

# Activos Financieros

*Finanzas III*

*Codigos en R*



Profesor:

- Carlos Cavieres

Integrantes:

- Meboly Vega

- Vicente Román

- Luis Gaete

- Felipe Ugalde

# Table of contents

<b>1</b>	<b>Introducción Librerías y Paquetes a instalar</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>Activo: Acciones</b>	<b>4</b>
2.1	Ejemplo (Clases) . . . . .	4
2.2	Código R . . . . .	5
2.2.1	Tabla de Resultados . . . . .	5
2.3	Gráfico . . . . .	6
2.4	Resultado y Conclusión . . . . .	7
<b>3</b>	<b>Activo: Bonos</b>	<b>7</b>
3.1	Ejemplo (Clases) . . . . .	8
3.2	Código R . . . . .	8
3.2.1	Tabla de Resultados . . . . .	9
3.3	Gráfico . . . . .	9
3.4	Resultado y Conclusión . . . . .	11
<b>4</b>	<b>Activo: Forward sobre tipo de cambio</b>	<b>11</b>
4.1	Ejemplo (Clases) . . . . .	12
4.2	Código R . . . . .	12
4.2.1	Tabla de Resultados . . . . .	13
4.3	Gráfico . . . . .	13
4.4	Resultado y Conclusión . . . . .	15
<b>5</b>	<b>Activo: FRA (Forward Rate Agreement)</b>	<b>15</b>
5.1	Ejemplo (Betzuen, (2016)) . . . . .	16
5.2	Código R . . . . .	16
5.2.1	Tabla de Resultados . . . . .	17
5.3	Gráfico . . . . .	18
5.4	Resultado y Conclusión . . . . .	21
<b>6</b>	<b>Activo: Futuro sobre índice bursátil</b>	<b>21</b>
6.1	Ejemplo (Hull (2009)) . . . . .	22
6.2	Código R . . . . .	23
6.2.1	Tabla de Resultados . . . . .	23
6.3	Gráficos . . . . .	24
6.4	Resultado y Conclusión . . . . .	27
<b>7</b>	<b>Activo: Opción Call</b>	<b>27</b>
7.1	Ejemplo (Clases) . . . . .	27
7.2	Código R . . . . .	29
7.2.1	Tabla de Resultados . . . . .	30

7.3	Gráfico . . . . .	30
7.4	Resultado y Conclusión . . . . .	31
<b>8</b>	<b>Activo: UF</b>	<b>32</b>
8.1	Ejemplo (Clase) . . . . .	32
8.2	Código R . . . . .	33
8.2.1	Resultado . . . . .	33
8.3	Conclusión . . . . .	35
<b>9</b>	<b>Activo: Modelo Black-Scholes y paridad put-call</b>	<b>35</b>
9.1	Ejemplo (Clases) . . . . .	35
9.2	Código R . . . . .	36
9.2.1	Tabla de Resultados . . . . .	37
9.3	Resultado y Conclusión . . . . .	37
<b>10</b>	<b>Bibliografía</b>	<b>37</b>

# 1 Introducción Librerías y Paquetes a instalar

El presente informe muestra ejercicios relacionados con ocho activos financieros vistos durante el semestre en la asignatura. El diseño del informe se realizó mediante el motor de Quarto a través de RStudio, donde a su vez se trabajó con el lenguaje de programación R. A continuación (chunk no visible en el informe), se ejecutan las líneas de código correspondientes a la base de funcionamiento del script (instalación de paquetes y librerías necesarias).

**Nota:** Visual Studio Code es capaz de generar un informe a través del código mediante **Ctrl+E** y **Ctrl+Shift+K** (Previsualiza el documento); En caso de que ello no funcione, dentro de Github se encuentra el HTLM siendo este <https://vicenteromachus.github.io/ActivosFinancierosR.github.io/> . de todas maneras se recomienda la ejecución y renderizado en RStudio (tanto en R como en Python) mediante el botón **RENDER** ubicado en la cinta de opciones del archivo .qmd

## 2 Activo: Acciones

### Definición

Las **acciones** son títulos de propiedad que otorgan a su poseedor una participación proporcional en el capital y en los flujos futuros (dividendos) de una empresa.

El valor teórico de una acción se obtiene descontando al presente los dividendos esperados y, de ser necesario, un valor terminal.

### 2.1 Ejemplo (Clases)

La empresa **A** pagará durante los próximos tres años dividendos de \$20, \$10 y \$60.

A partir del cuarto año, los dividendos crecerán indefinidamente al **8 %** anual.

La empresa **B** va a pagar un dividendo de \$10 y este crecerá a una tasa constante del **12 %** anual.

La tasa de descuento de mercado es **15 %**.

¿Cuál es el valor actual de la acción de cada empresa?

### Fórmulas

#### Modelo de Gordon-Shapiro (crecimiento constante)

$$P_0 = \frac{D_1}{r - g}$$

Modelo de dos etapas (crecimiento no constante seguido de crecimiento perpetuo)

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{D_t}{(1+r)^t} + \frac{D_n(1+g)}{(r-g)(1+r)^n}$$

D<sub>t</sub>: dividendo en el año t

r: tasa de descuento

g: tasa de crecimiento

n: último año de la etapa explícita

## 2.2 Código R

```
r <- 0.15 # tasa de descuento
# Empresa A
D1 <- 20; D2 <- 10; D3 <- 60 # dividendos
gA <- 0.08 # crecimiento perpetuo
pv_divs_A <- D1/(1+r) + D2/(1+r)^2 + D3/(1+r)^3 #Fórmula
terminal_A <- D3*(1+gA)/(r - gA)
pv_term_A <- terminal_A/(1+r)^3
P0_A <- pv_divs_A + pv_term_A
#Empresa B
D0 <- 10 # dividendo recién pagado
gB <- 0.12 #tasa constante

D1_B <- 10
P0_B <- D1_B/(r - gB) #modelo gordon-shapiro
```

### 2.2.1 Tabla de Resultados

```
res <- data.frame(
  empresa = c("A", "B"),
  precio_actual = c(round(P0_A, 2), round(P0_B, 2))
)
kable(res, caption = "Valor presente estimado de cada acción")
```

Table 1: Valor presente estimado de cada acción

empresa	precio_actual
A	673.08
B	333.33

## 2.3 Gráfico

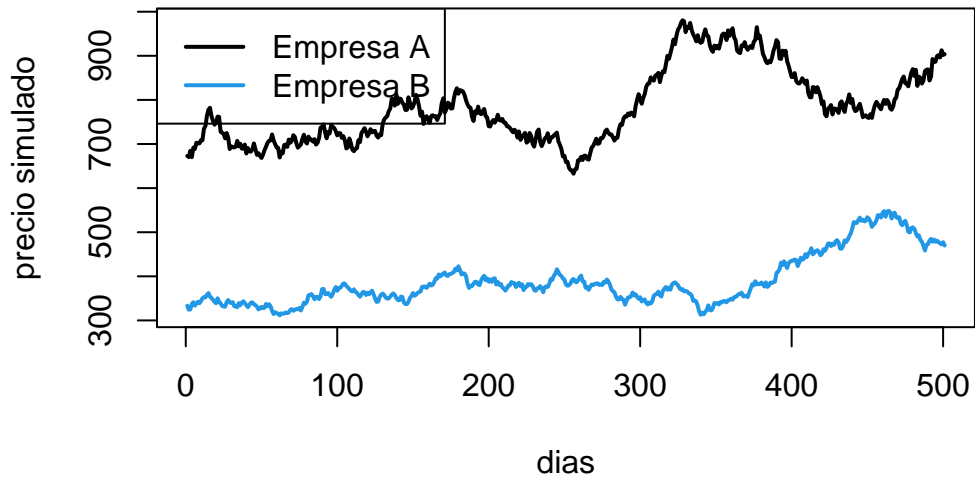
```
set.seed(161)
n <- 500 # numero de dias bursatiles simulados
dt <- 1/252 # tamano del paso temporal en años (1 dia bursatil)
sigma <- 0.25 # riesgo anual supuesto

rw_price <- function(P0, mu, sigma, n, dt) {
  eps <- rnorm(n, 0, sqrt(dt))
  path <- c(P0, P0 * cumprod(exp((mu - 0.5*sigma^2)*dt + sigma*eps)))
  path }

price_A <- rw_price(P0_A, gA, sigma, n, dt) # simula precios para la empresa A
price_B <- rw_price(P0_B, gB, sigma, n, dt) # para la empresa B

plot(price_A, type = "l", lwd = 2, ylim = range(c(price_A, price_B)),
      xlab = "dias", ylab = "precio simulado", main = "Random Walk de Precios")
lines(price_B, col = 4, lwd = 2)
legend("topleft", legend = c("Empresa A", "Empresa B"), lwd = 2, col = c(1,4))
```

## Random Walk de Precios



### 2.4 Resultado y Conclusión

- Precio estimado de las acciones

- Empresa A: \$673.08
- Empresa B: \$333.33

- Interpretación

- La acción **A** vale más debido al gran dividendo explícito de \$60 y al crecimiento perpetuo del 8 %.
- La acción **B** depende íntegramente del crecimiento constante del 12 %, partiendo de un dividendo menor.
- El gráfico muestra trayectorias simuladas: mayores pendientes medias reflejan mayores tasas de crecimiento esperadas, pero ambas series exhiben volatilidad; el inversionista debe ponderar riesgo y retorno antes de decidir.

## 3 Activo: Bonos

### Definición

Un **bono** es un instrumento de deuda que otorga al tenedor el derecho a recibir pagos de cupón periódicos y la devolución del valor nominal en la fecha de vencimiento.

El precio de un bono corresponde al valor presente de esos flujos de efectivo descontados a la tasa de rendimiento exigida por el mercado.

### 3.1 Ejemplo (Clases)

Un bono con valor nominal de **\$1 000** paga cupones anuales de **10 %** durante **10 años**. Calcule el precio del bono para tres escenarios de tasas de mercado:

1. **10%**
2. **12%**
3. **8%**

#### Fórmulas

##### Valor presente del bono

$$P_0 = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^n}$$

donde

C: tasa cupón

F: valor nominal

n: número de periodos hasta el vencimiento

r: tasa de rendimiento de mercado

Se rescribio la Fórmula de la siguiente manera:

$$P = I \left[ \frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{VN}{(1+i)^n}$$

donde

I = cupón anual   i = tasa de mercado   n = número de períodos   VN = valor nominal del bono

### 3.2 Código R



```

# parámetros del bono
vn <- 1000      # valor nominal
c  <- 0.10      # tasa cupón
n  <- 10        # años al vencimiento
I  <- vn * c    # cupón anual

# tasas de mercado a evaluar
tasas <- c(0.10, 0.12, 0.08)

# función de valoración
precio_bono <- function(i, I, vn, n) {
  pv_cupones <- I * ((1 + i)^n - 1) / (i * (1 + i)^n)
  pv_principal <- vn / (1 + i)^n
  pv_cupones + pv_principal}
precios <- sapply(tasas, precio_bono, I = I, vn = vn, n = n)

```

### 3.2.1 Tabla de Resultados

```

library(knitr)
res_bono <- data.frame(
  rendimiento = c("10 %", "12 %", "8 %"),
  precio      = round(precios, 2))
kable(res_bono, caption = "Precio del bono para distintos rendimientos")

```

Table 2: Precio del bono para distintos rendimientos

rendimiento	precio
10 %	1000.0
12 %	887.0
8 %	1134.2

### 3.3 Gráfico

```

precio_bono <- function(yield, cup, vn, n) {
  I <- cup * vn
  pv_coupons <- I * ((1 + yield)^n - 1) / (yield * (1 + yield)^n)
  pv_principal <- vn / (1 + yield)^n

```

```

    pv_coupons + pv_principal}
#Rendimiento histórico del US treasury a 10 años (tasa anual, ya en %)
getSymbols("DGS10", src = "FRED")          # serie

```

```
[1] "DGS10"
```

```

yield_xts <- na.omit(DGS10) / 100          # pasar a decimal

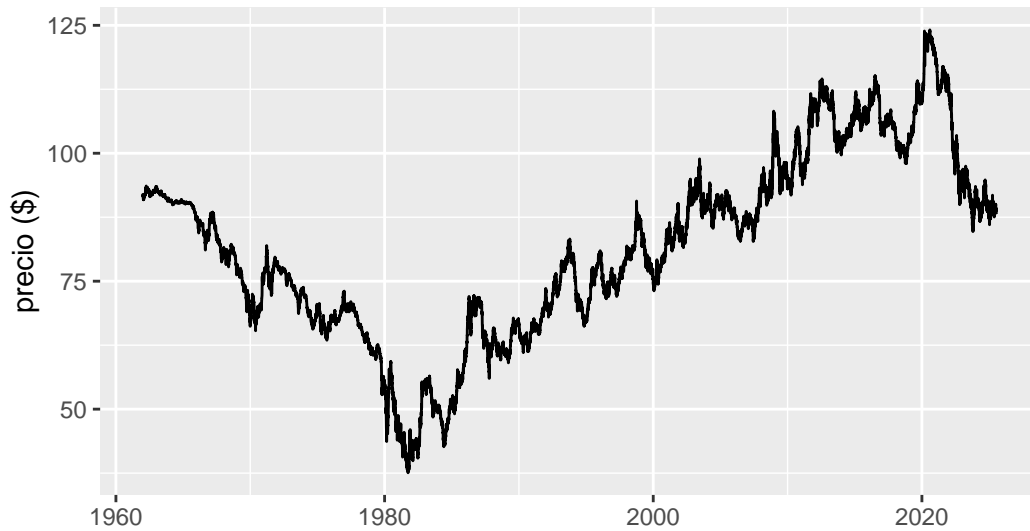
#Supuesto de que es un bono cupón 3%, 10 años
cup_real  <- 0.03
vn        <- 100
n_real    <- 10

#precio diario
price_real <- xts(
  precio_bono(coredata(yield_xts), cup_real, vn, n_real),
  order.by = index(yield_xts))

# Gráfico!
autoplot(price_real) +
  ggtitle("Precio implícito de un bono cupón 3%, 10 años
          basado en el Treasury yield 10Y (FRED)") +
  xlab("") + ylab("precio ($)")

```

Precio implícito de un bono cupón 3%, 10 años  
basado en el Treasury yield 10Y (FRED)



### 3.4 Resultado y Conclusión

- Precio calculado

- Con rendimiento **10%** \$1000 (a la par).
- Con rendimiento **12%** \$887 (con *descuento*).
- Con rendimiento **8%** \$1134.2 (con *prima*).

- Interpretación

- Si la tasa cupón es igual a la tasa de mercado (10 %), el bono se vende a su valor nominal.
- Cuando el rendimiento exigido sube a 12 %, el bono se valora **por debajo** de la par (descuento) porque sus cupones resultan poco atractivos.
- A un rendimiento de 8 % el bono se valora **por encima** de la par (prima) ya que sus cupones superan la rentabilidad ofrecida por el mercado.

## 4 Activo: Forward sobre tipo de cambio

### Definición

Un **forward** es un contrato a plazo que obliga a las partes a intercambiar un activo (en este caso la divisa) en una fecha futura a un precio pactado hoy.

Para divisas, el **precio forward** se determina por la paridad de intereses entre las dos monedas: el tipo de cambio spot ajustado por las tasas de interés de cada país durante el plazo acordado.

#### 4.1 Ejemplo (Clases)

Un importador necesita **1.000.000 USD** dentro de **90 días** para pagar mercadería. Los datos de mercado son:

Concepto	Valor
Spot compra (CLP/USD)	740
Spot venta (CLP/USD)	750
Tasa CLP colocación (3 meses)	0,9% anual
Tasa CLP captación (3 meses)	0,8% anual
Tasa USD captación (3 meses)	2,3% anual
Tasa USD colocación (3 meses)	2,4% anual

El importador pacta un **forward de compra** (él compra USD a futuro).

¿Qué tipo de cambio forward deberá pagar y cuál será el costo total en pesos?

#### Fórmulas

##### Paridad descubierta de intereses (compra de USD a plazo)

$$F = S_{\text{compra}} \frac{1 + r_{\text{CLP, col}} \frac{n}{30}}{1 + r_{\text{USD, cap}} \frac{n}{360}}$$

: **F: tipo de cambio forward (CLP/USD)**  $S_{\text{compra}}$ : tipo de cambio spot de compra (CLP/USD)

$r_{\text{CLP, col}}$ : tasa de colocación en CLP

$r_{\text{USD, cap}}$ : tasa de captación en USD

$n$ : días al vencimiento

#### 4.2 Código R

```
# datos
spot_compra <- 740      # CLP por USD
r_clp_col   <- 0.009    # 0,9 % anual
r_usd_cap   <- 0.023    # 2,3 % anual
n_dias      <- 90
usd_neces   <- 1e6      # 1 000 000 USD

# Fórmula del forward de compra
F_forward <- spot_compra *
              (1 + r_clp_col * (n_dias / 30)) /
              (1 + r_usd_cap * (n_dias / 360))

# costo total en CLP si se cubre
costo_hedged <- usd_neces * F_forward
```

#### 4.2.1 Tabla de Resultados

```
res_forward <- data.frame(
  item    = c("tipo de cambio forward", "costo total (CLP)"),
  valor   = c(round(F_forward, 2),
               format(round(costo_hedged, 0), big.mark = ",")))
kable(res_forward, col.names = c("", "resultado"),
      caption = "Resultado de la operación forward")
```

Table 4: Resultado de la operación forward

	resultado
tipo de cambio forward	755.64
costo total (CLP)	755,635,098

#### 4.3 Gráfico

```
S_T <- seq(700, 800, by = 1)
costo_unhedged <- usd_neces * S_T
#curva de costos con y sin cobertura
plot(S_T, costo_unhedged / 1e9, type = "l", lwd = 2,
     xlab = "spot al vencimiento (CLP/USD)",
```

```

    ylab = "costo (miles de millones de CLP)",
    main = "Costo con y sin cobertura forward")

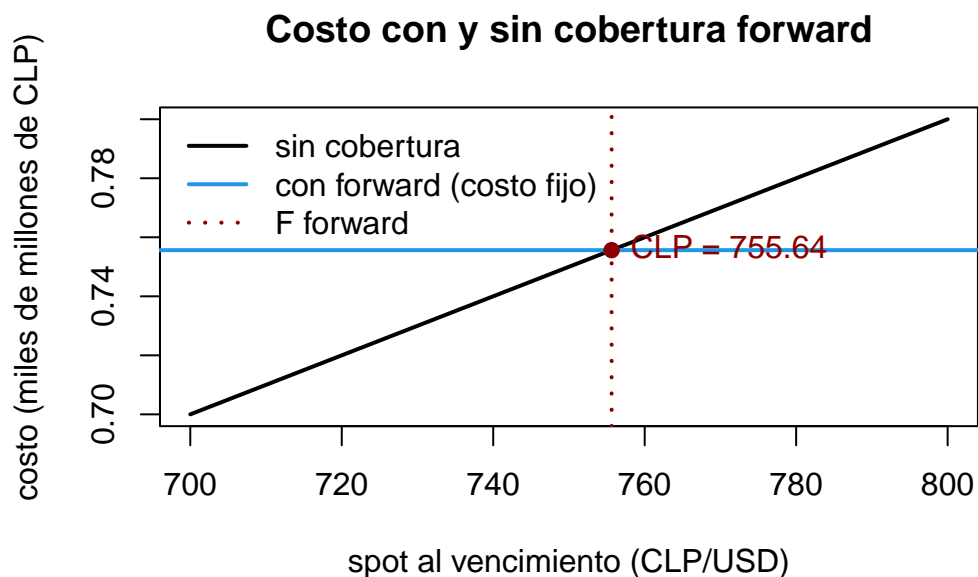
#costo fijo
abline(h = costo_hedged / 1e9, col = 4, lwd = 2)

#línea segmentada
abline(v = F_forward, lty = 3, lwd = 2, col = "darkred") # línea vertical

# punto de intersección (opcional, para resaltarlo)
points(F_forward,
       costo_hedged / 1e9,
       pch = 19, col = "darkred")

# etiqueta del precio forward
text(F_forward,
     costo_hedged / 1e9,
     labels = paste0("CLP = ", round(F_forward, 2)),
     pos = 4, col = "darkred")
legend("topleft",
      legend = c("sin cobertura", "con forward (costo fijo)", "F forward"),
      lwd    = c(2, 2, 2),
      lty    = c(1, 1, 3),
      col    = c(1, 4, "darkred"),
      bty    = "n")

```



#### 4.4 Resultado y Conclusión

- Tipo de cambio forward pactado: **\$755,64 CLP/USD**
- Costo total por 1.000.000 USD: **\$755.640.000 CLP**

#### Interpretación

- Con el forward, el importador fija su desembolso en 755,64 CLP por dólar; si el spot en 90 días supera ese valor, la cobertura le ahorra dinero.
- Si el spot resulta menor, pagará relativamente de más, pero evita la incertidumbre.
- La gráfica muestra que el costo sin cobertura crece línea recta con el spot, mientras el costo cubierto se mantiene fijo; esto ilustra la eliminación del riesgo cambiario.

### 5 Activo: FRA (Forward Rate Agreement)

#### Definición

Un **FRA** es un acuerdo a plazo que fija hoy el tipo de interés de un préstamo o depósito que comenzará en una fecha futura.

La liquidación se basa en la diferencia entre la tasa de mercado al inicio del periodo protegido y la tasa acordada en el contrato, aplicada al nominal y descontada al valor presente.

## 5.1 Ejemplo (Betzuen, (2016))

Un empresario trata de asegurarse, para dentro de 6 meses, un préstamo a 3 meses, al **3,5%** de interés. Adopta una posición compradora de un **FRA(6/9)**, para un valor nominal de **100.000€** y un tipo garantizado del **3,5%**. El periodo de garantía es de **90 días**. Consideremos dos situaciones totalmente contrarias y comprobemos que se alcanza el objetivo perseguido:

**I)** Que al cabo de 6 meses el tipo de interés del mercado, por ejemplo, Euribor a 3 meses, se sitúe en el **4%**.

**II)** Que al cabo de 6 meses el tipo de mercado se sitúe en el **3%**.

Escenario	Tasa de mercado (i_m)
A	4,0%
B	3,0%

### Fórmulas

$$L = \frac{N (i_m - i_{FRA}) \frac{t_2}{360}}{1 + i_m \frac{t_2}{360}}$$

donde

- L: es el pago neto (positivo para el comprador si  $i_m > i_{FRA}$ ).
- N: es el nominal del contrato.
- $i_m$ : es la tasa de mercado observada al inicio del periodo protegido.
- $i_{FRA}$ : es la tasa pactada en el FRA.
- $t_2$ : es la duración del periodo protegido en días.

## 5.2 Código R

```
# parametros
N      <- 1e5    # nominal (€)
i_FRA  <- 0.035  # tasa FRA garantizada
t2     <- 90     # días del período (90 = 3 meses)
```



```
# escenarios de mercado
esc <- data.frame(
  Escenario = c("I", "II"),
  i_m       = c(0.04, 0.03)) # 4 % y 3 %
liquidacion <- function(i_m) {
  ( (i_m - i_FRA) * N * t2/360 ) / (1 + i_m * t2/360)}
interes_mercado <- function(i_m) {
  N * i_m * t2/360}

# Cálculos
esc$L_liq      <- liquidacion(esc$i_m)# € cobrados (+) o pagados (-)
esc$Interés_mkt <- interes_mercado(esc$i_m)# intereses al tipo de mercado
esc$Costo_netto <- esc$Interés_mkt - esc$L_liq # coste neto después de FRA
esc$Tasa_efectiva<- esc$Costo_netto / (N * t2/360)# tasa efectivamente pagada
esc$Tasa_efectiva_pct <- round(esc$Tasa_efectiva*100, 3)
```

## 5.2.1 Tabla de Resultados

```
knitr::kable(
  esc |>
  dplyr::mutate(
    i_m      = scales::percent(i_m , accuracy = 0.1),
    L_liq    = scales::comma(round(L_liq ,2)),
    Interés_mkt = scales::comma(round(Interés_mkt,2)),
    Costo_netto = scales::comma(round(Costo_netto,2)),
    `Tasa efectiva` = paste0(Tasa_efectiva_pct, "%")),
  caption = "Liquidación del FRA y coste efectivo del préstamo (comprador de FRA)",
  align   = "c")
```

Table 6: Liquidación del FRA y coste efectivo del préstamo (comprador de FRA)

Escenario	i_m	L_liq	Interés_mkt	Costo_netto	Tasa_efectiva	Tasa_efectiva_pct	Tasa efectiva
I	4.0%	124	1,000	876.2	0.0350495	3.505	3.505%
II	3.0%	-124	750	874.1	0.0349628	3.496	3.496%

### 5.3 Gráfico

```
# rango de tasas y liquidación
rango <- seq(0, 0.06, by = 0.0001)
payoff <- liquidacion(rango)

# gráfico base (línea naranja)
plot(rango*100, payoff,
     type = "l", lwd = 2, col = "orange",
     xlab = "Tasa de mercado (%)",
     ylab = "EUR",
     main = "Comprador de FRA - beneficio según la tasa de mercado")

# líneas de referencia
abline(h = 0, lty = 2) # eje horizontal
abline(v = i_FRA*100, lty = 3, col = "gray") # tasa garantizada (3,5 %)

# --- área positiva (azul) -----
esc_pos <- esc |>
  dplyr::filter(L_liq > 0)

apply(esc_pos, 1, \(row){
  i_m <- as.numeric(row["i_m"])
  L_liq <- as.numeric(row["L_liq"])

  polygon(x = c(i_FRA*100, i_m*100, i_m*100),
          y = c(0, 0, L_liq),
          col = rgb(0, 0, 1, 0.35), border = NA)})
```

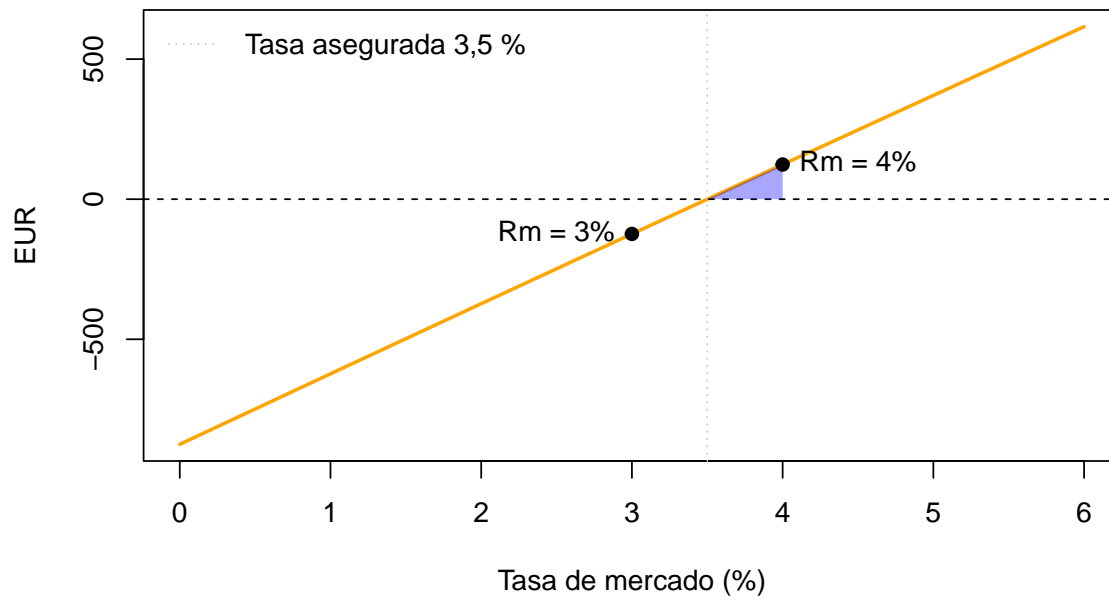
NULL

```
# puntos y etiquetas de ambos escenarios (opcional)
with(esc, {
  points(i_m*100, L_liq, pch = 19, col = "black")
  text(i_m*100, L_liq,
       labels = paste0("Rm = ", i_m*100, "%"),
       pos = ifelse(i_m > i_FRA, 4, 2)))

# leyenda: solo muestra la línea gris de la tasa asegurada
legend("topleft",
      legend = "Tasa asegurada 3,5 %",
```

```
lwd  = 1, lty = 3,
col  = "gray",
bty  = "n")
```

### Comprador de FRA – beneficio según la tasa de mercado



```
liquidacion_vend <- function(i_m){
  -liquidacion(i_m)}

payoff_v <- liquidacion_vend(rango)

#Gráfico
plot(rango*100, payoff_v,
     type = "l", lwd = 2, col = "orange",
     xlab = "Tasa de mercado (%)",
     ylab = "EUR",
     main = "Vendedor de FRA - beneficio según la tasa de mercado")

abline(h = 0,          lty = 2)          # eje horizontal
```

```

abline(v = i_FRA*100, lty = 3, col = "gray") # tasa garantizada 3,5 %
esc_v <- esc |>
  dplyr::filter(liquidacion_vend(i_m) > 0) # escenarios con ganancia

apply(esc_v, 1, \(row){
  i_m   <- as.numeric(row["i_m"])
  L_v   <- liquidacion_vend(i_m)

  # vértices: (i_FRA,0) - (i_m,0) - (i_m,L_v)
  polygon(x = c(i_FRA*100, i_m*100, i_m*100),
          y = c(0,          0,          L_v),
          col = rgb(1, 0, 0, 0.35), border = NA)})

```

NULL

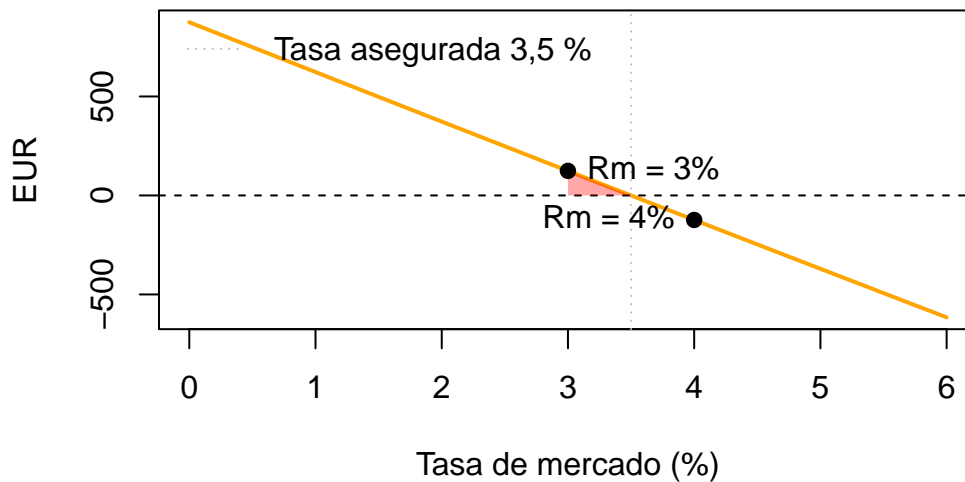
```

# puntos y etiquetas (opcional)
with(esc, {
  points(i_m*100, liquidacion_vend(i_m), pch = 19, col = "black")
  text(i_m*100, liquidacion_vend(i_m),
        labels = paste0("Rm = ", i_m*100, "%"),
        pos = ifelse(i_m < i_FRA, 4, 2)))

# leyenda mínima
legend("topleft",
      legend = "Tasa asegurada 3,5 %",
      lwd    = 1, lty = 3, col = "gray",
      bty    = "n")

```

## Vendedor de FRA – beneficio según la tasa de mercado



### 5.4 Resultado y Conclusión

- Liquidación del FRA (comprador)
  - EscenarioA (4%): **123,76€** recibe el comprador.
  - EscenarioB (3%): **-124,07€** paga el comprador (recibe el vendedor).

#### Interpretación

- aunque el Euribor suba a 4% el empresario paga efectivamente 3,5% de interés.
- aunque el Euribor baje a 3% el empresario paga efectivamente 3,5% de interés.

## 6 Activo: Futuro sobre índice bursátil

### Definición

Un **futuro sobre índice** es un contrato estandarizado que obliga a las partes a intercambiar, en una fecha futura, el valor de un índice bursátil al precio pactado hoy.

El precio teórico se obtiene ajustando el nivel spot del índice por la diferencia entre la tasa libre de riesgo y el rendimiento por dividendos esperados durante la vida del contrato.

## 6.1 Ejemplo (Hull (2009))

Se pacta hoy **31 de julio** un futuro sobre un índice cuyo nivel spot es **1.300USD**.

Datos:

Parámetro	Valor
Tasa libre de riesgo (continua)	9 % anual
Meses con dividendos de 5 %	febrero, mayo, agosto, noviembre
Meses restantes dividendos de 2 %	enero, marzo, abril, junio, julio, septiembre, octubre, diciembre
Vencimiento del contrato	31 de diciembre (5 meses)

Durante los **5 meses** de vida del futuro (agosto–diciembre) los rendimientos por dividendos son:

Mes	q
agosto	5 %
septiembre	2 %
octubre	2 %
noviembre	5 %
diciembre	2 %

### Fórmulas

$$\bar{q} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m q_i$$

$$F_0 = S_0 e^{(r-\bar{q})t}$$

donde

- $q$ : es la tasa promedio de dividendos durante la vida del contrato.
- $S_0$ : es el nivel spot del índice hoy.
- $r$ : es la tasa libre de riesgo con capitalización continua.
- $t$ : es el tiempo al vencimiento en años.
- $F_0$ : es el precio teórico del futuro.

## 6.2 Código R

```
# datos
S0 <- 1300          # nivel spot
r  <- 0.09          # tasa libre de riesgo
t  <- 5/12          # 5 meses expresados en años

# rendimientos por dividendos de los 5 meses relevantes
q_vec <- c(0.05, 0.02, 0.02, 0.05, 0.02)
q_bar <- mean(q_vec)

# precio teórico del futuro
F0 <- S0 * exp((r - q_bar) * t)
```

### 6.2.1 Tabla de Resultados

```
res_fut <- data.frame(
  variable = c("nivel spot (S0)",
               "tasa libre de riesgo (r)",
               "tasa dividendo promedio ( $\bar{q}$ )",
               "plazo (años)",
               "precio futuro (F0)"),
  valor = c(1300,
            "9 %",
            "3,2 %",
            round(t, 4),
            round(F0, 2)))
kable(res_fut, col.names = c("", "valor"),
      caption = "Cálculo del precio futuro")
```

Table 9: Cálculo del precio futuro

	valor
nivel spot (S0)	1300
tasa libre de riesgo (r)	9 %
tasa dividendo promedio ( $\bar{q}$ )	3,2 %
plazo (años)	0.4167
precio futuro (F0)	1331.8

## 6.3 Gráficos

Gráfico 1 visualización de Futuros y precio Spot

```
#simbolos
sym_cash    <- "^GSPC"    # S&P 500 spot
sym_future  <- "ES=F"     # Futuro continuo E-mini

desde       <- Sys.Date() - years(2)

# getSymbols devuelve un objeto xts
cash_xts    <- getSymbols(sym_cash,  src = "yahoo", from = desde,
                           auto.assign = FALSE)
fut_xts     <- getSymbols(sym_future, src = "yahoo", from = desde,
                           auto.assign = FALSE)
```

Warning: ES=F contains missing values. Some functions will not work if objects contain missing values in the middle of the series. Consider using `na.omit()`, `na.approx()`, `na.fill()`, etc to remove or replace them.

```
#df
cash_px <- Ad(cash_xts)
fut_px  <- Ad(fut_xts)
df <- merge(cash_px, fut_px, join = "inner")
colnames(df) <- c("Cash", "Future")
datos <- df %>%
  as.data.frame() %>%
  rownames_to_column("Date") %>%
  mutate(Date = as.Date(Date)) %>%
  arrange(Date)

#rendimientos diarios
datos <- datos %>%
  mutate(Cash_ret  = 100 * (log(Cash)  - log(lag(Cash))),
         Future_ret = 100 * (log(Future) - log(lag(Future))))

#Gráfico de precios spot y los futuros del indice
df_norm <- datos %>%
  mutate(Cash_norm  = 100 * Cash  / first(Cash),
         Future_norm = 100 * Future / first(Future)) %>%
  select(Date, Cash_norm, Future_norm) %>%
  pivot_longer(-Date, names_to = "Serie", values_to = "Valor")
```



```
ggplot(df_norm, aes(Date, Valor, colour = Serie)) +
  geom_line(linewidth = 1) +
  labs(x = NULL, y = "Índice (base = 100)", colour = NULL) +
  scale_colour_manual(values = c("Cash_norm" = "steelblue",
                                "Future_norm" = "darkorange"),
                     labels = c("S&P 500 spot", "Futuro E-mini")) +
  theme_minimal(base_size = 12)
```



Gráfico 2

```
F0 <- F0
F_T <- seq(F0 - 250, F0 + 250, by = 1)
pay <- F_T - F0
df_pay <- data.frame(F_T, pay)

ggplot(df, aes(F_T, pay)) +
  geom_hline(yintercept = 0, colour = "grey40", linewidth = 0.6) +
  geom_vline(xintercept = F0, colour = "grey55", linetype = "dotted") +
```

```

geom_line(colour = "#003399", linewidth = 1.5) +

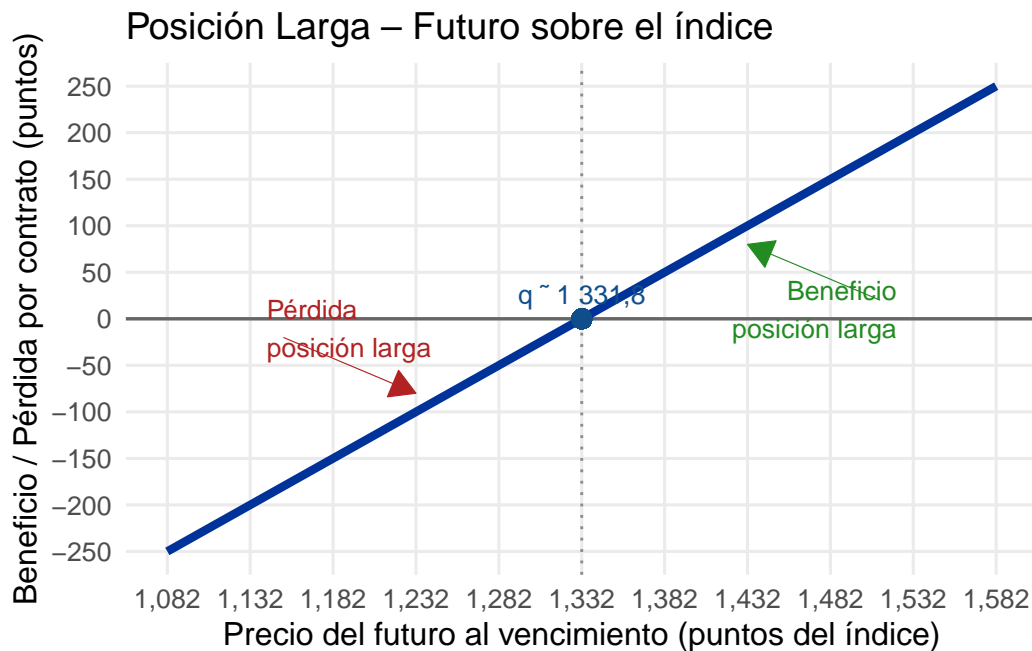
geom_point(aes(x = F0, y = 0), colour = "dodgerblue4", size = 3) +
annotate("text",
  x = F0, y = 10,
  label = "q 1 331,8",
  hjust = 0.5, vjust = -0.3,
  colour = "dodgerblue4", size = 3.5) +

annotate("segment",
  x = F0 - 180, y = -20,
  xend = F0 - 100, yend = -80,
  arrow = arrow(length = unit(0.15, "inches"),
    type = "closed"),
  colour = "firebrick", linewidth = 0.2) +
annotate("text",
  x = F0 - 190, y = -10,
  label = "Pérdida\nposición larga",
  hjust = 0, colour = "firebrick", size = 3.5) +
annotate("segment",
  x = F0 + 180, y = 20,
  xend = F0 + 100, yend = 80,
  arrow = arrow(length = unit(0.15, "inches"),
    type = "closed"),
  colour = "forestgreen", linewidth = 0.2) +
annotate("text",
  x = F0 + 190, y = 10,
  label = "Beneficio\nposición larga",
  hjust = 1, colour = "forestgreen", size = 3.5) +

scale_x_continuous(labels = comma_format(),
  breaks = seq(F0 - 250, F0 + 250, by = 50)) +
scale_y_continuous(breaks = seq(-250, 250, by = 50)) +
labs(title = "Posición Larga - Futuro sobre el índice",
  x = "Precio del futuro al vencimiento (puntos del índice)",
  y = "Beneficio / Pérdida por contrato (puntos)") +
theme_minimal(base_size = 12) +
theme(panel.grid.minor = element_blank())

```

Warning in geom\_point(aes(x = F0, y = 0), colour = "dodgerblue4", size = 3): All aesthetics  
 i Please consider using `annotate()` or provide this layer with data containing  
 a single row.



## 6.4 Resultado y Conclusión

El **precio teórico** del futuro con entrega el 31 de diciembre es **\$1.331,80USD**.

- El gráfico 2 muestra que cuanto mayor sea el rendimiento esperado por dividendos, menor será el precio futuro, manteniendo constantes las demás variables.

## 7 Activo: Opción Call

### Definición

Una **call europea** otorga al comprador el derecho (no la obligación) de comprar un activo subyacente a un **precio de ejercicio** (K) en la fecha de vencimiento.

En un árbol binomial, el precio hoy se obtiene valorando los flujos terminales bajo probabilidad neutral al riesgo y descontándolos a la tasa libre de riesgo.

### 7.1 Ejemplo (Clases)

La acción del Banco de Chile está cotizando en la bolsa a **10 pesos**. Debido a la incertidumbre del mercado financiero, un inversionista supone que el precio podría **aumentar o disminuir en un 20 %** en los próximos **2 años**.

Datos adicionales:

- Prima de opción: **1,15 pesos**
- Paquete: **100 acciones**
- Precio de ejercicio (strike): **8 pesos** ( $K=8$ )
- Tasa libre de riesgo anual (simple): **11 %**

**A)** Evaluar cuándo se ejerce la opción.

**B)** Calcular el precio de una **CALL europea** a 2 años.

Datos del contrato:

Parámetro	Valor
Tasa libre de riesgo (simple)	10 % anual
Periodos hasta el vencimiento	2 años
Factor alza (u)	1,2
Factor baja (d)	0,8
Precio strike (K)	\$ 8
Prima pagada	\$ 1,15 por acción
Tamaño del lote	100 acciones

## Fórmulas

$$R = 1 + r$$

$$p = \frac{R - d}{u - d}$$

$$C = \frac{p C_{\text{up}} + (1 - p) C_{\text{down}}}{R}$$

donde

- $R$  es el factor de capitalización libre de riesgo.
- $p$  es la probabilidad neutral al riesgo de un movimiento al alza.
- $C_{\text{up}}$ , ( $C_{\text{down}}$  son los valores de la opción en los nodos siguientes).

## 7.2 Código R

```
# parametros
S0  <- 10          # precio spot
K   <- 8           # strike
u   <- 1.2         # factor alza
d   <- 0.8         # factor baja
r   <- 0.10        # tasa libre de riesgo (simple)
R   <- 1 + r       # factor de capitalizacion
n   <- 2           # pasos
premium <- 1.15    # prima por accion
lote  <- 100       # acciones en el paquete

# probabilidad neutral al riesgo
p <- (R - d) / (u - d)

# precios en el nodo final t = 2
Suu <- S0 * u^2
Sud <- S0 * u * d
Sdd <- S0 * d^2

Cuu <- max(0, Suu - K)
Cud <- max(0, Sud - K)
Cdd <- max(0, Sdd - K)

# retroceso a t = 1
Cu <- (p * Cuu + (1 - p) * Cud) / R
Cd <- (p * Cud + (1 - p) * Cdd) / R

# precio presente de la call
C0 <- (p * Cu + (1 - p) * Cd) / R
C_paquete <- C0 * lote

# tabla de escenarios para el beneficio neto al vencimiento
S_range <- seq(6, 13, by = 0.5)
payoff <- pmax(S_range - K, 0) * lote
net <- payoff - premium * lote
escen <- data.frame(precio_final = S_range,
                    payoff = payoff,
                    prima = -premium * lote,
                    beneficio = net)
```

### 7.2.1 Tabla de Resultados

```
kable(head(escen, 15),  
      caption = "Beneficio neto del paquete según el precio final")
```

Table 11: Beneficio neto del paquete según el precio final

precio_final	payoff	prima	beneficio
6.0	0	-115	-115
6.5	0	-115	-115
7.0	0	-115	-115
7.5	0	-115	-115
8.0	0	-115	-115
8.5	50	-115	-65
9.0	100	-115	-15
9.5	150	-115	35
10.0	200	-115	85
10.5	250	-115	135
11.0	300	-115	185
11.5	350	-115	235
12.0	400	-115	285
12.5	450	-115	335
13.0	500	-115	385

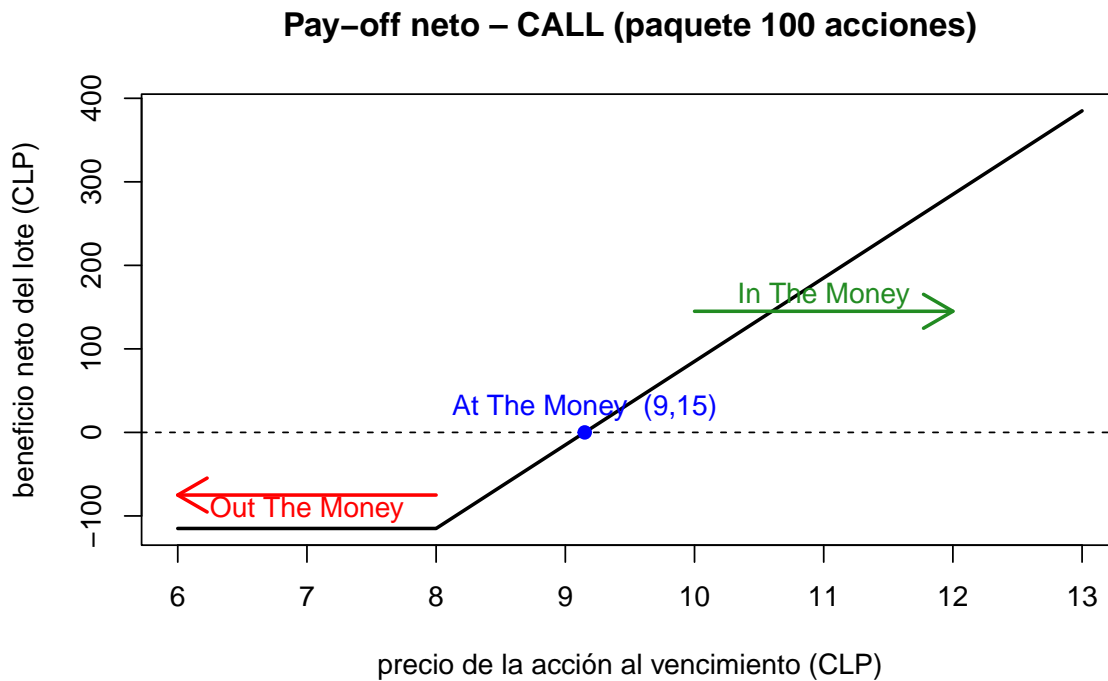
### 7.3 Gráfico

```
plot(S_range, net, type = "l", lwd = 2,  
     xlab = "precio de la acción al vencimiento (CLP)",  
     ylab = "beneficio neto del lote (CLP)",  
     main = "Pay-off neto - CALL (paquete 100 acciones)")  
abline(h = 0, lty = 2)  
  
breakeven <- K + premium  
points(breakeven, 0, pch = 19, col = "blue")  
text(breakeven, 0, "At The Money (9,15)", pos = 3, col = "blue")  
  
x_itm <- 11
```

```

y_itm <- approx(S_range, net, x_itm)$y
arrows(x0 = x_itm - 1, y0 = y_itm - 40,
       x1 = x_itm + 1, y1 = y_itm - 40,
       length = 0.2, lwd = 2, col = "forestgreen")
text(x_itm, y_itm - 22, "In The Money", col = "forestgreen")
x_otm <- 7
y_otm <- approx(S_range, net, x_otm)$y
arrows(x0 = x_otm + 1, y0 = y_otm + 40,
       x1 = x_otm - 1, y1 = y_otm + 40,
       length = 0.2, lwd = 2, col = "red")
text(x_otm, y_otm + 22, "Out The Money", col = "red")

```



#### 7.4 Resultado y Conclusión

- Se ejerce la opción cuando el precio al vencimiento sea **mayor o igual a 8 CLP** (el strike). Por debajo de ese nivel el payoff es cero y el comprador pierde únicamente la prima.

- **Precio de la call europea (por acción): \$ 3,47 Valor del paquete (100 acciones): \$ 347**

*La prima de 1,15 CLP representa el desembolso inicial; el comprador necesita que la acción cierre por encima de 9,15 CLP (strike + prima) para obtener ganancia neta.*

## 8 Activo: UF

### Definición

La **UF** es una unidad indexada a la inflación chilena.

Cada día se actualiza aplicando, de forma proporcional, la variación del IPC del mes anterior.

Del **10 de cada mes** al **9 del mes siguiente** se utiliza el IPC publicado el día 8.

### 8.1 Ejemplo (Clase)

**Objetivo** – Estimar la UF del **9 de agosto 2025** a partir de la UF oficial del **16 de junio 2025** ( $UF = 39220,48$ ).

IPC mayo = +0,2 %

IPC junio = −0,4 %

Los tramos que intervienen son:

Tramo	Días	IPC aplicado
16 jun → 9 jul	23 días (16 jun–9 jul)	0,2 % (mayo)
10 jul → 9 ago	21 días (10 jul–9 ago)	−0,4 % (junio)

### Fórmulas

$$UF_t = UF_{t-1} (1 + IPC)^{\frac{T}{n}}$$

donde

- T = número de días transcurridos dentro del periodo.
- n = días del periodo completo (30 para junio, 31 para julio).



## 8.2 Código R

```
# datos base
UF_ini    <- 39230.48      # UF al 16-jun
ipc_mayo  <- 0.002         # +0,2 %
ipc_jun   <- -0.004        # -0,4 %

T1 <- 23   ; n1 <- 30      # 16-jun → 9-jul   (23 de 30 días de junio)
T2 <- 31   ; n2 <- 31      # 10-jul → 9-ago   (21 de 31 días de julio)

# cálculo paso a paso
UF_9jul    <- UF_ini * (1 + ipc_mayo)^(T1 / n1)
UF_9ago    <- UF_9jul * (1 + ipc_jun)^(T2 / n2)      # método secuencial
```

### 8.2.1 Resultado

```
library(knitr)
tabla <- data.frame(
  Fecha    = c("16-jun", "9-jul", "9-ago"),
  UF       = c(UF_ini,
               round(UF_9jul, 3),
               round(UF_9ago, 3)),
  Comentario = c("UF inicial",
                 "Aplicando IPC mayo (23/30 días)",
                 "Aplicando IPC junio (31/31 días)"))

kable(tabla,
      col.names = c("Fecha", "UF calculada", "Descripción"),
      caption   = "Evolución de la UF desde el 16-jun al 9-ago")
```

Table 13: Evolución de la UF desde el 16-jun al 9-ago

Fecha	UF calculada	Descripción
16-jun	39230.48	UF inicial
9-jul	39290.62	Aplicando IPC mayo (23/30 días)
9-ago	39133.46	Aplicando IPC junio (31/31 días)

## Gráfico

```

# datos base
UF_ini    <- 39220.48          # 16-jun-2025
ipc_mayo  <- 0.002             # +0,2 %
ipc_jun   <- -0.004           # -0,4 %

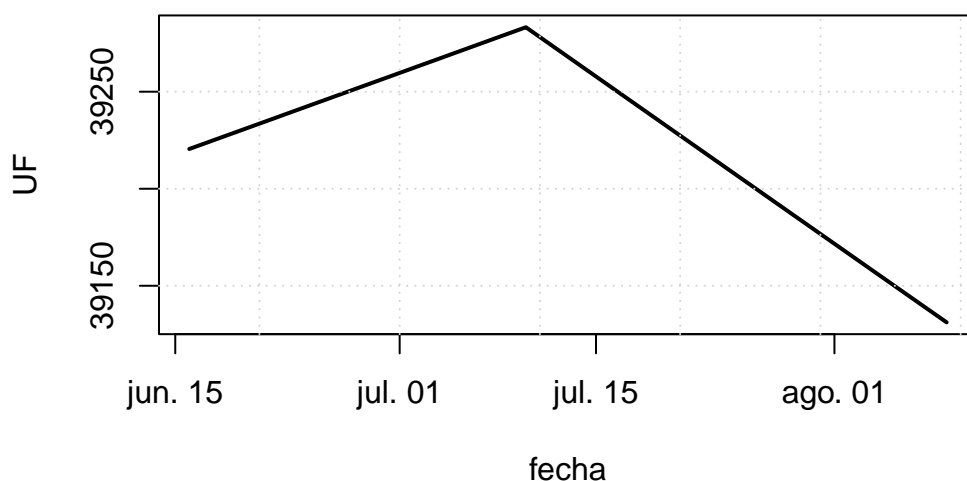
# cronología
library(lubridate)
start <- as.Date("2025-06-16")
end   <- as.Date("2025-08-09")
dates <- seq(start, end, by = "day")
UF     <- numeric(length(dates))
UF[1]  <- UF_ini

# crecimiento diario prorrateado
for(i in 2:length(dates)){
  d <- dates[i-1]
  if(d >= as.Date("2025-06-10") & d <= as.Date("2025-07-09")){
    r_daily <- (1 + ipc_mayo)^(1/30) - 1      # IPC mayo
  } else {
    r_daily <- (1 + ipc_jun)^(1/31) - 1      # 10-jul a 9-ago
  } #ipc julio
  UF[i] <- UF[i-1] * (1 + r_daily)}

# gráfico
plot(dates, UF, type = "l", lwd = 2,
      xlab = "fecha", ylab = "UF",
      main = "Variación diaria de la UF (16-jun - 9-ago 2025)")
grid()

```

### Variación diaria de la UF (16-jun – 9-ago 2025)



### 8.3 Conclusión

1. La UF al 9 de agosto se obtiene encadenando los factores diarios de inflación correspondientes a los IPC de mayo y junio.
2. Un IPC mensual negativo hace que la UF baje; en el ejemplo cae desde 39290,61 (9 jul) a 39133,45 (9 ago).

## 9 Activo: Modelo Black-Scholes y paridad put-call

### Definición

El **modelo de Black-Scholes** valora opciones europeas sobre un activo que no reparte dividendos, suponiendo volatilidad constante y mercado sin fricciones.

El precio de la call (C) y de la put (P) se obtiene a partir de los factores ( $d_1$ ) y ( $d_2$ ); luego, la **paridad put-call** relaciona ambos precios con el subyacente y el strike.

### 9.1 Ejemplo (Clases)

Una acción de **L'Oréal** cotiza a \*\* ( $S_0 = 380$  ,€)\*\*.

Parámetros del contrato:

Concepto	Valor
Volatilidad ( )	16 % anual
Tasa libre de riesgo (r) (continua)	4 % anual
Tiempo al vencimiento (T)	2 años
Strike (K)	378 €

Se pide el **precio de la call y la put europeas** con estos datos.

### Fórmulas

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + (r + \sigma^2/2) T}{\sigma\sqrt{T}} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$C = S_0 N(d_1) - K e^{-rT} N(d_2) \quad P = K e^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1)$$

por paridad también se cumple

$$P = C + K e^{-rT} - S_0$$

N es la función de distribución acumulada de la normal estándar.

## 9.2 Código R

```
# datos
S0  <- 380      # precio spot
K   <- 378      # strike
sigma <- 0.16    # volatilidad
r   <- 0.04     # tasa libre de riesgo
T   <- 2        # años hasta el vencimiento

# factores d1 y d2
d1 <- (log(S0/K) + (r + sigma^2/2) * T) / (sigma * sqrt(T))
d2 <- d1 - sigma * sqrt(T)

# distribucion normal
N  <- function(x) pnorm(x)

# precios
call <- S0 * N(d1) - K * exp(-r*T) * N(d2)
```

```
put <- K * exp(-r*T) * N(-d2) - S0 * N(-d1)      # Fórmula directa
put_paridad <- call + K * exp(-r*T) - S0         # chequeo paridad
```

### 9.2.1 Tabla de Resultados

```
tabla <- data.frame(
  Parámetro = c("d ", "d ", "Call (€)", "Put (€)"),
  Valor      = c(round(d1, 4),
                  round(d2, 4),
                  round(call, 2),
                  round(put, 2))
kable(tabla,
      col.names = c("", "Valor"),
      caption   = "Factores Black-Scholes y precios de la opción europea")
```

Table 15: Factores Black-Scholes y precios de la opción europea

	Valor
d	0.4900
d	0.2637
Call (€)	50.6500
Put (€)	19.5900

## 9.3 Resultado y Conclusión

- Precio de la call europea: 50,65 €
- Precio de la put europea: 19,59 €

El valor de la put obtenido por fórmula directa coincide con el de la paridad put-call, validando el cálculo. El precio spot es mayor, comparado con el strike, esto indica que la call está in the money.

## 10 Bibliografía

- Betzuen Zalbidegoitia, A., & Betzuen Álvarez, A. J. (2016). *Estrategias de cobertura financiera y de gestión con instrumentos derivados: Tema 1. Instrumento financiero FRA*. OCW.

- Hull, J. C. (2009). *Introducción a los mercados de futuros y opciones* (6.<sup>a</sup> ed.). Pearson Educación de México.