Doy mi palabra que la siguiente solución de la pregunta 1 fue desarrollada y escrita individualmente por mi persona según el código de honor de la universidad. Vicente

Vicente Espinosa González - Sección 2 - Nº lista: 36

P 1

1.-

Relación de equivalencia : refleja, simétrica y transitiva

$$\left(\left(R^r\right)^s\right)^t$$

- $R \subseteq R^r$, R^r refleja

- $\left(R^r\right)^s \rightarrow R^r \subseteq \left(R^r\right)^s$, $\left(R^r\right)^s$ simétrica

$\forall a,b \in A.\ (a,b) \in R^s \rightarrow (b,a) \in \left(R^r\right)^s$ ∴ simétrica

$\forall a \in A.\ (a,a) \in R^s \rightarrow (a,a) \in \left(R^r\right)^s$ ∴ refleja

- $\left(\left(R^r\right)^s\right)^t \rightarrow \left(R^r\right)^s \subseteq \left(\left(R^r\right)^s\right)^t$, y $\left(\left(R^r\right)^s\right)^t$ transitiva

$\therefore \forall a,b,c \in A.\ \left((a,b) \in \left(R^r\right)^s \wedge (b,c) \in \left(R^r\right)^s\right) \rightarrow (a,c) \in \left(\left(R^r\right)^s\right)^t$

$\therefore \forall a,b \in A.\ \left((a,b) \in \left(R^r\right)^s \wedge (b,a) \in \left(R^r\right)^s\right) \rightarrow (a,a) \in \left(\left(R^r\right)^s\right)^t$

$\therefore \forall a,b \in A\ \left((a,a) \in \left(R^r\right)^s \wedge (a,b) \in \left(R^r\right)^s\right) \rightarrow (a,b) \in \left(\left(R^r\right)^s\right)^t$

Vicente Espinosa González - Sección 2 - Nº lista: 36

Quedando demostrado que $((R^{r})^{s})^{T}$ es refleja, simétrica y transitiva, y por lo tanto, una relación de equivalencia

2-) Dado que R es una relación de equivalencia, sabemos que hay una cantidad limitada de clases de equivalencia,

Clases de equivalencia: $[X]_R \{Y \in A \mid X \sim Y\}$

Como A es infinito, hay al menos un $[X]_R$ que cumple:

$$|[X]_R| = \infty \quad .$$

$$\therefore \{\exists Y_1, \exists Y_2 \mid (X R Y_1) \wedge (X R Y_2)\} \; .$$

Luego, cualquier relación entre los naturales y R no será biyectiva, pues no será inyectiva, ya que un mismo X posee infinitos Y, y no se cumple que cada X posee un Y.