Doy mi palabra que la siguiente solución de la pregunta 4 fue desarrollada y escrita individualmente por mi persona según el código de honor de la universidad

Vicente

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36

1-) $f(t)$ entrega el largo de la rama más corta que pertenece a t, es decir, la distancia entre el • inicial, y el • final más cercano (por • final se refiere a un • que esta conectado solo a un • o menos).

2-) Sabiendo que $t_0 = •$ y

$$t_{n+1} = •(t_n, t_n)$$

$$f(t_{n+1}) = f(t_n) + 1$$

Como $f(•) = 0$, podemos decir entonces que

$$f(t_n) = n.$$

también usando $t_{n+1} = •(t_n, t_n)$ podemos concluir:

$$\#\text{nodes}(t_{n+1}) = \#\text{nodes}(t_n) + \#\text{nodes}(t_n) + 1$$

$$\#\text{nodes}(t_{n+1}) = 2\,\#\text{nodes}(t_n) + 1$$

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36

Como $\# \text{nodes}(t_{n+1}) = 2\#\text{nodes}(t_n)+1$

Vemos que $f(t_n) = n$

$\# \text{nodes}(t_n) = 2^n$

$\therefore \quad f(t_n) = \log_2(\#\text{nodes}(t_n))$

$n = \log_2(2^n)$

$n = n$ //

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36

3-) $h(t) \leq \log_2(\#nodes(t))$

Sabemos que

$h(\cdot) = 0 \longrightarrow h(t) \leq \log_2(\#nodes)$

$0 \leq \log_2(1)$

$h(t_1) = h(\cdot) + 1 = 1 \rightarrow h(t) \leq \log_2(\#nodes)$

$1 \leq \log_2(2)$

$1 \leq 1$

Luego, asumiendo que $h(t_n) \leq \log_2(\#nodes(t_n))$

$h(t_{n+1}) \leq \log_2(\#nodes(t_{n+1}))$

$h(t_n) = n$

$\#nodes(t_n) \geq 2 \cdot \#nodes(t_{n-1})$

$\geq 2^n$

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36

$$\therefore \quad h(t_{n+1}) = n+1$$

$$\text{Y} \quad \#\text{nodes}(t_{n+1}) \geq 2 \cdot \#\text{nodes}(t_n)$$

$$\#\text{nodes}(t_{n+1}) \geq 2^{n+1}$$

$$h(t_{n+1}) \leq \log_2(\#\text{nodes}(t_{n+1}))$$

$$n+1 \leq \log_2(2^{n+1}) \leq \log_2(\#\text{nodes}(t_{n+1}))$$

$$n+1 \leq n+1 \checkmark \qquad \log_2(2^{n+1}) \leq \log_2(\#\text{nodes}(t_{n+1})) \checkmark$$

Por transitividad

$$n+1 \leq \log_2(\#\text{nodes}(t_{n+1}))$$

$$\therefore \quad h(t_{n+1}) \leq \log_2(\#\text{nodes}(t_{n+1}))$$

Con esto queda demostrado que:

$$h(t) \leq \log_2(\#\text{nodes}(t))$$