NOMBRE: Vicente Espinosa

SECCIÓN: 2

N^o LISTA: 36

PUNTAJE:

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

Tarea 5 – Respuesta Pregunta 2

1

Existe una relación de equivalencia $\sim$ que cumple $|A/\sim| = n$ para cualquier $n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$.

Por palomar, dado que $\mathbb{N}$ es al menos n veces mas grande que cualquier subconjunto finito de este, con $n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$, por lo tanto, se puede asegurar que existe una relación sobre AxA, tal que $|A/\sim| = n$

2

Una partición P de A cumple que la unión de todos sus elementos dan como resultado A, y además, la intersección de cualquiera 2 elementos distintos de P, dan como resultado vacío, es decir, son disjuntos. Sabiendo lo anterior:

Demostrar que si A es numerable existe una partición finita numerable se puede hacer a través de un ejemplo:

P estaría formado por subconjuntos de un elemento, donde cada elemento sería un elemento de A, se podría decir que el primer elemento de A está contenido en el primer elemento de P. Así, cada subconjunto S de P es finito, pues tiene tamaño 1, y sabemos que la unión de todos los subconjuntos S darán como resultado A. Por lo que solo falta demostrar que P es numerable, pero como cada elemento de P es un conjunto que contiene a un elemento de A, podemos hacer una función biyectiva entre P y A, que vaya de la siguiente manera:

$\forall a \in A. f : A \rightarrow P. f(a) = \{a\}$

Y como A es numerable, P también lo es.

Este ejemplo se puede aplicar en cualquier caso, por lo que queda demostrado que "A numerable $\rightarrow \exists P$ partición finita numerable de A".

Ahora, para el otro lado, si P es una partición finita numerable de A, y la unión de todos los elementos de P da como resultado A, significa que A esta formado por la unión de conjuntos finitos, por lo tanto, cada conjunto finito, sería numerable, lo que significa que la unión de todos estos conjuntos será equinumerable a la suma de la numerabilidad de cada subconjunto, es decir:

Si "$A = a_1 \cup a_2 \cup a_3 \cup ...$" entonces la numerabilidad de A será $|a_1| + |a_2| + |a_3| \cup ...$, y como sabemos que cada subconjunto es finito, sabemos que eso será la sumatoria de números finitos, y por lo tanto, será numerable.