Inteligência Artificial – 2023/24

9/Dezembro/2023─14:00h ─ Duração: 2:00h

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

2º Teste (Sem consulta)
Modelo A

Importante: nas perguntas/alíneas assinaladas com um *, uma resposta em branco terá uma cotação de 10%.

I) [4,5val] Para planear o jantar de Natal do DI, vamos recorrer à programação por conjuntos de resposta, no dialeto do CLINGO. Sabemos que:

- O restaurante escolhido tem 10 mesas, representadas em ASP pelo facto `mesa(1..10)`.
- O menu do restaurante é composto por pratos de peixe, de carne e sobremesas, sendo representados em ASP por factos da forma `prato/2` onde o primeiro termo é o nome do prato e o segundo o seu tipo i.e., `carne`, `peixe` ou `sobremesa`. Por exemplo, o menu poderia incluir os seguintes factos: `prato(cataplana,peixe)`, `prato(leitão,carne)`, `prato(chanfana,carne)` e `prato(pudim,sobremesa)`. Pode assumir que existe um facto `tipo(peixe; carne; sobremesa)`.
- Dado que o restaurante permite que se escolha uma combinação de pratos diferentes em cada mesa, recolhemos as preferências dos participantes no jantar, pedindo a cada um que indicasse todos os pratos de que gosta, informação que representámos em ASP por factos da forma `gosta/2` onde o primeiro termo é o nome da pessoa e o segundo o nome de um prato de que gosta. Por exemplo, os seguintes factos poderiam representar alguns dos gostos recolhidos: `gosta(joao,caldeirada)`, `gosta(ana,chanfana)`, `gosta(ana,leitão)` e `gosta(ana,bife)`. Assuma que existem ainda factos da forma `pessoa/1` em que o único termo é o nome de uma pessoa, representando os participantes no jantar.

Pretendemos decidir em que mesa é que cada participante se vai sentar, e que pratos é que vão ser servidos em cada mesa. Para isso, vamos usar a programação por conjuntos de resposta, codificando o problema de modo a que cada conjunto de resposta contenha predicados da forma:

- `senta/2` em que o primeiro termo é o número de uma mesa e o segundo o nome de uma pessoa, significando que, numa solução correspondente a um conjunto de resposta com esse predicado, essa pessoa senta-se nessa mesa.
- `serve/2` em que o primeiro termo é o número de uma mesa e o segundo o nome de um prato, significando que, numa solução correspondente a um conjunto de resposta com esse predicado, esse prato é servido nessa mesa;

Para começar, é-lhe pedido que especifique a ou as regras/restrições necessárias para <u>gerar</u> conjuntos de resposta de modo a que:

a*) cada pessoa esteja sentada numa das mesas
b*) cada mesa tenha servidos pelo menos 4 pratos

Pretendemos de seguida especificar as regras/restrições necessárias para garantir que os conjuntos de resposta estão de acordo com cada uma das seguintes afirmações:

c*) cada mesa deve ter servidos pelo menos um prato de cada tipo;
d*) cada mesa não pode ter servidas mais do que 3 sobremesas;
e*) cada pessoa deve gostar de pelo menos um prato de peixe ou de carne servido na sua mesa;
f*) cada mesa não pode ter mais do que 6 pessoas, nem menos do que 5;
g*) a Ana não pode ficar sentada numa mesa onde seja servida cataplana.

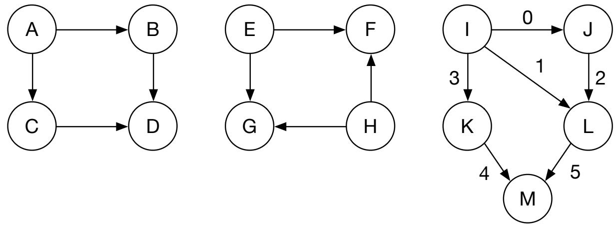
II*) [1val] Porque é que a Programação por Conjuntos de Resposta (ASP) é considerada um formalismo não-monotónico? Responda de forma concisa e precisa.

III*) [2,5val] Suponha que uma parte das regras sobre os movimentos válidos de um jogo está descrita em lógica de primeira ordem, através das seguintes formulas:

$$\forall x \exists y [move(x,y)]$$
$$\forall x \forall y [move(x,y) \Rightarrow move(y,x)]$$
$$\forall x \forall y \forall z [move(x,y) \land move(x,z) \Rightarrow move(y,z)]$$

Use o método de resolução para provar que é sempre possível ficar na mesma casa, i.e. que $\forall x [move(x,x)]$ é uma consequência lógica das formulas acima.

IV) [4val] Considere as seguintes Redes de Bayes, onde as variáveis aleatórias são todas booleanas:



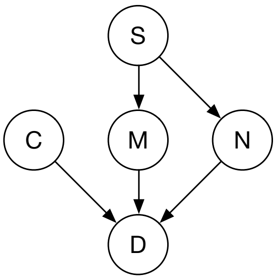
a*) Escreva uma expressão que permita calcular $\mathbf{P}(A|B,C,D)$ em função das distribuições de probabilidade condicional $\mathbf{P}(B|A)$, $\mathbf{P}(C|A)$ e $\mathbf{P}(A)$. Se não for possível escrever tal expressão, escreva NP.

b*) Escreva uma expressão que permita calcular $\mathbf{P}(D|A)$ em função das distribuições de probabilidade condicional $\mathbf{P}(B|A)$, $\mathbf{P}(C|A)$ e $\mathbf{P}(D|B,C)$. Se não for possível escrever tal expressão, escreva NP.

c*) Escreva uma expressão que permita calcular $\mathbf{P}(F|G)$ em função das distribuições de probabilidade condicional $\mathbf{P}(F|E,H)$ e $\mathbf{P}(G|E,H)$. Se não for possível escrever tal expressão, escreva NP.

d*) Suponha que tem acesso às tabelas de distribuição de probabilidade condicional $\mathbf{P}(I)$, $\mathbf{P}(K|I)$, $\mathbf{P}(L|I,J)$ e $\mathbf{P}(M|L,K)$, mas não $\mathbf{P}(J|I)$, e pretende determinar $\mathbf{P}(M|I)$. Pode remover um dos arcos numerados de 0 a 5 da Rede de Bayes. Selecione todos os arcos que poderia remover individualmente de modo a determinar $\mathbf{P}(M|I)$ em função das distribuições de probabilidade condicional $\mathbf{P}(I)$, $\mathbf{P}(K|I)$, $\mathbf{P}(L|I,J)$ e $\mathbf{P}(M|L,K)$. Por exemplo, se tal fosse possível removendo o arco de I para J, ou o arco de L para M, selecione 0 e 5. Se não for possível determinar a probabilidade pedida removendo apenas um arco, selecione NP.

V) [2val] Considere a seguinte Redes de Bayes, onde as variáveis aleatórias são todas booleanas:



P(s)	P(¬s)
0,9	0,1

P(c)	P(¬c)
0,5	0,5

S	P(m|S)	P(¬m|S)
s	0,8	0,2
¬s	0,1	0,9

S	P(n|S)	P(¬n|S)
s	0,7	0,3
¬s	0,9	0,1

C	M	N	P(d|C,M,N)	P(¬d|C,M,N)
c	m	n	0,9	0,1
c	m	¬n	0,8	0,2
c	¬m	n	0,8	0,2
c	¬m	¬n	0,2	0,8
¬c	m	n	0,8	0,2
¬c	m	¬n	0,5	0,5
¬c	¬m	n	0,6	0,4
¬c	¬m	¬n	0,1	0,9

a) Com o objetivo de estimar o valor de $P(\neg m|d,s)$, efetuamos uma amostragem a partir de uma rede vazia (PRIOR-SAMPLE), tendo obtido as seguintes amostras:

amostra #	S	C	M	N	D
1	¬s	c	m	¬n	d
2	s	c	¬m	¬n	¬d
3	s	¬c	¬m	n	¬d
4	s	c	m	¬n	d
5	s	c	¬m	n	d
6	s	¬c	¬m	n	¬d
7	s	¬c	¬m	¬n	¬d
8	s	c	m	n	d
9	s	c	¬m	n	¬d
10	¬s	¬c	¬m	¬n	¬d

Com base no algoritmo de amostragem por rejeição (REJECTION-SAMPLING), usando as amostras acima, determine a estimativa do valor de $P(\neg m|d,s)$.

b) Com o objetivo de estimar o valor de $P(m|\neg d,\neg s)$ usando o algoritmo de pesagem por verosimilhança (LIKELIHOODWEIGHTING), gerámos as seguintes amostras:

amostra #	S	C	M	N	D
1	¬s	c	m	n	¬d
2	¬s	c	¬m	¬n	¬d
3	¬s	¬c	¬m	n	¬d
4	¬s	c	m	n	¬d

Indique o peso de cada uma das amostras e determine a estimativa para o valor de $P(m|\neg d,\neg s)$ usando o algoritmo de pesagem por verosimilhança (LIKELIHOODWEIGHTING).

VI) [4val] Considere os seguintes atributos e respetivos domínios:

$$x_1 \in \{S, O, R\} \quad x_2 \in \{\$, \blacklozenge, \lozenge\} \quad x_3 \in \{\alpha, \beta\} \quad x_4 \in \{0,1\}$$

e o seguinte conjunto de 14 exemplos a ser usados na construção de uma árvore de decisão usando o algoritmo DTL.

	x_1	x_2	x_3	x_4	Classe
D_1	S	♦	β	0	−
D_2	S	♦	β	1	−
D_3	O	♦	β	0	+
D_4	R	$	β	0	+
D_5	R	♢	α	0	+

	x_1	x_2	x_3	x_4	Classe
D_6	R	♢	α	1	−
D_7	O	♢	α	1	+
D_8	S	$	β	0	−
D_9	S	♢	α	0	+
D_{10}	R	$	α	0	+

	x_1	x_2	x_3	x_4	Classe
D_{11}	S	$	α	1	+
D_{12}	O	$	β	1	+
D_{13}	O	♦	α	0	+
D_{14}	R	$	β	1	−

a) Qual o ganho de informação (IG) de cada um dos 4 atributos? Apresente os cálculos.

x	y	$H\left(\frac{x}{y}, 1-\frac{x}{y}\right)$
1	1	0,00
1	2	1,00
1	3	0,92

x	y	$H\left(\frac{x}{y}, 1-\frac{x}{y}\right)$
1	4	0,81
1	5	0,72
1	6	0,65

x	y	$H\left(\frac{x}{y}, 1-\frac{x}{y}\right)$
1	7	0,59
1	8	0,54
2	5	0,97

x	y	$H\left(\frac{x}{y}, 1-\frac{x}{y}\right)$
2	7	0,86
3	7	0,98
5	14	0,94

b) Apresente a árvore de decisão induzida pelo algoritmo DTL. Justifique e apresente os cálculos efetuados.

VII) [2val] A Ana, o Bernardo, a Carla e o Duarte organizaram uma festa onde ouviram e dançaram ao som de várias músicas, e comeram várias sobremesas. No dia seguinte, para se prepararem para o teste de IA, decidiram representar em Lógica de Primeira Ordem algumas frases sobre a festa do dia anterior, se bem que nem sempre com sucesso. Para tal, usaram o seguinte vocabulário (tendo abreviado os seus nomes pelas respetivas primeiras letras):

- $Sugeriu(p, s)$: A pessoa p sugeriu a sobremesa s.
- $Provou(p, s)$: A pessoa p provou a sobremesa s.
- $Dançou(p, m)$: A pessoa p dançou ao som da música m.
- $Gosta(p, m)$: A pessoa p gosta da música m.

Par cada uma das seguintes frases em Lógica de Primeira Ordem, indique se ela não é bem formada (M), bem formada mas não equivalente à frase em língua natural (B) ou equivalente à frase em língua natural (E). Cada resposta incorrecta desconta o equivalente a uma resposta correcta, tendo a pergunta uma cotação mínima de 0 valores.

a) O Bernardo provou todas as sobremesas que o Duarte sugeriu.
   i. $\exists s\ Sugeriu(D, s) \land (\forall s' \lor Provou(B, s'))$
   ii. $\forall s, s'\ \neg(s = s') \lor (\neg Sugeriu(D, s')) \lor Provou(B, s)$
   iii. $\forall s\ Sugeriu(D, s) \Rightarrow Provou(B, s)$
   iv. $(\exists s\ Sugeriu(D, s)) \land (\forall s\ Provou(B, s))$

b) Todas as músicas de que alguém gosta foram dançadas por alguém que provou uma sobremesa.
   v. $\neg\exists p, m\ (Gosta(p, m) \land Dançou(p, m)) \lor (\forall s\ Provou(p, s))$
   vi. $\forall m\ \exists p, s\ Gosta(p, m) \Rightarrow Dançou(p, m) \land Provou(p, s)$
   vii. $\forall m\ (\exists p\ Gosta(p, m)) \Rightarrow (\exists s, p'\ Dançou(p', m) \land Provou(p', s))$
   viii. $\forall m, p, p'\, Gosta(p \land p', m) \Rightarrow ((Dançou(p, m) \land \exists s\ Provou(p, s)) \land (Dançou(p', m) \land \exists s\ Provou(p', s)))$

VIII) [Bónus: até 2val] Para cada alínea, indique se ela é verdadeira (V) ou falsa (F). Nesta pergunta, cada resposta incorrecta desconta o equivalente a uma resposta correcta, tendo a pergunta uma cotação mínima de 0 valores.

i. Dado que uma Rede de Bayes representa uma distribuição de probabilidade conjunta sobre as suas variáveis, podem existir relações de independência condicional implicadas pela distribuição de probabilidade conjunta que não são capturadas pela topologia da Rede de Bayes.

ii. Existe uma topologia de Rede de Bayes (o grafo da Rede de Bayes) sobre três variáveis que permite representar qualquer distribuição de probabilidades sobre essas três variáveis.

iii. A amostragem usando o algoritmo de pesagem por verosimilhança (LIKELIHOOD-WEIGHTING) sobrestima sistematicamente a probabilidade à posteriori de uma variável condicionada num dos seus descendentes.

iv. A entropia nos nós de uma árvore de decisão construída com o algoritmo DTL ao longo de um caminho da raiz para uma folha é sempre monotonicamente não-crescente.

v. Um perceptrão pode aprender a classificar corretamente os seguintes exemplos, onde cada um consiste em três inputs binários e uma classificação igualmente binária: (111,1), (110,1), (011,1), (010,0), (000,0).

9/Dez/2023 – 14:00 **Inteligência Artificial – Folha de Respostas**
DI/FCT/UNL, 2º Teste, 2023/24, Duração: 2h **Modelo: A______**

Nome:	**Número:**

Ia*)	`1{senta(M,P):mesa(M)}1 :- pessoa(P).`
b*)	`4{serve(M,P):prato(P,_)} :- mesa(M).`
c*)	`1{serve(M,P):prato(P,T)} :- mesa(M), tipo(T).`
d*)	`{serve(M,P):prato(P,sobremesa)}3 :- mesa(M).`

e*)	`ok(P) :- pessoa(P), senta(M,P), serve(M,D), prato(D,peixe), gosta(P,D).`
	`ok(P) :- pessoa(P), senta(M,P), serve(M,D), prato(D,carne), gosta(P,D).`
	`:- pessoa(P), not ok(P).`

f*)	`5{senta(M,P):pessoa(P)}6 :- mesa(M).`
g*)	`:- mesa(M), senta(M,ana), serve(M,cataplana).`

II*

Um formalismo é monotónico quando para todo o α e β, se KB⊨α então KB∧β⊨α.
Tal não se verifica em ASP. Considere-se KB={a←not b.}, α=a e β=b. O único conjunto de resposta de KB é {a} pelo que KB⊨a. No entanto, se acrescentarmos b a KB, obtendo o programa KB'={a←not b. b.}, o seu único conjunto de resposta é {b} i.e., KB'⊭ a.

III*

Transformando as formulas iniciais e a negação da consulta ($\neg\forall x[move(x,x)]$) em:

$$\forall x \exists y[move(x,y)]$$
$$\forall x \forall y[\neg move(x,y) \vee move(y,x)]$$
$$\forall x \forall y \forall z\left[\neg\left(move(x,y) \wedge move(x,z)\right) \vee move(y,z)\right]$$
$$\exists x[\neg move(x,x)]$$

manipulando e skolemizando:

$$\forall x\left[move\left(x,f(x)\right)\right]\ (por\ skolemização)$$
$$\forall x \forall y[\neg move(x,y) \vee move(y,x)]$$
$$\forall x \forall y \forall z[\neg move(x,y) \vee \neg move(x,z) \vee move(y,z)]$$
$$[\neg move(a,a)]\ (por\ skolemização)$$

e, por fim, renomeando as variáveis, obtemos as seguintes cláusulas:

$$1. \left[move\left(x_1, f(x_1)\right)\right]$$
$$2. [\neg move(x_2,y_2), move(y_2,x_2)]$$
$$3. [\neg move(x_3,y_3), \neg move(x_3,z_3), move(y_3,z_3)]$$
$$4. [\neg move(a,a)]$$

Prova por resolução:

$5. [move(f(x_5),x_5)]$	$(res)\ 1. e\ 2. com\ y_2 = f(x_1), x_2 = x_1\ e\ renom\ x_1/x_5$
$6. [\neg move(f(x_6),z_6), move(x_6,z_6)]$	$(res)\ 3. e\ 5. com\ x_3 = f(x_5), y_3 = x_5, e\ renom\ x_5/x_6\ e\ z_3/$
$3. [move(x_7,x_7)]$	$(res)\ 5. e\ 6. com\ x_5 = x_6 = z_6\ e\ renom\ x_6/x_7$
$4. [\quad]$	$(res)\ 4. e\ 7. com\ x_7 = a$

Como derivámos a cláusula vazia, podemos concluir que $\forall x[move(x,x)]$ é uma consequência lógica das três formulas dadas.

		d*)	[X]
IVa*)	$\frac{\mathbf{P}(A)\mathbf{P}(B\|A)\mathbf{P}(C\|A)}{\sum_a \left(P(a)\mathbf{P}(B\|a)\mathbf{P}(C\|a)\right)}$	0	
		1	
b*)	$\sum_b \sum_c \left(\mathbf{P}(D\|b,c)\mathbf{P}(b\|A)\mathbf{P}(c\|A)\right)$	2	X
		3	
		4	
c*)	NP	5	X
		NP	

Va)	
$\hat{P}(\neg m\|d,s)$:	1/3
Vb)	
w1:	0,01
w2:	0,08
w3:	0,04
w4:	0,01
$\hat{P}(m\|\neg d,\neg s)$:	1/7

VI a)	**IG(x_1)=**	0,247	**IG(x_2)=**	0,029	**IG(x_3)=**	0,155	**IG(x_4)=**	0,049	

Cálculos

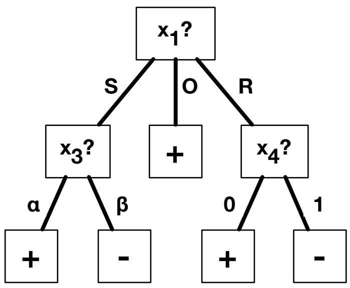
$$IG(x_1) = H\left(\frac{5}{14},\frac{9}{14}\right) - \left[\frac{5}{14}\cdot H\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right) + \frac{4}{14}\cdot H\left(\frac{4}{4},\frac{0}{4}\right) + \frac{5}{14}\cdot H\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right)\right] = 0{,}94 - \left(\frac{5}{14}\cdot 0{,}97 + \frac{4}{14}\cdot 0 + \frac{5}{14}\cdot 0{,}97\right) = 0{,}247$$

$$IG(x_2) = H\left(\frac{5}{14},\frac{9}{14}\right) - \left[\frac{6}{14}\cdot H\left(\frac{2}{6},\frac{4}{6}\right) + \frac{4}{14}\cdot H\left(\frac{2}{4},\frac{2}{4}\right) + \frac{4}{14}\cdot H\left(\frac{1}{4},\frac{3}{4}\right)\right] = 0{,}94 - \left(\frac{6}{14}\cdot 0{,}92 + \frac{4}{14}\cdot 1 + \frac{4}{14}\cdot 0{,}81\right) = 0{,}029$$

$$IG(x_3) = H\left(\frac{5}{14},\frac{9}{14}\right) - \left[\frac{7}{14}\cdot H\left(\frac{1}{7},\frac{6}{7}\right) + \frac{7}{14}\cdot H\left(\frac{3}{7},\frac{4}{7}\right)\right] = 0{,}94 - \left(\frac{7}{14}\cdot 0{,}59 + \frac{7}{14}\cdot 0{,}98\right) = 0{,}155$$

$$IG(x_4) = H\left(\frac{5}{14},\frac{9}{14}\right) - \left[\frac{8}{14}\cdot H\left(\frac{2}{8},\frac{6}{8}\right) + \frac{6}{14}\cdot H\left(\frac{3}{6},\frac{3}{6}\right)\right] = 0{,}94 - \left(\frac{8}{14}\cdot 0{,}81 + \frac{6}{14}\cdot 1\right) = 0{,}049$$

b) Árvore



Justificação/Cálculos

Com x_1=S, temos os exemplos D_1, D_2, D_8, D_9 e D_{11}, a serem usados na escolha do atributo (x_2, x_3 ou x_4) do próximo nó nesse ramo.

$$IG(x_2) = H\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right) - \left[\frac{2}{5}\cdot H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right) + \frac{2}{5}\cdot H\left(\frac{2}{2},\frac{0}{2}\right) + \frac{1}{5}\cdot H\left(\frac{1}{1},\frac{0}{1}\right)\right] = 0{,}570$$

$$IG(x_3) = H\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right) - \left[\frac{3}{5}\cdot H\left(\frac{3}{3},\frac{0}{3}\right) + \frac{2}{5}\cdot H\left(\frac{2}{2},\frac{0}{2}\right)\right] = 0{,}970$$

$$IG(x_4) = H\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right) - \left[\frac{3}{5}\cdot H\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{5}\cdot H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right] = 0{,}018$$

Escolhe-se x_3, por ter maior ganho de informação.

Com x_1=S e x_3=α, todos os exemplos são classificados com "+" pelo que o nó é terminal.

Com x_1=S e x_3=β, todos os exemplos são classificados com "-" pelo que o nó é terminal. Fica assim concluído o ramo com x_1=S.

Com x_1=O, todos os exemplos são classificados com "+" pelo que o nó é terminal.

Com x_1=R, temos os exemplos D_4, D_5, D_6, D_{10} e D_{14}, a serem usados na escolha do atributo (x_2, x_3 ou x_4) do próximo nó nesse ramo.

$$IG(x_2) = H\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right) - \left[\frac{3}{5}\cdot H\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{5}\cdot H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right] = 0{,}018$$

$$IG(x_3) = H\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right) - \left[\frac{3}{5}\cdot H\left(\frac{1}{3},\frac{2}{3}\right) + \frac{2}{5}\cdot H\left(\frac{1}{2},\frac{1}{2}\right)\right] = 0{,}018$$

$$IG(x_4) = H\left(\frac{2}{5},\frac{3}{5}\right) - \left[\frac{3}{5}\cdot H\left(\frac{3}{3},\frac{0}{3}\right) + \frac{2}{5}\cdot H\left(\frac{2}{2},\frac{0}{2}\right)\right] = 0{,}970$$

Escolhe-se x_4, por ter maior ganho de informação. Com x_1=R e x_4=0, todos os exemplos são classificados com "+" pelo que o nó é terminal. Com x_1=R e x_4=1, todos os exemplos são classificados com "-" pelo que o nó é terminal. Fica assim concluído o ramo com x_1=R, e a árvore.

VII [M/B/E]	**a)**	**i.**	M	**ii.**	E	**iii.**	E	**iv.**	B	**b)**	**v.**	B	**vi.**	B	**vii.**	E	**viii.**	M	

VIII [V/F]	**i.**	V	**ii.**	V	**iii.**	F	**iv.**	F	**v.**	V	