NOMBRE: Vicente Espinosa

SECCIÓN: 2

Nº LISTA: 36

PUNTAJE:

Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ciencia de la Computación

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

Tarea 3 – Respuesta Pregunta 2

1. Un conjunto que tiene el tamaño máximo podría ser $\{\{1\},\{1,2\},\{1,3\},\{1,4\},\{1,2,3\},\{1,2,4\},\{1,3,4\},\{1,2,3,4\}\}$

   Sabemos que solo podemos tener uno de los siguientes conjuntos: $\{1\},\{2\},\{3\},\{4\}$ pues cualquier intersección entre estos es vacía. Por lo tanto se escoge cualquiera, en este caso, el $\{1\}$. Luego, para que la intersección con cualquier otro conjunto no sea vacía, este otro conjunto debe contener al numero 1, pues es el único elemento que contiene $\{1\}$, y por lo tanto, la única forma de que su intersección no sea vacía. Este conjunto tiene 8 elementos, la cardinalidad de 2^B es 16, lo que significa que la mitad de los elementos tienen intersección vacía con este conjunto, o sea, que tiene tamaño 2^{n-1}, por lo tanto, según lo que se dice en la pregunta 3, es siempre el mayor tamaño que se puede tomar.

2. Un conjunto de tamaño 2^{n-1}, contiene a la mitad de todos los subconjuntos de A, pues el total es de 2^n, como vimos en clases. Como se ve en la pregunta de abajo, según el teorema de "Richard Johnsonbaugh", la mitad de los elementos del conjunto de subconjuntos de A contienen a x, por lo tanto, la mitad de los elementos tienen una intersección no vacía, pues si ambos contienen a x, entonces no será vacía. Así, si la mitad contiene a x, y la mitad se intersecta sin dar como resultado vacío, queda probado que habrá al menos 2^{n-1} elementos que pertenezcan a el conjunto de intersecciones de A.

3. Sabemos que para que un conjunto de intersecciones sobre A funcione, solo puede tener un subconjunto de tamaño 1, el cual puede ser cualquier numero de los que pertenecen a A, por lo tanto, tomaremos un numero r para la demostración.

   Todos los subconjuntos que contengan a r, serán parte de este conjunto de intersecciones de A, y por lo tanto, todos los subconjuntos que no contengan a r, no serán parte.

   A partir del teorema 2.1.4 (pag 66) del libro "Matemáticas discretas" de "Richard Johnsonbaugh", podemos asumir que la mitad de los elementos de 2^A contienen a r, por lo tanto su cardinalidad será $2^n/2 = 2^{n-1}$

   fuente:

   `https://tinyurl.com/ybyvy4wd` pagina 66, teormea 2.1.4

   Con esto queda demostrado que el mayor tamaño de un conjunto de intersecciones es de 2^{n-1}

Perdón lo malo de mi tarea :(
Es lo que pude.