



Pontificia Universidad Católica de Chile

ICS1113 - Optimización

Tarea 1

Grupo 109

Jacinta Ortiz
Vicente Lavagnino

15 de abril de 2024

Índice

1. Pregunta 1	2
1.1. Subíndices	2
1.2. Parámetros	2
1.3. Variables	2
1.4. Restricciones	2
1.5. Función Objetivo	3
2. Pregunta 2	4
2.1. Subíndices	4
2.2. Parámetros	4
2.3. Variables	4
2.4. Restricciones	4
2.5. Función Objetivo	5
3. Pregunta 3	6
3.1. Consideraciones	6
3.2. Desarrollo	6
3.3. Resultados	8

1. Pregunta 1

1.1. Subíndices

- $t \in \{1, \dots, T\}$: Días.
- $n \in \{1, \dots, N\}$: Puntos de demanda.
- $b \in \{1, \dots, \ominus\}$: Parques de estacionamientos.
- $c \in \{1, \dots, \Gamma\}$: Camiones aljibe idénticos.

1.2. Parámetros

- $d_{n,t}$: Demanda de agua del punto n el día t .
- W : Capacidad máxima de agua de un camión para transportar en cada viaje.
- WE_b : Capacidad máxima de autos del estacionamiento b .
- CL_b : Costo de estacionar un camión en el parque b .
- Q_b : Capacidad de estacionamientos del parque b .
- $C_{b,n}$: Costo de viajar entre el parque b y el punto de demanda n , ya sea ida o vuelta.

1.3. Variables

- $Z_{c,b,t} \in \{0, 1\}$: $\begin{cases} 1 & \text{si el camión } c \text{ sale a despachar agua desde el parque } b \text{ el día } t. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $X_{c,b,n,t} \in \{0, 1\}$: $\begin{cases} 1 & \text{si el camión } c \text{ sale a despachar agua desde el parque } b \text{ al punto } n \text{ el día } t. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $Y_{c,b,n,t} \in \{0, 1\}$: $\begin{cases} 1 & \text{si el camión } c \text{ vuelve desde el punto } n \text{ al parque } b \text{ el día } t. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $W_{c,b,t} \in \{0, 1\}$: $\begin{cases} 1 & \text{si el camión } c \text{ se estaciona en el parque } b \text{ al final del día } t. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $Q_{c,t,n,b}$: Cantidad de agua transportada desde el parque b al punto n en el camión c el día t .

1.4. Restricciones

1. Capacidad máxima de agua de los camiones

$$Q_{c,b,n,t} \leq W, \quad \forall b, \forall n, \forall c, \forall t. \quad (1)$$

2. Capacidad máxima de autos de los estacionamientos.

$$\sum_{c \in \Gamma} W_{c,b,t} \leq W E_b, \quad \forall b, \forall n, \forall c, \forall t. \quad (2)$$

3. Cada camión despacha a sólo un punto n de demanda.

$$\sum_{n \in N} \sum_{b \in \ominus} X_{c,b,n,t} = 1, \quad \forall c, \forall t. \quad (3)$$

4. Si un camión no sale a despachar el día t^* , se estaciona donde mismo al final del día t^* .

$$1 - Z_{c,b,t^*} \leq W_{c,b,t^*}, \quad \forall c, \forall b, \forall t. \quad (4)$$

5. Si el camión no sale a despachar desde un parque, entonces no despacha agua a ningún punto de demanda ni vuelve de alguno.

$$2 \cdot Z_{c,b,t} \geq X_{c,b,n,t} + Y_{c,b,n,t}, \quad \forall c, \forall t, \forall n, \forall b. \quad (5)$$

6. Si el camión no sale a despachar desde un parque, entonces la cantidad de agua despachada de este es cero.

$$Q_{c,t,n,b} \leq M \cdot Z_{c,t,b}, \quad \forall c, \forall t, \forall n, \forall b. \quad (6)$$

7. Se cumple la demanda de cada punto y cada camión vuelve vacío.

$$\sum_{b \in \ominus} \sum_{c \in \Gamma} Q_{c,b,n,t} \cdot X_{c,b,n,t} = d_{n,t}, \quad \forall n, \forall t. \quad (7)$$

8. Naturaleza de las variables

$$Z_{c,b,t} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in \Gamma, \forall b \in \ominus, \forall t \in T. \quad (8)$$

$$X_{c,b,n,t} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in \Gamma, \forall b \in \ominus, \forall n \in N, \forall t \in T. \quad (9)$$

$$Y_{c,b,n,t} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in \Gamma, \forall b \in \ominus, \forall n \in N, \forall t \in T. \quad (10)$$

$$W_{c,b,t} \in \{0, 1\} \quad \forall c \in \Gamma, \forall b \in \ominus, \forall t \in T. \quad (11)$$

$$Q_{c,t,n,b} \geq 0 \quad \forall c \in \Gamma, \forall t \in T, \forall n \in N, \forall b \in \ominus \quad (12)$$

1.5. Función Objetivo

$$\min \sum_{c \in \Gamma} \sum_{b \in \ominus} \sum_{n \in N} \sum_{t \in T} C_{b,n} \cdot (X_{c,b,n,t} + Y_{c,b,n,t}) + \sum_{b \in \Gamma} \sum_{b \in \ominus} \sum_{t \in T} W_{c,b,t} \cdot CL_b \quad (13)$$

2. Pregunta 2

2.1. Subíndices

- $n \in \{1, \dots, N\}$: Plantas generadoras.
- $m \in \{1, \dots, M\}$: Nodos de consumo eléctrico.
- $h \in \{1, \dots, 24\}$: Horas.
- $p \in \{1, \dots, \Phi\}$: Par (n,m).

2.2. Parámetros

- $D_{m,h}$: Demanda de energía del nodo m en la hora h .
- $CN_{n,h}$: Capacidad máxima de producción de la planta n en la hora h .
- $c_{n,h}$: Costo de producir en la planta n durante la hora h .
- $R_{n,m}$: Coeficiente de pérdida de energía por resistencia de la planta n hasta el nodo m .
- $G_{n,m}$: Factor de energía de pérdida no óhmica entre la planta n y el nodo m .
- $CL_{n,m}$: Capacidad máxima de transmisión de energía entre la planta n y el nodo m .
- $a_{n,h}$: costo de producir una unidad de energía (MWh) en la planta n en la hora h .
- $b_{n,h}$: costo de producir una unidad de energía al cuadrado (MWh^2) en la planta n en la hora h .
- $P_{n,m} \in \{0, 1\}$: $\begin{cases} 1 & \text{si } (n, m) \in \Phi. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$

2.3. Variables

- $Z_{n,h} \in \{0, 1\}$: $\begin{cases} 1 & \text{si se enciende la planta generadora } n \text{ en la hora } h. \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$
- $Q_{n,m,h}$: Cantidad de energía recibida por m desde la planta n en la hora h .
- $L_{n,h}$: Cantidad de energía enviada en la planta n en la hora h .

2.4. Restricciones

1. Capacidad máxima de transmisión de energía entre las plantas y los nodos.

$$P_{n,m} \cdot CL_{n,m} + (1 - P_{n,m}) \cdot CL_{n,m} \geq L_{n,m}, \quad \forall n, \forall m. \quad (14)$$

2. No se puede producir más del límite.

$$L_{n,h} \leq CN_{n,h}, \quad \forall n, \forall h. \quad (15)$$

3. Energía recibida por los nodos es la producida por las plantas menos la pérdida.

$$Q_{n,m,h} = L_{n,h} - P_{n,m} \cdot (R_{n,m} \cdot L_{n,h} - G_{n,m} \cdot L_{n,h}^2), \quad \forall n, \forall m, \forall h. \quad (16)$$

4. Cantidad de energía recibida es igual a la demanda.

$$D_{m,h} = Q_{n,m,h}, \quad \forall m, \forall n, \forall h. \quad (17)$$

5. Si la planta ya se encendió no se vuelve a prender el resto del día.

$$\sum_{h=1}^{24} Z_{n,h} \leq 1, \quad \forall n. \quad (18)$$

6. Naturaleza de las variables

$$0 \leq Q_{n,m,h} \quad \forall n \forall m \forall h \quad (19)$$

$$0 \leq L_{n,h} \quad \forall n \forall h \quad (20)$$

$$Z_{n,h} \in \{0, 1\} \quad \forall n \forall h \quad (21)$$

2.5. Función Objetivo

$$\min \sum_{n \in N} \sum_{h \in H} (a_{n,h} - b_{n,h} \cdot L_{n,h}) \cdot L_{n,h} + c_{n,h} \cdot Z_{n,h}$$

3. Pregunta 3

3.1. Consideraciones

Para un correcto funcionamiento del código debemos tener en cuenta que:

- Se deben tener las bases de datos con la información correspondiente en el mismo directorio que **main.py**, estos archivos deben ser en formato *csv* y deben ser nombrados *contenidos_nutricionales.csv*, *costos.csv* y *limites.csv* respectivamente.
- Versión de Python 3.12.0
- Requiere el uso de las librerías externas *gurobipy* y *pandas*.
- Ubicándonos en el directorio, debemos ejecutar el archivo *main.py*

3.2. Desarrollo

```
1 # TAREA 1
2 # Jacinta Ortiz y Vicente Lavagnino
3
4 # Pregunta 3
5
6 ## ----- CSV ----- ##
7 import pandas as pd
8
9 # CONTENIDOS NUTRICIONALES
10 contenidos_nutricionales = pd.read_csv("contenidos_nutricionales.csv",
11     header=None).values.tolist()[1:]
12 contenidos_nutricionales = [[float(value) for value in row] for row in
13     contenidos_nutricionales]
14 # print(contenidos_nutricionales)
15
16 # COSTOS
17 costos = pd.read_csv("costos.csv", header=None).values.tolist()[1:]
18 costos = [float(row[0]) for row in costos]
19 # print(costos)
20
21 # LIMITES
22 limites = pd.read_csv("limites.csv", header=None).values.tolist()[1:]
23 limites = [[float(value) for value in row] for row in limites]
24 # print(limites)
```

```
25  ## ----- GUROBI ----- ##
26
27  from gurobipy import GRB, Model
28
29  #----- Generacion del modelo -----
30  model = Model()
31  model.setParam("TimeLimit", 60) #Establece el tiempo maximo en segundos
32
33  #----- Se instancian variables de decision -----
34
35  # PROPORCION
36  x = model.addVars(len(costos),vtype = GRB.CONTINUOUS, name="x")
37
38  #----- Agregar las variables al modelo -----
39  model.update()
40
41  #----- Agregar Restricciones -----
42
43  # La mezcla esta compuesta unicamente por cereales
44  model.addConstr(sum(x[j] for j in range(len(costos))) == 1, "Total Valor
    Nutricional")
45
46
47  # Se debe cumplir una proporcion minixma de nutrientes
48  model.addConstrs((sum(contenidos_nutricionales[i][j] * x[j] for j in
    range(len(costos))) >= limites[i][0] for i in range(len(
    contenidos_nutricionales))), "Minimo Nutrientes")
49  # Se debe cumplir una proporcion minima de nutrientes
50  model.addConstrs((sum(contenidos_nutricionales[i][j] * x[j] for j in
    range(len(costos))) <= limites[i][1] for i in range(len(
    contenidos_nutricionales))), "Maximo Nutrientes")
51
52  # Naturaleza de las variables
53  model.addConstrs((x[j] >= 0 for j in range(len(costos))), "Nutrientes 0
    _positivos")
54
55  #----- Funcion Objetivo -----
56
57  objetivo = sum(costos[j] * x[j] for j in range(len(costos)))
58  model.setObjective(objetivo, GRB.MINIMIZE)
59  model.optimize()
60
```



```

61 #----- Manejo Soluciones -s-----
62
63 print("\n"+"-"*10+" Manejo Soluciones "+"-"*10)
64 print(f"El valor objetivo es de: {model.ObjVal}")
65 for j in x:
66     print(f"La variable x_{j} toma el valor de {x[j].x}")

```

3.3. Resultados

Con los datos obtenidos, se concluye que el valor objetivo es de **0.53125**, con la siguiente distribución de resultados en cada variable:

- $X_0 = 0,8749999999999999$
- $X_1 = 0,125$
- $X_2 = 0$

```

Optimize a model with 10 rows, 3 columns and 24 nonzeros
Model fingerprint: 0x93c19f4f
Coefficient statistics:
  Matrix range      [1e-01, 1e+00]
  Objective range   [5e-01, 1e+00]
  Bounds range      [0e+00, 0e+00]
  RHS range         [1e-01, 1e+00]
Presolve removed 6 rows and 0 columns
Presolve time: 0.00s
Presolved: 4 rows, 5 columns, 14 nonzeros

Iteration    Objective          Primal Inf.    Dual Inf.      Time
     0      5.0000000e-01    5.500000e-01    0.000000e+00    0s
     2      5.3125000e-01    0.000000e+00    0.000000e+00    0s

Solved in 2 iterations and 0.00 seconds (0.00 work units)
Optimal objective  5.312500000e-01

----- Manejo Soluciones -----
El valor objetivo es de: 0.53125
La variable x_0 toma el valor de 0.8749999999999999
La variable x_1 toma el valor de 0.125
La variable x_2 toma el valor de 0.0
vicentelavagnino@Vicentes-MacBook-Pro ~/L/C/0/S/2/I/T/T/code>

```