Doy mi palabra que la siguiente solución de la pregunta 3 fue desarrollada y escrita individualmente por mi persona según el código de honor de la universidad

Vicente

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36

1-) Si $O(f_a)$ fuera numerable, entonces existiría una función biyectiva entre este y un conjunto numerable, dado que $O(f_a)$ es infinito, lo compararemos con el conjunto de los naturales

Pero esto es falso, pues no se puede crear una función biyectiva entre los naturales y $O(f_a)$

Si se consideran todas las funciones $g(n) = m_1$, con $m_1 \cdot c > a$, se formaría una función biyectiva, pero aun faltan más conjuntos, como

$g(n) = m_2$, con $m_2 \cdot c > a$.

Dado que ya todos los elementos de los naturales tienen una imagen entonces se repetirían, es decir, los numeros naturales tendrán más de una imagen y entonces, no habrá una función biyectiva, y por lo tanto, es no-numerable

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36

2.)

Dado que a es constante, cualquier función estrictamente creciente superará el valor de a en algún momento, por lo tanto, los únicos funciones crecientes que pertenecen a $O(a)$ son las funciones constantes tal que

$g(n) = m \rightarrow m \leq c \cdot a$.

Por lo tanto, $O(a) \cap C$ serán solamente funciones constantes.

Vicente Espinosa - Sección 2 - Nº lista: 36

Luego, se crea una función biyectiva entre $g(n)$ y los naturales de la siguiente forma:

Los primeros m elementos de $\mathbb{N}$ se comporta de la siguiente forma:

Con $c = 0$, $g(n) = m \rightarrow m \leq c \cdot a$

luego los siguientes m serán:

Con $c = 1$, $g(n) = m \rightarrow m \leq c \cdot a$

y así sucesivamente.

Dado que hay una función biyectiva entre los naturales y $O(a) \cap C$, entonces es numerable

piedad por favor :(