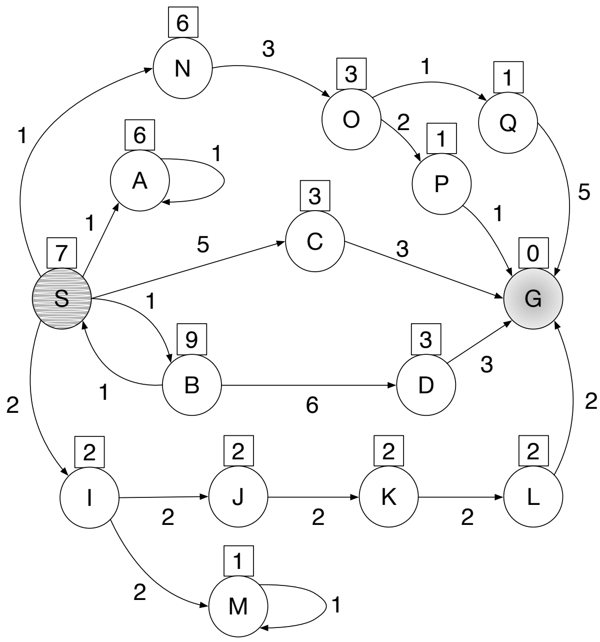
Inteligência Artificial – 2021/22

10/Novembro/2021─17:00h ─ Duração: 2:00h

NOVA SCHOOL OF SCIENCE & TECHNOLOGY

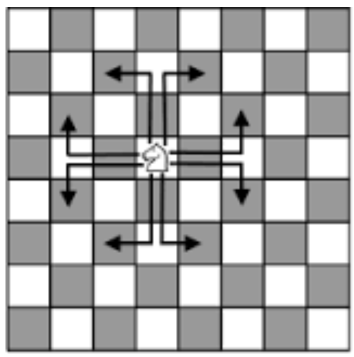
1º Teste (Modelo A)
– Com consulta limitada –

I) [5val] Considere o seguinte grafo de estados de um problema de procura. Os valores apresentados nos arcos correspondem ao custo do operador (ação) respectivo, enquanto os valores nos rectângulos correspondem ao valor de uma heurística (estimativa do custo de chegar desse estado ao objectivo). Não se representam os nomes dos operadores, correspondendo cada arco a um operador distinto.
Em todos os algoritmos cegos e em caso de empate nos algoritmos informados, quando um nó é expandido, assuma que os seus sucessores são sempre colocados na fronteira por ordem lexicográfica do nome do nó, de forma a que o nó mais próximo do início do alfabeto, ou com menor número, seja selecionado antes dos seus irmãos. Pretende-se encontrar um caminho desde o estado S até G.



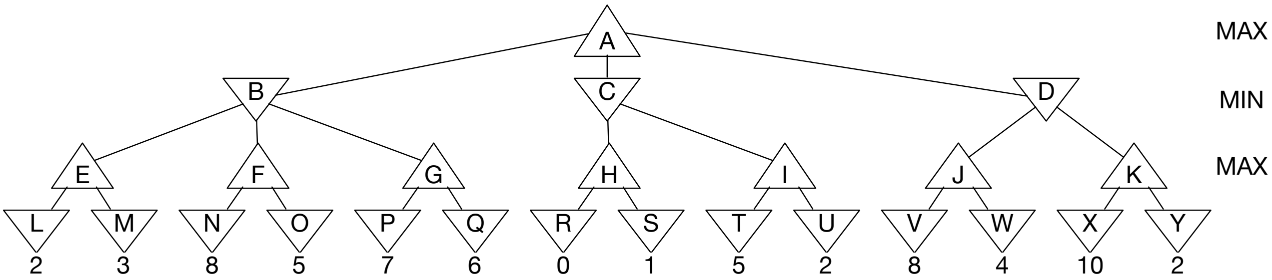
a) Caracterize a heurística quanto à admissibilidade e consistência, justificando a sua resposta.
b) Indique o caminho encontrado por cada um dos seguintes algoritmos: procura em profundidade primeiro (em árvores), procura em profundidade primeiro (em grafos), procura em largura primeiro (optimizada), procura de custo uniforme (em grafos), procura sôfrega (em árvores), procura sôfrega (em grafos) e A* (em grafos, na versão mais eficiente do algoritmo que garante a obtenção da solução óptima dadas as características da heurística).
c) Considere um espaço de estados onde o estado inicial é o número 1 e cada estado k tem 2 sucessores: os números $2k$ e $2k+1$.
   i. Desenhe a porção do espaço de estados para os estados de 1 a 15.
   ii. Suponha que o estado objectivo é o 11. Indique a ordem pela qual os nós serão expandidos para cada um dos seguintes algoritmos: procura em profundidade primeiro (em árvores), procura em largura primeiro (optimizada), procura de profundidade limitada (com limite 3), e procura por aprofundamento progressivo.

II) [2val] Considere um tabuleiro de xadrez com um cavalo (cada movimento do cavalo tem o formato característico da letra L, consistindo na deslocação de duas casas numa direção, e uma casa numa das perpendiculares, como ilustrado na figura). Cada casa é identificada pelas suas coordenadas (x, y), com $x, y \in \{0, \dots, 7\}$. Pretendemos utilizar o algoritmo de pesquisa A* para encontrar o caminho para o cavalo até à casa $(0,0)$, com o menor número de movimentos (custo do movimento=1), para o qual procuramos uma heurística admissível.



a) Quais das seguintes heurísticas h_i são admissíveis?
   - $h_1(x, y) = x + y$ (distância de Manhattan)
   - $h_2(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ (distância Euclidiana)
   - $h_3(x, y) = (x + y)/3$
   - $h_4(x, y) = max(x, y)/2$
b) Pretendemos construir uma heurística $h(x, y) = f(A, B)$, onde $f \in \{min, max\}$ e $A, B \in \{h_1(x, y), h_2(x, y), h_3(x, y), h_4(x, y)\}$, de modo a maximizar o desempenho do algoritmo de pesquisa A*. Que escolhas faria para f, A e B? Justifique sumariamente.

III) [4,5val] Considere a árvore de jogo de dois jogadores (MAX e MIN), onde os valores nas folhas são estimativas do ganho para MAX a partir desse estado e os filhos de um nó são visitados da esquerda para a direita.



a) Calcule o valor MINIMAX de cada nó não terminal e indique qual o movimento que MAX deverá escolher.
b) Assumindo que a árvore é percorrida da esquerda para a direita, indique quais os nós que nunca chegariam a ser visitados pelo algoritmo de procura $\alpha-\beta$.
c) Considere agora que os nós B, C e D da árvore da figura são nós estocásticos (CHANCE) onde cada sucessor é equiprovável. Calcule o valor EXPECTEDMINIMAX dos nós A, B, C e D.

IV) [4,5val] Sejam X, Y e Z variáveis inteiras que podem tomar valores entre 1 e 9, sujeitas às seguintes restrições

$$2X \leq Z \qquad Y \geq Z \qquad YZ = 8$$

a) Desenhe o grafo de restrições associado a este problema de satisfação de restrições.
b) Considerando apenas a última das restrições (YZ = 8) e os domínios iniciais das variáveis, indique, com justificação, quais os valores de Z que se encontram inconsistentes.
c) Indique os domínios das variáveis resultantes da aplicação do algoritmo de consistência de arcos (AC3).
d) Apresente esquematicamente a execução do algoritmo de procura com retrocesso em que, após cada atribuição de um valor a uma variável, é executado o algoritmo de consistência de arcos (AC3) para a redução dos domínios das variáveis, e é usada a heurística da variável mais constrangida e desempate pelo número de restrições (e em caso de persistência de empate, por ordem alfabética/numérica crescente). Os valores devem ser atribuídos por ordem decrescente. Qual a solução encontrada?

V) [4val] Verifique, usando o algoritmo DPLL, se $d \wedge (a \vee b)$ é uma consequência lógica do seguinte conjunto de frases em lógica proposicional (sempre que tiver que escolher, deve escolher as variáveis proposicionais alfabeticamente, e atribuir VERDADEIRO antes de FALSO):

$$\neg b \Rightarrow a \qquad \neg a \Rightarrow b \qquad (\neg a \wedge \neg b) \Rightarrow c \qquad (\neg a \wedge b) \Rightarrow d \qquad (a \wedge \neg b) \Rightarrow d$$

VI) [Bónus: até 2val] Para cada alínea, indique se ela é verdadeira ou falsa. Cada resposta correta vale 0,4val, cada resposta errada vale -0,4val. A pergunta tem uma cotação mínima de 0 valores.

a) Para um problema de pesquisa, o caminho devolvido pelo algoritmo de pesquisa de custo uniforme pode mudar se adicionarmos um valor constante positivo *c* ao custo de cada uma das acções.
b) O algoritmo de procura em profundidade primeiro expande sempre pelo menos tantos nós como o algoritmo de procura A* com uma heurística admissível.
c) Se $g_1(s)$ e $g_2(s)$ são duas heurísticas admissíveis, então a sua média $h(s)=0,5g_1(s)+0,5g_2(s)$ também é admissível.
d) O ganho computacional quando se usa o corte de ramos do algoritmo $\alpha-\beta$ é independente da ordem pela qual os filhos são expandidos/percorridos.
e) Em lógica proposicional, existem frases em relação às quais não é possível confirmar nem refutar serem consequência lógica de uma dada teoria.

FIM!

Inteligência Artificial – Folha de Respostas

10/Nov/2021 – 17:00 **DI/FCT/UNL, 1º Teste, 2021/22, Duração: 2h** **Modelo:** adadadad

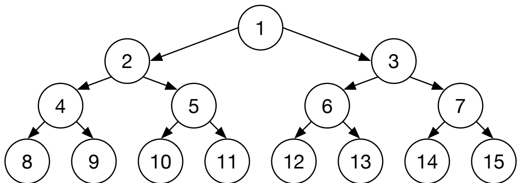
Nome:	**Número:**

I.a) Admissível: **NÃO** Consistente: **NÃO**

Justificação: Não é admissível pois existe um estado (B) para o qual o valor da heurística (h(B)=9) é superior ao custo do caminho mais curto para chegar desse estado ao objectivo h*(B)=c(B→S→N→O→P→G)=8. Não é consistente pois qualquer heurística consistente também é admissível. Outra forma de demostrar a inconsistência seria mostrar que existem estados n1, n2, ligados por um arco com custo c(n1,n2) tal que h(n1)>c(n1,n2)+h(n2), como por exemplo, com n1=B e n2=S, onde temos que h(S)=7, c(B,S)=1 e h(B)=9, logo, h(B)>c(B,S)+h(S).

I.b) Algoritmo	**Solução (Versão A)**	**Solução (Versão B)**
Profundidade primeiro (árvores)	**Não termina (S→A→A→A ....)**	**S→C→G**
Profundidade primeiro (grafos)	**S→B→D→G**	**S→C→G**
Largura primeiro (optimizada)	**S→C→G**	**S→C→G**
Custo uniforme (grafos)	**S→N→O→P→G**	**S→Q→O→A→G**
Sôfrega (árvores)	**Não termina (S→I→M→M ...)**	**Não termina (S→D→M→M ...)**
Sôfrega (grafos)	**S→I→J→K→L→G**	**S→D→J→K→B→G**
A*	Nenhuma versão do algoritmo A* garante a solução óptima para heurísticas não admissíveis. Excepcionalmente, foram aceites as seguintes respostas: **S→N→O→P→G**	**S→Q→O→A→G**

I.c.i)



I.c.ii) Algoritmo	**Nós Expandidos**
Profundidade Primeiro	**1 – 2 – 4 – 8 – 16 – 32 ... (Não termina)** **(**também foi aceite a resposta **1 – 2 – 4 – 8 – 9 – 5 – 10 – 11** que considera apenas a parte do espaço esboçado na alínea I.c.i)
Largura Primeiro	**1 – 2 – 3 – 4 – 5**
Profundidade Limitada	**1 – 2 – 4 – 8 – 9 – 5 – 10 – 11**
Aprofundamento Progressivo	**1 – 1 – 2 – 3 – 1 – 2 – 4 – 5 – 3 – 6 – 7 – 1 – 2 – 4 – 8 – 9 – 5 – 10 – 11**

II.a) [Sim/Não]	h_1: **NÃO**	h_2: **NÃO**	h_3: **SIM**	h_4: **SIM**

II.b) f:max A: $h_3(x,y)$ B: $h_4(x,y)$

Justificação: Pretendemos encontrar uma heurística admissível, que domine as restantes heurísticas admissíveis. O máximo entre duas heurísticas é admissível desde que ambas as heurísticas sejam admissíveis. O mínimo de duas heurísticas é admissível desde que uma das heurísticas seja admissível. Assim, as únicas alternativas admissíveis são: $\max(h_3,h_3)$, $\max(h_4,h_4)$, $\max(h_3,h_4)$, $\min(h_3,B)$ e $\min(h_4,B)$, onde B pode ser substituído por qualquer das 4 heurísticas h_1, h_2, h_3 e h_4. Dado que há casos onde $h_3(x,y)>h_4(x,y)$ (e.g. x=3, y=3) e casos onde $h_4(x,y)>h_3(x,y)$ (e.g. x=2, y=0), conclui-se que $\max(h_3,h_4)$ domina tanto $\max(h_3,h_3)$ e $\max(h_4,h_4)$, como $\min(h_3,B)$ e $\min(h_4,B)$, não sendo por elas dominada. É assim a melhor escolha. Como max e min são comutativos, a resposta $\max(h_4,h_3)$ também está correta.

III.a)

A: **8** B: **3** C: **1** D: **8** E: **3** F: **8** G: **7** H: **1** I: **5** J: **8** K: **10** Movim. de MAX: **D**

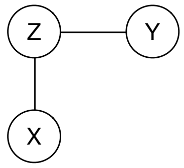
III.b)

O, Q, I, T, U, Y

III.c)

A: **9** B: **6** C: **3** D: **9**

IV.a)



IV.b)

3, 5, 6, 7 e 9

Todos os valores para os quais não há um valor possível de Y (1..9) tal que YZ=8.

IV.c)

D_X={**1** }

D_Y={**4** }

D_Z={**2** }

IV.d)

Solução: X = **1** Y = **4** Z = **2**

1. Z=4 (Z é escolhida pelo número de restrições; valor atribuído por ordem decrescente do domínio)
2. Aplicação de AC3 resulta em D_Y={}.
3. Retrocesso. Z=3;
4. Aplicação de AC3 resulta em D_Y={}.
3. Retrocesso. Z=2;
4. Aplicação de AC3 resulta em D_Y={4} e D_X={1}.
5. X=1. Aplicação de AC3 resulta em D_Y={4}.
6. Y=4.

Nota: se o algoritmo descrito na alínea d) começasse por aplicar o AC3 logo no início, e não apenas após a atribuição de um valor a uma variável, a execução teria sido mais eficiente, pois teríamos começado por atribuir o valor Z=2, e não haveria retrocessos. Mas a alínea indicava que o AC3 apenas deveria ser usado após a atribuição de um valor a uma variável.

V)

É consequência lógica (SIM/NÃO)? **NÃO**

Verificação: O algoritmo DPLL permite verificar a satisfatibilidade de uma base de conhecimento em lógica proposicional, previamente convertida para a Forma Normal Conjuntiva (FNC). Para ver se uma frase em lógica proposicional φ é consequência de Γ temos que verificar se $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ é insatisfazível (prova por contradição).

Conversão para a FNC de Γ:

$$\begin{array}{ccccccc}
\neg b \Rightarrow a & \leftrightarrow & \neg\neg b \lor a & \leftrightarrow & b \lor a & \leftrightarrow & a \lor b \\
\neg a \Rightarrow b & \leftrightarrow & \neg\neg a \lor b & \leftrightarrow & a \lor b & & \\
(\neg a \land \neg b) \Rightarrow c & \leftrightarrow & \neg(\neg a \land \neg b) \lor c & \leftrightarrow & (\neg\neg a \lor \neg\neg b) \lor c & \leftrightarrow & a \lor b \lor c \\
(\neg a \land b) \Rightarrow d & \leftrightarrow & \neg(\neg a \land b) \lor d & \leftrightarrow & (\neg\neg a \lor \neg b) \lor d & \leftrightarrow & a \lor \neg b \lor d \\
(a \land \neg b) \Rightarrow d & \leftrightarrow & \neg(a \land \neg b) \lor d & \leftrightarrow & (\neg a \lor \neg\neg b) \lor d & \leftrightarrow & \neg a \lor b \lor d
\end{array}$$

Conversão para a FNC de $\neg\varphi$:

$$\neg\big(d \land (a \lor b)\big) \leftrightarrow \neg d \lor \neg(a \lor b) \leftrightarrow \neg d \lor (\neg a \land \neg b) \leftrightarrow (\neg a \lor \neg d) \land (\neg b \lor \neg d)$$

Aplicação do DLPP:

$$\begin{array}{c} (b \lor a) \\ (a \lor b \lor c) \\ (a \lor \neg b \lor d) \\ (\neg a \lor b \lor d) \\ (\neg a \lor \neg d) \\ (\neg b \lor \neg d) \end{array}
\xRightarrow{\substack{Pure \\ (c)}}
\begin{array}{c} (b \lor a) \\ (a \lor \neg b \lor d) \\ (\neg a \lor b \lor d) \\ (\neg a \lor \neg d) \\ (\neg b \lor \neg d) \end{array}
\xRightarrow{\substack{Split \\ (a)}}
\begin{array}{c} (b \lor d) \\ (\neg d) \\ (\neg b \lor \neg d) \end{array}
\xRightarrow{\substack{Unit \\ (\neg d)}} (b) \xRightarrow{\substack{Pure \\ (b)}} \top$$

Como $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ é satisfazível, φ não é consequência lógica de Γ.

VI)	a)	b)	c)	d)	e)
	VERDADEIRA	FALSA	VERDADEIRA	FALSA	FALSA