Pontificia Universidad Católica de Chile
Escuela de Ingeniería
Departamento de Ingeniería Industrial y Sistemas
ICS1113-Optimización

Informe 4

Minimización de costos de traslado para Fundación Atrévete

Grupo 31

Jacinta Ortiz, 22638687, sección 2
Felipe Eskenazi, 21624658, sección 2
Sebastián Silva, 21637377, sección 3
Sebastián Plaza, 21641293, sección 4
Vicente Lavagnino, 21638322, sección 4

Fecha entrega: 21 de junio de 2024

Índice

1. Descripción del problema

1.1. Problemática

Uno de los principales desafíos dentro del ámbito de las fundaciones voluntarias es ofrecer la logística adecuada para facilitar las actividades y, por lo tanto la permanencia de sus voluntarios y voluntarias. La Fundación Atrévete es una fundación educacional sin fines de lucro que realiza un preuniversitario para estudiantes destacados de colegios vulnerables en Santiago. Buscan abordar una problemática que sufren muchos estudiantes del país: contar con NEM y *ranking* altos pero no contar con una preparación adecuada para rendir la prueba de acceso a la educación superior (PAES). La fundación se enfoca, entonces, en ayudar a alumnos y alumnas de III y IV medio a entrar a la universidad que quieren, como también a elegir qué carrera quieren estudiar, a través de clases semanales los sábados y otras actividades. Actualmente, Atrévete cuenta con un equipo de 116 profesores voluntarios y presta servicios a cinco colegios en la Región Metropolitana.

En educación es recurrente el problema de la correcta asignación de recursos, en este caso profesores, apuntando a la correcta realización de los ramos de los estudiantes. En el contexto de la fundación Atrévete, la asignación de voluntarios y su traslado significa un desafío importante, considerando que es una organización sin fines de lucro que busca generar un cambio social significativo.

El directorio de Atrévete está encargado de la toma de decisiones de la fundación. Ellos diseñan el material de estudio, organizan charlas y actividades y se preocupan de la logística. Uno de sus objetivos es asignar a principio de año a cada profesor un colegio, un horario y un ramo específico. Actualmente, la selección de profesores y asignación de ramos y colegios se hace a partir de formularios de Google. Cada profesor postula como voluntario, indicando su ubicación y qué ramos podría dictar. A partir de esta información, el directorio distribuye los ramos y colegios a mano, teniendo en consideración la cercanía aproximada de los voluntarios y la continuidad de profesores antiguos en sus cursos.

Con esto en mente, uno de los desafíos que enfrenta la fundación radica en la optimización del traslado de los profesores a los colegios donde imparten clases. Los profesores se mueven siempre en auto, prefiriendo viajar en grupo, a colegios que se pueden encontrar lejos de sus casas. A partir de esto, el diseño de turnos en función de la asignación de profesores a cada horario, ramo y colegio para todo el año académico se convierte en nuestra problemática a trabajar. Para nuestro objetivo, consideraremos diferentes grupos de 1 a 5 profesores (en adelante *autos*) que van a un colegio específico en un horario específico (en adelante *bloques*).

El horizonte de planificación abarcaría el año en curso. Dado que los profesores hacen clases cada dos semanas, nos aseguramos de que cada profesor vaya únicamente a un bloque a impartir una clase, y que estos bloques se repitan cada dos semanas exactamente. De esta manera, logramos planificar por completo el año académico a la vez que se distribuye equitativamente la labor de cada voluntario y voluntaria.

1.2. Valor

La implementación de un modelo de optimización asociado al traslado de profesores puede entregar múltiples mejoras al contexto de la fundación. En primer lugar, contribuye a mejorar la eficiencia operativa de la fundación al reducir los costos y tiempos de viaje, lo que permite una mejor utilización de los recursos disponibles. Esto no solo optimiza el uso de recursos financieros, sino que también maximiza el tiempo dedicado a la enseñanza y el apoyo a los estudiantes.

La optimización del traslado de profesores también tiene implicaciones importantes en la sostenibilidad financiera y el crecimiento organizacional de la fundación. Al reducir los costos asociados con el traslado de profesores, se liberan recursos que pueden ser reinvertidos en la expansión de programas educativos o en la mejora de la infraestructura. Esto sienta las bases para un crecimiento organizacional sostenible y una mayor capacidad para cumplir con la misión de la fundación a largo plazo. Se estima que bajo un buen escenario del sistema de traslado propuesto, el costo asociado se puede reducir en un 33 %.

Descomplejizar el traslado implica, a su vez, reducir el tiempo de llegada haciendo más conveniente el traslado para los profesores actuales y más atractiva la participación en la fundación para futuros voluntarios y voluntarias. Recalcar que Atrevete es un voluntariado, y de ser posible, es necesario abogar por obligaciones amenas para asegurar la participación y reducir el desgaste producido por rutas excesivamente largas.

Además, una asignación óptima de rutas de traslado garantiza la puntualidad y consistencia en la entrega de clases, aspecto fundamental para mantener la calidad de la enseñanza y la confianza de los estudiantes y sus familias en la fundación.Al garantizar un acceso más fácil y eficiente a las clases, se amplía el alcance de la fundación y se promueve la equidad en la educación. Esto contribuye a aumentar el número de estudiantes beneficiados y a fortalecer el impacto positivo de la fundación en la comunidad.

Sin embargo, no son solo los docentes y estudiantes quienes se benefician con esta solución: el crear rutas y grupos de profesores para el traslado, significa una disminución de gases de efecto invernadero a la atmósfera, en comparación a si cada profesor fuese con sus propios medios.

1.3. Objetivo

El objetivo del directorio de la Fundación Atrévete es diseñar una logística de traslado la cual minimice la distancia recorrida en un sistema de turnos, sujeto a distintas condiciones, logrando así una mayor sostenibilidad y escalabilidad de la fundación.

Para la ejecución de este modelo, se busca coordinar los traslados de los profesores de un conjunto "P", considerando su ramo asignado perteneciente a un conjunto "R". Cada ruta está asociada a un auto perteneciente a un conjunto "A", en donde cada auto es un conjunto de 1 a 5 profesores que tienen un bloque asociado, es decir, un horario de clases (temprano o tarde), dado en una semana específica (par o impar) en un colegio específico (una dirección). En otras palabras, un auto es un conjunto de profesores que van a un colegio específico, en un horario específico y en una semana específica.

Entre las decisiones que debe abarcar la directiva se encuentran las asociaciones entre profesores y ramos, como también las pertinentes al conjunto autos. Finalmente, este modelo será de utilidad para la directiva de la fundación, utilizándose para definir quiénes son los profesores, qué horarios y qué ramos deberán impartir y cómo será la distribución de profesores en cada turno de viaje, implementando una logística que permita minimizar el costo asociado

Todos los profesores postularon a al menos un ramo. Un profesor realiza clases en un bloque, por lo que cada profesor solo se le puede asignar un único ramo de los que postuló.

Cada bloque necesita un número de profesores específicos para realizar clases de un determinado ramo. Se debe asegurar que se cumpla este número específico de profesores para dictar los ramos de cada bloque.

Los autos tienen una capacidad determinada de asientos. Se toma como supuesto que todos los autos asociados tienen una capacidad para llevar a 5 personas, siendo estas 1 conductor y 4 pasajeros como máximo, donde el modelo asocia los asientos como posiciones. Tomando en cuenta lo anterior, cada auto tiene a lo más un profesor en cada asiento o posición i, con $i \in \{0,1,2,3,4\}$, donde la posición 0 es el asiento del conductor.

Un auto que se usa si le es asignado un bloque y tiene al menos un profesor adentro. El primer profesor en el auto debe ir en el asiento de piloto: la posición 0. El profesor asignado a la posición 0 del auto debe tener la carácterística de saber manejar. Cada profesor es asignado a un solo auto y a un único asiento dentro de este. Además, no existen profesores que manejen y no tengan auto o el caso inverso, tampoco profesores con más de un auto.

Un auto está asociado a su ruta, la cual tiene un destino (colegio) en un horario específico (módulo y semana), por lo que no puede estar en más de un bloque.

Finalmente, este modelo será de utilidad para el directorio, utilizándose para definir quienes son los profesores, que horarios y que ramos deberán impartir y como será la distribución de profesores en cada turno de viaje para poder encontrar la solución que menos costo asociado tenga.

2. Modelación del problema

2.1. Conjuntos

- $r \in R = \{1, ..., 6\}$: Ramos, hay 6 (Matemática, Lenguaje, Biología, Física, Química, Historia).
- $p \in P = \{1, ..., n_p\}$: Profesores.
- $b \in B = \{1, ..., n_b\}$: Bloques, cada bloque representa un horario de clases (temprano o tarde), dado en una semana específica (par o impar) en un colegio específico (una dirección).
- $a \in A = \{1, ..., n_a\}$: Autos. Corresponden a un "turno", un conjunto de 1 a 5 profesores que se van juntos a un bloque específico. La cantidad de autos es igual a la cantidad de profesores que podrían manejar.
- $i \in I = \{0, ..., 4\}$: Asientos de un auto. Asumimos que cada auto tiene exactamente cinco asientos disponibles, contando el del conductor (el asiento 0).

2.2. Parámetros

- $Q_{b,r}$: Cantidad de profesores del ramo r que el bloque b solicitó.
- $J_{p,b}$: Distancia del profesor p al bloque b.
- E_{p_1,p_2} : Distancia del profesor p_1 al profesor p_2.
- $L \in [0, 1]$: número entre 0 y 1 que representa la fracción mínima de los profesores que deben ser finalmente asignados a algún bloque por el cual tienen preferencia.
- $D_{p,r} \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el profesor } p \text{ se postuló para dictar el ramo } r. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $M_p \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el profesor } p \text{ podría manejar y llevar a los otros profesores.} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $F_{p,b} \in \{0,1\}$: $\begin{cases} 1 & \text{si el profesor } p \text{ tiene preferencia por el bloque } b. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- $V_p \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el profesor p tiene preferencia por algún bloque.} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

2.3. Variables de decisión

- $Y_{p,r} \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el profesor } p \text{ ha sido asignado para dictar el ramo } r. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- $T_{a,p,i} \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el profesor } p \text{ va en el auto } a \text{ en el asiento } i. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- $W_{a,b} \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el auto } a \text{ está asociado al bloque } b. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- $Z_{a,b,p,r} \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el profesor } p \text{ ha sido asignado para dictar el ramo } r, \\ & \text{el profesor } p \text{ va en el auto } a, \text{ el auto } a \text{ va al bloque } b. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- $H_{a,p,i} \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el profesor } p \text{ está en el auto } a \text{ en el asiento } i \text{ y no hay nadie en el asiento } i+1 \\ & (\text{con } i \text{ entre 0 y 3}) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- $S_{a,p_1,p_2,i} \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el profesor } p_1 \text{ está en el asiento i,} \\ & \text{el profesor } p_2 \text{ en el asiento } i+1, \text{ y ambos están en el auto } a. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

- $U_{a,b,p} \in \{0,1\} : \begin{cases} 1 & \text{si el profesor } p \text{ es el último en el auto } a, \text{ mientras este se dirije hacia } b. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

2.4. Restricciones

1. Cada auto tiene a lo más un profesor en cada asiento.

$$\sum_{p\in P} T_{a,p,i} \leq 1, \quad \forall a \in A, \forall i \in I \tag{1}$$

2. Un auto puede dirigirse a un bloque si y solo si tiene a un profesor a bordo, y ese profesor está en el asiento del conductor.

$$\sum_{b\in B} W_{a,b} = \sum_{p\in P} T_{a,p,0}, \quad \forall a \in A \tag{2}$$

3. Cada auto solo puede tener a un profesor en el asiento i si es que hay un profesor en el asiento i - 1, siempre y cuando i sea mayor a 0 (así permitimos que pueda ingresar un conductor). De esta manera, el modelo va llenando los autos asiento por asiento en su trayecto hasta el colegio.

$$\sum_{p\in P} T_{a,p,i} \leq \sum_{p\in P} T_{a,p,i-1} \quad \forall a \in A, \forall i \in \{1,2,3,4\} \tag{3}$$

4. Si un profesor está en el asiento 0 de un auto, debe poder manejar.

$$T_{a,p,0} \leq M_p \quad \forall a \in A, \forall p \in P \tag{4}$$

5. Cada profesor es asignado a un solo auto y a un solo asiento de este.

$$\sum_{a\in A}\sum_{i=0}^{4} T_{a,p,i} = 1 \quad \forall p \in P \tag{5}$$

6. A cada profesor se le asigna un solo ramo.

$$\sum_{r\in R} Y_{p,r} = 1, \quad \forall p \in P \tag{6}$$

7. El ramo al cual el profesor sea asignado debe ser uno de los ramos a los que postuló.

$$Y_{p,r} \leq D_{p,r}, \quad \forall r \in R, \forall p \in P \tag{7}$$

8. A cada bloque debe llegar la cantidad de profesores que se pidieron por ramo. Para esta restricción, utilizaremos la variable auxiliar $Z_{a,b,p,r}$, que se activa si y solo si el profesor p está a bordo del auto a, el auto a se dirige al bloque b y el profesor p ha sido asignado para dictar el ramo r.

$$Z_{a,b,p,r} \leq \sum_{i=0}^{4} T_{a,p,i}, \quad \forall a \in A, \forall b \in B, \forall p \in P, \forall r \in R \tag{8}$$

$$Z_{a,b,p,r} \leq W_{a,b}, \quad \forall a \in A, \forall b \in B, \forall p \in P, \forall r \in R \tag{9}$$

$$Z_{a,b,p,r} \leq Y_{p,r}, \quad \forall a \in A, \forall b \in B, \forall p \in P, \forall r \in R \tag{10}$$

$$W_{a,b} + Y_{p,r} + \sum_{i=0}^{4} T_{a,p,i} \leq 2 + Z_{a,b,p,r} \quad \forall a \in A, \forall b \in B, \forall p \in P, \forall r \in R \tag{11}$$

$$\sum_{a\in A}\sum_{p\in P} Z_{a,b,p,r} = Q_{b,r}, \quad \forall b \in B, \forall r \in R \tag{12}$$

9. Definiremos la variable $S_{a,p_1,p_2,i}$ como 1 si el profesor p_1 está en la posición i del auto a y el profesor p_2 está en la posición $i{+}1$ del mismo auto, y 0 en cualquier otro caso. Esta variable será utilizada en la función objetivo para sumar las distancias entre dos profesores consecutivos.

$$S_{a,p_1,p_2,i} \leq T_{a,p_1,i} \quad \forall a \in A, \forall p_1 \in P, \forall p_2 \in P, \forall i \in \{0,1,2,3\} \tag{13}$$

$$S_{a,p_1,p_2,i} \leq T_{a,p_2,i+1} \quad \forall a \in A, \forall p_1 \in P, \forall p_2 \in P, \forall i \in \{0,1,2,3\} \tag{14}$$

$$T_{a,p_1,i} + T_{a,p_2,i+1} \leq 1 + S_{a,p_1,p_2,i} \quad \forall a \in A, \forall p_1 \in P, \forall p_2 \in P, \forall i \in \{0,1,2,3\} \tag{15}$$

10. Definiremos como variable auxiliar $H_{a,p,i}$ como 1 si y solo si el profesor p está en la posición i del auto a y no hay nadie en la posición $i+1$. Esta variable será utilizada para definir $U_{a,b,p}$.

$$H_{a,p,i} \leq T_{a,p,i} \quad \forall a \in A, \forall p \in P, \forall i \in \{0,1,2,3\} \tag{16}$$

$$H_{a,p,i} \leq 1 - \sum_{p_2\in P} T_{a,p_2,i+1} \quad \forall a \in A, \forall p \in P, \forall i \in \{0,1,2,3\} \tag{17}$$

$$T_{a,p,i} - \sum_{p_2\in P} T_{a,p_2,i+1} \leq H_{a,p,i} \quad \forall a \in A, \forall p \in P, \forall i \in \{0,1,2,3\} \tag{18}$$

11. Ahora, vamos a definir $U_{a,b,p}$ como una variable binaria que se activa si y solo si el auto a se dirige al bloque b, a la vez que el profesor p sea el último del auto a, ya sea por estar en el asiento 4 o por estar en el asiento i y no tener a nadie en el asiento $i+1$.

$$U_{a,b,p} \leq T_{a,p,4} + \sum_{i=0}^{3} H_{a,p,i} \quad \forall a \in A, \forall b \in B, \forall p \in P \tag{19}$$

$$U_{a,b,p} \leq W_{a,b} \quad \forall a \in A, \forall b \in B, \forall p \in P \tag{20}$$

$$W_{a,b} + T_{a,p,4} \leq U_{a,b,p} + 1 \quad \forall a \in A, \forall b \in B, \forall p \in P \tag{21}$$

$$W_{a,b} + \sum_{i=0}^{3} H_{a,p,i} \leq U_{a,b,p} + 1 \quad \forall a \in A, \forall b \in B, \forall p \in P \tag{22}$$

12. El modelo se asegurará de que al menos un $L\,\%$ de los profesores que indicaron preferencia por algún bloque sean efectivamente asignados a un auto que vaya a uno de esos bloques.

$$\sum_{a\in A}\sum_{b\in B}\sum_{p\in P}\sum_{r\in R} Z_{a,b,p,r} \cdot F_{p,b} \geq L \cdot \sum_{p\in P} V_p \tag{23}$$

2.5. Función Objetivo

Minimizar la distancia recorrida por todos los autos. Sobre todos los autos, se suman las distancias entre profesores con la distancia del último profesor al colegio al cual se dirige.

$$\text{mín} \sum_{a\in A}(\sum_{i=0}^{3}\sum_{p_1\in P}\sum_{p_2\in P} E_{p_1,p_2} \cdot S_{a,p_1,p_2,i} + \sum_{p\in P}\sum_{b\in B} U_{a,b,p} \cdot J_{p,b})$$

3. Definición de datos

Realizamos pruebas del modelo con bases de datos de distintos tamaños. La meta era realizar simulaciones con datos de tamaño similar a los manejados por la Fundación: aproximadamente 100 profesores, repartidos entre 5 colegios en dos horarios, para instruir cada uno en uno de los 6 ramos. Para asegurar el realismo de las simulaciones, conseguimos datos aproximados de parte de Atrévete. Nos entregaron un archivo de entrevistas con 85 postulaciones de profesores a la Fundación realizadas este verano. Cada entrada correspondía a un/a profesor/a con una selección de ramos que podría enseñar durante el resto del año, además de su ubicación aproximada y otras notas (por ejemplo, sobre otros postulantes con quienes querían quedar). Los datos al final no estaban del todo completos para nuestro modelo: algunos profesores no tenían sus ramos a los que postularon, no había información sobre quiénes podían o no manejar y faltaban profesores como para llenar todas las vacantes de cada colegio. Por lo tanto, utilizamos la información entregada como base y extrapolamos lo faltante. Realizamos una selección aleatoria de direcciones basadas en la información entregada en el archivo, y utilizamos también las direcciones reales de los colegios. A partir de esto, creamos matrices de distancias en auto de profesor a profesor y de profesor a colegio con la ayuda de la Google Maps API. Con toda esta información a mano, determinamos cada parámetro de esta manera:

3.1. Conjuntos

- R (Ramos) la cantidad fue definida para el caso de Atrévete.
- P (Profesores) la cantidad fue definida en base a la lista de postulaciones de Atrévete en conjunto con la extrapolación de los datos que faltaban.
- B (Bloques) fue definido en base al caso de Atrévete, que incluye 5 colegios con bloques de mañana y tarde.

- A (Autos) fue definido por la extrapolación de la cantidad de personas que pueden manejar, lo cual según la fundación, sería el caso de la mayoría.
- I (Asientos de un auto) 5 asientos por auto.

3.2. Parámetros

- $Q_{b,r}$ (cantidad de profesores por ramo pedidos por un bloque) fue extraído directamente de la información entregada por la Fundación. Algunas muestras tuvieron valores más aleatorios para corroborar el funcionamiento del modelo.
- $E_{p1,p2}$ (distancias entre profesores) calculado con Google Maps API a partir de direcciones aleatorias basadas en la información entregada.
- $J_{b,p}$ (distancias de profesores a bloques) calculado con Google Maps API a partir de direcciones aleatorias basadas en la información entregada.
- $D_{p,r}$ (postulaciones de cada profesor) En parte extrapolada a partir de la información entregada. Como nuestro modelo no pretende elegir qué profesores harán o no harán clases, nos tuvimos que asegurar de que tengamos exactamente la cantidad de profesores necesaria para suplir las demandas de cada colegio y de que haya alguna forma de repartirlos entre todos los colegios. Se tuvo esto en consideración al momento de llenar los csv; de no tener la cantidad apropiada de profesores, se podía dar inviabilidad del modelo.
- M_p (si un profesor maneja o no). Esta información no fue entregada en el archivo, pero según conversaciones con miembros de Atrévete, una amplia mayoría de los profesores manejan. Por lo tanto, para cada simulación consideramos que alrededor de un 75 % de los profesores manejaban.
- $F_{p,b}$ (preferencias de profesores por bloques). La información respecto a este parámetro era limitada, pero según lo presentado en el archivo de entrevistas, solo una porción muy pequeña de los profesores indicaron alguna preferencia. Para las muestras trabajadas, consideramos que no más de un 30 % de los profesores tenían alguna preferencia, y que como solían ser preferencias por colegios específicos, vienen de a pares.
- V_p (si un profesor tiene alguna preferencia) se deriva directamente de $F_{p,b}$.
- L (fracción mínima de profesores a los que se les asignará uno de sus bloques preferidos). Este parámetro de momento lo dejamos a discreción de la Fundación, pues se determina decidiendo cuánto están dispuestos a empeorar la solución óptima a favor de las preferencias de los profesores y profesoras. Un valor muy grande puede hacer incluso inviable la solución. Simulamos con varios valores entre 0 y 1, inclusive.

4. Resolución del problema usando software

4.1. Implementación

El modelo fue resuelto a través de Gurobi programando en Python. Se programó de tal manera que se puedan elegir diferentes bases de datos con muestras de distintos tamaños para ser ejecutadas a petición del usuario. Para efectos de esta entrega, consideraremos los resultados de las bases de datos `small` y `medium`.

4.2. Soluciones y valor objetivo

Intentamos ejecutar el modelo con una muestra de 100 profesores, 10 bloques y 6 ramos, pero no logramos resultados en menos de media hora. Una muestra con la mitad de los profesores estaba obteniendo soluciones factibles, pero no logró llegar a un óptimo dentro de una hora. Por lo

tanto, trabajamos con dos muestras. La primera (`small`), más rápida y hecha para testear, es de 10 profesores, 3 ramos y 4 bloques. 7 de los profesores manejan y las distancias fueron aleatorias (entre profesores: números entre 0 y 100; entre profesores y colegios: entre 50 y 150). Con esta primera evaluamos las diferencias en el valor de L. La segunda (`medium`) es de 16 profesores elegidos aleatoriamente a partir de la base de datos más grande y realista que creamos, con distancias reales medidas en metros y dadas por la API de Google Maps, con los 6 ramos originales y con 2 colegios (4 bloques).
Los resultados quedan expuestos al ejecutar el programa y probando las base de datos `small` o `medium`. Se guardan los valores útiles en `output/resultado.txt`: cada línea muestra en qué auto va cada profesor, en qué asiento, qué ramo dictará y a dónde va ese auto. Además, se deja expuesto el valor objetivo.
La base de datos `small` dio como valor objetivo 448. Se ve que cada profesor queda asignado a solo un asiento de un auto, que cada auto va solo a un bloque y que cada profesor solo dictará un ramo. Se ve también que las necesidades de cada bloque se ven suplidas. Calculando a mano la distancia recorrida por todos los autos, se ve que el modelo calza con lo expuesto.
La segunda base de datos `medium` dio como valor objetivo una distancia de 167.715 m.

Con el objetivo de mostrar gráficamente los resultados obtenidos, se realizó la siguiente tabla (Figura 1). Esta muestra los nodos óptimos de los datos ocupados. Es decir, los 4 Bloques, 4 Autos y 10 Profesores.

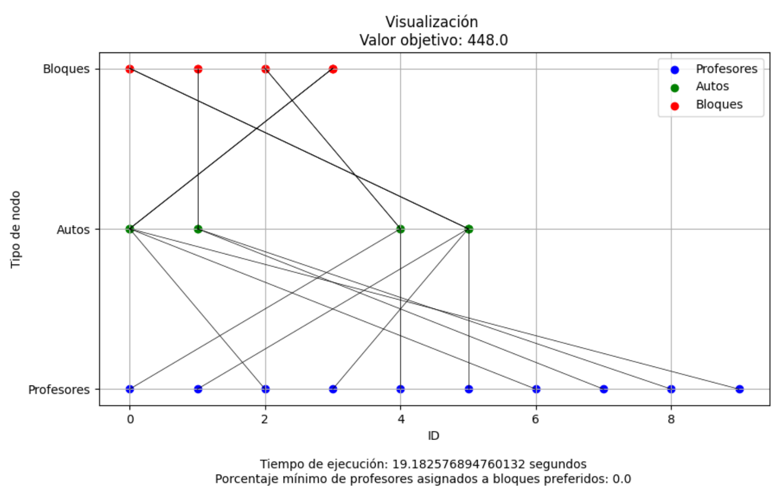


Figura 1: Visualización de los resultados de `small` con L=0

Luego, se modificó el valor de L en esta misma base de datos a 1. Esto, con el fin de analizar la variación de valor objetivo si es que a todos los profesores se les asigna uno de sus bloques preferidos.Para este caso el valor objetivo resulta 543, lo que significa una variación del 21 % respecto al caso de L=0. En la siguiente figura se observa la variación de los nodos óptimos resultantes.

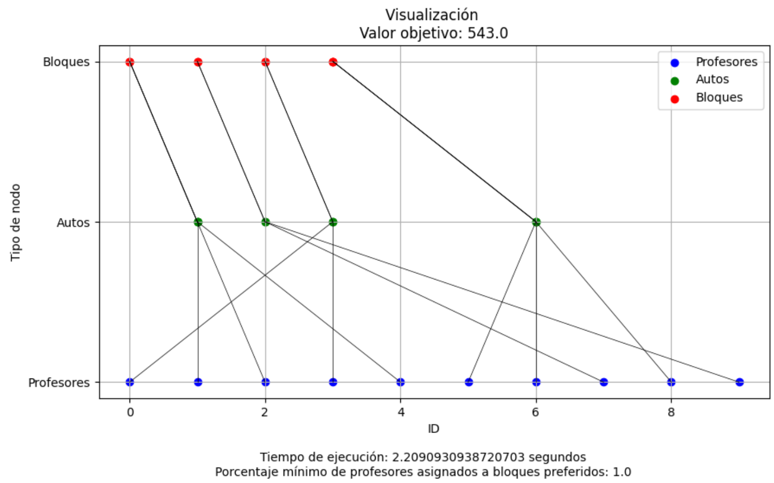


Figura 2: Visualización de los resultados de `small` con L=1

Para la segunda muestra (`medium`), los resultados obtenidos se pueden ver en Anexos 9.1. Esta muestra tiene como valor objetivo 167.715 m y los resultados demuestran la distribución de personas en los 5 autos.

5. Validación del resultado

5.1. Factibilidad y optimalidad

Las muestras utilizadas fueron muestras pequeñas de nuestra base de datos incial de 100 profesores, ya que esta última no logró llegar a un optimo dentro de una hora. En este caso, analizamos que el modelo se demora más de lo esperado debido a que los posibles nodos entre las variables de nuestro modelo implican la búsqueda de miles de alternativas que el computador no alcanza a procesar. Es necesario analizar las implicancias de la reducción de la muestra en la obtención del resultado. Una muestra reducida puede afectar la precisión y la robustez del modelo. La menor cantidad de datos puede limitar la capacidad del modelo para capturar todas las variaciones y patrones presentes en la población completa. Esto podría llevar a soluciones subóptimas o a conclusiones que no sean generalizables. Para evitar de mejor manera resultados no generalizables, es crucial que la muestra pequeña sea lo más representativa de los datos de la muestra completa.

Aún así, se observa que las restricciones fueron efectivamente respetadas en cada una de las muestras, como se vio en la sección anterior. Cada profesor hace un ramo, se sube solo a un auto y va a un único bloque. Además, los profesores se suben en orden al auto.
Por ultimo, se observó que al agrandar el modelo, los resultados concuerdan con que, mayoritariamente, la distribución de personas tiende a ser la mayor posible por auto.

5.2. Valoración cuantitativa

Para valorar cuantitativamente el potencial de nuestro modelo realizamos una comparación de distancias entre el caso basado en la solución óptima de nuestra instancia y en el caso de que no existiera un método de optimización ni organización de los profesores para distribuirse. Para esto, realizamos una encuesta a actuales voluntarios de la fundación, con el objetivo de estimar el promedio de personas por auto cuando se dirigen a realizar las clases. Con las respuestas obtenidas se obtuvo un promedio de 2 personas por auto en cada trayecto. Para simular la situación actual, modificamos nuestro modelo a máximo 2 personas por auto, lo cual dió como resultado: 228.117 m (Anexo 9.2) . Esto es aumento de un 36 % de la distancia encontrada con el modelo. Lo que demuestra un gran avance en la reducción de la distancia recorrida por los profesores, lo que a su vez desencadena en otros beneficios. La disminución de la distancia recorrida tiene un efecto directo en la reducción de tiempos de viaje para los profesores. Menos tiempo en desplazamientos significa que los profesores pueden dedicar más tiempo a actividades educativas y menos a viajes, aumentando la eficiencia general. Una menor distancia recorrida también implica un ahorro significativo en el consumo de combustible. Esto no solo reduce los costos operativos para los profesores, sino que también contribuye a la reducción de emisiones de gases contaminantes, alineándose con prácticas más sostenibles y amigables con el medio ambiente.

6. Análisis de sensibilidad

Con el fin de entender cómo responde el modelo y su toma de decisiones frente a cambios de la información entregada a través de los parámetros, se realizaron una serie de iteraciones variando los valores del parámetro L, analizando el modelo bajo la función model.Params.MIPGap y Cutoff, la remoción de una restricción y por último, considerando posibles márgenes de error de los datos ocupados. Esto permite analizar la robustez de la solución obtenida.

6.1. Variación de L

El parámetro L es un número entre 0 y 1 que representa la fracción mínima de los profesores que deben ser finalmente asignados a algún bloque por el cual tienen preferencia. **Cuando L=0, se inhabilita la restricción 12**, lo que será considerando como el caso incial. En base a esto, se generaron modificiones del valor de L para la muestra de 10 profesores y se observó su cambio porcentual respecto al caso incial. Resulta claro que la variación de L incide en las distancias obtenidas, esto se ve demostrado en que en mayores valores de L, el modelo se ve más restringido, y por ello, las distancias obtenidas empeoran.

Valor de L	**Distancia obtenida**	**Cambio porcentual**	**Tiempo de ejecución**
x0	448	-	19.182576894760132
x0.2	477	6 %	17.08764410018921
x0.4	447	6 %	10.040678024291992
x0.6	525	17 %	8.391003847122192
x0.8	543	21 %	1.896430686798096
x1	543	21 %	2.2090930938720703

Tabla 1: Variación de L para muestra `small`.

6.2. Función model.Params.MIPGap

nota: la función se enncuentra comentada en el código y deberá ser descomentada en caso de que se desee utilizar. Esto debido a que la idea es utilizar esta función para obtener resultados de manera más rápida, sin embargo en caso de que se pueda resolver sin este uso, prefiera ese caso.

Particularmente en la muestra de 16 profesores, el tiempo de ejecución cuando el valor de L era 0, es decir la restricción 12 se encontraba inactiva, parecía tardarse mucho en encontrar una solución óptima aun cuando sus nodos vecinos presentaban valores lo suficientemente cercanos.

Es por esto que incorporamos la función model.Params.MIPGap = n, la cual permite que durante las iteraciones del programa, nuestro modelo se relaje permitiendo finalizar su resultado con un valor objetivo el cual tenga una brecha del n % respecto al óptimo.

En particular, podemos ver que en el caso de que la función quisiera tener un resultado medianamente óptimo, donde puede tener una brecha del 10 % del valor óptimo y quiere que al menos que la mitad de los profesores sastisfaga su preferencia, entonces con el modelo podemos llegar rápidamente a la solución y no tener que esperar muchas más iteraciones para llegar al resultado ideal.

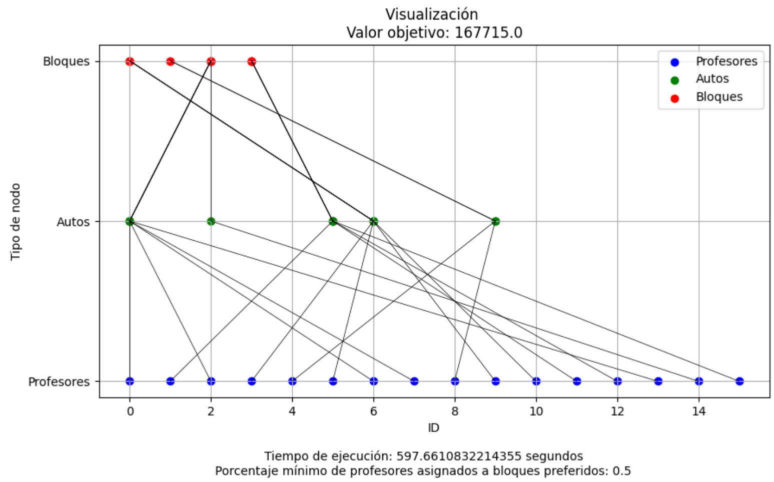


Figura 3: Visualización de los resultados de `medium` con L=0.5 y GAP = 0.1

6.3. Margen de error en las distancias

Como las distancias entre profesores y de profesores a colegios pueden variar mucho en la realidad dependiendo de distintas condiciones de tráfico o clima, y además como las direcciones con las que hemos trabajado son solo aproximaciones, optamos por considerar un margen de error en estas medidas para el análisis de sensibilidad. Se tomaron las distancias entre profesores y de profesores a bloques y cada una fue multiplicada aleatoriamente por un número entre 0.9 y 1.2 (Ruido 1), luego por uno entre 0.95 y 1.1 (Ruido 2) y por último uno más extremo de 0.8 y 1.3 (Ruido 3). Se evaluó la base de datos `medium` con estos ruidos y los resultados se presentan en Anexos 9.3 y Anexos 9.4.

Prácticamente no se produjeron cambios en la solución con los casos de ruido 1 y 2. El aumento de ruido coincidió con el empeoramiento del valor objetivo, que tiene sentido considerando que había una esperanza mayor a 1 en ambos casos (en el caso del Ruido 1 fue 1.1, y del Ruido 2 fue 1.025). Se ve que la forma de la solución no cambió nada: la única diferencia es a qué número de auto fue cada profesor asignado, que en realidad no tiene significado en nuestro modelo. Todos los profesores quedaron siempre asociados en los mismos grupos, y todos los grupos van a los mismos bloques. El caso más extremo de ruido 3 sí presentó diferencias, aunque leves también. Solo dos profesores fueron reasignados. Todo esto demuestra la robustez de la solución entregada respecto a las distancias.

6.4. Eliminación de restricción 7

Para testear nuestro modelo, durante una ejecución eliminamos la restricción que define que el ramo al cual el profesor sea asignado debe ser uno de los ramos a los que postuló. Es decir, para esta ejecución nuestro modelo solo considerará la distancia entre profesores y escuelas y no su disponibilidad ni preferencia por materias.

Este ejercicio nos sirve para ver qué tanto se modifica el modelo según las libertades de cada profesor y cuánto realmente está ”sacrificando”la fundación por elegir a los profesores que está eligiendo con sus decisiones respectivas.

Como el dominio se extendió mucho, al intentar con la muestra de 16 profesores el resultado estaba tardando mucho más de lo habitual, llegando únicamente a soluciones factibles bastante alejadas del óptimo en un tiempo de 30 minutos.

Debido a esto, se realizó la prueba con la base de datos pequeña, obteniendo estos resultados.

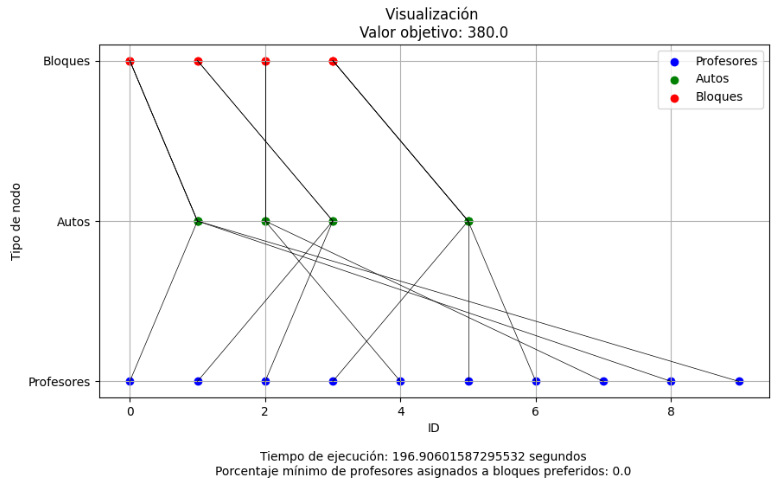


Figura 4: Visualización de los resultados de `small` sin la restricción 7 y L=0.

De esta forma, podemos ver que debido a las disponibilidades de los profesores, la fundación presentaría un aumento del 17.89 % de su kilometraje para poner atención en la disponibilidad de sus profesores.
[1]

7. Conclusión

El modelo refleja con fidelidad la manera en la que Atrévete opera en la actualidad y se basa también en los mismos datos que la fundación pide a sus voluntarios y voluntarias. Por lo mismo, es un modelo relativamente fácil de incorporar a sus operaciones. Además, como los profesores se mantienen a lo largo de todo el año, es cuestión de correr el modelo una vez para tomar la decisión óptima para el resto del año. Se observó también que las soluciones encontradas fueron muy robustas respecto a las distancias recorridas y respecto a las preferencias de colegios de profesores.
Dentro del resultado obtenido en la muestra `medium` con $L = 1$, es interesante ver cómo el modelo optó por enviar al profesor 14 por su cuenta al bloque 2, en lugar de repartir más equitativamente con los otros 5 profesores que van también a ese bloque. Esto puede parecer contraintuitivo, pero viendo los datos se deduce que es un profesor que vive particularmente lejos del resto (en la muestra realista, la mayoría de los profesores eran de Las Condes, Lo Barnechea y Vitacura; sin embargo, un grupo reducido vivía en Chicureo y en Buin, de donde podría venir este profesor). Al comparar la solución con las versiones a las que se les aplicó ruido, vemos que este profesor se mantuvo solitario en todos los casos.
En cuanto a otros detalles que se podrían incorporar al modelo, se podría estudiar la inclusión de una restricción que priorice juntar amigos y amigas en un mismo bloque, o sumar a los autos a los tutores que a veces participan en la fundación. Y por último, respecto a los posibles errores del modelo, se podría replantear el código para hacer que el modelo encuentre la solución óptima más eficientemente. Como grupo, creemos que llevamos a cabo un trabajo responsable que distribuyó correctamente las labores aprovechando al máximo las capacidades de cada miembro.

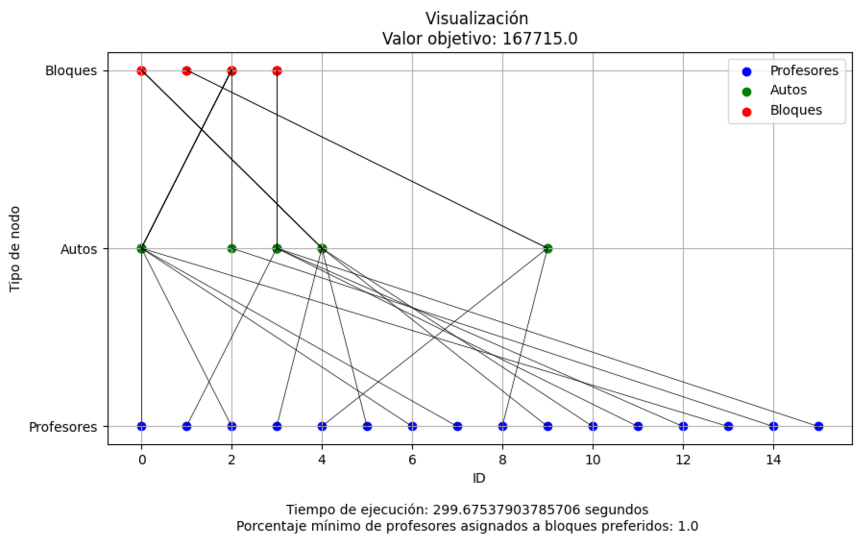
[1] La solución factible de este ejercico que fue finalizada por el TimeLimit de Gurobi para el caso de la base de datos de 16 profesores, se encuentra en el anexo.

8. Bibliografía

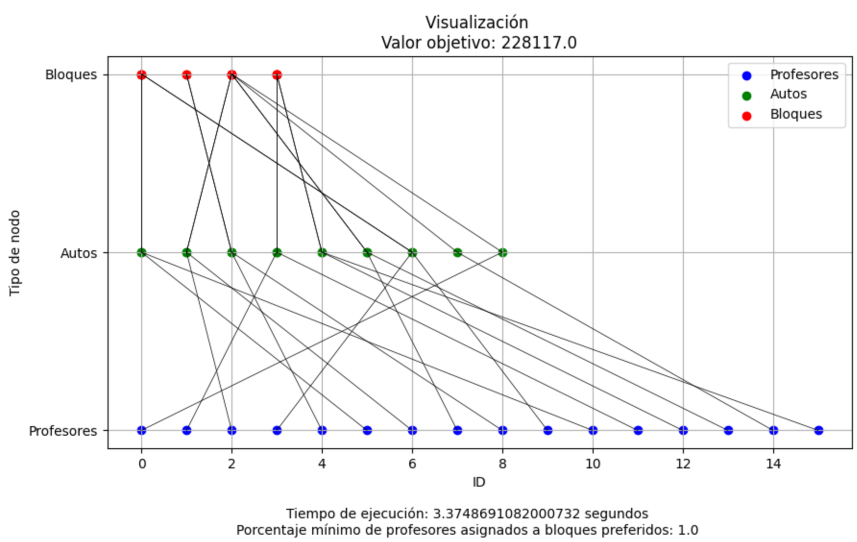
Silvana Araya Vega. (s. f.). Fundación Atrévete. https://fundacionatrevete.cl/quienes-somos/

9. Anexos

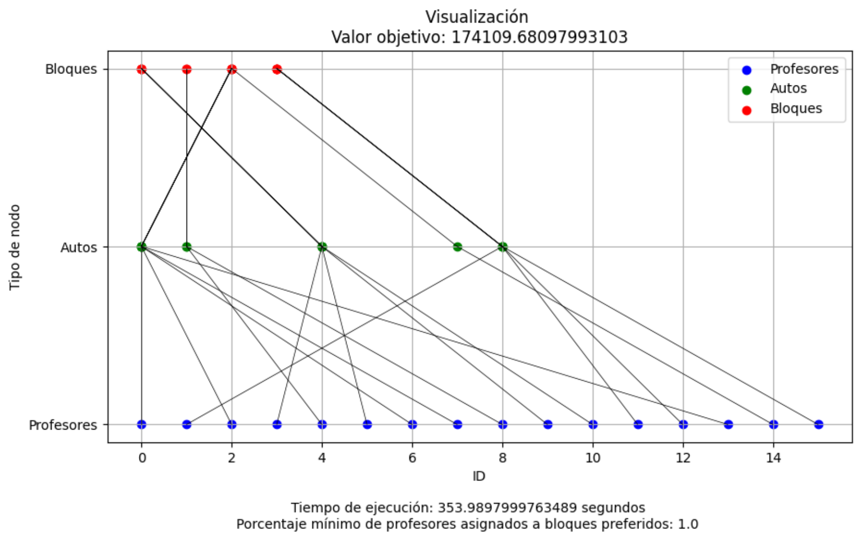
9.1. Visualización de los resultados de `medium` con $L = 1.0$



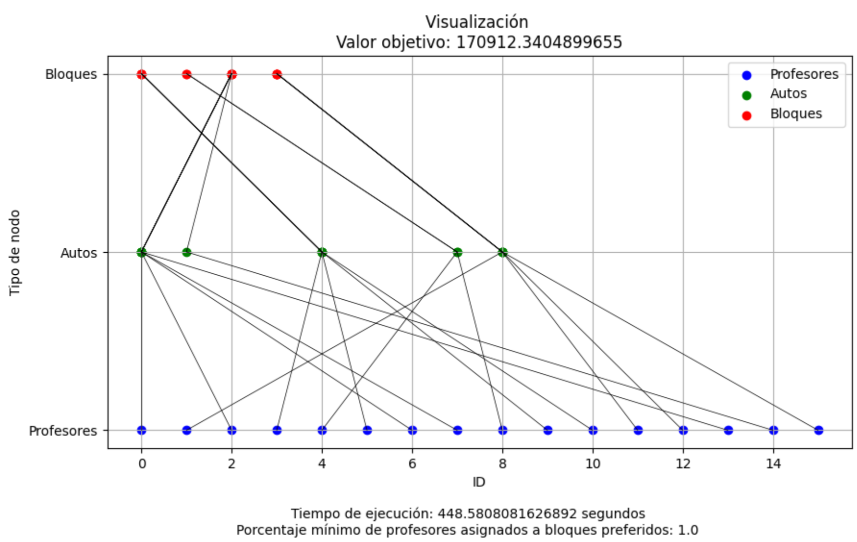
9.2. Visualización de datos para muestra de 16 profesores y máximo 2 personas por auto



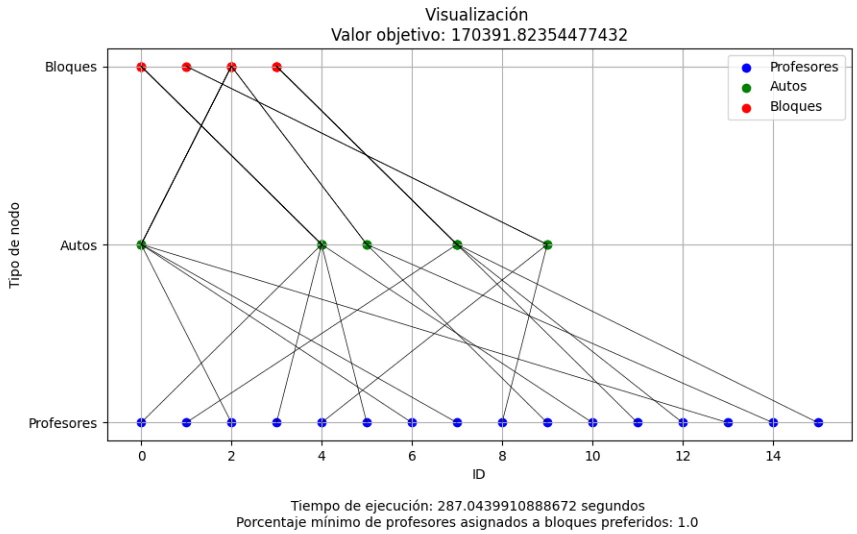
9.3. Visualización de los resultados de `medium` con Ruido 1



9.4. Visualización de los resultados de `medium` con Ruido 2



9.5. Visualización de los resultados de `medium` con Ruido 3



9.6. Visualización de Gráfico sin restricción 7, n = 16