NOMBRE: Vicente Espinosa

SECCIÓN: 2

N° LISTA: 36

PUNTAJE:

PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERÍA
DEPARTAMENTO DE CIENCIA DE LA COMPUTACIÓN

IIC1253 — Matemáticas Discretas — 1' 2020

Tarea 6 – Respuesta Pregunta 1

1

Dado $f : \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ cumple que $f(n) < f(m)$ si $n < m$ para todo $n, m \in \mathbb{N}$, para demostrar que la función no es numerable se puede demostrar que no es equinumerosa con el conjunto $\mathbb{N}$. Luego, para demostrar que no es equinumerosa con $\mathbb{N}$ hay que demostrar que no hay una función biyectiva entre ambos conjuntos.

Se puede demostrar que la función creciente no es biyectiva usando el teorema de Cantor, pues si se forma una lista con todos los dígitos de cada resultado de $f(n)$ con $n \in \mathbb{N}$ de la siguiente forma:

f_0	d_{00}	d_{01}	d_{02}	d_{03}	d_{04}	d_{05}	...
f_1	d_{10}	d_{11}	d_{12}	d_{13}	d_{14}	d_{15}	...
f_2	d_{20}	d_{21}	d_{22}	d_{23}	d_{24}	d_{25}	...
...	...	...	...	...	...	...	...

Esta tabla se interpreta de la siguiente forma:

$f_0 = d_{00} * 1 + d_{01} * 10 + d_{02} * 100 + ...$ Con $d_n n$ un dígito, del 0 al 9.

Formando así todos los números naturales.

Pero por el teorema de Cantor, podemos tomar la diagonal de la tabla, es decir, $d00, d_{11}, d22, ...$, y notaremos si aumentamos en un cada dígito (si es 9 pasa a 0) que el numero natural que sale de esta nueva diagonal no se encuentra en ninguna fila de esta tabla, lo que significa que no se puede modelar la función pedida, por lo tanto, dado los argumentos anteriores, es no numerable.

Como la función es creciente, siempre $f(n) < f(m)$ si $n < m$, pero cuando se llega al limite de la función, es decir, $lim_{x\to\infty} f(x)$, y luego le sumamos 1 al x, quedando $x + 1 > x$, dan ambos el mismo resultado: $lim_{x\to\infty} f(x) = lim_{x\to\infty} f(x + 1)$, por lo tanto no se cumple la propiedad de $\forall i \neq j, a_i \neq a_j$.

2

Si A es no numerable, significa que no hay ningún conjunto numerable con el cual A sea equinumerable, es decir, que exista una función biyectiva entre ambos conjuntos. También al saber que A no es numerable podemos inferir que es un conjunto infinito, pues si no lo fuera, existiría un subconjunto de los naturales equinumerable con este.

Como ya sabemos que A es infinito, y sabemos que $B = A \cup C$, siendo C algún conjunto. Dado que A es infinito sin una función biyectiva con los naturales, significa que al aplicar teorema de Cantor, al igual que en el ejercicio anterior, hay elementos de A que no se pueden representar por una secuencia, por lo tanto, el unir a este conjunto con otro, solamente puede aumentar la cantidad de elementos o no cambiarla, y en ningún caso eliminara a esos elementos que no se pueden representar, por lo tanto, no será numerable.