NOMBRE: Vicente Espinosa

SECCIÓN: 2

Nº LISTA: 36

PUNTAJE:

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

Tarea 4 – Respuesta Pregunta 1

1

Demostrar que $\sim$ es refleja y simétrica.

La relación es refleja, pues se cumple que $\forall a \in A.(a,a) \in R$.
Esto se puede demostrar de la siguiente forma:
$\forall a \in \Sigma^*, (a,a) \in R : \exists i > 0.\exists j > 0.\ \ a^i = a^j$ evaluamos en $i = 1, j = 1$
$a^1 = a^1$
$a = a$

* También se cumple para cualquier caso en que $i = j$, pero con la demostración anterior es suficiente.

La relación es simétrica, pues se cumple $\forall a, b \in A.(a,b) \in R \rightarrow (b,a) \in R$.
Esto significa que $\forall (a,b) \in \Sigma^*.\exists i > 0.\exists j > 0s.\ \ a^i = b^j$
$(a,b) \in \Sigma^* \rightarrow a^i = b^j$, esto se cumple para algún i y j, que denotaremos como q y w.
Por lo tanto, sabemos que: $a^q = b^w.q > 0.w > 0$.
Luego, hay que demostrar que (b,a) pertenece a Σ^*.
$(b,a) \in \Sigma^* \rightarrow b^i = a^j$. Para algún $i, j > 0$.
Podemos asumir que $b^w = a^q$
Pues $a^q = b^w \rightarrow b^w = a^q$ Esto pues la relación '=' es para ambos lados.

Con esto queda demostrado que la relación $\sim$ es refleja y simétrica.

2

Demostrar que $\sim$ es transitiva.

Esto significa que $\forall a, b, c \in \Sigma^*.(a, b) \wedge (b, c) \rightarrow (a, c)$.

Esto se traduce en:

$(a^i = b^j) \wedge (b^l = c^p) \rightarrow (a^q = c^w)$

$b^l = (b^j)^{\frac{l}{j}}$

$\therefore (b^j)^{\frac{l}{j}} = c^p$

$(a^i)^{\frac{l}{j}} = c^p$

$a^{\frac{il}{j}} = c^p$

Por lo tanto, el q y w que buscamos son $\frac{il}{j}$ y p respectivamente.

Dado que $i, j, p > 0$, podemos asegurar que $q, w > 0$