par y los números en posición impar del numero binario.

Sabemos que el ultimo numero va intercalándose entre 0 y 1 cada vez.

Por lo tanto, usando lo anterior, podemos asegurar lo siguiente:

Si tenemos un q_0, y agregamos un 0 al final, seguirá siendo q_0, pues la suma total no cambiará. En cambio, si agregamos un 1, pasará a ser un q_1.

Si tenemos un q_1 y agregamos un 0, pasaremos a un q_2, siguiendo la lógica de los números naturales.

En cambio, si agregamos un 1, significará que bajamos uno, por lo tanto, será un q_0.

Y finalmente, el q_2, si se le agrega un 1, se volverá a q_1, ya que significa retroceder, y en cambio, si se le agrega un 1 seguirá siendo un q_2, pues $T_{\textbf{sum}} \neq mod \ 3$.

Conociendo todo lo anterior, se puede armar la siguiente tabla:

	0	1
q_0	q_0	q_1
q_1	q_2	q_0
q_2	q_1	q_2

Viendo esto, se puede notar la secuencia que se sigue (en zig-zag desde arriba a la izquierda). En la cual se pasa cada 3 numeros por el q_0.

Luego, dado que en $n = 0$, se cumple la afirmación pues 0 mod 3, $n = 1$ se cumple pues n mod 3 $\neq 0$ y $n = 3$ cumple n mod 3. Podemos luego asegurar que para cualquier n se cumple que si T_{sum} mod $3 = 0$ entonces es divisible por 3.

Ahora, con lo anterior, por inducción, queda demostrada la afirmación.