

Doy mi palabra de que la solución de la pregunta 1
fue desarrollada y bruto individualmente por mi persona
Según el código de honor de la Universidad

Nicote

Nombre: Nicote Espinosa

Nº Lista: 36

1.1 $\varphi_K(P_1, \dots, P_{2^{K-1}}, P_1, P_2, \dots, P_{2^{K-1}})$ tautología
al desarrollar lo anterior queda

$$= \varphi_{K-1}(P_1, \dots, P_{2^{K-1}}) \leftrightarrow \varphi_{K-1}(P_1, \dots, P_{2^{K-1}})$$

$$* a = \varphi_{K-1}(P_1, \dots, P_{2^{K-1}})$$

$$= a \leftrightarrow a$$

, esto por definición es una tautología.
Pero la demostré igual, por contradicción.

De una doble implicación es falsa, significa que de
valor $1 \leftrightarrow 0$ o $0 \leftrightarrow 1$. Por lo tanto tomaremos ambos
casos

$$1 \leftrightarrow 0 = a \leftrightarrow a$$

$$\begin{aligned} \therefore a &= 1 \\ &\downarrow \\ a &= 0 \\ \text{Contradicción} \end{aligned}$$

$$0 \leftrightarrow 1 = a \leftrightarrow a$$

$$\begin{aligned} \therefore a &= 0 \\ &\downarrow \\ a &= 1 \\ \text{Contradicción} \end{aligned}$$

$\therefore a \leftrightarrow a$ debe ser verdadero, y por lo tanto,
una tautología.

1.2

$$\underbrace{\varphi_K(v_1, \dots, v_{2^K})}_{\text{...}} = \varphi_K(\bar{v}_1, \dots, \bar{v}_{2^K})$$

$$\varphi_{K-1}(v_1, \dots, v_{2^{K-1}}) \leftrightarrow \varphi_{K-1}(v_1, \dots, v_{2^{K-1}})$$

... se sigue descomponiendo, hasta:

$$\underbrace{(\varphi_1(p_1, p_2) \leftrightarrow \varphi_1(p_3, p_4)) \leftrightarrow (\varphi_1(p_5, p_6) \leftrightarrow \varphi_1(p_7, p_8))}_{\dots} \leftrightarrow \dots$$

Cada φ_K tiene una solución dependiente de los p .

$\varphi_K(p_1, p_2)$ Puede ser 1 o 0, pero será el mismo de $\varphi_K(\bar{p}_1, \bar{p}_2)$, y por lo tanto, todos los φ_K serán iguales, y así ~~se sigue~~ $\varphi_K(v) = \varphi_K(\bar{v})$.

Demostración

Hay 4 casos, que:

$$\begin{aligned} p_1, p_2 = (1, 0) &\rightarrow \bar{p}_1, \bar{p}_2 = (0, 1) \\ p_1, p_2 = (0, 1) &\rightarrow \bar{p}_1, \bar{p}_2 = (1, 0) \\ p_1, p_2 = (1, 1) &\rightarrow \bar{p}_1, \bar{p}_2 = (0, 0) \\ p_1, p_2 = (0, 0) &\rightarrow \bar{p}_1, \bar{p}_2 = (1, 1) \end{aligned}$$

Usando tabla de verdad:

p_1	p_2	$p_1 \leftrightarrow p_2$	$\bar{p}_1 \leftrightarrow \bar{p}_2$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	1	1

\therefore todos los φ_K serán equivalentes, y el valor de φ_K no cambiará.