Doy mi palabra que la siguiente solución de la pregunta 2 fue desarrollada y escrita individualmente por mi persona según el código de honor de la Universidad
Vicente Espinosa González - sección 2 - Nº lista = 36

Vicente

2-)

i.) Asumimos verdadero que R es reflexiva y transitiva

Esto implica que $I_A \subseteq R$ y $R \circ R \subseteq R$.

$$R^i = \underbrace{R \circ R \circ \dots \circ R}_{i \text{ veces}}$$

Luego, que R tenga período 1 implica que $R^{i+1} = R^i$

$R^{i+1} = R^i \circ R = R^i$ $\therefore$ $\underline{R = R \circ R}$

Dado lo anterior, R puede estar formado de dos formas:

$\underbrace{R = I_R}_{\substack{R \text{ está formado} \\ \text{solo por elementos} \\ \text{tipo } (a,a)}}$ ó $R = \underbrace{I_R + X}_{\substack{R \text{ está formado} \\ \text{por elementos tipo } (a,a) \\ \text{y } (a,b)}}$

- $R = I_R$ $\qquad I_R \circ I_R = I_R$ //

- $R = I_R + X$ $\qquad R \circ R = R$

Como R transitiva, para cada

$(a,b) \in R \land (b,c) \in R \rightarrow (a,c) \in R$

y

$(a,b) \in R \rightarrow (b,a) \in R$, $(b,c) \in R \rightarrow (c,b) \in R$

Vicente Espinosa González - sección 2 - Nº lista = 36

Asumiendo el lado derecho de todas esas afirmaciones verdadero, dado que R es transitiva:

$$(c,b) \in R \wedge (b,a) \in R \rightarrow (c,a) \in R$$

$\therefore$ se cumple transitividad, y se cumple $R \circ R = R$ //

R tiene periodo 1.

~~ii-) $R^{i+p} = R^i$~~

~~$= R^i \circ \underbrace{R \circ \ldots \circ R}_{p \text{ veces}} = R^i$~~

~~$= R^i \circ R^p = R^i$~~

NO SE

$\therefore$ ⌒

Vicente Espinosa González - sección 2 - Nº lista = 36

iii-) Como R es transitiva, significa que
$I_R \subseteq R$.

También sabemos que periodo $= 1 \rightarrow R \circ R = R$

Luego,

$$R \circ R = \left((x,y) \mid (x,z) \in R \wedge (z,y) \in R \right)$$

Sabemos que $\forall a \in R.\ (a,a) \in R$.

$\therefore \quad \forall a,b \in R.\ (b,a) \in R \wedge (a,a) \in R \rightarrow (b,a) \in R$

$\therefore$ la matriz identidad se comporta como un elemento neutro de la composición de matrizes.

$\forall (a,b) \in R.\ (a,b) \in R \circ R$.

$\therefore \quad R \circ R = R$ $\qquad$ R tiene periodo 1. //