Doy mi palabra que la siguiente solución de la pregunta 1 fue desarrollada y escrita individualmente por mi persona según el código de honor de la universidad.

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36 Vicente

$\alpha(p_1, \ldots, p_k)$ $\beta(p_1, \ldots, p_k)$

$\alpha \models \beta \rightarrow (\forall\, p_1, \ldots, p_k \in \{0,1\} \quad \alpha(p_1, \ldots, p_k) \rightarrow \beta(p_1, \ldots, p_k))$

Si $\alpha \models \beta$ Si α evaluado en $(p_1, \ldots, p_k)$ es 1, entonces β evaluado en lo mismo también es 1

p_1	p_2	...	p_k	$\alpha(p_1, \ldots, p_k)$	$\beta(p_1, \ldots, p_k)$	
0	0	...	0	a	b	$(a,b) = (0,0), (0,1)$ ó $(1,1)$
0	0	...	1	a	b	
...	...	...	...	a	b	
...	...	...	...	a	b	
1	1	1	1	a	b	

Dado que (a,b) solo puede ser $(0,0)$, $(0,1)$ ó $(1,1)$ para cumplir $\alpha \models \beta$ podemos afirmar que $\alpha \equiv \alpha \wedge \beta$ pues:

Si $(a,b) = (0,0)$

$\alpha \equiv \alpha \wedge \beta$

$\alpha \equiv 0 \wedge 0$

$0 \equiv 0$ ✓

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36

Si $(a, b) = (0, 1)$

$\alpha \equiv \alpha \wedge \beta$

$\alpha \equiv 0 \wedge 1$

$0 \equiv 0$ ✓

Si $(a, b) = (1, 1)$

$\alpha \equiv \alpha \wedge \beta$

$\alpha \equiv 1 \wedge 1$

$1 \equiv 1$ ✓

Dado que para todos los casos posibles se cumple que $\alpha \equiv \alpha \wedge \beta$ podemos decir que en general se cumple $\alpha \equiv \alpha \wedge \beta$.

$\therefore$ Queda comprobado $\alpha \models \beta \rightarrow \alpha \equiv \alpha \wedge \beta$

Ahora para

$\alpha \models \beta \leftarrow \alpha \equiv \alpha \wedge \beta$

Si $\alpha \equiv \alpha \wedge \beta$ Si evaluamos en todas las posibilidades

Si $\alpha = 0$

$0 \equiv 0 \wedge \beta \equiv 0$ ✓ $\therefore$ β puede ser 0 ó 1

Si $\alpha = 1$

$1 \equiv 1 \wedge \beta$

$1 \equiv \beta$ $\therefore$ $\beta = 1$

De lo anterior se extrae que los valores que puede tomar (α, β) son $(0, 0)$, $(0, 1)$ y $(1, 1)$.

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36

$(0,0)$, $(0,1)$, $(1,1)$

Para demostrar $\alpha \models \beta$ solo hay que mostrar que $\alpha \to \beta$, por lo tanto:

$(0,0)$

$0 \to 0 = 1$ ✓

$(0,1)$

$0 \to 1 = 1$ ✓

$(1,1)$

$1 \to 1 = 1$ ✓

Con esto queda demostrado que

$\alpha \models \beta \Leftarrow \alpha \equiv \alpha \wedge \beta$

$\therefore$ Usando ambas demostraciones, queda probado que:

$\alpha \models \beta$ ssi $\alpha \equiv \alpha \wedge \beta$

//