



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE  
 ESCUELA DE INGENIERÍA  
 DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

## Tarea 4 — Respuesta Pregunta 2

### 1

Esta afirmación es VERDADERA.

Sea  $(x, y) \in R$  y  $(a, b) \in S$ .

Para que  $(x, y)$  pueda juntarse con  $(a, b)$ , deben poder hacer  $(x, y) (a, b)$

$\therefore a = y$

$R = (x, y), S = (y, b)$  Todos los elementos que cumplen  $\preceq_1$  deben cumplir esto.

Luego:

$R \circ S = S$

$(x, y) \circ (y, b) = (y, b)$

$(x, b) = (y, b)$

$x = y$

$\therefore R = (y, y)$ .

Esto significa que la relación  $R \preceq_1 S$  solo tomará en cuenta los elementos del tipo  $(x, x)$  del conjunto  $R$ .

Por lo tanto, para que el nodo que representa al conjunto  $S$  tenga caminos debería estar formado por elementos del tipo  $(x, x)$ .

Entonces,  $S \preceq_1 S_2$

Para que se cumpla  $R \preceq_1 S$  y  $S \preceq_1 S_2$  a la vez, sin que ningún conjunto sea vacío, el conjunto  $S$  debe estar formado por elementos del tipo  $(x, x)$ , y para que eso pase, el conjunto  $R$  también debe estar formado por elementos del tipo  $(x, x)$  (No exclusivamente).

Luego, todos los  $(y, y)$  del conjunto  $S$ , se formaron a partir de los  $(x, x)$  de  $R$ , por lo que, como para cada conjunto  $(y, y)$  formado, el conjunto  $(x, x)$  que lo formó debe cumplir que  $x = y$ .

Así, podemos concluir que  $R$  contiene al menos todos los elementos de  $S$  del tipo  $(y, y)$ .

Sabiendo esto, podemos afirmar que  $R \circ S_2 = S_2$ , pues como se indicó antes, solo se toma en cuenta los elementos del tipo  $(x, x)$  los cuales contiene  $R$ .

Así que  $\preceq_1$  es transiente.

### 2

Al igual que en el caso anterior, para que se pueda hacer un camino entre un nodo  $R$  y uno  $S$ , y luego uno entre  $S$  y  $S_2$ ,  $R$  y  $S$  deben contener elementos del tipo  $(x, x)$ .

Y como ya sabemos que  $R \circ S \subseteq S$ , podemos decir que  $S$  y  $R$  están formados por elementos del tipo  $(x, x)$ , y  $R$  contendrá todo los elementos  $(x, x)$  de  $S$ . Por lo que se cumplirá que  $R \circ S_2 = S_2$

Y queda demostrado que la relación  $\preceq_2$  es transiente.