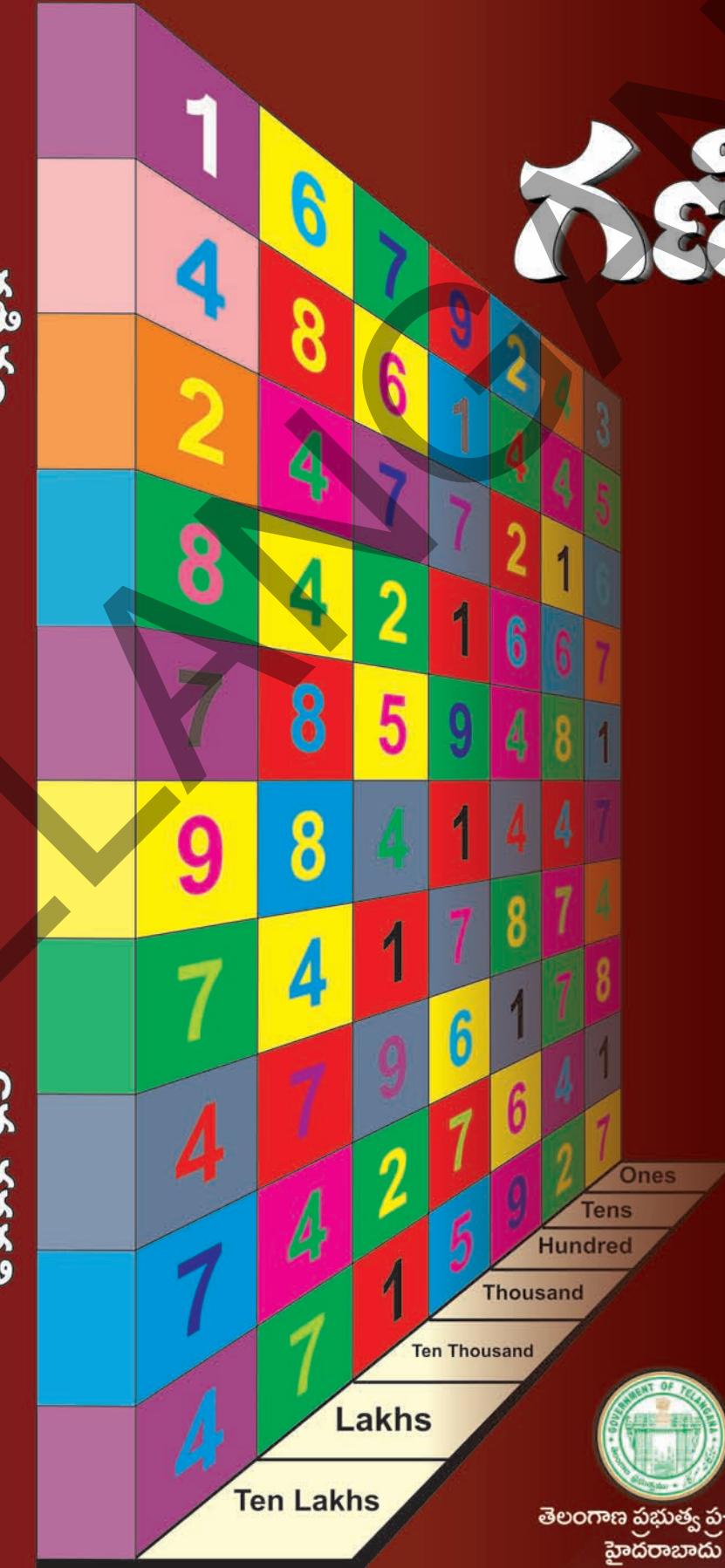


రాష్ట్ర విద్యా పరిశోధన శిక్షణ సంస్థ
తెలంగాణ, హైదరాబాదు

శ్రీ త్రయుతి

ବିଜ୍ଞାନ
ପତ୍ର



తెలంగాణ ప్రభుత్వ ప్రచురణ,
హైదరాబాదు

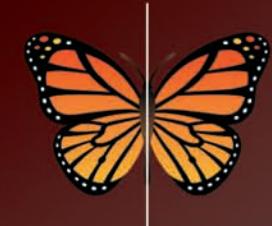
ತೆಲಂಗಾಣ ರಾಷ್ಟ್ರ ಪ್ರಭುತ್ವಂ ವಾಲಿದೆ ಉದಿತ ಪಂಪಿಣೀ

తెలంగాణ రాష్ట్ర ప్రభుత్వం వారిచే ఉచిత పంపిణీ

FREE

సమీక్షలు

వె తరగతి



ఆసించిన అబ్యసన ఘాటాలు

గణితం

6వ తరగతి

విద్యార్థులు ఇవన్ని నేర్చుకుంటారు.....

- పెద్ద సంఖ్యలను హిందూ-అరబిక్, అంగ్ల సంభాషమానములలో చదవగలగుతారు, రాయగలగుతారు. సంఖ్యలను పోల్గలగుతారు పెద్ద సంఖ్యలపై చతుర్భుజ ప్రక్రియలు చేయగలగుతారు.
- నిజ జీవితంలోని సందర్భాలలో క.సా.గు మరియు గ.సా.భాలను వినియోగించుకొంగలగుతారు.
- పూర్ణాంకాల ధర్మాలను వివరించగలగుతారు.
- ప్రాథమిక జ్ఞానికీయ భావనలైన జండుపు, రేఖాఖండం, సరళరేఖ, కిరణం మరియు వక్రాల గురించి వివరించగలరు.
- సరళ సంవృత పటాలను గుర్తించగలరు. వాటిలో కోణం, శీర్షం, భూజాలను గుర్తించగలరు.
- వాటిని గణిత భాషలో తెలువగలరు.
- వృత్తం, వృత్తంలోని భాగాలను వాటి పేర్లతో సహిగుర్తించగలరు. (కేంద్రం, వ్యాసార్థం, వ్యాసం, చాపం, సెక్టార్స్).
- పూర్ణ సంఖ్యలపై కూడిక మరియు తీసివేత ప్రక్రియల అధారంగా సమస్యలు సాధించగలరు.
- జీవిత సమస్యలను సాధించగలరు.
- నిజ జీవిత సందర్భాలలో నిష్పత్తి, అనుపాతం భావనల అధారంగా సమస్యలను సాధించగలరు.
- క్రమ బహుభుజాల చుట్టుకొలత, బీర్ఫుచతురపు, చతురపు వైశాల్యములను సూత్రాల అధారంగా కసుగొనగలరు.
- ఇష్టపుడిన దత్తాంశాన్ని వివిధ రకాల గణాన చిహ్నాల సహాయంతో పట్టిక రూపంలో, పటచిత్ర రూపంలో, కమ్మి రేఖా చిత్రరూపంలో చూపగలరు.
- త్రిమతీయ వస్తువులైన గోళం, ఘనం, బీర్ఫుఘనం, స్తాపం, సంకువులను వాటి ధర్మాల అధారంగా నిజజీవిత వస్తువులతో గుర్తించగలరు.
- సాప్తావ వస్తువులలో సాప్తావాన్ని సాప్తావ రేఖల అధారంగా వివరించగలరు.
- నిజజీవిత సందర్భాలలోని అంశాలను చరరాశిని ఉపయోగించి సమాసము, లేదా సమీకరణం రూపంలో వ్యక్తపరచగలరు.



IN ANY EMERGENCY

DIAL
100

TELANGANA POLICE



www.tspolice.gov.in



@ Telangana State Police



తెలంగాణ ప్రభుత్వం

మహిళాభిపృథివీ మరియు శిశుసంక్షేమ శాఖ - షైల్డ్ లైన్ ఫోండేషన్

బడిలోగానీ, బడి బయటగానీ
వేధింపులకు గురవుతున్నా

అపదలో, కడ్పాలలో ఉన్న
పీల్లలను రక్షించడానికి

పీల్లలతో పనిచేయస్తున్నా వారిని
బడికి పంపుండా వేరే
కార్యక్రమాలకు ఉపయోగిస్తున్నా

CHILD LINE
1098
NIGHT & DAY
24 HOUR NATIONAL HELPLINE

1098 (పది-తొమ్మిది-ఎనిమిది) ఉచిత ఏలిఫోన్ సేవా సీకర్యానికి ఫోన్ చేయండి

కుటుంబ సభ్యులు గానీ,
బంధువులు గానీ ఇచ్చండికరంగా,
అస్థ్యంగా ప్రవర్తిస్తున్నా

గణితం

వెతరగతి

పార్యు పుస్తక అభివృద్ధి, ప్రచురణ కమిటీ

ప్రథాన నిర్వహణాధికారి
శ్రీమతి బి. శేఖ కుమారి
సంచాలకులు, రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాదు.

కార్యనిర్వహకులు
డా నన్నారు ఉపేందర్ రెడ్డి
ప్రాఫెసర్, కరికులం & పార్యు పుస్తక విభాగం
రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాదు.

శ్రీ. కె.కె.వి. రాయలు, ఉపన్యాసకుడు,
రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాద్

ప్రథాన వ్యవహారానిర్వహకులు
శ్రీ. బి. సుధాకర్
సంచాలకులు, ప్రభుత్వ పార్యు పుస్తక ముద్రణాలయం
హైదరాబాదు.

సహాయ కార్యనిర్వహకులు
శ్రీ. కె.యాదగిరి
లెక్చరర్, రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాదు.

కోఆర్డినేటర్లు

శ్రీ. కాకుళపరం రాజేందర్ రెడ్డి, కోఆర్డినేటర్
రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ,
హైదరాబాదు.

సంపాదకులు

శ్రీమతి బి. శేఖ కుమారి, సంచాలకులు, రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ, హైదరాబాదు.

శ్రీ. క. బిహుయ్య, ప్రాఫెసర్, రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన శిక్షణ సంస్థ, హైదరాబాదు.

శ్రీ. పి. అదినారాయణ, రిప్రెస్ట్ లెక్చరర్, న్యూ సైన్స్ కాలేజి, అమీర్పేట్, హైదరాబాద్.

ఛైర్స్, గణిత ఆధార పత్రం, గణిత పార్యు ప్రణాళిక, పార్యు పుస్తక అభివృద్ధి కమిటీ

ప్రాఫెసర్. వి. కష్ణున్, గణితం - సాంఖ్యకశాస్త్రవిభాగం, హైదరాబాదు విశ్వవిద్యాలయం.

ముఖ్యసులవోదారు

డా హెచ్. కె. దివాన్, విద్య సలహాదారు, విద్యాభవన సాసైటీ, రిసోర్స్ సెంటర్, ఉదయపూర్, రాజన్మెంట్.



తెలంగాణ ప్రభుత్వ ప్రచురణ, హైదరాబాదు

చట్టాలను గౌరవించండి
హక్కులను పొందండి

విద్యవల్ల ఎదగాలి
వినయంతో మెలగాలి



© Government of Telangana, Hyderabad.

First Published 2012

New Impressions 2013, 2014, 2015, 2016, 2017, 2018, 2019, 2020

All rights reserved.

No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means without the prior permission in writing of the publisher, nor be otherwise circulated in any form of binding or cover other than that in which it is published and without a similar condition including this condition being imposed on the subsequent purchaser.

The copy right holder of this book is the Director of School Education, Hyderabad, Telangana.

This Book has been printed on 70 G.S.M. Maplitho
Title Page 200 G.S.M. White Art Card

తెలంగాణ ప్రభుత్వం వారిచే ఉచిత పంపిణీ 2020-21

Printed in India
at the Telangana Govt. Text Book Press,
Mint Compound, Hyderabad,
Telangana.

— o —

పార్య పుస్తక అభివృద్ధి కమిటీ సభ్యులు

రచయితలు

దాశ్మర్. పి.రమేష్, లెక్కరర్, ప్రభుత్వ ఐ.ఎ.ఎస్.ఇ, నెల్లారు

శ్రీ. ఎమ్. రామంజనేయులు, లెక్కరర్, డైట్, వికారాబాద్, రంగారెడ్డి

శ్రీ. కాకళపరం రాజేందర్ రెడ్డి, కో-ఆర్డినేటర్, రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంస్థ, హైదరాబాద్

శ్రీ. టి.వి. రామకుమార్, హెడ్ మాస్టర్, జి.ప.ఉ.పా., ములుమూడి, నెల్లారు

శ్రీ. పి. అంధోనిరెడ్డి, హెడ్ మాస్టర్, సెయింట్ పీటర్స్ హైస్కూల్, రంగనాయకులపేట, నెల్లారు

శ్రీ. ఎస్. ప్రసాదబాబు, పి.జి.టి, గిరిజన గురుకుల పారశాల, చంద్రశేఖరపురం నెల్లారు

శ్రీ. జి.వి.బి.సూర్యనారాయణరాజు, సూక్ల అసిస్టెంట్, మునిపల్ హైస్కూల్, కస్టా, విజయవగరం.

శ్రీ. పి. సురేష్కుమార్, సూక్ల అసిస్టెంట్, ప్ర.ఉ.పా., విజయవగర్ కాలనీ, హైదరాబాద్.

శ్రీ. కె.వి. సుందర్ రెడ్డి, సూక్ల అసిస్టెంట్, ప్ర.ఉ.పా., తక్కుశిల, అలాంపూర్ మండల్, మహబూబ్ నగర్..

శ్రీ. సి.హెచ్. రమేష్, సూక్ల అసిస్టెంట్, ఉ.ప్ర.ఉ.పా., నాగారం మండల్, గుంటూరు.

శ్రీ. ఎస్. నరసింహమార్తి, సూక్ల అసిస్టెంట్, జి.ప.ఉ.పా ముదివర్లపాలెం, నెల్లారు.

శ్రీ. జి. వెంకటేశ్వర్రు, సూక్ల అసిస్టెంట్, జి.పా.ఉ.పా., వేములకోటు, ప్రకాశం.

శ్రీ. పి.డి.ఎల్. గణపతి శర్మ, సూక్ల అసిస్టెంట్, ప్ర.ఉ.పా., జమిస్తాన్పుర్, మాటికేశ్వర్ నగర్, హైదరాబాద్.

శ్రీ. పి. అశోక్, హెడ్ మాస్టర్ జి.ప.ఉ.పా., కుమారి, ఆదిలాబాద్

విద్యావిషయక సహకారం అందించిన సభ్యులు

శ్రీమతి. నమిత బాత్రా, విద్యాభవన్ సానైటీ, రిసోర్స్ సెంటర్, ఉదయపూర్, రాజస్తాన్.

శ్రీ. ఇందర్ మోహన్, విద్యాభవన్ సానైటీ, రిసోర్స్ సెంటర్, ఉదయపూర్, రాజస్తాన్.

శ్రీ. యశ్వంత్కుమార్ ధవే, విద్యాభవన్ సానైటీ, రిసోర్స్ సెంటర్, ఉదయపూర్, రాజస్తాన్.

శ్రీమతి. పద్మప్రియ శిరాలి, కమ్యూనిటీ మేధమేటిక్స్ సెంటర్, రుషియాలి సూక్ల, చిత్తూర్.

కుమారి. ఎమ్. అర్పన్, డిపార్ట్మెంట్ ఆఫ్ మేధమేటిక్స్ & స్టోర్స్, యూనివర్సిటీ ఆఫ్ హైదరాబాద్

శ్రీ. శర్మ గోపాల్, డిపార్ట్మెంట్ ఆఫ్ మేధమేటిక్స్ & స్టోర్స్, యూనివర్సిటీ ఆఫ్ హైదరాబాద్

శ్రీ. పి. చిరంజీవి, డిపార్ట్మెంట్ ఆఫ్ మేధమేటిక్స్ & స్టోర్స్, యూనివర్సిటీ ఆఫ్ హైదరాబాద్

శ్రీ. అబ్బరాజు కిశోర్, ఎన్.జి.టి, ఎమ్.పి.యుపిఎస్, చమళ్ళమూడి, గుంటూరు.

కవర్పేజ్ డిజెనింగ్

శ్రీ కె.సుధాకరచారి, హెడ్ మాస్టర్, యు.పి.ఎస్.సీ.లిక్షుర్, మం.మరిపెడ, జి.వరంగల్

ముందుమాట

పిల్లల పారశాల జీవితం వారిదైనందిన జీవితానికి ముపివడి ఉండాలని రాష్ట్ర ప్రణాళిక పరిధి పత్రం – 2011 (SCF-2011) సూచిస్తున్నది. పారశాలలో చేరిన ప్రతీ విద్యార్థి ఆయా స్థాయిలలో ఆవశ్యక నైపుణ్యాలను సముప్పార్జించాలని విద్యాహక్కు చెట్టం – 2009 నీర్దేశించింది. ఏటి దృష్టి, విద్యలో నాణ్యతను సాధించడం కోసం ప్రతి పార్య విషయంలోను విద్యా ప్రమాణాలను రూపొందించారు. జాతీయవిద్యా ప్రణాళిక చుట్టం 2005 మాళిక ఉద్దేశ్యం అమలు యొక్క ప్రాధాన్యతను దృష్టిలో ఉంచుకుని, రాష్ట్ర విద్యా ప్రణాళిక పరిధి పత్రం 2011 ఆధారంగా గణిత పార్య విషయ ప్రణాళిక మరియు పార్యపుస్తకాలు రూపుదిద్దుకున్నాయి.

పిల్లలు ప్రాథమిక విద్యను పూర్తిచేసుకొని, ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలోకి అడుగిడుతారు. ఈ స్థాయి సెకండరీ విద్యను కొనసాగించడానికి ప్రముఖమైన వారిధిగా ఉంటుంది. పిల్లలు స్వేచ్ఛగా పెద్దలతో, సామాగ్రితో, తోటివారితో ప్రతిచర్యలు జరపడం, వివిధ సన్నిఖేశాలలో ప్రక్రియల్లో వరస్వరం సహకరించుకుంటూ పాల్గొనే అవకాశం లభించడం మూలంగా, అన్వేషణతో నూతన జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకోగలరని మనం గుర్తిస్తాం. పిల్లలు కేవలం నిప్పియాత్మక గ్రహీతలుగా కాకుండా, అభ్యసనంలో భాగస్వాములు అని భావించినపుడు వారిలో సృజనాత్మకత, చొరపలను పెంపాందించడం సాధ్యమవుతుంది. పిల్లలు ఈ దశలో ఉత్సవకత, ఆసక్తి, ప్రశ్నించేతత్త్వం, హేతుబద్ధత, బుఱువులను కోరడం, సవాళ్ళను అంగీకరించడం వంటి లక్ష్ణాలను కలిగి ఉంటారు. అందుచేత ఆనందదాయకంగా పిల్లలు వివిధ భావనలను అన్వేషించడానికి తమ సొంత శైలిలో సమస్య సాధనచేయడానికి వీలుగా గణితశాస్త్ర బోధనను అభివృద్ధి పరచాలిన ఆవశ్యకత ఉంది. అమూర్తస్వేభావంతో ఉండే గణితంలోని భావనలను పిల్లలు అర్థం చేసికొని, సొంతంగా గణిత జ్ఞానాన్ని నిర్మించుకొనే సామర్థ్యానికి తోడ్పడే విధానాలను అభివృద్ధి పరచే కార్యక్రమానికి మనం శ్రీకారం చుట్టాం.

గణితంలోని ప్రధాన విషయాలైన సంఖ్యావ్యవస్థ, అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి మరియు సాంఖ్యక శాస్త్రాలను ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో చేర్చారు.

ఈ విషయాలకు సంబంధించిన అంశాలను బోధించడం వల్ల సమస్య పరిష్కారం, తార్కిక ఆలోచనలు, నిత్యసత్యాలను గణిత భాషలో వ్యక్తికరించడం, సేకరించిన దత్తాంశాన్ని విశ్లేషించడం, వివిధ రూపాల్లో పొందుపరచడం, నిత్యజీవితంలో గణితాన్ని ఉపయోగించడం వంటి నిర్దిత విద్యా ప్రమాణాలు, నైపుణ్యాలు అభివృద్ధి చెందుతాయి. పుస్తకంలో పొందుపరచిన ఇవిచేయండి, ప్రయత్నించండి, ప్రకల్పనలు వంటి అంశాలకు అధిక ప్రాధాన్యత ఇచ్చి పిల్లలు సొంతంగా నేర్చుకునేలా చేయడానికి, జటలో ప్రయత్నించడానికి ఈ పార్యపుస్తకం అవకాశం కల్పిస్తోంది.

ఈ పుస్తకం సరళమైన భాష, పదజాలం కలిగి వుండి పిల్లల మేధస్సు, గణిత భావాలను ఉపయోగించుకోవడానికి తద్వారా తామే స్వయంగా గణిత స్వరూపాలను ఏర్పరచుకోవడానికి అవకాశాలను కల్పిస్తుంది. పుస్తకంలో గల వివిధ ఉదాహరణలు పిల్లలు తమకు తామే సొంతంగా సమస్యలను తయారుచేసుకోవడానికి దోహదపడతాయి. వీటన్నింటినీ సాకారం చేయడానికి తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయులు అవసరమైన సందర్భాలను ఏర్పరచడం, సహాయ సహకారాలు అందించడం అత్యంత అవసరం. మూల్యాంకనం కూడా నేర్చుకోవడంలో భాగంగా పరిగణిస్తూ ప్రతీ అభ్యసన అంశాన్ని నిరంతర సమగ్ర మూల్యాంకనం ద్వారా అంచనా వేసే విధంగా అధ్యాయాలను పొందుపరిచారు.

దీన్ని రూపొందించడంలో విషయనిష్టాత్మలు, చాలాకాలంగా గణిత అభ్యసన, పరిశోధన, పుస్తక రచనలో అనుభవమున్న ఉపాధ్యాయులు పాల్గొన్నారు. వారంతా పిల్లల్లో గణితం పట్ల ఉన్న భయాలను తొలగించడానికి కృషి చేసారు. ఈ పుస్తకానికి తుదిరూపం ఇవ్వడానికి సహాయ సహకారాలందించిన జాతీయ సాయి విషయనిపుణులు, విశ్వవిద్యాలయాల ఆచార్యులు, పరిశోధక విద్యార్థులు, ప్రభుత్వాతర సంఘలు, విద్యాధికులు, ప్రధానోపాధ్యాయులు, రచయితలు, విద్యార్థులు, ముద్రణసంఘ వారికి పుస్తకరూపకల్పన నిపుణులకు ప్రత్యేక కృతజ్ఞతలు. ఉపాధ్యాయలోకం, పుస్తకంలో పొందుపరచిన అంశాల ద్వారా విద్యా ప్రమాణాలను సాధించే క్రమంలో మనఃపూర్వక ప్రయత్నం చేస్తుందని ఆశిస్తున్నాను.

పుస్తకాభివృద్ధి నిరంతర ప్రకియ. అందరి కృషి ఫలితంగా ఈ పుస్తకం తయారైంది. రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంఘ ఒక నిబిధతతో కూడిన సంఘగా ప్రయత్నిస్తూ వ్యవస్థాగత సంస్కరణలతో నాణ్యమైన పార్యపుస్తకాలను అందించడానికి కృషి చేస్తున్నది. ఇందులో భాగంగా గణితప్రియుల నుండి తగిన సలహాలు, సూచనలను ఆహ్వానిస్తున్నది. వీటిని పరిగణనలోకి తీసుకొని మరింత నాణ్యత కోసం కృషి చేస్తుంది.

తేది : 28-01-2012

ప్రైధరాబాద్

శ్రీమతి బి. శేఖరుమారి

రాష్ట్ర విద్య, పరిశోధన, శిక్షణ సంఘ

ప్రైధరాబాద్

PREAMBLE

THE PEOPLE OF INDIA, having solemnly resolved to constitute India into a **SOVEREIGN SOCIALIST SECULAR DEMOCRATIC REPUBLIC** and to secure to all its citizens:

JUSTICE, social, economic and political;

LIBERTY of thought, expression, belief, faith and worship;

EQUALITY of status and of opportunity; and to promote among them all

FRATERNITY assuring the dignity of the individual and the unity and integrity of the Nation;

IN OUR CONSTITUENT ASSEMBLY this twenty-sixth day of November, 1949, do HEREBY ADOPT, ENACT AND GIVE TO OURSELVES THIS CONSTITUTION.

గణితం

నే తరగతి

క్ర.సం.	విషయం	పూర్తిచేయాల్సిన కాలం	పుట సంఖ్య
1	మన సంఖ్యలను తెలుసుకుండాం !	జూన్	1-15
2	పూర్ణాంకాలు	జూలై	16-28
3	సంఖ్యలతో ఆడుకొందాం	జూలై	29-48
4	ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు	ఆగష్టు	49-60
5	రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు	ఆగష్టు	61-72
6	పూర్ణ సంఖ్యలు	సెప్టెంబర్	73-84
7	భిన్నాలు - దశాంశ భిన్నాలు	సెప్టెంబర్, అక్టోబర్	85-106
8	దత్తాంశ నిర్వహణ	అక్టోబర్	107-118
9	బీజగణిత పరిచయం	నవంబర్	119-130
10	చుట్టుకొలతలు మరియు వైశాల్యాలు	నవంబర్, డిసెంబర్	131-144
11	నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము	డిసెంబర్	145-157
12	సౌష్టవం	జనవరి	158-167
13	ప్రాయోగిక జ్యామితి	ఫిబ్రవరి	168-177
14	త్రిమితీయ - ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన	ఫిబ్రవరి	178-185
	పునర్వ్యవర్థక	మార్చి	

జాతీయ గీతం

- రవీంద్రనాథ్ తాగూర్

జనగణమన అధినాయక జయహో!
భారత భాగ్యవిధాతా!
పంజాబ, సింధ్, గుజరాత, మరాతా,
ద్రావిడ, ఉత్కృత, వంగ!
వింధ్య, హిమాచల, యమునా, గంగ!
ఉచ్చల జలధి తరంగ!
తవ శుభనామే జాగే!
తవ శుభ ఆశిష మాంగే
గాహో తవ జయగాథా!
జనగణ మంగళదాయక జయహో!
భారత భాగ్య విధాతా!
జయహో! జయహో! జయహో!
జయ జయ జయ జయహో!!

ప్రతిజ్ఞ

- హైదెమప్రి వెంకట సుబ్బారావు

భారతదేశం నా మాతృభూమి. భారతీయులందరూ నా సహోదరులు.
నేను నా దేశాన్ని ప్రేమిస్తున్నాను. సుసంపన్నమైన, బహువిధమైన నా దేశపు
వారసత్వ సంపద నాకు గర్వకారణం. దీనికి అర్థత పొందడానికి సర్వదా నేను
కృషి చేస్తాను.

నా తల్లిదండ్రుల్ని, ఉపాధ్యాయుల్ని, పెద్దలందర్ని గౌరవిస్తాను. ప్రతివారితోను
మర్యాదగా నడుచుకొంటాను. జంతువులపట్ల దయతో ఉంటాను.
నా దేశంపట్ల, నా ప్రజలపట్ల సేవానిరతితో ఉంటానని ప్రతిజ్ఞ చేస్తున్నాను.
వారి శ్రేయోభిష్టులే నా ఆనందానికి మూలం.

మన సంఖ్యలను తెలుసుకుండా !

1.1 పరిచయం

లత, ఉమ ఈమధ్యనే ఏవ తరగతిలో చేరారు. పాతశాల ఆరంభించిన రోజున తరగతిలో గణిత ఉపాధ్యాయుడు ఇటీవల జరిగిన జనాభాగణన వివరాలు, మనదేశ జనాభా, రాష్ట్ర జనాభా, జిల్లా జనాభా గురించి చర్చించారు. ఈ చర్చలో ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన కొన్ని సంఖ్యలు ఉమకు అర్థం కాలేదు. సాయంకాలం ఇంటికి తిరిగి వచ్చునపుడు స్నేహితురాలు లతను జనాభా వివరాల గురించి అడిగింది.

- ఉమ : మన గ్రామ జనాభా నీకు తెలుసా?
- లత : అవును, నాకు తెలుసు
- ఉమ : ఎలా?
- లత : మన పంచాయతీ ఆఫీసు గోడపై రాసి ఉన్నాయి కదా!
- ఉమ : ఏవ వివరాలు గోడపై రాసారు?
- లత : మన గ్రామానికి చెందిన అనేక వివరాలు ఉన్నాయి. వాటిలో ప్రధానంగా మన గ్రామ జనాభా, పురుషుల సంఖ్య, స్త్రీల సంఖ్య, పిల్లల సంఖ్య, గ్రామంలో గల ఇండ్ర సంఖ్య, వాటిలో పక్క ఇండ్రులు, కచ్చా ఇండ్రులు మొందినవి.
- ఉమ : మరి, ఆ వివరాలు నాకు కూడా ఒకసారి చూపవు?
- లత : తప్పకుండా.



ఇద్దరూ కలిసి ఇంటికి వెళ్ళే దారిలో గల పంచాయతీ ఆఫీసుకు వెళ్ళి గోడపైగల వివరాలు చదివారు.

గ్రామ పంచాయతీ పేరు	:	గుమ్మడిడాల
జిల్లా	:	సంగారెడ్డి
గ్రామ జనాభా	:	8,032
పురుషుల సంఖ్య	:	4,065
స్త్రీల సంఖ్య	:	3,967
పిల్లల సంఖ్య	:	967
గ్రామంలో ఇండ్ర సంఖ్య	:	2,017
పక్క ఇండ్రులు	:	1,941
కచ్చా ఇండ్రులు	:	76

ఉమ కార్యాలయం గోడపై గల వివరాలు అన్నీ చదివి అర్థంచేసుకున్నది. కాని తరగతిలో ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన లక్ష్ములు, కోట్లు గురించి లతను అడిగింది. ఎందుకు? అలోచించండి మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

మనం కింది తరగతులలో వేల వరకు లెక్కించడం నేర్చుకున్నాం. మనం సంఖ్యలను అనేక విధాలుగా వాడుతూ ఉంటాం. సంఖ్యలలో ఏది పెద్దది? ఏది చిన్నది? ఇవ్వబడిన ఒక సంఖ్యకు ఏది అతిదగ్గర సంఖ్య, ఏది అత్యంత దూరంలో గల సంఖ్య అని పోల్చడం. అలాగే సంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాలలో అమర్చడం నేర్చుకున్నాం. అదేవిధంగా గుర్తులు ఉపయోగించి స్థానవిలువలు కనుక్కొవడం, సంకలనం, వ్యవకలనం వంటి ప్రక్రియలు అనేకం చేసాం.

మన నిజ జీవితంలో సంఖ్యలను వేలల్లో వాడిన ఏవైనా అయిదు సందర్భాలను చెప్పగలవా?

ఉదా : ఒక పెలివిజన్ ధర ₹. 12,500.

వీటికి సంబంధించి నేర్చుకున్న వాటిని మరల జ్ఞాపకం చేసుకొని, తదుపరి ఇంకా పెద్ద సంఖ్యల గురించి తెలుకొని ఆనందించాం!

1.2 సంఖ్యలను అంచనా వేయడం, పోల్చడం

కింది సంఖ్యలలో పెద్దసంఖ్యను, చిన్న సంఖ్యను కనుగొనండి.

వ.సంఖ్య	సంఖ్యలు	పెద్దసంఖ్య	చిన్న సంఖ్య
1.	3845, 485, 34, 13845	13845	34
2.	856, 1459, 35851, 23
3.	585, 9535, 678, 44
4.	39, 748, 19651, 7850

సంఖ్యలలో గల అంకాల సంఖ్యను బట్టి సులభంగా అంచనావేసి పెద్ద సంఖ్యను, చిన్న సంఖ్యను కనుగొన్నాం. సాధారణంగా పరిశీలిస్తే 5 అంకాల సంఖ్య ఎల్లప్పుడూ రెండంకెల సంఖ్య కన్నా పెద్దది కదా!

51845 మరియు 41964 సంఖ్యలను పోల్చుమని నీ స్నేహితుడిని అడుగు. ఇందులో ఏది పెద్దది? వీటిని కూడా పోల్చడం తేలికైన పనేకదా! పదివేల స్థానంలో అంకాలను పోలిస్తే నరి. 51845 సంఖ్య యొక్క పదివేల స్థానంలో 5 ఉన్నది. అలాగే 41964 సంఖ్య యొక్క పదివేల స్థానంలో 4 ఉంది కదా! అందుచేత 51845 > 41964 అని చెప్పగలం.

మరి ఇప్పుడు చెప్పండి. 58672 మరియు 57875 లలో ఏది పెద్దది? ఇచ్చట రెండు సంఖ్యలలో అంకాల సంఖ్య సమానం మరియు పదివేల స్థానంలో రెండింటిలోనూ 5 కలదు.

మనం ఇప్పుడు దిగువ స్థానం అంట వేలస్థానం చూసి సంఖ్యను పోలుస్తాం. వేల స్థానంలో గల అంకాలలో 8>7 కావున 58672 పెద్ద సంఖ్య అవుతుంది. అందుచేత 58672 > 57875.

ఒకవేళ వేల స్థానంలో గల అంకాలు కూడా సమానం అయితే ఏమివేస్తావు? వందల స్థానంలో అంకాలను, తర్వాత పదుల స్థానంలో అంకాలు, చివరగా ఒకట్ల స్థానంలో అంకాలు పోల్చుతూ వెళ్లాలి.



అభ్యాసం - 1.1

- కింది సంఖ్యలలో పెద్దసంఖ్యను, చిన్నసంఖ్యను తెలుపండి.
 - 15432 ; 15892 ; 15370 ; 15524
 - 25073 ; 25289 ; 25800 ; 25623
 - 44687 ; 44645 ; 44670 ; 44602
 - 75671 ; 75635 ; 75641 ; 75610
 - 34895 ; 34891 ; 34899 ; 34893
- కింది సంఖ్యలను ఆరోహణ క్రమాలలో (పెరిగే క్రమం)లో రాయండి.
 - 375, 1475, 15951, 4713
 - 9347, 19036, 22570, 12300

3. కింది సంఖ్యలను అవరోహణ క్రమం (తగ్గే క్రమం) లో రాయండి.
- i) 1876, 89715, 45321, 89254 ii) 3000, 8700, 3900, 18500
4. కింది సంఖ్యల మధ్య > లేదా < గుర్తులనుంచి పోల్చుండి.
- i) 3854 15200 ii) 4895 4864
- iii) 99454 99445 iv) 14500 14499
5. కింది సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయండి.
- i) 72642 =
- ii) 55345 =
- iii) 66600 =
- iv) 30301 =
6. కింది సంఖ్యలను అంకెలలో రాయండి.
- i) నలబైవేల రెండువందల డబ్బు =
- ii) పద్మాలుగు వేల ఆరవై నాలుగు =
- iii) తొమ్మిది వేల ఏడువందలు =
- iv) అరవైవేలు =
7. 4, 0, 3, 7 అంకెలతో ఏర్పడే నాలుగంకెల సంఖ్యలను రాయండి. వాటిలో అతిపెద్ద సంఖ్య, అతిచిన్న సంఖ్యలను గుర్తించండి.
8. రాయండి.
- i) నాలుగు అంకెల అతిచిన్న సంఖ్య ఏది?
- ii) నాలుగు అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య ఏది?
- iii) అయిదు అంకెల అతిచిన్న సంఖ్య ఏది?
- iv) అయిదు అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్య ఏది?

1.3 అంచనావేయడం - సంఖ్యలను సమీప పదులు, వందలు, వేలస్తానాలకు సవరించి రాయడం

మనం నిత్యజీవితంలో కింద ఉదహరించిన కొన్ని సందర్భాలలో సంఖ్యలను ఎలా ఉపయోగిస్తామో గమనించండి.

- ◆ నవంబరు నెలలో 25,000 మంది (దాదాపుగా) ప్రజలు సాలార్జంగ్ మూడుజియంను సందర్శించారు.
- ◆ మన రాష్ట్రంలో ఈ సంవత్సరం ఎస్.ఎస్.సి. పబ్లిక్ పరీక్షలకు (సుమారుగా) 9 లక్షల మంది విద్యార్థులు హజరగుతున్నారు.
- ◆ విశాఖపట్నం పోర్ట్‌లో ఈమధ్యన ఒక నోకలో (రమారమిగా) 43,500 టన్లు ఇనుప ఖనిజం నింపారు.

పై ఉదాహరణలలో వాడిన పదాలు ‘దాదావు’, ‘సుమారు’ ‘రమారమి’ తో ప్రజలు, విద్యార్థులు లేదా సామగ్రిని ఒక అంచనా సంఖ్యగా తెలుపుట జరిగింది. కానీ యదార్థంగా చూసినపుడు ప్రజల సంఖ్య కొంచెం తక్కువగా లేదా కొంచెం ఎక్కువగా ఉండవచ్చు. ఇచ్చితంగా 25,000 కానవసరంలేదు. ఈ విధంగా కొన్ని సంఖ్యలను వాటికి దగ్గరలోగల సంఖ్యలకు సవరించి రాయడం అనేది ఒక రకమైన అంచనాగా భావించవచ్చును.

అంచనా అనేది సమాధానాలను సులభంగా గుర్తించడానికి, సవరించడానికి సహాయ పదుతుంది.

మనం సాధారణంగా సంఖ్యలను దగ్గరగా గల 10 (పదుల), 100 (వందల), 1000 (వేల), 10000 (పదివేల) మొదలగు స్థానాలకు సవరించి అంచనావేస్తాం.

కింది సంఖ్యలను సమీప పదుల స్థానాలకు సవరించే విధానాన్ని పరిశీలించండి.



పై సంఖ్యలలో గరిష్ట సంఖ్య 90, మధ్య సంఖ్య 85, కనిష్ట సంఖ్య 80

- ◆ 81 సంఖ్య 90 కన్నా 80 కు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 81 కు పదులలో సవరించిన సంఖ్య 80 అవుతుంది.
- ◆ 87 సంఖ్య 80 కన్నా 90 కు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 87 కు పదులలో సవరించిన సంఖ్య 90 అవుతుంది.
- ◆ 85 సంఖ్య 80 నకు, 90 నకు సమానదూరంలో ఉన్నది కదా! కానీ సాంప్రదాయంగా మనం 85 ను 90 గా సవరించి రాస్తాం.

సంఖ్యలను సమీప వందలస్థానాలకు సవరించే విధానాన్ని పరిశీలించండి.



- ◆ ఇందులో కనిష్ట సంఖ్య 200, గరిష్ట సంఖ్య 300, మధ్య సంఖ్య 250
- ◆ 220 సంఖ్య వందలలో చూస్తే 300 కన్నా 200 సంఖ్యకు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 220 కు సవరించే సంఖ్య 200 అవుతుంది.
- ◆ 280 సంఖ్య వందలలో చూస్తే 200 కన్నా 300 సంఖ్యకు దగ్గరగా కలదు. అందుచే 280 కు సవరించే సంఖ్య 300 అవుతుంది.
- ◆ మరి 250 కు సవరించబడే సంఖ్యను గుర్తించగలరా? ఎలా అయిందో తెలపండి.

మనం ఇదేవిధంగా వేలల్లో గల సంఖ్యలను కూడా సవరిస్తాం. మీరు వేలల్లో గల కొన్ని సంఖ్యలను తీసుకోండి. దగ్గర వేలకు సవరించి, మీ స్నేహితులతో ఎలా సవరించ గలిగారో చర్చించండి.

ఇవి చేయండి

కింది సంఖ్యలకు సవరింపబడిన సంఖ్యలు రాయండి.

1. 48, 62, 81, 94, 27 లను దగ్గరి పదులకు సవరించండి.
2. 128, 275, 312, 695, 199 లను దగ్గరి వందలకు సవరించండి.
3. 7452, 8115, 3066, 7119, 9600 లను దగ్గరి వేలకు సవరించండి.



అలోచించండి, చర్చించండి, రాయండి.

పదివేల స్కూనానికి సవరించబడే కొన్ని సంఖ్యలను తీసుకోండి. మీ స్నేహితులతో చర్చించి, వాటిని సవరించండి.



1.4 స్కూనిలువలపై పునర్విష్టమర్గు

ఒక సంఖ్యను స్కూని విలువల ప్రకారం ఏ విధంగా విస్తరించి రాయవచ్చే మీరు ఇదివరకే నేర్చుకొని యున్నారు. ఒక్కసారి మీరు రెండంకెల, మూడంకెల, నాల్గంకెల, అయిదు అంకెల సంఖ్యలను ఎలా విస్తరించారో గుర్తుకు తెచ్చుకోండి.

1. 64 విస్తరించండి

$$\begin{array}{rcl} 64 & = & \begin{array}{|c|c|} \hline \text{పదులు} & \text{ఒకట్లు} \\ \hline 6 & 4 \\ \hline \end{array} \\ & = & (6 \times 10) + (4 \times 1) \\ & = & 60 + 4 \end{array}$$

2. 325 విస్తరించండి.

$$\begin{array}{rcl} 325 & = & \begin{array}{|c|c|c|} \hline \text{వందలు} & \text{పదులు} & \text{ఒకట్లు} \\ \hline 3 & 2 & 5 \\ \hline \end{array} \\ & = & (3 \times 100) + (2 \times 10) + (5 \times 1) \\ & = & 300 + 20 + 5 \end{array}$$

3. 5078 ను విస్తరించండి

$$\begin{array}{rcl} 5078 & = & \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline \text{వేలు} & \text{వందలు} & \text{పదులు} & \text{ఒకట్లు} \\ \hline 5 & 0 & 7 & 8 \\ \hline \end{array} \\ & = & (5 \times 1000) + (0 \times 100) + (7 \times 10) + (8 \times 1) \\ & = & 5000 + 0 + 70 + 8 \\ & = & 5000 + 70 + 8 \end{array}$$

4. 29,500 విస్తరించండి

$$\begin{array}{rcl} 29,500 & = & \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline \text{పదివేలు} & \text{వేలు} & \text{వందలు} & \text{పదులు} & \text{ఒకట్లు} \\ \hline 2 & 9 & 5 & 0 & 0 \\ \hline \end{array} \\ & = & (2 \times 10,000) + (9 \times 1000) + (5 \times 100) + (0 \times 10) + (0 \times 1) \\ & = & 20,000 + 9000 + 500 + 0 + 0 \\ & = & 20,000 + 9000 + 500 \end{array}$$

ప్రయత్నించండి

దిగువ పట్టికలో ఇవ్వబడిన సంఖ్యలను చదివి, స్కూని విలువలతో విస్తరించి రాయండి. ఉధారణ పరిశీలించండి.



సంఖ్య	విస్తరణ	విస్తరణ రూపం
21504	$(2 \times 10000) + (1 \times 1000) + (5 \times 100) + (0 \times 10) + (4 \times 1)$	$20000 + 1000 + 500 + 4$
38400		
77888		
20050		
41501		



అభ్యాసం - 1.2

1. కింది సంఖ్యలను దగ్గర పదులకు సవరించి రాయండి.
 - i) 89
 - ii) 415
 - iii) 3951
 - iv) 4409
2. కింది సంఖ్యలను దగ్గర వందలకు సవరించి రాయండి.
 - i) 695
 - ii) 36,152
 - iii) 13,648
 - iv) 93,618
3. కింది సంఖ్యలను దగ్గర వేలకు సవరించి రాయండి.
 - i) 3415
 - ii) 70124
 - iii) 8765
 - iv) 4001
4. కింది సంఖ్యలను సంకీర్ణ రూపంలో రాయండి.
 - i) $3000 + 400 + 7$
 - ii) $10,000 + 2000 + 300 + 50 + 1$
 - iii) $30,000 + 500 + 20 + 5$
 - iv) $90,000 + 9000 + 900 + 90 + 9$
5. కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి.
 - i) 4348
 - ii) 30214
 - iii) 22222
 - iv) 75025

1.5 అతిపెద్ద సంఖ్యల పరిచయం

అయిదు అంకెల సంఖ్యలన్నింటిలో పెద్ద సంఖ్యవీది?

అయిదు అంకెల పెద్దసంఖ్యకు 1 కలిపితే, ఏ సంఖ్య వస్తుంది?

అయిదు అంకెల పెద్ద సంఖ్య = 99,999

దీనికి 1 కలిపితే $99,999 + 1 = 1,00,000$ వస్తుంది.

ఈ సంఖ్యను ఒక లక్ష అంటారు. అంటే 99,999 తర్వాత వెంటనే వచ్చే సంఖ్య ఒక లక్ష అన్నమాట అనగా 1,00,000. ఇప్పుడు చెప్పండి.

ఒక లక్షలో ఎన్ని పదులు ఉన్నాయి?

ఒక లక్షలో ఎన్ని వందలు ఉన్నాయి?

ఒక లక్షలో ఎన్ని వేలు ఉన్నాయి?

ఇప్పుడు అరు అంకెల సంఖ్యను విస్తరణ రూపంలో ఎలా రాశారో చూద్దాం.

ఉదాహరణకు 3,15,645 తీసుకోండి.

$$\begin{aligned} 3,15,645 &= (3 \times 1,00,000) + (1 \times 10,000) + (5 \times 1000) + (6 \times 100) + (4 \times 10) + (5 \times 1) \\ &= 3,00,000 + 10,000 + 5000 + 600 + 40 + 5 \end{aligned}$$

పట్టిక పరిశీలించండి.

లక్షలు	పదివేలు	వేలు	వందలు	పదులు	బకట్లు
3	1	5	6	4	5

ఈ సంఖ్యకు ఒకట్ల స్థానంలో '5', పదుల స్థానంలో '4', వందల స్థానంలో '6', వేలస్థానంలో '5', పదివేల స్థానంలో '1', లక్షల స్థానంలో '3' ఉన్నాయని గమనించవచ్చు. ఇప్పుడు మనం ఈ సంఖ్యను మూడులక్షల పదివేల వేల ఆరువందల నలభై అయిదు అని రాశాం.

కింది పట్టికలో ఇచ్చిన సంఖ్యలను ఉదాహరణలో చూపిన విధంగా చదివి, విస్తరణ రూపంలో రాయండి.

సంఖ్య	విస్తరణ రూపం	చదివే విధానం
5,00,000	$5 \times 1,00,000$	అయిదు లక్షలు
4,50,000	$4 \times 1,00,000 + 5 \times 10,000$	నాలుగు లక్షల యాశైవేలు
4,57,000		
3,05,400		
3,09,390		
2,00,035		

మరికొన్ని ఆరు అంకెల సంఖ్యలను రాయండి. మీ స్నేహితుడిని చదివి, విస్తరించమనండి. ఆరు అంకెల సంఖ్యలో అన్ని అంకెలు ‘9’ లు అయితే ఎటువంటి సంఖ్య వస్తుంది? దీనిని ఆరు అంకెల సంఖ్యలలో అతిపెద్ద సంఖ్య అనవచ్చా? అతిపెద్ద ఆరు అంకెల సంఖ్యకు ‘1’ కలపండి. ఏ సంఖ్య వస్తుందో చూడండి?

$$9,99,999 + 1 = 10,00,000 \text{ దీనిని ‘పదిలక్షలు’ అంటారు.}$$

దీనిని 7 అంకెల సంఖ్యలలో అతిచిన్న సంఖ్య అనవచ్చా?

ఇప్పుడు క్రింది తెల్పిన సంఖ్యల అమరికను పరిశీలించి పూర్తి చేయండి

9	+	1	=	10
99	+	1	=	100
999	+	1	=	1000
9999	+	1	=
99999	+	1	=
999999	+	1	=
9999999	+	1	=	1,00,00,000

ఏడు అంకెల అతిపెద్ద సంఖ్యకు ‘1’ కలిపితే ఎనిమిది అంకెల సంఖ్యలలో అతిచిన్న సంఖ్య ఏర్పడిందని గమనించవచ్చు. ఈ సంఖ్యనే ఒక కోటి అంటారు.

ఎనిమిది అంకెల అతి పెద్దసంఖ్యకు ‘1’ కలిపితే ఏ సంఖ్య వస్తుందో చెప్పగలరా?

మనకు అనేక సందర్భాలలో అతిపెద్ద సంఖ్యల ప్రస్తావన వస్తుంది. ఉదాహరణకు మన దేశ విస్తీర్ణం 32,87,263 చదరపు కిలోమీటర్లు, మనరాష్ట్ర జనాభా 8,46,65,533. అదే విధంగా పాతశాల భవన నిర్మాణంకు అయ్యే వ్యాయం, వ్యవసాయ ఉత్పాదన, గ్రహాల మధ్యదూరం, మూడంకెల సంఖ్యను మరొక మూడంకెలు లేదా ఏదైనా పెద్ద సంఖ్యతో గుణించినపుడు పెద్ద సంఖ్యలు వస్తాయి.

ఇటువంటి పెద్దసంఖ్యల గురించి తెల్పుకున్నాక ఉమకు తరగతి గదిలో ఉపాధ్యాయుడు చెప్పిన జనాభా వివరాలు అర్థమైనాయని మీరు భావిస్తారా! తోటి విద్యార్థులతో చర్చించండి.

ప్రయత్నించండి

- మీరు నిత్యజీవిత సమయాలకు సంబంధించి ఆరు అంకెల సంఖ్యల కన్నా పెద్దవైన సంఖ్యలు వాడే ఏవైనా అయిదు సందర్భాలను పేర్కొనడి.
- రెండు అంకెలు, మూడు అంకెలు, నాల్గు అంకెలు, అయిదు అంకెలు, ఆరు అంకెలు, ఏడు అంకెలు, మరియు ఎనిమిది అంకెలు గల సంఖ్యలలో అతిచిన్న, అతిపెద్ద సంఖ్యలు రాయండి.



1.5.1 పెద్దసంఖ్యల స్థాన విలువలు

క్రింది సంఖ్యలను చదవడానికి ప్రయత్నించండి.

ఎ) 25240

బి) 130407

సి) 4504155

డి) 12200320

అంకెలను స్థాన క్రమంలో చదవడం కష్టంగా ఉందా?

జపుడు క్రింది సంఖ్యలను చదవడానికి ప్రయత్నించండి.

ఎ) 25,240

బి) 1,30,407

సి) 45,04,155

డి) 1,22,00,320

కామా (,) లు పెట్టి వీటిని చదవడం సులభంగా ఉంది కదా!

కామాలతో పెద్ద సంఖ్యలను చదవడం, రాయడం సులభమౌతుంది.

అదే విధంగా కొన్ని సందర్భాలలో పెద్దసంఖ్యలను చదవడానికి కొన్ని సూచికలు వాడుతాం. ఉదాహరణకు

రాధ ఇటువంటి ‘సూచికలు’ పెట్టుకొని పెద్ద సంఖ్యలను ఎలా చదివిందో చూద్దాం. ఈ సూచికలు పెద్ద సంఖ్యలను ఆక్షరాలలో రాయుటకు, విస్తరణ చేయుటకు ఎలా ఉపయోగపడుతాయో పరిశీలించాం.

ఉదాహరణకు 367 అనే సంఖ్యలో ఒకట్ల స్థానం, పదుల స్థానం, వందల స్థానాలలో గల అంకెలను గుర్తించి వాటికి O, T మరియు H అని సూచించి ఏ విధంగా రాసిందో పరిశీలించండి.

H	T	O
3	6	7

విస్తరణ

$$3 \times 100 + 6 \times 10 + 7 \times 1$$

అదే విధంగా మరొక సంఖ్య 1729 ను ఎలా చూపిందో పరిశీలించండి.

Th	H	T	O
1	7	2	9

విస్తరణ

$$1 \times 1000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 9 \times 1$$

ఈ విధంగా ఈ సూచికలను పెద్దసంఖ్యలైన లక్షలు, కోట్లకు ఏ విధంగా ఉపయోగించవచ్చే పట్టిక చూస్తే తెలుస్తుంది.

స్థానాలు	కోట్లు		లక్షలు		వేలు		వందలు	పదులు	ఒకట్లు
	పదికోట్లు	కోట్లు	పది లక్షలు	లక్షలు	పదివేలు	వేలు			
సంఖ్య	10,00,00,000	1,00,00,000	10,00,000	1,00,000	10,000	1,000	100	10	1
అంకెల సంఖ్య	9	8	7	6	5	4	3	2	1

$$1 \text{ కోటి} = 100 \text{ లక్షలు}$$

$$= 10,000 \text{ వేలు}$$

$$1 \text{ లక్ష} = 100 \text{ వేలు}$$

$$= 1000 \text{ వందలు}$$

మనం ఇప్పుడు పెద్ద సంఖ్యలను స్థానవిలువల పట్టిక ప్రకారం ఎలా రాయాలో, చదవాలో ఉదాహరణలో చూపిన విధంగా రాయండి.

సంఖ్య	పది కోట్లు	కోట్లు	పది లక్షలు	లక్షలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	పదులు	బక్టలు	చదివే విధానం
41430495	-	4	1	4	3	0	4	9	5	నాలుగు కోట్ల పద్దాలుగు లక్షల ముప్పె వేల నాలుగు వందల తొంక్షె అయిదు
304512031										
241800240										
69697100										
100091409										

నీకు తోచిన పెద్ద సంఖ్యలను రాసి, స్థాన విలువల సూచికలతో రాసి చదివే విధానం రాయండి.

ఇప్పుడు పెద్ద సంఖ్యల విస్తరణ రూపం రాయగలరా?

ఉదా : 12735045 సంఖ్యను విస్తరించండి.

$$1,27,35,045 = 1 \times 10000000 + 2 \times 1000000 + 7 \times 100000 + 3 \times 10000 + 5 \times 1000 + 0 \times 100 + 4 \times 10 + 5 \times 1$$

ఇవి చేయండి

కింది సంఖ్యలను కామాలతో రాసి, విస్తరించండి.

ఎ) 999999999

బి) 34530678

సి) 510010051



1.5.2 విరామ చిహ్నాల (కామాల) వాడుక

పెద్ద సంఖ్యలు రాసే సందర్భంలో మీరు అప్పుడప్పుడు కామాలు వాడడం గమనించే ఉంటారు. హిందూ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో మనం ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు, లక్షలు, కోట్లు వంటి స్థానాలను రాస్తాం. వేలను, లక్షలను, కోట్లను చదవడంలో కామాలు ఉపయోగిస్తాం. మొదటి కామాను వందల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపునుండి మూడంకెల తర్వాత) రాసి ముందుసంఖ్య అంతా 'వేలు' అని గుర్తిస్తాం. రెండవ కామాను మరి రెండు అంకెల తర్వాత అంటే పదివేల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపు నుండి అయిదు అంకెల తర్వాత) రాసి ముందు సంఖ్య అంతా 'లక్షలు' అని గుర్తిస్తాం. మూడవ కామాను తిరిగి మరి రెండు అంకెల తర్వాత అంటే పదిలక్షల స్థానం తర్వాత (అంటే కుడివైపు నుండి ఏడు అంకెల తర్వాత) రాసి ముందు మిగిలిన సంఖ్య అంతా 'కోట్లు' అని గుర్తిస్తాం. కామాలు పెద్దసంఖ్యలను స్థానాల ప్రకారం చదవడానికి, రాయడానికి ఉపయోగపడతాయి.

ఉదా : ఏదు కోట్ల నలబై అయిదు లక్షల పదివేడువేల అయిదు వందలు. సంఖ్యను కామాలతో ఎలా రాస్తామో గమనించండి.

7, 45, 17, 500

ఇదే విధంగా కామాలతో విభజింపబడిన పెద్దసంఖ్య 45,30,14,252 ను సులభంగా నలబై అయిదుకోట్ల ముప్పెలక్షల పద్దాలుగు వేల రెండువందల యాబై రెండు అని సులభంగా చదువవచ్చు.

జవి చేయండి

కింది సంఖ్యలను చదివి అక్షరాలలో రాయండి.

ఎ) 5,06,45,075

బి) 12,36,99,140

సి) 2,50,00,350



అభ్యాసం - 1.3

1. కింది సంఖ్యలను కామాలతో స్థాన విలువలను విభజించి రాయండి.
 - i) 11245670
 - ii) 22402151
 - iii) 30608712
 - iv) 190308020
2. కింది సంఖ్యలను అక్షరాలలో రాయండి.
 - i) 34,025
 - ii) 7,09,115
 - iii) 47,60,00,317
 - iv) 6,18,07,000
3. కింది వాటిని అంకెలలో రాయండి.
 - i) నాలుగు లక్షల యాబై ఏడు వేల నాలుగు వందలు
 - ii) అరవై లక్షల రెండువేల ఏడు వందల డెబైణదు
 - iii) రెండు కోట్ల యాబై లక్షల నలబై వేల మూడు వందల మూడు
 - iv) అరవై కోట్ల అరవై లక్షల అరవై వేల ఆరు వందలు
4. కింది సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలో రాయండి.
 - i) 6,40,156
 - ii) 63,20,500
 - iii) 1,25,30,275
 - iv) 75,80,19,202
5. కింది సంఖ్యల విస్తరణకు సంబీప్త రూపం రాయండి.
 - i) $50,00,000 + 4,00,000 + 20,000 + 8,000 + 500 + 20 + 4$
 - ii) $6,00,00,000 + 40,00,000 + 3,00,000 + 20,000 + 500 + 1$
 - iii) $3,00,00,000 + 3,00,000 + 7,000 + 800 + 80 + 1$
 - iv) $7,00,00,000 + 70,00,000 + 7000 + 70$
6. కింది సంఖ్యలలో ఏది పెడ్డది? ' > ' గుర్తును ఉపయోగించి రాయండి.
 - i) 4,67,612 లేదా 18,71,964
 - ii) 14,35,10,300 లేదా 14,25,10,300
7. కింది సంఖ్యలలో ఏది చిన్నది? ' < ' గుర్తును ఉపయోగించి రాయండి.
 - i) 2,00,015 లేదా 99,999
 - ii) 13,50,050 లేదా 13,49,785
8. కోట్ల స్థానంలో '5', లక్షల స్థానంలో '2', పదివేల స్థానంలో '1', పదుల స్థానంలో '6', ఒకట్ల స్థానంలో '3' అంకెలను ఉంచి ఏవైనా 10 సంఖ్యలను రాయండి. (మిగిలిన స్థానాల్లో ఏవైనా సంఖ్యలు ఉంచవచ్చు)

1.6 అంతర్జాతీయ సంఖ్యామానం (అంగ్రేజ్ సంఖ్యామానం)

మనం సంఖ్యలను చదివే విధానం, రాసే విధానం ప్రపంచ దేశాలకు భిన్నంగా ఉంది. మనం 6 అంకెలుగల సంఖ్యను 'లక్షలు' గానూ, 7 అంకెల సంఖ్యను 'పదిలక్షలు'లోనూ అదే విధంగా కోట్లు, పది కోట్లు అని తర్వాత సంఖ్యలను చదువుతాం. కానీ అంతర్జాతీయ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేలు, పదివేలు తర్వాత వందవేలు,

‘మిలియన్లు’ అని చదువుతారు. ఒక మిలియన్ అంటే వేలు లేదా ‘పదిలక్షులకు’ సమానం. అదేవిధంగా పది మిలియన్లు, వంద మిలియన్లు తర్వాత, ఒక బిలియన్ అంటారు. ఒక బిలియన్ అంటే వెయ్యి మిలియన్లకు సమానం. ఒకట్ల స్థానంతో మొదలిడి ప్రతి మూడు స్థానాల తర్వాత కామాలు వస్తాయి.

ఉదాహరణకు ఒక సంఖ్యను పరిశీలించాం. 45690255

హిందూ-ఆరబ్ సంఖ్యామానం	అంతర్జాతీయ (అంగ్రేజ్) సంఖ్యామానం
4,56,90,255	45,690,255
నాలుగుకోట్ల యాభై ఆరు లక్షుల తొంబై వేల రెండువందల యాభై అయిదు	నలబై ఐదు మిలియన్ల ఆరు వందల తొంబై వేల రెండువందల యాభై అయిదు

రెండు సంఖ్యామాన పద్ధతులలో వందల స్థానం వరకు ఎటువంటి తేడా లేదని మీరు గమనించే ఉంటారు. మీరు పరిశీలించిన ఇతర అంశాలు చెప్పండి.

మనం ఇప్పుడు ఒకసారి రెండు సంఖ్యామాన పద్ధతులలో స్థానాలను పోలుచ్చాం.

హిందూ-ఆరబ్ సంఖ్యామానం	వంద కోట్లు	పది కోట్లు	కోట్లు	పది లక్షులు	లక్షులు	పది వేలు	వేలు	వందలు	వదులు	బక్టులు
అంతర్జాతీయ (అంగ్రేజ్) సంఖ్యామానం	బిలియన్	వంద మిలియన్లు	పది మిలియన్లు	మిలియన్	వంద వేలు	పది వేలు	వేలు	వందలు	వదులు	బక్టులు

పైన స్థానాల పట్టిక ఆధారంగా మనం ఈ సంఖ్యామానాల మధ్య కొన్ని సంబంధాలను ఏర్పరచవచ్చు.

10 లక్షులు = 1 మిలియన్ , 1 కోటీ = 10 మిలియన్లు , 10 కోట్లు = 100 మిలియన్లు , 100 కోట్లు = 1 బిలియన్



అభ్యాసం - 1.4

- కింది సంఖ్యలను అంతర్జాతీయ సంఖ్యామాన పద్ధతిలో కామాలతో విభజించి (పదివేపద్ధతిలో) తిరిగి రాయండి.
 - 97645315
 - 20048421
 - 476356
 - 9490026834
- మీ స్నేహితుల, కుటుంబసభ్యుల మొబైల్ ఫోన్ నెంబర్లు సేకరించుము. వాటిని కామాలతో విభజించి అంగ్రేజ్ సంఖ్యామానంలో చదపండి, రాయండి.
- కింది సంఖ్యను హిందూ సంఖ్యామానంలోనూ, అంగ్రేజ్ సంఖ్యామానంలోనూ అక్షరాలతో రాయండి.
 - 123115027
 - 89643092
- కింది సంఖ్యను చదివి ప్రశ్నలకు జవాబిష్టండి.

302,179,468

- ‘మిలియన్లు’ స్థానంలో గల అంకె
- ‘వందల స్థానం’లో గల అంకె
- ‘పది మిలియన్లు’ స్థానంలో అంకె
- సంఖ్యలో ఎన్న మిలియన్లు ఉన్నాయి?

1.7 నిత్యజీవిత సమస్యలలో పెద్ద సంఖ్యల వాడుక

పొడవుకు ప్రమాణంగా “మీటరు” (m), బరువుకు ప్రమాణం “కిలోగ్రాము” (kg), ద్రవాల పరిమాణానికి ప్రమాణం “లీటరు” (l) మరియు కాలానికి ప్రమాణంగా సెకండు (s) వాడుతున్నామనే విషయం మీకు తెలిసినదే.

ఉదాహరణకు మనం పెన్నిల్ పొడవును “సెంటీమీటర్లు” లోనూ, బట్టపొడవును మీటర్లు లోనూ కొలుస్తాం. అదేవిధంగా రెండు ప్రదేశాల మధ్యదూరాన్ని కిలోమీటర్లలో సూచిస్తాం. కానీ కాగితం మందాన్ని కొలిచేటప్పుడు సెంటీమీటరు ప్రమాణం పెద్దదవుతుందని గమనించవచ్చు. ఈ సందర్భంలో మనం మిలీ మీటర్లు (mm) వాడతాం.

10 మిలీమీటర్లు	=	1 సెంటీ మీటరు
100 సెంటీమీటర్లు	=	1 మీటరు
1000 మీటర్లు	=	1 కిలోమీటరు

మరి 1 కిలోమీటరు అంటే ఎన్ని మిలీ మీటర్లో చెప్పగలరా?

$$\begin{aligned} 1 \text{ కి.మీ.} &= 1000 \text{ మీ.} \\ &= 1000 \times 100 \text{ సె.మీ.} \\ &= 1000 \times 100 \times 10 \text{ మి.మీ.} \\ &= 10,00,000 \text{ మి.మీ.} \end{aligned}$$

ఇదే విధంగా మనం బియ్యం లేదా గోధుమలను కిలోగ్రాములలో కొంటాం. కానీ మసాలా దినుసులు, కారంపొడి వంటి వాటికి పెద్ద ప్రమాణాలు అవసరం లేదు. వీటిని గ్రాము (g) లలో కొలుస్తాం. 1000 గ్రాములు = 1 కిలోగ్రాము కదా! మరి 1 కి.గ్రా అంటే ఎన్ని మిలీగ్రాములో తెక్కించండి.

ఇలాగే ఒక బకెట్లలో సాధారణంగా 20 లీటర్లు సీరు పడుతుంది. కానీ కొబ్బరినూనె, బొమ్మల రంగులు మొదలగు వాటిని మిలీ లీటర్లలలోనూ, చమురు ట్యూంకర్లలో గల చమురు, తటాకంలో (రిజర్వ్యార్యరు) నీటిని మనం కిలోలీటర్ల (kl) లోనూ తెలుపుతాం.

$$1000 \text{ లీటర్లు} = 1 \text{ కిలో లీటరు}$$

మరి 1 కిలోలీటరుకు ఎన్ని మిలీ లీటర్లు?

ప్రయత్నించండి

- మీ జిల్లాలో గల నాలుగు ప్రధాన పట్టణాలను తెల్పండి. ఈ పట్టణాల మధ్య దూరాన్ని కి.మీ.లలో తెలుపండి. ఈ దూరాన్ని సెంటీమీటర్లలోనూ, మిలీ మీటర్లలోనూ వ్యక్తపరచండి.
- మనం ‘మిలీగ్రాము’ల ప్రమాణాలలో వినియోగించే కొన్ని వస్తువులు తెల్పండి.
- ఒక మందుల పెట్టెలో 1,00,000 ట్యూబ్లెట్లు కలవు. ఒక్కొక్క ట్యూబ్లెట్ బరువు 20 మిలీగ్రాములు. అయితే ఆపెట్టెలో గల ట్యూబ్లెట్లు మొత్తం బరువును గ్రాములలోనూ, కిలో గ్రాము లలోనూ తెల్పండి.
- ఒక ఆయిల్ ట్యూంకర్ 20,000 లీటర్లు పెట్రోల్యూషన్ నింపబడింది. దీనిని కిలోలీటర్ల లోనూ, మిలీలీటర్లలోనూ వ్యక్తపరచండి.



పెద్దసంఖ్యలను ఉపయోగించి సాధించే కొన్ని నిత్యజీవిత సమస్యలను పరిశీలించాం.

ఉండా 1 : సచిన్ టెండూల్డ్ర్ ప్రభ్యాత క్రికెట్ క్రీడాకారుడు. అతను ఇప్పటివరకు టెస్ట్ మ్యాచ్‌లలో 15,030 పరుగులు, వన్నే మ్యాచ్‌లలో 18,111 పరుగులు చేసాడు. అతను రెండు రకాల మ్యాచ్‌లలో సాధించిన మొత్తం పరుగులు ఎన్ని?

సాధన :	టెస్ట్ మ్యాచ్‌లలో	టెండూల్డ్ర్ సాధించిన పరుగులు	=	15,030
	వన్నే మ్యాచ్‌లలో	టెండూల్డ్ర్ సాధించిన పరుగులు	=	18,111
	రెండు రకాల మ్యాచ్‌లలో సాధించిన మొత్తం పరుగులు		=	33,141

ఉండా 2 : ఒక దిన ప్రతిక 16 పేజీలతో రోజు ప్రచురితం అవుతుంది. ప్రతి రోజున 15,020 ప్రతులు ముద్రించిన ప్రతి రోజున ముద్రించబడిన మొత్తం పేజీలు ఎన్ని?

సాధన : ప్రతిదినం ముద్రితమయ్యే ప్రతుల సంఖ్య = 15,020

$$\begin{aligned} \text{ఒక్క ప్రతిలోగల పేజీలు} &= 16 \\ \therefore 15,020 \text{ ప్రతులలో పేజీల సంఖ్య} &= 15,020 \times 16 \text{ పేజీలు} \\ \text{మొత్తం పేజీలు ఎన్ని ఉంటాయో అంచనా వేయడానికి ప్రయత్నించండి. ఇది దాదాపుగా} &2,00,000 \text{ పేజీలు} \\ \text{కావుచు. మరి, గణసచేసి చూచాం. } 15,020 \times 16 &= 2,40,320 \\ \therefore \text{ప్రతిరోజు} &2,40,320 \text{ పేజీలు ముద్రితమవుతాయి.} \end{aligned}$$

ఉండా 3 : ఒక హౌటల్లో 15 లీటర్ల పాలు కలవు. ఒక కప్పు ‘టీ’ తయారుచేయడానికి 25 మి.లీ. పాలు అవసరం. అయిన 15 లీటర్ల పాలతో ఎన్ని కప్పుల టీ తయారగునో కనుగొనండి.

$$\begin{aligned} \text{సాధన : హౌటల్లో గల పాలు} &= 15 \text{ లీటర్ల} \\ &= 15 \times 1000 \text{ మి.లీ.} \\ \text{హౌటల్లో గల పాలు మి.లి.లలో} &= 15000 \text{ మి.లీ.} \\ 1 \text{ కప్పు టీ తయారీకి కావాల్సిన పాలు} &= 25 \text{ మి.లీ. కావున} \\ \text{మొత్తం పాలతో తయారు చేయగల టీ} &= 15000 \div 25 = 600 \\ \therefore 15 \text{ లీటర్ల పాలతో కప్పుకు} 25 \text{ మి.లీ. చొప్పున తయారుగా గల టీ} &= 600 \text{ కప్పులు} \end{aligned}$$



అభ్యాసం - 1.5

1. స్కూల్‌లో జరిగిన కామన్‌వెల్ట్ గేమ్స్‌కు మొదటి నాలుగు రోజులలో హోజ్సైన ప్రేక్షకుల సంఖ్య పరుగుగా 15,290; 14,181, 14,235 మరియు 10,578 అని నమోదైంది. ఈ నాలుగు రోజులలో హోజ్సైన మొత్తం ప్రేక్షకులు ఎందు?
2. లోకసభకు జరిగిన ఒక ఎన్నికలో గెలపొందిన అభ్యర్థికి 5,87,500 ఓట్లు, ఒడిన అభ్యర్థికి 3,52,768 ఓట్లు చూచుట. గెలపొందిన అభ్యర్థి ఎన్ని ఓట్లు ఆధిక్యతతో గెలపొందాడో కనుగొనండి.
3. 5, 3, 4, 0 మరియు 7 లతో ఏర్పడే ఐదంకెల అతిపెద్ద సంఖ్యకు, ఐదంకెల అతి చిన్న సంఖ్యకు గల తేడాను తెల్పండి. (ఒక అంకెను ఒకసారి మాత్రమే వాడాలి)
4. ఒక సైకిలు తయారీ కంపెనీ ఒకరోజుకు 3,125 సైకిల్లను తయారుచేయగల్లినచో, జూలై నెలలో కంపెనీ తయారు చేసే మొత్తం సైకిల్ల ఎన్ని?
5. ఒక హాలికాప్సర్ 1 గంటకు 600 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించగలదు. అయిన అది 4 గంటలలో ప్రయాణించే దూరం ఎంత? మీటర్లలో తెలపండి.

6. సమాన పరిమాణం గల అయిదు బిస్కెట్ ప్యాకేట్ పెట్టేల బరువు 8 కి.గ్రా. 400 గ్రా.॥ అయిన ప్రతి ప్యాకేట్ బరువు ఎంత?
7. ప్రతిరోజు గాయత్రి ఇంటినుండి పాతశాలకు నడిచివెళ్ళి తిరిగివస్తుంది. ఇంటినుండి పాతశాలకు గల దూరం 1 కి.మీ. 875 మీ. అయిన 6 రోజులలో ఆమె నడిచే మొత్తం దూరం ఎంత?
8. ఒక విద్యార్థికి సూళు యూనిఫారం షర్టు తయారీకి 1 మీ. 80 సె.మీ. పొడవుగల బట్ట ఆవసరం. 40 మీ. పొడవుగల బట్టతో ఎన్ని యూనిఫారం షర్టులు తయారుచేయవచ్చును? ఇంకా ఎంత బట్ట మిగులుతుంది?
9. ఒక లీటరు పెట్రోలు ధర ₹ 60. ఒక పెట్రోలు బంకులో రోజుకు 750 లీటర్ల పెట్రోలు అమ్ముతారు. అయిన రోజుకు ఎంత సొమ్ము వస్తుంది?

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.

1. అహ్మాదాబాద్లో నివసించే నీవు 400 మీ. దూరంలో గల స్టేషన్కు బస్సులో చేరావు. రైలులో 15 కి.మీ. దూరంలో గల గాంధీనగర్కు వెళ్ళావు. అక్కడ నుండి 8 కి.మీ. దూరంలో గల పిన్ని ఇంటికి కారులో చేరావనుకొనుము.
 - i) మీ పిన్నింటికి చేరడానికి నీవు మొత్తం ఎంత దూరం ప్రయాణించావు.
 - ii) ఇదే విధంగా ఏడు రోజులు ప్రయాణిస్తే మొత్తం ఎంత దూరం ప్రయాణించినట్లో చెప్పండి.
2. మీ పాతశాలలో మంచినీటిని నిల్వచేసే ట్యూంకు 2 కిలో లీటర్ల సామర్థ్యం కలదు. ఒకరోజు కొందరు విద్యార్థులు 2 లీటర్ల చొప్పన నీరు తెచ్చి నింపారు. ట్యూంకు నిండడానికి ఇంకా 600 లీటర్ల నీరు ఆవసరమైతే ఎంత మంది విద్యార్థులు ఆ రోజున నీటిని తీసుకోచ్చినట్లో చెప్పండి?



మనం నేర్చుకున్నది

1. ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యలలో ఎక్కువ అంకెలు కలిగిన సంఖ్య పెద్దది. రెండింటిలో అంకెల సంఖ్య సమానము అయిన ఎడమవైపు చివర ఉన్న అంకెలలో పెద్ద అంక ఉన్న సంఖ్య పెద్దది. ఎడమవైపు చివర ఉన్న అంకెలు సమానము అయిన దాని తరవాత అంకెలను పోలుస్తాం.
2. ఇచ్చిన అంకెలతో అతి పెద్ద లేదా అతి చిన్న సంఖ్యలను రాయుటకు అతి పెద్ద అంక (అతి చిన్న అంక) తో మొదలుపెట్టి అతి చిన్న అంక (అతి పెద్ద అంక) వరకు ఎడమ నుండి కుడికి రాయాలి.
3. నాలుగంకెల అతిచిన్న సంఖ్య 1000. ఇది మూడంకెల అతి పెద్ద సంఖ్యకు '1' కు కలిపిన వస్తుంది. అదే విధంగా నాలుగంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య 9999 కు 1 కలిపిన ఐదంకెల అతి చిన్న సంఖ్య 10,000 వచ్చును. ఇదే విధంగా ఐదు, అరు, ఏడు, అంకెల సంఖ్యలకు కూడా వర్తిస్తుంది.
4. హిందూ సంఖ్యామానంలో కుడి నుండి ఎడమకు 3వ, 5వ, 7వ, స్థానాల తర్వాత కామాలుంచిన సంఖ్యలను సులభంగా వదవచ్చు. ఆంగ్ల సంఖ్యామానంలో కుడి నుండి ఎడమకు ప్రతిమూడు స్థానాలకు కామాలుంచి చదువుతాము. ఈ కామాలను 3వ, 5వ, 9వ, ... స్థానాల తరువాత ఉంచాలి.
5. నిత్యజీవితంలో పెద్ద సంఖ్యలను అనేక సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తాం. జిల్లాల్లో గల విద్యార్థుల సంఖ్య, పట్టణ జనాభా, ఆస్తుల కొనుగోలు, దేశంలో గల ప్రధాన నగరాల మధ్య దూరం మొదలగునవి.

6. ఒక సాధారణ ప్రమాణానికి 1000 రెట్లను కిలోతోను, వందవ వంతును సెంటీతోను, వెయ్యవ వంతును మిలీలలోను కొలుస్తారు.
- 1 కి.మీ = 1000 మీ., 1 మీ. = 100 సెం.మీ లేదా 1000 మిలీమీటర్లు.
7. కొన్ని ప్రత్యేక సందర్భాలలో ఖచ్చితమయిన సంఖ్యను చెపులేము. ఊహించి సంఖ్య చెపుగలము. ఉదాహరణకు ఒక అంతర్జాతీయ పాకీ ఆటకు ఎంతమంది వీక్షకులు వచ్చారో ఊహించి సుమారు 51,000 అని చెపుగలం.
8. నిత్యజీవితంలో రాశులు విలువలు తెలివేటపుడు వాటిని సమీప సంఖ్యలకు సవరించి తెలుపుతాము. అందుచే 4, 117 అనే సంఖ్య సుమారుగా 4, 100 లేదా 4,000 కావచ్చ. దగ్గర వందలకు, వేలకు మన అవసరాలకు అనుగుణంగా సంఖ్యలను సవరిస్తాం.
9. సంఖ్య ప్రక్రియలలో కొన్ని సందర్భాలలో సులభంగా అంచనా వేయడానికి సంఖ్యలను సవరిస్తాం.
10. సంఖ్యలను హిందూ - అరబిక్ పద్ధతిలోను, అంతర్జాతీయ పద్ధతిలోను చదవడం, రాయడం.

శ్రీనివాస రామానుజన్ (భారతదేశం)

1887 - 1920

సంఖ్య సిద్ధాంతాలు రూపొందించిన గణిత మేధావి. ఫెలో ఆఫ్ రాయల్ స్టాప్లాటీ (ఇంగ్లాండ్)కు ఎంపికైన తొలి భారతీయుడు. 1729ను రామానుజన్ సంఖ్య అంటారు. ఆయన జన్మదినమైన డిసెంబర్ 22వ తేదీని గణిత దినోత్సవంగా, ప్రతి సంవత్సరం జరుపుకుంటాం.



భారతప్రభుత్వం రామానుజన్ జ్ఞాపకార్థం 2011లో పోష్ట్ లోస్టాంప్ విడుదల చేసింది.

భారత ప్రభుత్వం 2012 ను గణిత సంవత్సరంగా ప్రకటించింది.

పూర్ణాంకాలు

2.1 పరిచయం

మనం వస్తువులను లెక్కించడాన్ని ఇంతకు ముందు తరగతిలోనే నేర్చుకున్నాం. వస్తువులను లెక్కించేటపుడు $1, 2, 3, \dots$ సంఖ్యలు అవసరమౌతాయి. ఆ సంఖ్యల సమితిని సహజ సంఖ్యలు అంటారు. సహజ సంఖ్యల సమితిని $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$ అని సూచిస్తాం.

సహజ సంఖ్యల గురించి నేర్చుకునేటపుడు, ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్యకు ‘1’ ని కలిపితే ఆ తర్వాతి సహజ సంఖ్య వస్తుందని తెల్పుకున్నాము. ఉదాహరణకు ‘16’ కు ‘1’ ని కలిపితే ‘17’ వస్తుంది, కానీ ఇది కూడా ఒక సహజసంఖ్యయే అదే విధంగా 1 తప్ప ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్య నుండి ‘1’ ని తీసివేస్తే, సాధారణంగా సహజ సంఖ్య వస్తుంది. ఉదాహరణకు 25 అనే సహజ సంఖ్య నుండి ‘1’ ని తీసివేస్తే 24 వస్తుంది, ఇది కూడా ఒక సహజ సంఖ్యయే.

ఏదైనా ఒక సహజ సంఖ్యకు తర్వాత గల సంఖ్యను ఉత్తర సంఖ్య అనీ, అలాగే ఒక సంఖ్యకు గల ముందు సంఖ్యను పూర్వ సంఖ్య అనీ అంటారు.

ఉదాహరణకి, 9 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 10

9 యొక్క పూర్వ సంఖ్య 8

ఇప్పుడు, ఇచ్చిన సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్య, ఉత్తర సంఖ్యలతో క్రింది పట్టికను పూరించండి.

క్ర.సం.	సహజ సంఖ్య	ధాని ముందు సంఖ్య (పూర్వ సంఖ్య)	ధాని తర్వాత సంఖ్య(ఉత్తర సంఖ్య)
1	13		
2	237		
3	999		
4	26		
5	9		
6	1		

మీ స్నేహితులతో చల్చించండి.

1. ఏ సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య లేదు?
2. ఏ సహజ సంఖ్యకు పూర్వ సంఖ్య లేదు?

2.2 పూర్ణాంకాలు

సహజసంఖ్యలలో ‘1’కి పూర్వ సంఖ్య లేదు అని మీరు తెల్పుకొనే ఉంటారు. ‘0’ ను సహజ సంఖ్యల సమితికి చేర్చగా పూర్ణాంకాల సమితిగా ఏర్పడతాయి.

పూర్ణాంకాలను క్రింది విధంగా సూచిస్తాం.

$W = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$

జని చేయండి

1. కనిపు పూర్ణాంకమేది?



ఆలోచించి, చర్చించి మరియు రాయండి

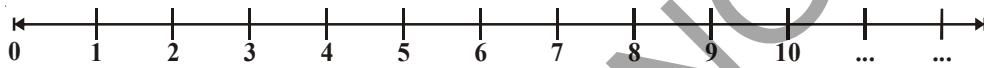
1. సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలొతాయా?
2. పూర్ణాంకాలన్నీ సహజ సంఖ్యలొతాయా?



2.3 పూర్ణాంకాలను సంఖ్య రేఖపై సూచించుట

ఒక సరళరేఖను గీయండి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి, దానిని ‘0’ చే సూచించండి. ‘0’ కు కుడివైపున వీలైనన్ని బిందువులను సమాన దూరాలలో గుర్తించి, వాటిని 1, 2, 3, 4, ... లుగా సూచించండి. ఏవైనా రెండు వరుస బిందువుల మధ్య దూరాన్ని ప్రమాణ దూరం అంటారు. సంఖ్యారేఖపై ఎన్ని పూర్ణాంకాలైనా కుడివైపున గుర్తిస్తూ పోవచ్చుమ.

పూర్ణాంకాల సంఖ్య రేఖ :



పైన ఇవ్వబడిన సంఖ్యారేఖను గమనించండి. దానిపై గల ఏ సంఖ్యకే, ఉత్తర సంఖ్య దానికి ఏ వైపున ఉంటుందో చెప్పగలరా? 3 యొక్క ఉత్తర సంఖ్య 4, 3 కంటే 4 పెద్ద సంఖ్య ఇది కంకి కుడివైపున ఉంటుంది.

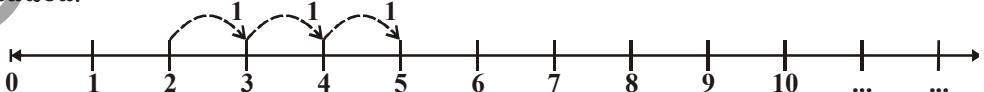
మరి, సంఖ్యారేఖ పై గల ఒక సంఖ్యకు కుడివైపున గల సంఖ్యలన్నియు ఎల్లప్పుడు ఆ సంఖ్య కంటే పెద్ద సంఖ్యలని చెప్పగలమా?

మీ స్నేహితులతో చర్చించి క్రింది పట్టికను పూరించండి.

క్ర.సం.	సంఖ్యలు	సంఖ్యారేఖ పై గల స్థానం	సంఖ్యల మధ్య సంబంధం
1.	12, 8	12, 8 కి కుడివైపున ఉండును	$12 > 8$
2.	12, 16		
3.	236, 210		
4.	1182, 9521		
5.	10046, 10960		

సంఖ్య రేఖపై సంకలనం

పూర్ణాంకాల సంకలనాన్ని సంఖ్య రేఖపై సూచించవచ్చు. 2 మరియు 3 సంఖ్యల సంకలనం క్రింది రేఖపై సూచించబడింది.



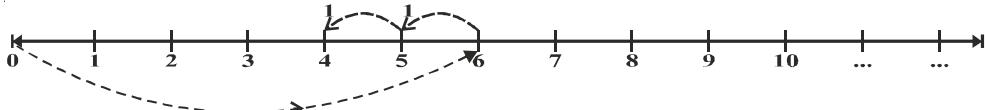
2కు 3ను కలుపాలి, కాబట్టి పైన చూపిన విధంగా సంఖ్యారేఖ పై 2తో ఆరంభించి, దానికి కుడివైపున ఒక ప్రమాణ దూరంతో 3 సార్లు కదిలిశే కని చేరుకుంటాం.

కావున $2 + 3 = 5$

అందువల్ల ఏ రెండు సంఖ్యలను కలుపాలన్నా, సంఖ్య రేఖపై మనం ఆ సంఖ్య నుండి కుడివైపుకు కదులుతాం.

సంఖ్యారేఖలై వ్యవకలనం

6 నుండి 2ను తీసివేయడం సంఖ్యా రేఖలై పై ఎలా చూపాలో పరిశీలిద్దాం.



6 నుండి 2ను తీసివేయాలి, కాబట్టి పైన చూపిన విధంగా సంఖ్యారేఖలై 6తో ఆరంభించి, దానికి ఎడమ వైపున ఒక ప్రమాణదూరం రెండు సార్లు కదిలితే 4 ని చేరుకుంటాం. కావున $6 - 2 = 4$

అనగా వ్యవకలనం చేయాలంటే సంఖ్యారేఖలై ఎడమ వైపుకు కదులుతాం.

ఇవి చేయండి.



కింది వాటిని సంఖ్యారేఖలై సూచించండి.

1. $5 + 3$

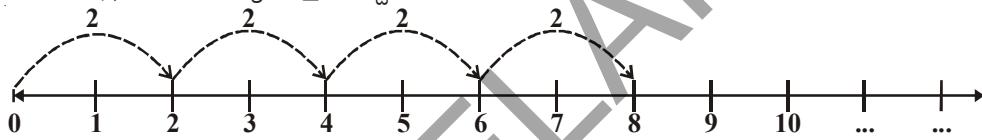
2. $5 - 3$

3. $3 + 5$

4. $10 + 1$

సంఖ్యారేఖలై గుణకారం

అప్పుడు సంఖ్యారేఖలై పూర్తింకాల గుణకారాన్ని పరిశీలిద్దాం. 4×2 ని కనుగొందాం. 4×2 అనగా 2 ప్రమాణాలు 4మార్లు, దీనిని సంఖ్యారేఖలై చూద్దాం.



'0' వద్ద ఆరంభించి, ప్రతిసారి 2 ప్రమాణాలు, 4 సార్లు కుడివైపుకు కదలవలెను. అప్పుడు మీరు 8 ని చేరుకుంటారు. కావున $4 \times 2 = 8$

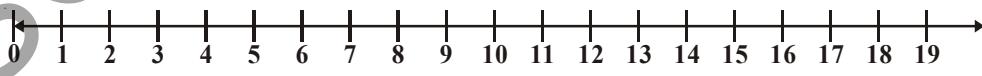
ప్రయుత్తించండి

సంఖ్యా రేఖను పయ్యాగించి క్రింది వాటిని కనుగొనండి.

1. 5 రావాలంటే 8 నుండి ఏ సంఖ్యను తీసివేయాలి?
2. 1 రావాలంటే 6 నుండి ఏ సంఖ్యను తీసివేయాలి?
3. 8 రావాలంటే కెంటి ఏ సంఖ్యను కలపాలి?
4. 30 రావాలంటే ఎన్ని లెలు అవసరం?



రాజు మరియు గాయత్రి కలిసి సంఖ్యారేఖను తయారుచేశారు.



రాజు మరియు గాయత్రి ఒక ఆట ఆడుతున్నారు. గాయత్రి సంఖ్యారేఖలై పై సున్న వద్ద ప్రారంభించి మూడు సార్లు ముందుకు దూకాలి. మొదటిసారి 3 ఆడుగులు రెండవసారి 8 ఆడుగులు మరియు మూడవసారి 5 ఆడుగులు చౌప్పున దూకితే చివరకు గాయత్రి సంఖ్యారేఖలై ఎక్కడికి చేరుతుంది? గాయత్రి 16 ఆడుగులని సమాధానం చెప్పింది.

గాయత్రి సమాధానం సరియైనదని నీవు భావిస్తున్నావా? గాయత్రి మార్గమును సంఖ్యా రేఖలై సూచించుము.

సంకలన, వ్యవకలనాల ఆధారంగా ఈ ఆటను నీ మిత్రునితో కలిసి ఆడుము.



అభ్యాసం - 2.1

1. కింది వాక్యాలలో ఏవి సత్యం (T) ఏవి అసత్యం (F) అసత్య వాక్యాలను సరిగా రాయండి.
- పూర్వ సంఖ్య లేని ఒక సహజ సంఖ్య కలదు.
 - '0' కనిష్ట పూర్ణాంకము.
 - పూర్ణాంకాలనీ సహజ సంఖ్యలు.
 - సంఖ్యారేఖపై కుడివైపున గల పూర్ణాంకము దానికి ఎడమవైపున గల పూర్ణాంకం కంటే పెద్దది.
 - సంఖ్యారేఖపై ఎడమవైపున గల పూర్ణాంకము దానికి కుడివైపున గల సంఖ్య కంటే పెద్దది.
 - సంఖ్యారేఖపై కనిష్ట పూర్ణాంకాన్ని సూచించలేదు.
 - సంఖ్యారేఖపై గరిష్ట పూర్ణాంకాన్ని చూపగలము.
2. 27 మరియు 46ల మధ్య ఎన్ని పూర్ణాంకాలుంటాయి?
3. సంఖ్యారేఖను పయాగించి కింది వాటిని కనుగొనండి.
- $6 + 7 + 7$
 - $18 - 9$
 - 5×3
4. కింది జతలలో ఏ పూర్ణాంకం మరొక పూర్ణాంకానికి సంఖ్యారేఖ పై కుడివైపున ఉంటుంది?
- 895; 239
 - 1001; 10001
 - 10015678; 284013
5. కనిష్ట పూర్ణాంకాన్ని సంఖ్యారేఖపై చూపండి.
6. $<$, $>$ లలో సరియైన గుర్తును ఖాళీలలో రాయండి.
- 8 7
 - 5 2
 - 0 1
 - 10 5
7. సంఖ్యారేఖపై 11 యొక్క ఉత్తర సంఖ్యను మరియు 5 యొక్క పూర్వ సంఖ్యను సూచించండి.
- 2.4 పూర్ణాంకాల ధర్మాలు
- పూర్ణాంకాల ధర్మాలు మనకు సంఖ్యలను ఇంకా బాగా అవగాహన చేసుకోవడానికి దోహదపడతాయి. పూర్ణాంకాల ధర్మాలను కొన్నింటిని పరిశీలించాం.
- ప్రమోషనా రెండు పూర్ణాంకాలను తీసుకొని వాటిని కలుపుదాం. మరి వాటి మొత్తం పూర్ణాంకమవుతుందా? మరి కొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరిచూడండి.
- మీరు చేసే కూడికలు ఇలా ఉండాలి :

$$\begin{array}{rcl} 2 & + & 3 \\ 0 & + & 7 \\ 20 & + & 51 \\ 0 & + & 1 \\ 0 & + & 0 \end{array} = \begin{array}{l} 5, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \\ 7, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \\ 71, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \\ 1, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \\ 0, \text{ ఒక పూర్ణాంకం} \end{array}$$

ఇక్కడ, ఏ రెండు పూర్ణాంకాల మొత్తమైనా ఎల్లప్పుడు ఒక పూర్ణాంకమని గమనిస్తాం.

విద్దెనా ఒక జత పూర్ణాంకాల మొత్తం ఒక పూర్ణాంకం కాని జత ఉంటుందా? అటువంటి పూర్ణాంకాల జతలు అసలు ఉండవ అని మనము గమనిస్తాం. కాబట్టి పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనంతో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది. దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో సంవృత ధర్మం అంటారు.

మరి పూర్ణాంకాల సమితి గుణకారంలో కూడా సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందేమో సరిచూడామా? పూర్ణాంకాల గుణకారాలకు ఐదు ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.

మీరు చేసిన గుణకారాలు ఇలా ఉంటాయి.

5	\times	6	$=$	30, ఒక పూర్ణాంకం
11	\times	0	$=$	0, ఒక పూర్ణాంకం
16	\times	5	$=$	80, ఒక పూర్ణాంకం
10	\times	100	$=$	1000, ఒక పూర్ణాంకం
7	\times	16	$=$	112, ఒక పూర్ణాంకం

ఏ రెండు పూర్ణాంకాల లబ్ధమైనా ఒక పూర్ణాంకమేనని తెలుస్తుంది. కాబట్టి, పూర్ణాంకాల సమితి గుణకారంలో సంవృత ధర్మాన్ని కలిగి ఉంటుంది.

కాబట్టి పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనం మరియు గుణకారాలలో సంవృతం ధర్మాన్ని పాటిస్తుందని చెప్పవచ్చు.

అలోచించి, చర్చించి, రాయండి.

- పూర్ణాంకాల సమితి వ్యవకలనంలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? ఉదాహరణలను పరిశీలించి, భాషిలను పూరించండి.

7	$-$	5	$=$	2 ఒక పూర్ణాంకం
5	$-$	7	$=$	- 2 ఒక పూర్ణాంకం కాదు
.....	$-$	$=$
.....	$-$	$=$

వీలైనన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని సరి చూడండి.

- పూర్ణాంకాల సమితి భాగహరంలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? ఈ పట్టికను పరిశీలించండి.

6	\div	3	$=$	2, ఒక పూర్ణాంకం
5	\div	2	$=$	$\frac{5}{2}$ ఒక పూర్ణాంకం కాదు
.....	\div	$=$
.....	\div	$=$

మరి కొన్ని ఉదాహరణలు తీసుకొని నిర్ధారించండి.



సున్న తో భాగహరం

$6 \div 2$ ను కనుగొందాం.

6 ను 2 తో భాగించడం అనగా 6 నుండి 2 ను మళ్ళీ, మళ్ళీ తీసివేయడం.

$$6 - 2 = 4 \quad 1\text{వ సారి}$$

$$4 - 2 = 2 \quad 2\text{వ సారి}$$

$$2 - 2 = 0 \quad 3\text{వ సారి}$$

కావున, $6 \div 2 = 3$

$3 \div 0$ పరిశీలిద్దాం.

ఇక్కడ మనం 0ను మళ్ళీ, మళ్ళీ 3లో నుంచి తీసివేయాలి.

$$3 - 0 = 3$$

$$3 - 0 = 3$$

$$3 - 0 = 3$$

ఈ విధంగా చేస్తూపోతే ఎప్పటికీ అంతం ఉండదు. కావున $3 \div 0$ కి సరైన భాచ్చితమైన ఫలితాన్ని మనం పొందలేము. కనుక సున్నచే భాగహారం నిర్వచింపబడదు.

ఇవి చేయండి

- $12 \div 3$ మరియు $42 \div 7$ లను కనుగొనండి.
- $6 \div 0$ మరియు $9 \div 0$ సమానాలు అవుతాయా?



పూర్ణాంకాల్లో స్థిత్యంతర (వినిమయ) ధర్మం

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

$$2 + 3 = 5 ; \quad 3 + 2 = 5$$

ఐ సందర్భాలలో $2+3$ మరియు $3+2$ సమానం.

రండింటిలో ఒకే విలువ 5 వచ్చింది. అలాగే ఇది చూడండి.

$$7 + 8 = 15 ; \quad 8 + 7 = 15$$

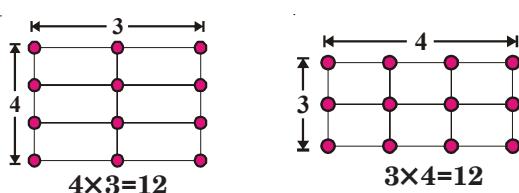
$7+8$ మరియు $8+7$ సమానం. ఇక్కడ కూడా ఫలితం 15 వచ్చింది.

ఇక్కడ, ఒక జత పూర్ణాంకాలను కూడే క్రమం మార్చినప్పటికీ, వాటి మొత్తం ఒకే విధంగా ఉన్నది.

దీనిని మరికొన్ని ఉడాహరణలతో సరిచూడండి. $10+11, 25+10$.

అనగా, రెండు పూర్ణాంకాలను ఏ క్రమంలోనేనా కూడ వచ్చును. కాబట్టి, పూర్ణాంకాల సమితి సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని కల్గి ఉంటుంది. దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మం అంటారు.

క్రింది పటాలను పరిశీలించండి.



ఒక జత పూర్ణాంకాలను క్రమం మార్చి గుణించినా ఒకే లబ్దం వస్తుందని గమనించాం కదా.

దీనినే $6 \times 5, 7 \times 9$ మొట్టం ఉడాహరణలతో ప్రయత్నించి చూడండి.

కాబట్టి, పూర్ణాంకాల సమితి సంకలన, గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని కల్గి ఉంటుంది.

ప్రయత్నించండి

- పూర్ణాంకాలలో వ్యవకలనం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? కొన్ని ఉదాహరణలతో సరి చూడండి.
- పూర్ణాంకాలలో భాగపోరం స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తుందా? కొన్ని ఉదాహరణలతో సరి చూడండి.



సంకలన, గుణకారాలలో సహాయ ధర్మం

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

i. $(3 + 4) + 5 = 7 + 5 = 12$

ii. $3 + (4 + 5) = 3 + 9 = 12$

కావున $(3 + 4) + 5 = 3 + (4 + 5)$

మనం (i) లో మొదట 3, 4లను కూడి, మొత్తానికి 5ని కలిపాం. (ii) లో మొదట 4, 5లను కూడి, మొత్తానికి 3ని కలిపాం. కానీ, రెండింటి మొత్తం ఒకే విధంగా సమానంగా వచ్చింది.

దీనినే పూర్ణాంకాల సంకలనంలో సహాయ ధర్మం అని అంటాం. ఇలాంటివి 10 ఉదాహరణలను రాశుకొని పై ధర్మాన్ని సరిచూడండి. ఫలితాలు సమానంగా ఉన్నట్లు గమనించారా?

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

3×2	
●	●
●	●
●	●

3×2	
●	●
●	●
●	●

3×2	
●	●
●	●
●	●

3×2	
●	●
●	●
●	●

4×3		
●	●	●
●	●	●
●	●	●
●	●	●

4×3		
●	●	●
●	●	●
●	●	●
●	●	●

$4 \times (3 \times 2) = (3 \times 2)$ కు నాలుగు రెట్లు

పటం (a)

$2 \times (4 \times 3) = (4 \times 3)$ కు రెట్లింపు

పటం (b)

పటం (a) మరియు పటం (b)లలోని చుక్కల గడులను లెక్కించండి. ఎంత వచ్చింది. రెండు పటాలలో గడుల సంఖ్య సమానం. పటం (a) లో ప్రతి గదిలో 3×2 గడులున్నాయి. కాబట్టి మొత్తం గడుల సంఖ్య $4 \times (3 \times 2) = 24$.

పటం (b) లో ప్రతి గదిలో 3×4 గడులున్నాయి. కావున మొత్తం గడుల సంఖ్య $2 \times (4 \times 3) = 24$.

కావున, $4 \times (3 \times 2) = 2 \times (4 \times 3)$

గుణకారంలో కూడా ఫలితం ఒకటే అనే తెలుసుకున్నాం. అంటే ఏ క్రమంలో గుణకారం చేసినా ఫలితం ఒకటే.

దీనినే పూర్ణాంకాల గుణకారంలో సహాయర్థర్మాం అని అంటాం.

కావున పూర్ణాంకాలు, సంకలనం మరియు గుణకారం ప్రక్రియల దృష్ట్యా సహాయ ధర్మాన్ని పాటిస్తాయని చెప్పవచ్చు.

జని చేయండి

సరి చూడండి.

i. $(5 \times 6) \times 2 = 5 \times (6 \times 2)$

ii. $(3 \times 7) \times 5 = 3 \times (7 \times 5)$



ఉదాహరణ-1 $196 + 57 + 4$ కనుగొనండి.

$$\begin{aligned}\text{సాధన : } & 196 + (57 + 4) \\& = 196 + (4 + 57) \quad [\text{స్థిత్యంతర ధర్మం}] \\& = (196 + 4) + 57 \quad [\text{సహచర ధర్మం}] \\& = 200 + 57 = 257\end{aligned}$$

ఇక్కడ, స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను కలిపి సంకలనంలో ఉపయోగించాము.

మరి, ఇలా స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల సమస్యల సాధన సులభమవుతుందని మీరు భావిస్తున్నారా?

ఉదాహరణ-2 $5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$ ని కనుగొనండి.

$$\begin{aligned}\text{సాధన : } & 5 \times 9 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \\& = 5 \times 2 \times 9 \times 2 \times 5 \times 3 \quad [\text{స్థిత్యంతర ధర్మం}] \\& = (5 \times 2) \times 9 \times (2 \times 5) \times 3 \quad [\text{సహచర ధర్మం}] \\& = 10 \times 9 \times 10 \times 3 \\& = 90 \times 30 = 2700\end{aligned}$$

ఇక్కడ స్థిత్యంతర సహచర ధర్మాలను కలిపి గుణకారంలో ఉపయోగించాం. మరి, ఇలా స్థిత్యంతర, సహచర ధర్మాలను ఉపయోగించడం వల్ల సమస్యల సాధన సులభమవుతుందని మీరు భావిస్తున్నారా?

ఇవి చేయండి

స్థిత్యంతర, సహచరధర్మాలను ఉపయోగించి క్రింది వానిని సూక్ష్మికరించండి.

i) $319+69+81$

ii) $431+37+69+63$



iii) $2 \times (71 \times 5)$

iv) $50 \times 17 \times 2$

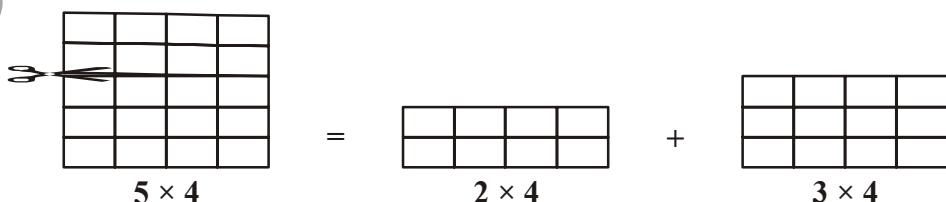
ఆలోచించి, చర్చించి, రాయండి.

$(16 \div 4) \div 2 = 16 \div (4 \div 2)$ అవుతుందా? ఇలాంటివి 5 మాదిరి సమస్యలను దాసి సరిచూడండి.



భాగవోరానికి, వ్యవకలనానికి సహచరధర్మం వర్తిస్తుందేమో సరిచూడండి.

క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.



గళ్ళ కాగితాన్ని కత్తిరించండి. ఇక్కడ, 5×4 గళ్ళకాగితాన్ని 2×4 మరియు 3×4 ఆనే రెండు ముక్కులుగా విభజించడం జరిగింది.

$$\begin{aligned} \text{కావున } 5 \times 4 &= (2 \times 4) + (3 \times 4) \\ &= 8 + 12 = 20 \text{ మరియు } 5 = 2+3 \text{ కావున} \\ \therefore 5 \times 4 &= (2+3) \times 4 \text{ అని చెప్పగలం.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{అదే విధంగా, } (5 + 6) \times 7 &= (5 \times 7) + (6 \times 7) \\ 11 \times 7 &= 35 + 42 = 77 \end{aligned}$$

రెండు సమానమని మనం చూడవచ్చు. దీనినే విభాగ న్యాయము అంటారు.

విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి $2 \times (5+6)$, $5 \times (7+8)$, $19 \times 7 + 19 \times 8$ విలువలను కనుగొనుము.

ఉదాహరణ 3 :

12×75 విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.

$$\begin{aligned} \text{సాధన : } 12 \times 75 &= 12 \times (70 + 5) &= 12 \times (80 - 5) \\ &= (12 \times 70) + (12 \times 5) \text{ (లేదా)} &= (12 \times 80) - (12 \times 5) \\ &= 840 + 60 = 900 &= 960 - 60 = 900 \end{aligned}$$

ఇవి చేయండి

$25 \times 78; 17 \times 26; 49 \times 68 + 32 \times 49$ విభాగ న్యాయాన్ని ఉపయోగించి కనుగొనండి.



తత్త్వమాంశం (సంకలనం, గుణకారం)

నహజ సంఖ్యల సమితిలో '0' లేదు, కానీ పూర్ణాంకాల సమితిలో '0' ఒక ప్రత్యేకమైన సంఖ్య. సంకలనంలో '0'కు ఒక ప్రత్యేకత ఉంది. 7, 5లను కూడితే మనకు 12 అనే సంఖ్య వస్తుంది. రెండు పూర్ణాంకాలను కూడిన ఫలితం కూడా పూర్ణాంకం అవుతుంది. అన్ని సందర్భాలలో ఇది సమ్మతమా? చూద్దాం.

2	+	0	=	2
9	+	0	=	9
0	+	11	=	11
.....	+	25	=	25

ఒక పూర్ణాంకానికి సున్నాను కలిపితే, అదే పూర్ణాంకం వస్తుంది.

సున్నాను పూర్ణాంకాల సంకలనానికి తత్త్వమాంశం లేదా సంకలన తత్త్వమాంశం అంటారు.

గుణకారంలో 1 యొక్క ప్రత్యేకతను క్రింది అమరికలో పరిశీలించండి.

కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

1	\times	9	=	9
6	\times	5	=	30
6	\times	4	=	24
5	\times	1	=	5
11	\times	1	=	11
2	\times	3	=	6

పై పట్టికలో ఒక పూర్ణాంకాన్ని 1 చే గుణిస్తే వచ్చే ఫలితం అదే పూర్ణాంకం అవుతుందని గమనించవచ్చు. 1ని పూర్ణాంకాల గుణకారానికి తత్త్వమాంశం అంటారు. దీనినే గుణకార తత్త్వమాంశం అని కూడా అంటారు.



అభ్యాసం - 2.2

1. ఇచ్చిన సమాచారం ఆధారంగా ఫలితాలను గణించకుండా చెప్పండి.

i.	28	\times	19	=	532	అయితే	19	\times	28	=
ii.	1	\times	47	=	47	అయితే	47	\times	1	=
iii.	a	\times	b	=	c	అయితే	b	\times	a	=
iv.	58	$+$	42	=	100	అయితే	42	$+$	58	=
v.	85	$+$	0	=	85	అయితే	0	$+$	85	=
vi.	a	$+$	b	=	d	అయితే	b	$+$	a	=

2. తగిన విధంగా తిరిగి మార్పుకొని మొత్తాన్ని కనుగొనండి.

i.	$238 + 695 + 162$	ii.	$154 + 197 + 46 + 203$
----	-------------------	-----	------------------------

3. తగిన విధంగా తిరిగి మార్పుకొని లబ్దాన్ని కనుగొనండి.

i.	$25 \times 1963 \times 4$	ii.	$20 \times 255 \times 50 \times 6$
----	---------------------------	-----	------------------------------------

4. కింది వాటి విలువను కనుగొనండి.

i.	$(368 \times 12) + (18 \times 368)$	ii.	$(79 \times 4319) + (4319 \times 11)$
----	-------------------------------------	-----	---------------------------------------

5. తగిన ధర్మాలనుపయోగించి కింది వాటి లబ్దాలను కనుగొనండి.

i.	205×1989	ii.	1991×1005
----	-------------------	-----	--------------------

6. ఒక పాల వ్యాపారి ఉదయం 56 లీటర్ల పాలను, సాయంత్రం 44 లీటర్ల పాలను ఒక వసతి గృహానికి సరఫరా చేస్తాడు. ఒక లీటరు పాల ధర రూ. 30 అయితే, అతనికి ఒక రోజుకు ఎంత డబ్బు వస్తుంది?

7. చందన 12 నోటు పుస్తకాలను, వేణు 10 నోటు పుస్తకాలను కొన్నారు. ఒక నోటు పుస్తకం ధర రూ. 15 అయితే, దుకాణాదారునికి వారు ఎంత డబ్బు ఇవ్వాలి?

8. జత పర్యాము.

- | | | |
|------|--|---------------------------------------|
| i. | $1991+7 = 7+1991$ | [] a. సంకలన తత్త్వమాంశము |
| ii. | $68 \times 50 = 50 \times 68$ | [] b. గుణకార తత్త్వమాంశము |
| iii. | 1 | [] c. సంకలనంలో స్థిత్యంతర ధర్మం |
| iv. | 0 | [] d. సంకలనంపై గుణకారం విభాగ న్యాయము |
| v. | $879 \times (100+30) = 879 \times 100 + 879 \times 30$ | [] e. గుణకారంలో స్థిత్యంతర ధర్మం |

2.4 పూర్ణాంకాలలో అమరికలు

చుక్కలతో సంఖ్యలను ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలుగా అమర్యదానికి ప్రయత్నించాం. చుక్కలను గళ్ళ కాగితం పై రెండు అక్షాలపై సమానదూరంలో ఉంచాలి. (i) రేఖ (ii) దీర్ఘ చతురస్రం (iii) చతురస్రం (iv) త్రిభుజం అనే ఆకారాలను తీసుకొండాం. ప్రతి సంఖ్యను ఈ ఆకారాలలో ఏదో ఒక ఆకారంగా అమర్యదాం. (ఇవి కాకుండా, వేరే ఆకారాన్ని తీసుకోరాదు.)

పూర్ణాంకాలను ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలుగా చుక్కలతో అమర్ఖవచ్చు. క్రింది వాటిని పరిశేలించండి.

- ప్రతి సంఖ్యను చుక్కల రేఖగా చూపవచ్చు.
 - 2 ను ఇలా చూపవచ్చు 
 - 3 ను ఇలా చూపవచ్చు  మొగానవి.
- కొన్ని సంఖ్యలను దీర్ఘచతురప్రాలుగా చూపవచ్చు.
 - 6 సంఖ్యను ఇలా చూపవచ్చు. 
 ఈ దీర్ఘ చతురప్రంలో రెండు అడ్డు వరుసలు, మూడు నిలవు వరుసలు ఉన్నాయని గమనించండి.
- 4 లేదా 9 వంటి కొన్ని చతురప్రాలుగా అమర్ఖవచ్చు.



ఈ విధంగా, ఇంకా ఏ సంఖ్యలను చతురప్రాలుగా అమర్ఖవచ్చు? ఇక్కడ ఒక అమరికను గమనించవచ్చు.

$$4 = 2 \times 2 \text{ ఇది ఒక వర్గ సంఖ్య.}$$

$$9 = 3 \times 3 \text{ ఇది కూడా ఒక వర్గ సంఖ్య.}$$

దీని తర్వాత చతురప్రంగా అమర్ఖ గలిగే సంఖ్య ఏది?

మనం 16 అని సులభంగా చెప్పవచ్చు. $16 = 4 \times 4$. ఇది కూడా ఒక వర్గ సంఖ్య. తర్వాతి 3 సంఖ్యలు చతురప్రంగా అమర్ఖగలిగే వాటిని సూచించండి. చతురప్రాలుగా కానటువంటి దీర్ఘ చతురప్రాలుగా అమర్ఖగలిగే 5 సంఖ్యలను సూచించండి.

- కొన్ని సంఖ్యలను త్రిభుజాలుగా అమర్ఖవచ్చు.



త్రిభుజంలోని రెండు భుజాలు సమానంగా ఉండాలని గమనించండి. క్రింది నుండి ప్రతి వరుసలో చుక్కల సంఖ్య 4, 3, 2, 1గా ఉండాలి. ఎల్లప్పుడూ, పై వరుసలో మాత్రం ఒకటి ఉంటుంది. (బేస్ శీర్షం ఉంది కాబట్టి)

తర్వాత అమర్ఖగలిగే త్రిభుజం ఏది? ఆ తర్వాత ఏది? చెప్పండి.

ఇక్కడ ఏదైనా అమరికను గమనించారా? ప్రతి వరుసలోని చుక్కల సంఖ్యను పరిశేలించండి, అమరిక గురించి ఆలోచించండి.

ఇవుడు, క్రింది పట్టిను పూరించండి.

సంఖ్య	రేఖ	దీర్ఘ చతురప్రం	చతురప్రం	త్రిభుజం
2	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
3	అవును	కాదు	కాదు	కాదు
4	అవును	కాదు	అవును	కాదు
5				
.....				
25				

1 వర్గసంఖ్య అవుతుందా? కాదా? ఎందుకు?

ప్రయత్నించండి

1. ఏ సంఖ్యలను రేఖగా మాత్రమే చూపవచ్చు?
2. ఏవీ సంఖ్యలను దీర్ఘ చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు?
3. ఏవీ సంఖ్యలను చతురస్రాలుగా చూపవచ్చు?
4. ఏవీ సంఖ్యలను త్రిభుజాలుగా చూపవచ్చు?



సంఖ్యల అమరిక

అమరికలు, సమస్యల పరిష్కారానికి సులభతర మార్గాలను సూచిస్తాయి. క్రింది వాటిని పరిశీలించండి.

1. $296 + 9 = 296 + 10 - 1 = 306 - 1 = 305$
2. $296 - 9 = 296 - 10 + 1 = 286 + 1 = 287$
3. $296 + 99 = 296 + 100 - 1 = 396 - 1 = 395$
4. $296 - 99 = 296 - 100 + 1 = 196 + 1 = 197$

మరొక అమరికను చూద్దాం.

1. $65 \times 99 = 65 (100 - 1) = 6500 - 65 = 6435$
2. $65 \times 999 = 65 (1000 - 1) = 65000 - 65 = 64935$
3. $65 \times 9999 = 65 (10000 - 1) = 650000 - 65 = 649935$
4. $65 \times 99999 = 65 (100000 - 1) = 6500000 - 65 = 6499935$ మొ॥ నవి.

ఇక్కడ, ఒక సంఖ్యను 9, 99, 999, ... రూపంలో నున్న సంఖ్యతో సులభ విధానంలో గుణించడాన్ని గమనించవచ్చు. ఇలాంటి సులభ మార్గాలు మనోగణత సమస్యలను సాధించే సామర్థ్యాన్ని పెంచుతాయి.

కింది అమరికను పరిశీలించండి. ఇది ఒక సంఖ్యను 5, 15, 25 ... లతో గుణించే మార్గాన్ని సూచిస్తుంది. (దీనిని ఇంకా ముందుకు విస్తరించడానికి అల్సోచించండి).

- a. $46 \times 5 = 46 \times \frac{10}{2} = \frac{460}{2} = 230 = 230 \times 1$
- b. $46 \times 15 = 46 \times (10 + 5)$
 $= 46 \times 10 + 46 \times 5 = 460 + 230 = 690 = 230 \times 3$
- c. $46 \times 25 = 46 \times (20 + 5)$
 $= 46 \times 20 + 46 \times 5 = 920 + 230 = 1150 = 230 \times 5 \dots\dots$



అభ్యాసము - 2.3

1. కింది అమరికను పరిశీలించండి.

$$1 \times 8 + 1 = 9$$

$$12 \times 8 + 2 = 98$$

$$123 \times 8 + 3 = 987$$

$$1234 \times 8 + 4 = 9876$$

$$12345 \times 8 + 5 = 98765$$



తర్వాత వచ్చే నాలుగు సోపానాలు రాయండి. ఈ అమరిక తర్వాత సంఖ్యలకు ఎలా వస్తుందో చెప్పగలరా?

2. క్రింది అమరికను పరిశేఖించండి.

$$91 \times 11 \times 1 = 1001$$

$$91 \times 11 \times 2 = 2002$$

$$91 \times 11 \times 3 = 3003$$

తర్వాత వచ్చే ఏడు సోపానాలు రాయండి. ఫలితం సరియైనదేనేమో సరి చూడండి.

$143 \times 7 \times 1, 143 \times 7 \times 2 \dots$ వంటి అమరికల ఫలితాలకు ప్రయత్నించండి.

3. $13680347, 35702369, 25692359$ సంఖ్యలను 9 తో గుణించి, ఎటువంటి అమరిక వస్తుందో పరిశేఖించండి.

మనం నేర్చుకున్నది

1. లెక్కించడానికి ఉపయోగించే సంఖ్యలైన $1, 2, 3 \dots$ సంఖ్యలను సహజ సంఖ్యలు అంటారు.
2. ప్రతి సహజ సంఖ్యకు ఉత్తర సంఖ్య ఉంది. కానీ 1 తప్ప మిగిలిన సహజ సంఖ్యలకు పూర్వ సంఖ్యలుంటాయి.
3. సహజ సంఖ్యల సమితికి సున్నాను చేర్చితే, పూర్ణాంకాల సమితి $W = \{0, 1, 2, \dots\}$
4. ప్రతి పూర్ణాంకానికి ఉత్తర సంఖ్య ఉంది. కానీ 0 కి తప్ప మిగిలిన పూర్ణాంకాలన్నిటికి పూర్వ సంఖ్యలుంటాయి.
5. సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్ణాంకాలవుతాయి కానీ పూర్ణాంకాలలో సున్న తప్ప మిగిలినవన్నీ సహజ సంఖ్యలే.
6. సంఖ్యారేఖపై పూర్ణాంకాలను సూచించవచ్చు. సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకార ప్రక్రియలను సంఖ్యారేఖపై సులభంగా చేయవచ్చు.
7. సంఖ్యారేఖపై సంకలనం చేయడానికి కుడి వైపుకు కదిలితే, వ్యవకలనం చేయడానికి ఎడమవైపుకు కదులుతాం. గుణకారం చేయడానికి సున్నా నుండి సమాన దూరాలలో కుడివైపుకు కదులుతాం.
8. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి. కానీ వ్యవలకన, భాగహరాలలో సంవృత ధర్మాన్ని పాటించవ.
9. సున్నాతో భాగహరం నిర్మచింపబడదు.
10. పూర్ణాంకాలలో సంకలన తత్పమాంశం సున్న మరియు గుణకార తత్పమాంశం ఒకటి.
11. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో స్థిత్యంతర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
12. పూర్ణాంకాలు సంకలన, గుణకారాలలో సహచర ధర్మాన్ని పాటిస్తాయి.
13. పూర్ణాంకాలలో సంకలనం మిద గుణకారం విభాగ న్యాయాన్ని కల్గి ఉంటుంది.
14. పూర్ణాంకాల స్థిత్యంతర, సహచర, విభాగ న్యాయాలు సంఖ్యలను సులభంగా గణించడానికి ఉపయోగపడతాయి. మనకు తెలియకుండానే గణనలో వాటిని ఉపయోగిస్తాం.
15. సంఖ్యల అమరికలు ఆసక్తికరంగా ఉండడమే కాకుండా, రాత సమయాలకు ఉపయోగపడ్డాయి. అలాగే సంఖ్య ధర్మాలను ఇంకా బాగా అర్థం చేసుకోవడానికి దోహదపడ్డాయి.

సంఖ్యలతో ఆడుకొండాం

3.1 పరిచయం

హసిని తన పుట్టినరోజు సందర్భంగా తన తోటి విద్యార్థులకు చాక్లెట్లును పంచాలని అనుకొన్నది. ఆమె తండ్రి 125 చాక్లెట్లు ఉన్న బాక్సును తీసుకొని వచ్చారు. ఆమె తరగతిలో 25 మంది విద్యార్థులున్నారు.

హసిని తన సహాచర విద్యార్థులందరికి సమాన సంఖ్యలో చాక్లెట్లు వచ్చే విధంగా పంపిణీ చేయాలని అనుకొన్నది. మొదటగా ప్రతీ విద్యార్థికి రెండేసి చొప్పున చాక్లెట్లును పంచుదామని అనుకొన్నది. కానీ రెండేసి చాక్లెట్లు చొప్పున పంచితే కొన్ని చాక్లెట్లు మిగిలినవి. అందుచే ఈసారి ప్రతీ విద్యార్థికి మూడేసి చాక్లెట్ చొప్పున పంచితే ఈ సందర్భంలో కూడా కొన్ని చాక్లెట్లు మిగలడం గమనించింది. చివరగా ప్రతి విద్యార్థికి 5 చాక్లెట్లు చొప్పున పంచిన సందర్భంలో చాక్లెట్లు మిగలలేదు.

అయితే హసిని ఒక్కొక్క విద్యార్థికి ఎన్ని సమాన చాక్లెట్లు ఇవ్వాలో ముందుగానే నేరుగా సమాధానం కనుగొనే అవకాశం ఉండా? ఆలోచించండి. $125 \div 25$ చేస్తే మనకు కావలసిన సరియైన సమాధానం లభిస్తుంది. కానీ ఒక సంఖ్యను ఇచ్చిన సంఖ్యతో భాగించుటకు సమయాను చేయకుండానే నిశ్చేషంగా భాగింప బడిందా, లేదా అని తెలుసుకొనడానికి కింది తరగతులలో ఒక సంఖ్య భాగింపబడడానికి కావలసిన నియమాలను ‘భాజనీయతా సూత్రాలు’గా నేర్చుకొన్నారు. ఈ పార్యాంశములో $2, 3, 5, 6, 9$ మరియు 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను జ్ఞాపికి తెచ్చుకొండాం. మరియు ఈ తరగతిలో $4, 8$ మరియు 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను అమరికలను ఉపయోగించి నేర్చుకొంటాం.

3.2 భాజనీయతా సూత్రం

29 సంఖ్యను తీసుకొండాం. 29 ను 4 చే భాగిస్తే మనకు 7 భాగఫలంగా, 1 శేషంగా వస్తుంది. 29, 4 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందని మీరు చెప్పగలరా? ఎందువలన?

24 ను 4 చే భాగించి భాగఫలం మరియు శేషంను తెల్పుండి.

24, 4 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడినదా? ఎందుచేత?

ఒక సంఖ్య, మరో సంఖ్యచే భాగింపబడినప్పుడు శేషం ‘0’ అయితే ఆ సంఖ్య నిశ్చేషంగా భాగింపబడిందని అంటాం.

ఒక సంఖ్య మరో సంఖ్యచే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? లేదా? అని పరిశీలించడానికి మనము ఉపయోగించే విధానంను “భాజనీయతా సూత్రం” అంటాం.

కింది తరగతులలో మనము నేర్చుకొన్న భాజనీయతా సూత్రాలను పునఃశ్వరణ చేసుకొండాం.



3.2.1 2 యొక్క భాజనీయతా సూట్రం :

ఇచ్చట ఇవ్వబడిన సంభ్యా పట్టికను చూడండి

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2 యొక్క గుణిజములన్నింటినీ కొట్టివేయండి. మీరు కొట్టివేసిన సంఖ్యలలో ఏదైనా ఒక అపరికను గమనించారా? మీరు జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే 2 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలలో ఒకట్ల స్థానములోని అంకి 0,2,4,6 లేదా 8 గా ఉంటుంది.

ఒక సంఖ్య ఒకట్ల స్వానంలోని అంకాలలో ఆంకాల కొరకు అంకాల విభజనానికి ప్రశ్నలు ఉన్నాయి.

ಇವಿ ಚೆಯಂಡಿ

~~953,9534, 900, 452 నంబ్లులు 2 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయా? మీ నమూదానంసు భాగవోరపడతి ద్వారా సరిచూడండి.~~



3.2.2 3 ಯೊಕ್ಕ ಭಾಜನೀಯತಾ ಸೂತ್ರಂ

ఇప్పుడు 3 యొక్క గుణిజాలను వృత్తాలతో చూపండి. మీరు 21,27,36,54 మొదలగు సంఖ్యలను వృత్తాలతో చూపుతారు. ఈ విధంగా చూపబడిన సంఖ్యలలో మీరు ఏదైనా ప్రత్యేక అమరికను ఒకట్ల స్థానములోని అంకెలు కలిగి ఉండటము గమనించారా? లేదు! ఒకట్లస్థానంలో (ఒకే అంకె) గల సంఖ్యలన్నీయూ 3 చే భాగింపబడవచ్చు, లేకపోవచ్చు. ఉండటకు 27 మరియు 37 సంఖ్యలలో ఒకట్లస్థానములో ఒకే అంకె 7 ను కల్గియున్నాయి. 27, 3 చే భాగింపబడుతుంది. 37,3 చే భాగింపబడదు.

21, 36, 54, 63, 72, 117 సంఖ్యలలోని అంకాల మొత్తంను కూడండి.

2 + 1 = 3

$5 + 4 =$

$7 + 2 =$

$3 + 6 =$

$6 + 3 =$

$$1 + 1 + 7 =$$

పై మొత్తాలన్నీయూ 3వే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుచున్నవి.

అందుచే ఒక సంఖ్యలోనీ అంకెల మొత్తం, 3 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 3 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడును. మింత వ్యతాలలో చూపిన సంఖ్యలను ఈ నియమంతో సరిచూడండి

ఇని చేయండి

1. ఈ క్రింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలు 3చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయా? భాగింపకుండానే పరిశీలించి తెలుపండి.

i) 45986 ii) 36129 iii) 7874



3.2.3 6 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్య పట్టికలో 6 యొక్క గుణిజాలను (\times) గుర్తుతో చూపండి.

ఆ సంఖ్యలలో ఏదైనా ప్రత్యేకతను గమనించారా?

అప్పును, అన్ని సంఖ్యలూ 2 మరియు 3 లచే నిశ్చేషంగా భాగింపబడ్డాయి.

“2, 3లచే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలన్నీ 6 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయి”.

ప్రయత్నించండి

1. 7224, 6చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎలా?
2. 6 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే ఏవేని నాగ్గంకెల సంఖ్యలకు రెండు ఉధారణలివ్వండి.
3. 6 చే భాగింపబడి, 2 మరియు 3లచే భాగింపబడని ఏదైనా సంఖ్య కలదా? ఎందుకు?



3.2.4 9 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

సంఖ్య పట్టికలో 9 యొక్క గుణిజాలను (\square) గుర్తుతో చూపండి. ఈ సంఖ్యలలో ఏదైనా ప్రత్యేక అమరికను గమనించారా! (సూచన : అంకెల మొత్తం)

9 యొక్క గుణిజాలలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది. ఉధారణకు 81 ను పరిశీలిస్తే 81 లో అంకెల మొత్తం $8+1 = 9$, అదే విధంగా $99\text{లో } 9+9 = 18$, 9 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

“ఒక సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తం 9 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 9 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.”

ఇని చేయండి

1. 9846, 9 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.
2. భాగహరం చేయకుండానే 8998794, 9 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా?
3. 786, 3 మరియు 9ల చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.

3.2.5 5 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

20,25,30,35,40,45,50 సంఖ్యలన్నియుా 5 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయా?

53, 5 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎందుచేత?

ఒకట్ల స్థానములో 0 లేదా 5 గల సంఖ్యలన్నియుా 5 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయని మీరు చెప్పగలరా? 5785, 6021, 1000, 101010, 9005 సంఖ్యలను తీసుకొని 5 చే భాగింపబడే సంఖ్యలను ఊహించండి. అలాగే భాగహర పద్ధతి ద్వారా మీ సమాధానంను సరిచూడండి.

3.2.6 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

10 యొక్క గుణిజాలన్నింటిని సంఖ్య పట్టికలో '✓' గుర్తుతో సూచించండి.

మీరు ఏమి గమనించారు?

1. సంఖ్యలన్నియూ ఒకట్లస్తానంలో '0' ను కళ్లియున్నవి.
2. సంఖ్యలన్నియూ 2 మరియు 5 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడినవి.



అభ్యాసం 3.1

1. ఈ క్రింద ఇప్పబడిన సంఖ్యలలో 2,3 మరియు 6 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలేవి?

(i) 321729 (ii) 197232 (iii) 972132 (iv) 1790184
 (v) 312792 (vi) 800552 (vii) 4335 (viii) 726352
2. ఈ క్రింద ఇప్పబడిన సంఖ్యలలో 5 మరియు 10 లచే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలను గుర్తించండి.
 25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880
 10 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంఖ్యలన్నియూ 2 మరియు 5 లచే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయో, లేదో పరీక్షించండి.
3. ఈ క్రింద ఇప్పబడిన పట్టికను 3 మరియు 9 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను పయోగించి పూరించండి.

సంఖ్య	సంఖ్యలలోని అంకెల మొత్తం	భాగించే సంఖ్య	
		3	9
72		
197		
4689		
79875		
988974	$9 + 8 + 8 + 9 + 7 + 4 = 45$	అవును	అవును

4. 1,9, 8 అంకెలను ఒకసారి మాత్రమే ఉపయోగిస్తూ రాయగల మూడంకెల సంఖ్యలను రాయండి, ఈ సంఖ్యలు 9 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయో లేదో పరిశీలించండి.
5. 2,3,5,6,9 అంకెలలో 12345ను నిశ్చేషంగా భాగించే వాటిని రాయండి?
 12345 ను వెనుక నుండి వరుస క్రమంలో రాయగా ఏర్పడిన సంఖ్యను 2,3,5,6,9 లలో ఏవి నిశ్చేషంగా భాగిస్తాయో తెలుపండి.
6. 3,4,5 అంకెలను పయోగించి రాయవీలగు రెండంకెల సంఖ్యలను రాయండి, ఆ సంఖ్యలు 2,3,5,6 మరియు 9 లచే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయో, లేదో పరిశీలించండి.
7. ఈ క్రింద ఇప్పబడిన సంఖ్యలలో భాలీ ఫలంలో నింపబడే అంకెతో ఏర్పడిన సంఖ్య 3 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడేటట్లు గరిష్ట లేదా కనిష్ట విలువ కల్గిన అంకెతో పూరించండి.

(i) _____ 6724 (ii) _____ 4765 _____ 2 (iii) _____ 7221 _____ 5
8. 123 నకు ఏ కనిష్ట సంఖ్యను కూడితే ఏర్పడిన సంఖ్య 5 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది?
9. 256 నుండి ఏ కనిష్ట సంఖ్యను తీసివేస్తే వచ్చిన సంఖ్య 10 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది?

3.3 కారణంకాలు

ప్రస్తుత పార్శ్వం శంలో 2, 3, 5, 6, 9, 10 సంఖ్యల భాజనీయత సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. ఇప్పుడు ‘కారణంక భావన’ను నేర్చుకొందాం.

దేవి వద్ద 6 నాణాలున్నవి. వాటిని వరుసలలో, ప్రతీ వరుసలోను సమాన సంఖ్యలో నాణాలు ఉండే విధంగా అమర్చాలని అనుకొంది. 6 నాణాలను దేవి అనేక విధాలుగా అమర్చింది. వాటిని పరిశీలించాం.

సందర్భం 1 : ప్రతి నిలువు వరుసలో ఒక నాణము ఉండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 6

మొత్తం నాణాలు = $1 \times 6 = 6$



సందర్భం 2 : ప్రతి నిలువు వరుసలో రెండేసి నాణాలుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 3

మొత్తం నాణాలు = $2 \times 3 = 6$



సందర్భం 3 : ప్రతి నిలువు వరుసలో మూడేసి నాణములుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 2

మొత్తం నాణాలు = $3 \times 2 = 6$



సందర్భం 4 : ప్రతి నిలువు వరుసలో 6 నాణములుండే విధంగా అమరిస్తే

నిలువు వరుసల సంఖ్య = 1

మొత్తం నాణాలు = $6 \times 1 = 6$



పైన పేర్కొన్న సందర్భాలలో మాత్రమే 6 నాణాలను అమర్చగలం.

ఈ అమరికల వలన 6ను రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా $6 = 1 \times 6, 6 = 2 \times 3, 6 = 6 \times 1$ గా ప్రాయవచ్చని దేవి గమనించింది.

$6 = 2 \times 3$ నుండి 2 మరియు 3 లు 6 ను నిశ్చేషంగా భాగిస్తాయని చెప్పగలం. అందుచే 2, 3లను 6కు కారణంకాలుగా చెప్పవచ్చు. $6 = 1 \times 6$ నుండి 6 మరియు 1లను 6 యొక్క కారణంకాలుగా చెప్పవచ్చు.

1, 2, 3, 6 మాత్రమే 6 యొక్క కారణంకాలు.

“ఒక సంఖ్యను నిశ్చేషంగా భాగించే మరో సంఖ్యను ఆ సంఖ్య యొక్క కారణంకం” అంటారు.

మరో విధంగా చెప్పాలి అంటే ఒక సంఖ్యను నిశ్చేషంగా భాగించే సంఖ్యలను ఆ సంఖ్య కారణంకాలుగా చెప్పవచ్చు. ఇచ్చట, 1, 2, 3, 6, లు 6 యొక్క కారణంకాలు. అదే విధంగా 1, 19లు 19 యొక్క కారణంకాలు. 5, 16 యొక్క కారణంకం కాదు. ఎందుచేత? ఈ కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

సంఖ్య	కారణంకాలు
12	1, 2, 3, 4, 6, 12
18	1, 2, 3, 6, 9, 18
20	1, 2, 4, 5, 10, 20
24	1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

పై పట్టికను గమనిస్తే మనం ఈ కింది అంశాలను గమనించవచ్చు.

(i) ప్రతీ సంఖ్యకు ‘1’ కారణంకం ఇది సంఖ్య యొక్క కారణంకంలన్నింటిలోనూ చిన్నది.

- (ii) ప్రతీ సంఖ్య దానికదే కారణంకం ఇది ఆ సంఖ్య యొక్క కారణంకములన్నింటిలో పెద్దది.
- (iii) ప్రతీ కారణంకం ఆ సంఖ్యకు సమానం లేదా ఆ సంఖ్య కంటే చిన్నది.
- (iv) ప్రతీ సంఖ్యకు గల కారణంకాలు పరిమితం. (లెక్కించదగ్గవి).

ఇవి చేయండి

- (i) 80 యొక్క కారణంకాలు రాయండి?
- (ii) ఒక సంఖ్య యొక్క కారణంకాలన్నీ ఆ సంఖ్యను నిశ్చేషంగా భాగిస్తాయా? 28 యొక్క కారణంకాలను కనుగొనండి? భాగాహార పద్ధతి ద్వారా సరి చూడండి.
- (iii) 15, 24 యొక్క కారణంకం 3. ఈ సంఖ్యల భేదానికి కూడా 3 కారణంకం అవుతుందా?



3.4 ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలు

కింది పట్టికలో సంఖ్యలు, వాటి కారణంకాలు ఇవ్వబడ్డాయి. అలాగే ఒక సంఖ్యకు ఎన్ని కారణంకాలన్నాయా తెలిపే సంఖ్య కూడా ఇవ్వబడింది. పరిశీలించండి.

సంఖ్య	కారణంకం	కారణంకాల సంఖ్య
1	1	1
2	1, 2	2*
3	1, 3	2*
4	1, 2, 4	3
5	1, 5	2*
6	1, 2, 3, 6	4
7	1, 7	2*

పై పట్టికలో ఏమే సంఖ్యలు కేవలం రెండు కారణంకాలను మాత్రమే కల్గియున్నాయి.

2, 3, 5, 7 సంఖ్యలు కేవలం రెండు కారణంకాలను మాత్రమే కల్గియున్నాయి. (* గుర్తుతో చూపబడినవి).

1 మరియు అదే సంఖ్య వీటికి కారణంకాలు.

1 మరియు అదే సంఖ్య కారణంకాలగా గల్గిన సంఖ్యలను “ప్రధాన సంఖ్యలు” అంటారు.

ఏ సంఖ్యలు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణంకాలు కల్గియున్నవి? 4, 6 ... మొదలగు సంఖ్యలు రెండు కంటే ఎక్కువ కారణంకాలు కల్గియున్నవి. వీటిని ‘సంయుక్త సంఖ్యలు’ అంటారు.

10 కంటే పెద్దవైన 5 సంయుక్త సంఖ్యలను తెల్పండి?

ఒకే ఒక కారణంకం కల్గిన సంఖ్య ఏది?

‘1’ కేవలము ఒకే ఒక కారణంకం కల్గియుంది. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు.

ప్రయత్నించండి

1. కనిప్పు ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
2. కనిప్పు సంయుక్త సంఖ్య ఏది?
3. కనిప్పు బేసి సంయుక్త సంఖ్య ఏది?
4. సరిసంయుక్త సంఖ్యలు, బేసి సంయుక్త సంఖ్యలను అయిదేసి చొప్పున రాయండి.
5. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు. కారణాలు తెలువండి?



కారణాంకాలను కనుగొనకుండా 1 నుండి 100 వరకు గల ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనేందుకు ఒక సులభమైన విధానం ఉంది. దీనిని “ఎరటోస్టేన్స్” అను గణిత శాస్త్రవేత్త, క్రీస్తు పూర్వం 3వ శతాబ్దంలో కనుగొన్నారు.

ఈ పద్ధతిని పరిశీలిద్దాం. 1 నుండి 100 వరకు గల సంఖ్యలను రాయండి.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

సోపానం 1 : 1 ప్రధాన సంఖ్య మరియు సంయుక్త సంఖ్య కాదు కనుక 1 ను \times గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 2 : 2ను వృత్తంతో సూచించి, 2 యొక్క గుణిజములను (\times) గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 3 : 3ను వృత్తంలో సూచించి, 3 యొక్క గుణిజాలను (\times) గుర్తుతో సూచించండి.

సోపానం 4 : 5ను వృత్తంతో సూచించి, 5 యొక్క గుణిజాలను (\times) గుర్తుతో సూచించండి. ఒకవేళ ఇప్పటికే (\times)తో సూచించి ఉంటే ఆ సంఖ్యను వదిలివేయండి.

సోపానం 5 : ఈ విధానంను ఆన్ని సంఖ్యలకూ వర్తింపజేస్తూ పూర్తి చేయండి.

వృత్తంలో ఉన్న సంఖ్యలన్నీ ప్రధాన సంఖ్యలు ‘1’ కాకుండా (\times) గుర్తుతో చూపబడిన సంఖ్యలు సంయుక్త సంఖ్యలు.

ప్రయత్నించండి



1. రెండంకల ఒక ప్రధాన సంఖ్యను తెప్పి రాయగా వచ్చిన సంఖ్య కూడా ప్రధాన సంఖ్య అవుతుందా! జీహించండి. (గమనిక : 2 అంకెల సంఖ్యలను తీసుకొని పరిశీలించండి, కారణాలను చర్చించండి).
2. 311 ప్రధాన సంఖ్య. దీనిలో అంకెలను తారు మారు చేసి మరో రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను కనుగొనండి.

3.4.1 పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు

3 మరియు 8 లను పరిశీలించండి.

3 యొక్క కారణాంకాలు 1 మరియు 3

8 యొక్క కారణాంకాలు 1, 2, 4 మరియు 8

3 మరియు 8 యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం ‘1’ మాత్రమే.

‘1’ మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా గల సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. రెండు జతల సాపేక్ష లేదా పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి. వాటి యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకం తెలుపండి.

ఉదాహరణ 1: రెండు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు 4 మరియు 5లను తీసుకోండి.

ఈ రెండు సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలేనా?

సాధన : లేదు, 4 ప్రధాన సంఖ్య కాదు. 5 మాత్రమే ప్రధాన సంఖ్య.

అందువే “అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు. కానీ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలలోని అన్ని సంఖ్యలు ప్రధాన సంఖ్యలు కావు”

కవల ప్రధాన సంఖ్యలు

2 భేదంగా గల ప్రధాన సంఖ్యలను కవల ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. ఉదాహరణకు : (3,5) ; (5,7) ; (11,13) ; (41,43) మొదలగునవి.

కవల ప్రధాన సంఖ్యలన్నీ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలవుతాయా. ఇవి మీ మిత్రులతో చర్చించండి.

ఇవి చేయండి



ఈ క్రింద ఇయ్యబడిన సంఖ్యలలో వివిధ సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యల జతలను గుర్తించండి.

2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 మరియు 10



అభ్యాసము 3.2

- ఈ కింద ఇవ్వబడిన సంఖ్యలకు కారణంకాలన్నింటిని రాయండి.
 - 36
 - 23
 - 96
 - 115
- ఈ కింది వాటిలో సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలేవి?
 - 18 మరియు 35
 - 216 మరియు 215
 - 30 మరియు 415
 - 17 మరియు 68
- 1 మరియు 20 మధ్యలోనున్న గరిష్ట ప్రధాన సంఖ్య ఏది?
- 10 మరియు 30 మధ్యలో నున్న ప్రధాన మరియు సంయుక్త సంఖ్యలను తెల్పండి.
- 17 మరియు 71 ప్రధాన సంఖ్యలు. రెండు సంఖ్యలు ఒకే అంకెలైన 1 మరియు 7లను కల్గియున్నవి.
1 మరియు 100ల మధ్య నున్న ఈ విధమైన మరో రెండు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను తెల్పండి.
- 20 కంటే తక్కువగా ఉన్న మూడు జతల కవల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి.
- రెండు ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధము 35 అయిన ఆ సంఖ్యలేవి?
- 36ను రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా తెల్పండి.
- 100 లోపుగల 7 వరుస సంయుక్త సంఖ్యలను రాయండి.
- 53ను మూడు బేసి ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా రాయండి.
- వ్యత్యాసం 10గా గల రెండు ప్రధాన సంఖ్యలను తెల్పండి?
- 20 కంటే తక్కువగా ఉండి వాటి మొత్తం 5 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే విధంగా ఉన్న మూడు జతల ప్రధాన సంఖ్యలను రాయండి?

3.5 ప్రధాన కారణాంక విభజన

ఏ సంఖ్యనైనా అయిన దాని కారణాంకాల లబ్దంగా రాస్తే ఆ “సంఖ్య యొక్క కారణాంక విభజన జరిగింది” అని అంటారు. సంఖ్య యొక్క కారణాంకాలు కనుగొనే ప్రక్రియను “కారణాంక విభజన” అంటారు.

ఒక సంఖ్య యొక్క కారణాంక విభజన అనేక విధాలుగా చేయవచ్చు. ఉదాహరణకు 24ను ఈ కింది విధంగా కారణాంకాల లబ్దంగా రాయవచ్చు.

$$(i) \quad 24 = 1 \times 24$$

$$(ii) \quad 24 = 2 \times 12$$

$$(iii) \quad 24 = 3 \times 8$$

$$(iv) \quad 24 = 4 \times 6$$

$$(v) \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

(ii), (iii) లబ్దములలో ఒక కారణాంకం ప్రధాన సంఖ్య, మరొకటి సంయుక్త సంఖ్య. (iv) కారణాంకాల లబ్దంలో రెండు కారణాంకాలు సంయుక్త సంఖ్యలు అదే విధంగా (v) కారణాంకాల లబ్దంలో అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలు.

(i) కారణాంకాల లబ్దంలో ఒకటి సంయుక్త సంఖ్య.

(v) కారణాంకాల లబ్దంలో అన్ని కారణాంకాలు ప్రధాన సంఖ్యలు కనుక ఈ పద్ధతిని “ప్రధాన కారణాంక విభజన” అంటారు.

ప్రధాన కారణాంక విభజనలోని కారణాంకాలను మరలా కారణాంక లబ్దంగా విభజనను చేయలేము.

3.5.1 ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి

1. భాగహోర పద్ధతి : 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతిలో సోపానాలు ఈ కింది విధంగా ఉన్నాయి.
కారణాంక విభజన చేయాల్సిన సంఖ్యను కనిష్ట ప్రధాన కారణాంకంపే భాగహోరము చేయాలి.
ఫలితము 1 వచ్చేంత వరకు వివిధ ప్రధాన సంఖ్యలతో వరుసగా భాగహోరములను కొనసాగించాలి.
 $42 = 2 \times 3 \times 7$
2. వృక్ష పద్ధతి : 60 యొక్క కారణాంకాలను ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతిలో ‘కారణాంక వృక్షము’ను గియడం ద్వారా చేయవచ్చు.

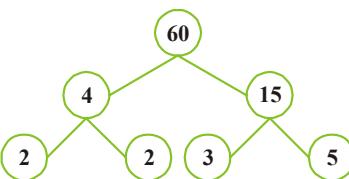
ఈ పద్ధతిలో సోపానములు :

సోపానం 1 : 60ను రెండు సంఖ్యల లబ్దంగా రాయండి.

సోపానం 2 : 4 మరియు 15 ల యొక్క కారణాంక విభజన చేయాలి. ఎందుకంటే 4 మరియు 15లు సంయుక్త సంఖ్యలు.

సోపానం 3 : అన్ని కారణాంకాలు కూడా ప్రధాన సంఖ్యలే వచ్చేంత వరకు ఈ పద్ధతిని కొనసాగించాలి.

$$60 \text{ యొక్క ప్రధాన కారణాంక విభజన } 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$



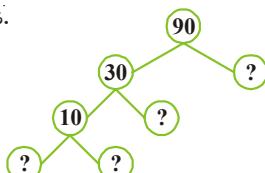
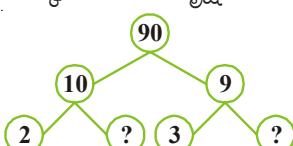
ఇవి చేయండి

1. భాగహోర పద్ధతిను పయోగించి 28 మరియు 36 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొనండి.
2. కారణాంక వృక్షము ద్వారా 42 యొక్క ప్రధాన కారణాంకాలను కనుగొనండి.



అభ్యాసం 3.3

1. 90 యొక్క కారణాంక వృక్షము లోపించిన సంఖ్యలను రాయండి.



- భాగపోర పద్ధతిలో 84ను ప్రథాన కారణంకాల లబ్ధంగా తెల్పండి?
- నాలుగు అంకెల గరిష్ట సంఖ్యను రాసి, దానిని ప్రథాన కారణంకాల లబ్ధంగా ప్రాయండి.
- నేను నాలుగు విభిన్న ప్రథాన సంఖ్యలను గుణిస్తే వచ్చే కనిష్ట సంఖ్యను. నేనెవరిని? ఎలాగో తెల్పండి?

3.6 సామాన్య కారణంకాలు

ఈ కింది పట్టికను పరిశీలించండి.

సంఖ్య	12	18
కారణంకాలు	1, 2, 3, 4, 6, 12	1, 2, 3, 6, 9, 18

12, 18 యొక్క సామాన్య కారణంకాలు 1, 2, 3, 6 (ఇవి కాకుండా రెండింటికి ఇతర కారణంకాలు ఏవైనా ఉన్నాయా? పట్టికలో పరిశీలించండి).

ఇచ్చిన సంఖ్యల కారణంకాలలో ఉమ్మడిగా ఉన్న కారణంకాలను ఆ రెండు సంఖ్యల “సామాన్య కారణంకాలు” అంటారు.

20 మరియు 24 యొక్క సామాన్య కారణంకాలను తెలుపండి.

3.6.1 గరిష్ట సామాన్య కారణంకం : (గ.సా.కా)

పై పట్టిక నుండి 12 మరియు 18 యొక్క సామాన్య కారణంకాలు 1, 2, 3, 6, మరియు ఈ కారణంకాలలో గరిష్ట కారణంకం ఏది? 6 కదా! అందుచే 12, 18 యొక్క గరిష్ట సామాన్య కారణంకం 6.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క సామాన్య కారణంకాలలో గరిష్ట సంఖ్యను గరిష్ట సామాన్య కారణంకం (గ.సా.కా) లేదా గరిష్ట సామాన్య భాజకము (గ.సా.భా) అంటారు.

3.6.2 గ.సా.కాను కనుగొనే పద్ధతి

1. ప్రథాన కారణంక విభజన పద్ధతి

12, 30, 36 సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా ను ప్రథాన కారణంక విభజన పద్ధతి ద్వారా కనుగొనవచ్చు.

$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 12 \\ \hline 2 & 6 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline 1 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 2 & 30 \\ \hline 3 & 15 \\ \hline 5 & 5 \\ \hline 1 & \\ \hline \end{array}$	$\begin{array}{ c c } \hline 3 & 36 \\ \hline 3 & 12 \\ \hline 2 & 4 \\ \hline 2 & 2 \\ \hline 1 & \\ \hline \end{array}$
కనుక $12 = 2 \times 3 \times 2$ $30 = 2 \times 3 \times 5$ $36 = 2 \times 3 \times 2 \times 3$		

12, 30, 36 ల యొక్క సామాన్య కారణంకం $= 2 \times 3 = 6$

అందుచే 12, 30, 36 ల యొక్క గరిష్ట సామాన్య కారణంకం (గ.సా.కా) $= 6$

ఇవి చేయండి

12, 16 మరియు 28 యొక్క గ.సా.కా ను కనుగొనండి.



2. భాగవోర పద్ధతి ద్వారా గ.సా.కా ను కనుగొనుట.

ఈ పద్ధతిని గ్రీకు గణిత శాస్త్రవేత్త 'యూక్లిడ్' కనుగొన్నారు. ఇచ్చిన సంఖ్యలలోని పెద్ద సంఖ్యను, చిన్న సంఖ్యచే భాగించాలి. వచ్చిన శేషంతో మొదటి విభాజకంను భాగించాలి. రెండవ శేషంతో రెండవ విభాజకాన్ని భాగించాలి.

ఈ విధంగా శేషం 0 వచ్చేంత వరకు భాగవోరం చేయాలి. చివరి విభాజకంను గరిష్ట సామాన్య కారణంకంగా పరిగణిస్తారు.

ఉదాహరణ 2 : 56 మరియు 64 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనుటు.

సాధన : $56) \underline{64} (1$

$\underline{-56}$

$\underline{8}$

చివరి విభాజకం $8) \underline{56} (7$

$\underline{-56}$

శేషం 0

చివరి విభాజకం 8, శేషం 0

అందుచే 56 మరియు 64 యొక్క గ.సా.కా 8

ఉదాహరణ 3 : 40,56 మరియు 60 యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనుటు.

సమస్య సాధన :

సోపానము 1 : మొదటగా ఏపైనా రెండు సంఖ్యల గ.సా.కాను కనుగొనాలి.

40, 56 ల యొక్క గ.సా.కా ను కనుగొందాం.

$40) \underline{56} (1$

$\underline{-40}$

శేషం 16) $\underline{40(2)}$

$\underline{-32}$

చివరి విభాజకం $8) \underline{16(2)}$

$\underline{16}$

శేషం 0

40,56 ల యొక్క గ.సా.కా 8

సోపానం 2 : ఇప్పుడు మూడవ సంఖ్యతో మొదటి రెండు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా, తో తిరిగి గ.సా.కా ను కనుగొనాలి అంటే 60 మరియు 8 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుగొనాలి. $8 < 60$ కాబట్టి

$8) \underline{60} (7$

$\underline{-56}$

చివరి విభాజకం $4) \underline{8(2)}$

$\underline{-8}$

శేషం 0

8 మరియు 60 ల యొక్క గ.సా.కా 4

సోపానం 3 : ఇచ్చిన మూడు సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా 4

అనగా 40,56 మరియు 60 ల యొక్క గ.సా.కా 4

ఇని చేయండి

28,35 మరియు 49 ల యొక్క గ.సా.కాను కనుకోండి.



ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

- (i) రెండు వరుస సంఖ్యలు
 - (ii) రెండు వరుస సరిసంఖ్యలు
 - (iii) రెండు వరుస బేసి సంఖ్యలు ఎన్నుకొని వాటి గ.సా.కాను కనుకోండి.
- మీరు ఏమి గమనించారు? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.



ఉదాహరణ 4 : రెండు ట్యూంకర్లలో వరుసగా 850 లీటర్లు, మరియు 680 లీటర్ల కిరోసిన్ ఉన్నది. రెండు ట్యూంకర్లలో ఉన్న కిరోసిన్ను కొలవగలిగే గరిష్ట సామర్థ్యం గల కొల పాత్ర యొక్క సామర్థ్యం ఎంత?

సాధన : రెండు ట్యూంకర్లలో ఉన్న కిరోసిన్ను కొలవగలిగే పాత్ర సామర్థ్యం ట్యూంకర్ల సామర్థ్యమును ఖచ్చితంగా భాగించే విభాజకము కావాలి. ఈ సామర్థ్యం (విభాజకం) గరిష్టంగా ఉండాలి. అనగా కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా కావాలి. 850, 680 ల యొక్క గ.సా.కా 170.

అందుచే రెండు ట్యూంకర్లలోని కిరోసిన్ను కొలవగలిగే పాత్ర యొక్క గరిష్ట సామర్థ్యం 170 లీటర్లు. మొదటి ట్యూంకర్లలోని కిరోసిన్ను 5 సార్లు రెండవ ట్యూంకర్లలోని కిరోసిన్ 4 సార్లు కొలవ గల్గుతుంది.



అభ్యాసం 3.4

1. ఈ కింది సంఖ్యల యొక్క గ.సా.కా ప్రధాన కారణాంక విభజన పద్ధతి మరియు భాగహర పద్ధతి ద్వారా కనుగొనుము.
 - i) 18, 27, 36
 - ii) 106, 159, 265
 - iii) 10, 35, 40
 - iv) 32, 64, 96, 128
2. 504, 792 మరియు 1080 ల యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలలో గరిష్ట సంఖ్యను కనుకోండి.
3. ఒక గది యొక్క కొలతలు వరుసగా పొడవు 12 మీ., వెడల్పు 15 మీ. మరియు ఎత్తు 18 మీ. గది యొక్క కొలతలన్నింటిని ఖచ్చితంగా కొలవగలిగే టేపు యొక్క గరిష్ట పొడవును కనుకోండి.
4. పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు 4 మరియు 15 యొక్క గ.సా.కాను ఈ కింది విధంగా కనుగొనవచ్చు.

$$4 = 2 \times 2 \text{ మరియు } 15 = 3 \times 5$$

రెండింటికి సామాన్య ప్రధాన కారణాంకంలు లేవు. అందుచే 4 మరియు 15 ల యొక్క గ.సా.కా ‘0’. ఈ సమాధానం సరియైనదేనా? సరైనది కానిచో, సరైన గ.సా.కాను తెల్పుండి?

5. మూడు రకాల సూనెలు 32 లీటర్లు, 24 లీటర్లు, 48 లీటర్లు యున్నాయి. మూడింటిని ఖచ్చితంగా కొలవడానికి కావలసిన కొలత పాత్ర యొక్క గరిష్ట ఘన పరిమాణం ఎంత?

3.7 సామాన్య గుణిజాలు

- 4 మరియు 6 యొక్క గుణిజాలు
- 4 యొక్క గుణిజాలు = 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, , ,
- 6 యొక్క గుణిజాలు = 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, , ,
- 4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు = 12, 24, 36, , ,

3.7.1 కనిష్ట సామాన్య గుణిజం : (క.సా.గు)

4 మరియు 6 యొక్క సామాన్య గుణిజాలు = 12, 24, 36,,,

కనిష్ట సామాన్య గుణిజం = 12

అనగా సామాన్య గుణిజాలలో కనిష్ట సంఖ్య = 12

\therefore 4 మరియు 6 యొక్క కనిష్ట సామాన్య గుణిజం (క.సా.గు) = 12

ఉచావారణ 5 : రెండు గంటలు ప్రోగుతున్నాయి. మొదటి గంట ప్రతీ 3 నిమిషాలకు రెండవ గంట ప్రతీ 4 నిమిషాలకు ప్రోగుతున్నాయి. ఎప్పుడు రెండు గంటలు కలసి ఒకేసారి ప్రోగుతాయి?

సాధన : మొదటి గంట ప్రతీ 3 నిమిషాల కొకసారి ప్రోగుతంది.

అనగా మొదటి గంట 3 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24,, (3యొక్క గుణిజాలు) నిమిషాల కొకసారి ప్రోగుతంది. రెండవ గంట ప్రతీ 4 నిమిషాల కొకసారి ప్రోగుతంది.

అనగా రెండవ గంట 4 8, 12, 16, 20, 24,, (4 యొక్క గుణిజాలు) నిమిషాల కొకసారి ప్రోగుతంది.

రెండు గంటలు కలిసి 12 నిమిషాల, 24 నిమిషాల,..... (3 మరియు 4 యొక్క ఉమ్మడి గుణిజాలు)కు ప్రోగుతాయి. పై రెండింటిలో కనిష్ట విలువ (క.సా.గు) = 12 నిమిషాలు

కాబట్టి రెండు గంటలు మరలా 12 నిమిషాల తర్వాత ఒకేసారి ప్రోగుతాయి.

అందుచే కసాగు ను ఈ కింది విధంగా చెప్పవచ్చు.

రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల గుణిజాలలో కనిష్ట ఉమ్మడి గుణిజమును ఆ సంఖ్యల “కనిష్ట సామాన్య గుణిజము” అంటారు.

ప్రతీసారి అన్ని సంఖ్యల గుణిజాలు రాయడానికి బదులుగా కనిష్ట ఉమ్మడి గుణిజంను గుర్తించి క.సా.గు గా రాయాలి.

3.7.2 క.సా.గు ను కనుగొనే విధానం

1. ప్రధాన కారణాంకాల పద్ధతిలో క.సా.గు

36 మరియు 60 సంఖ్యల యొక్క క.సా.గును ప్రధాన కారణాంక లబ్ధం పద్ధతిలో సాధించే విధానంను పరిశీలించాం.

సోపానం 1 : ఇచ్చిన సంఖ్యలు 36 మరియు 60 లను ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధముగా రాయాలి.

$$36 \text{ యొక్క కారణాంకంలు} = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$60 \text{ యొక్క కారణాంకంలు} = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

సోపానం 2 : రెండింటి యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలను తీసుకోవాలి $2 \times 2 \times 3$

సోపానం 3 : రెండింటిలో మిగిలిన కారణాంకాలను తీసుకోవాలి 3 మరియు 5

సోపానం 4 : రెండు సంఖ్యల యొక్క ఉమ్మడి కారణాంకాలు, మిగిలిన కారణాంకాల లబ్ధంను క.సా.గు గా తీసుకోవాలి.

అనగా 36 మరియు 60 యొక్క క.సా.గు = $(2 \times 2 \times 3) \times 3 \times 5 = 180$

ప్రయుచ్చించండి

1. ఈ కింది వాటి క.సా.గు కనుక్కోండి.

- i) 3, 4 ii) 10, 11 iii) 5, 6, 7 iv) 10, 30 v) 4, 12, 24 vi) 3, 12

పై ఫలితాల నుండి మీరు ఏమి గమనించారు?



“ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యలలో మొదటి సంఖ్య రెండవ దాని గుణిజమైతే ఆ సంఖ్యల క.సా.గు మొదటి సంఖ్య అవుతుంది.”

2. భాగపోర పద్ధతిలో క.సా.గు

24 మరియు 90 ల క.సా.గు ను కనుకోండి.

సోపానం 1 : ఇచ్చిన సంఖ్యలను ఒక అడ్డు వరుసలో అమర్చండి.

సోపానం 2 : కనీసం రెండు సంఖ్యలను భాగించ గల ప్రధాన సంఖ్యతో భాగించాలి. భాగింపబడని సంఖ్యను కిందికి అలాగే తీసుకోవాలి.

2	24, 90
3	12, 45
	4, 15

సోపానం 3 : అలాగే ప్రధాన సంఖ్యలతో భాగిస్తూ, చివరి వరకు 1 మాత్రమే సామాన్య కారణాంకంగా ఉండే వరకు భాగపోరం కొనసాగించాలి.

సోపానం 4 : భాజకములు మరియు చివరగా మిగిలిన సంఖ్యల లభ్యం ఇచ్చిన సంఖ్యల క.సా.గు కావున క.సాగు = $2 \times 3 \times 4 \times 15 = 360$

ఉదాహరణ 6 : 21,35, 42 ల క.సా.గు కనుకోండి.

సాధన :

7	21, 35, 42
3	3, 5, 6
	1, 5, 2

21,35, 42 ల క.సా.గు = $7 \times 3 \times 5 \times 2 = 210$

అలోచించి, చర్చించి రాయండి.

ఏ సందర్భంలో రెండు లేదా అంత కంటే ఎక్కువ సంఖ్యల క.సా.గు ఆ సంఖ్యల లభ్యము అవుతుంది.



అభ్యాసం 3.5

- ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు ప్రధాన కారణాంక లభం పద్ధతి ఉపయోగించి కనుగొనండి?
 - i) 12, 15
 - ii) 15, 25
 - iii) 14, 21
 - iv) 18, 27
 - v) 48, 56, 72
 - vi) 26, 14, 91.
- ఈ కింది సంఖ్యల క.సా.గు ను భాగపోర పద్ధతిలో కనుగొనండి.
 - i) 84, 112, 196
 - ii) 102, 119, 153
 - iii) 45, 99, 132, 165
- ఏ కనిష్ట సంఖ్యకు రెను కూడిన ఆ సంఖ్య 12, 14 మరియు 18ల చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది?
- ఏ గరిష్ట మూడంకెల సంఖ్యను 75,45 మరియు 60 లచే భాగిస్తే
 - i) శేషం సున్న వస్తుంది?
 - ii) శేషం ప్రతి సందర్భంలో 4 వచ్చును?
- ప్రసాదు, రాజు మార్కెట్లో ఈ నెల మొదటి తారీఖున కలిశారు. ప్రసాదు మూడు రోజులకొకసారి, రాజు నాలుగు రోజుల కొకసారి మార్కెట్కు వెళ్లారు. ఏ రోజున మరల ప్రసాదు, రాజు మార్కెట్లో కలుసుకొంటారు?

3.8 క.సా.గు మరియు గ.సా.భా. ల మధ్య సంబంధం

18 మరియు 27లను తీసుకొందాం.

18 ని ప్రధాన కారణాంకాల లబ్దంగా ప్రాయగా = $2 \times 3 \times 3$

$$27 = 3 \times 3 \times 3$$

$$18 \text{ మరియు } 27 \text{ ల } \text{క.సా.గు} = 3 \times 3 \times 3 \times 2 = 54$$

$$18 \text{ మరియు } 27 \text{ ల } \text{గ.సా.భా.} = 3 \times 3 = 9$$

$$\text{క.సా.గు} \times \text{గ.సా.భా.} = 54 \times 9 = 486$$

$$18, 27 \text{ ల లబ్దం} = 18 \times 27 = 486$$

మీరు ఏమి గమనించారు?

రెండు సంఖ్యల లబ్దం, వాటి క.సా.గు, గ.సా.భా. ల లబ్దంనకు సమానం.

ఉధారణ 7 : 8 మరియు 12 ల యొక్క క.సా.గు కనుగొనండి. క.సాగు, గ.సా.భాల మధ్యగల సంబంధం ఉపయోగించి గ.సా.భా కనుకోండి.

సాధన : 8, 12 యొక్క క.సాగు = $2 \times 3 \times 4 = 24$

క.సా.గు. \times గ.సా.భా. = ఆ రెండు సంఖ్యల లబ్దం అని మనకు తెలుసు

4	8, 12
2, 3	

$$\begin{aligned}\text{గ.సా.భా.} &= \frac{\text{రెండు సంఖ్యల లబ్దం}}{\text{క.సా.గు.}} \\ &= \frac{8 \times 12}{24} = 4\end{aligned}$$

కావున, 8 మరియు 12 ల గ.సా.భా = 4

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి



- రెండు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల క.సా.గు, మరియు గ.సా.భాలను కనుగొనండి
- ఏవేని రెండు సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు మరియు గ.సా.భాల మధ్య సంబంధాన్ని వ్యాఖ్యానించండి.



అభ్యర్థం 3.6

- ఈ కింది సంఖ్యల క.సాగు, గ.సా.భాలను కనుకోండి?
 - 15, 24
 - 8, 25
 - 12, 48

వాటి మధ్య సంబంధంను సరిచూడండి.
- రెండు సంఖ్యల యొక్క క.సా.గు 216 మరియు వాటి లబ్దం 7776 అయిన వాటి గ.సా.భా ఎంత?
- రెండు సంఖ్యల లబ్దం 3276. వాటి గ.సా.భా 6 అయిన క.సా.గు ఎంత?
- రెండు సంఖ్యల గ.సా.భా 6 మరియు క.సా.గు 36. ఆ సంఖ్యలలో ఒక సంఖ్య 12 అయిన రెండవ సంఖ్య ఎంత?

3.9 4, 8 మరియు 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలు

మనము 2,3,5,6,9, 10 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. ఇప్పుడు 4,8, మరియు 11 ల యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను కనుగొందాం.

3.9.1 4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఈ కింది అమరికను గమనించండి.

సంఖ్య	ఇలా రాస్తే	4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా?
100	100	అవును
600	6×100	అవును
1000	10×100	అవును
10000	100×100	అవును
100000	1000×100	అవును

పై పట్టికను గమనిస్తే, 100, 4చే భాగింపబడుతుంది ($100 = 25 \times 4$) మరియు 600,1000,10000,100000 సంఖ్యలు 100 యొక్క గుణిజాలుగా వ్యక్తపరచబడినవి. అందుచే ఈ సంఖ్యలన్నియు 4చే భాగింపబడతాయి.

సరిసంఖ్యలన్నియు 2చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయని మనకు తెలుసు.

సరి సంఖ్యలన్నియు 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయా?

ఈ కింది వాటిని గమనించండి.

126 సరిసంఖ్య, 2చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

126ను $126 = 100 + 26$ గా రాయవచ్చు.

మీకు తెలుసు 100, 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందని, కానీ 26, 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడదు.

అందుచే సరిసంఖ్యలన్నియు 4చే భాగింపబడునని చెప్పలేము.

అదే విధంగా బేసిసంఖ్యలన్ని 4చే భాగింపబడవు.

కనుక మనం అన్ని సంఖ్యలకు వర్తించే విధంగా 4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాన్ని కింద ఇప్పబడిన ఉదాహరణలను పరిశీలించి తెలుసుకుందాం.

ఉదాహరణ గా 76532ను పరిశీలించాం!

$76532 = 70000 + 6000 + 500 + 30 + 2$ గా రాయవచ్చు.

100 యొక్క గుణిజాలు 100, 1000, 10000లు 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయి. అందుచే వాటిని ప్రతీసారి 4చే భాగింపబడునా? లేదా? అని పరిశీలించవలసిన అవసరము లేదు. అందుచే సంఖ్య యొక్క చివరి రెండు అంకాలతో ఏర్పడిన సంఖ్య అనగా 32 ను పరిశీలిస్తే సరిపోతుంది. 32, 4 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? మనకు తెలుసు 32, 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది. ($32 = 4 \times 8$)

అందుచే 76532, 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

“ఒక సంఖ్య యొక్క చివరి రెండు అంకెలతో (ఒకట్ల, పదుల స్థానములోని) ఏర్పడిన సంఖ్య 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.”

గమనిక : పై నియమం 100 కంటే పెద్దసంఖ్యలకు వర్తిస్తుంది, చిన్నసంఖ్యలకు భాగాహార పద్ధతిలో భాజనీయతను పరిశీలించవచ్చు.

ఉదాహరణ 8 : 56496, 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.

$$\text{సాధన} : 56496 = 50000 + 6000 + 400 + 96$$

50000, 6000, 400 సంఖ్యలు 100 యొక్క గుణిజాలు. ఈ సంఖ్యలు 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయి.

మనం 96, (చివరి రెండు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య) 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? లేదా? అన్నదానిని పరిశీలించాలి.

$96 = 4 \times 24$ కనుక 96, 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఇవి చేయండి

1. 100000, 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? ఎందుచేత?
2. 2చే భాగింపబడి, 4చే భాగింపబడని రెండంకెల సంఖ్యలకు ఉదాహరణలిమ్ము.



3.9.2 8 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

4 యొక్క భాజనీయతా సూత్రాలను నేర్చుకొన్నాం. సంఖ్యను విస్తరించి దాని ఆధారంగా పరిశీలించాము. 10, 4యొక్క గుణిజం కాదు. అందుచే 100ను తీసుకొని 100 కంటే పెద్దవైన సంఖ్యలను 100 యొక్క గుణిజాలుగా వ్యక్తపరిచాం. అందుచే చివరి రెండంకెల సంఖ్య 4చే భాగింపబడితే ఆ సంఖ్య 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది. అదే విధంగా 10, 8 యొక్క గుణిజం కాదు. 100ను గూర్చి ఆలోచించాం.

8చే 100, నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? భాగించబడదు.

1000, 8చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? అవును.

మనకు తెలుసు 1000 కంటే పెద్ద సంఖ్యను 1000 యొక్క గుణిజం గాను లేదా 1000 గుణిజంనకు కొంత మొత్తం ఎక్కువగాను చూప గల్లుతాం.

$$\text{ఉదాహరణకు} \quad 4825 = 4 \times 1000 + 825$$

అందుచే చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 చే భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్య 8చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదాహరణ 9 : 93624, 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా? పరిశీలించండి.

$$\text{సాధన} : 93624 = 90000 + 3000 + 600 + 20 + 4$$

1000, 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందని మనకు తెలుసు. కదా!

అదే విధంగా 90000 మరియు 3000, 1000 యొక్క గుణిజాలు కాబట్టి

ఈ రెండు సంఖ్యలు కూడా 8చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయి.

అందుచే 8 యొక్క భాజనీయతను పరిశీలించాలంటే ఒక సంఖ్య యొక్క చివరి మూడు అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్యను పరిశీలిస్తే సరిపోతుంది.

“4 లేదా అంతకంటే ఎక్కువ అంకెలు గల సంఖ్య యొక్క వందలు, పదులు, ఒకట్లస్థానములోని అంకెలతో ఏర్పడిన సంఖ్య 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడినచో ఇచ్చిన సంఖ్య 4 చే కూడా నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.”

ఇవి చేయండి

1. 76104, 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా?
2. 100 మరియు 200 ల మధ్య గల సంఖ్యలలో 8చే భాగింపబడే సంఖ్యలను రాయండి.



3.9.3 11 యొక్క భాజనీయతా సూత్రం

ఈ కింది పట్టికలోని భాళీలను పూరించండి

సంఖ్య	బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	సరిస్థానాలలోని అంకెల మొత్తం (కుడివైపు నుండి)	తేడా	ఇచ్చిన సంఖ్యల భేదం 11 చే భాగింపబడుతుందా?
29843				
90002				
80927				
19091908	8+9+9+9=35	0+1+0+1=2	35-2=33	అవును
83568				

పై పట్టిక నుండి ఏమి గమనించారు?

ప్రతి సందర్భంలో ఈ తేడా ‘0’ లేదా 11 యొక్క గుణిజము. అందుచే ఈ సంఖ్యలన్నియూ 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయి.

కాని 83568 లో తేడా 12 అందుచే 83568, 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడదు.

ఒక సహజసంఖ్యలో కుడి నుండి ఎడమవైపుకుపోతూ అంకెల విభజన అంకెను తీసుకొని ఆ అంకెల మొత్తం కనుగొనాలి. తర్వాత వదిలి వేసిన అంకెల మొత్తంను కనుగొనాలి. ఈ మొత్తాల భేదం 11 చే భాగించబడితే ఆ సంఖ్య 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ఉదాహరణ 10 : 11 చే 6535, నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా?

సాధన : 6535 లో బేసి స్థానాలలోని అంకెల మొత్తం = $5+5 = 10$

సరిస్థానములలోని అంకెల మొత్తం = $3+6 = 9$

రెండు మొత్తాల మధ్య తేడా = $10-9 = 1$

1, 11 చే భాగింపబడుతుందా? లేదు

అందుచేత 6535, 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడదు.

ఉదాహరణ 11 : 1221, 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుందా?

సాధన : 1221 లో బేసిస్థానంలోని అంకెల మొత్తం = $1+2 = 3$

సరిస్థానంలోని అంకెల మొత్తం = $2+1 = 3$

రెండు మొత్తాల మధ్య తేడా = $3-3 = 0$

అందుచే 1221, 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

ప్రయత్నించండి

1221 అనునది “ద్విముఖ సంభ్య” (పాలిన్ డ్రోమ్ సంభ్యలు) ద్విముఖ సంభ్య అనగా ఏ వైపు నుండి అనగా కుడి నుండి ఎడమ వైపు లేదా ఎడమ నుండి కుడివైపు మార్చి ప్రాయగ సంభ్య మారదు.

అందుచే ప్రతీ సరి అంకెలు గర్భిన ద్విముఖ సంభ్య, 11చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది.

6 అంకెల ద్విముఖ సంభ్యను రాయండి.



అభ్యాసం 3.7

1. ఈ కింది వానిలో 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంభ్యలేవి?
 - i) 572
 - ii) 21,084
 - iii) 14,560
 - iv) 1,700
 - v) 2,150
2. ఈ కింది సంభ్యలు 8 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయా? పరీక్షించండి.
 - i) 9774
 - ii) 5,31,048
 - iii) 5500
 - iv) 6136
 - v) 4152
3. ఈ కింది సంభ్యలు 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడతాయా? సరిచూడుమ్మా?
 - i) 859484
 - ii) 10824
 - iii) 20801
4. ఈ కింది సంభ్యలలో ఏ సంభ్యలు 4 మరియు 8ల చే భాగింపబడతాయి?
 - i) 2104
 - ii) 726352
 - iii) 1800
5. 289279 సంభ్యకు ఏ కనిష్ట సంభ్యను కూడిన 8చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది?
6. 1965 సంభ్య నుండి ఏ కనిష్ట సంభ్యను తీసివేస్తే 4 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది?
7. 1000, 1100 ల మధ్య గల సంభ్యలలో 11 చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడే సంభ్యలను రాయండి.
8. 1240 నకు సమీపంలో గల 11 యొక్క గుణిజంను రాయండి?
9. 105 నకు దగ్గరగా ఉన్న సంభ్యలలో ఏ సంభ్య 4చే నిశ్చేషంగా భాగింపబడుతుంది?

మనం నేర్చుకొన్నవి

1. గుణిజాలు, కారణాంకాలు, భాజకాలను గూర్చి నేర్చుకొన్నాం. ఇచ్చిన సంభ్యలలో కారణాంకాలు, గుణిజాలను ఎంపిక చేయడం నేర్చుకొన్నాం.
2. ఈ కింది అంశాలను కనుగొని, నేర్చుకొన్నాం.
 - i) ప్రతి సంభ్య దానికదే కారణాంకం మరియు 1 ప్రతి సంభ్యకు కారణాంకం.
 - ii) ఒక సంభ్యను నిశ్చేషంగా భాగించే సంభ్య ఆ సంభ్యకు కారణాంకం.
 - iii) ఒక సంభ్య యొక్క ప్రతి కారణాంకం ఆ సంభ్యకు సమానంగా గాని లేదా తక్కువగా గాని ఉంటుంది.
 - iv) ప్రతి సంభ్య దానికదే ఒక గుణిజం.
 - v) సంభ్య యొక్క ప్రతి గుణిజం ఆ సంభ్యకు సమానంగా గాని లేదా అంతకంటే ఎక్కువగా గాని ఉంటుంది.
 - vi) ప్రతి సంభ్య దానికదే ఒక గుణిజం.

3. i) 1 తప్ప, మిగిలిన సంఖ్యలలో 1 మరియు అదే సంఖ్య కారణాంకంగా గల సంఖ్యలను ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు. రెండు కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలను కల్పిన సంఖ్యలను సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు. 1 ప్రధాన సంఖ్య కాదు, సంయుక్త సంఖ్య కాదు.
- ii) 2 కనిష్ఠ ప్రధానసంఖ్య 2 సరి ప్రధాన సంఖ్య. 2 మినహా మిగిలిన అన్ని ప్రధాన సంఖ్యలు బేసినంఖ్యలే.
- iii) ‘1’ మాత్రమే ఉమ్మడి కారణాంకంగా గలిగిన సంఖ్యలను పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు లేదా సాపేక్ష ప్రధాన సంఖ్యలు అంటారు.
- iv) ఒక సంఖ్యను మరొ సంఖ్య నిశ్చేషంగా భాగిస్తే రెండోసంఖ్య కారణాంకాలన్నీ మొదటి సంఖ్యకు కూడా కారణంకాలు.
- v) ఒక సంఖ్య రెండు పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలచే భాగింపబడితే, వాటి లబ్ధింతో కూడా ఆ సంఖ్య భాగింపబడుతుంది.
4. 2,3,4,5,8,9,11 ల యొక్క భాజనీయతా సూచాలను గూర్చి నేర్చుకొన్నాము.
- i) సంఖ్య చివరి అంక అనగా ఒకట్ల స్థానములోని అంకెను పరిశీలించి 2,5,10 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.
- ii) సంఖ్యలోని అంకెల మొత్తంను కనుగొని 3,9 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.
- iii) సంఖ్యలోని చివరి రెండంకెలు, మూడంకెలు పరిశీలించి 4,8 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.
- iv) ఒక సంఖ్యలో, బేసిస్టానంలో ఉన్న అంకెల మొత్తం, సరి స్థానంలో ఉన్న అంకెల మొత్తంల తేదాను కనుగొని 11 యొక్క భాజనీయతను చెప్పవచ్చు.
5. రెండు సంఖ్యలు ఒక సంఖ్యచే భాగింపబడితే, ఆ సంఖ్యల మొత్తం, భేదం కూడా ఆ సంఖ్యచే భాగింపబడుతుంది.
6. i) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క కారణాంకాలలో గరిష్టంగా ఉన్న విలువను గరిష్ట సామాన్య భాజకం అంటారు.
- ii) రెండు లేదా అంతకంటే ఎక్కువ సంఖ్యల యొక్క గుణిజాలలో కనిష్ఠంగా ఉన్న విలువను “కనిష్ఠ సామాన్య గుణిజం” అంటారు.
7. రెండు సంఖ్యలలో ఒకటి మరొకదాని గుణిజం అయిన, పెద్ద సంఖ్య ఆ సంఖ్యల క.సా.గు. అవుతుంది.
8. క.సా.గు., గ.సా.కాల మధ్య సంబంధాన్ని క.సా.గు. × గ.సా.కా = రెండు సంఖ్యల లబ్ధంగా రాయవచ్చు.

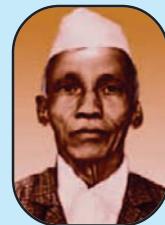
దత్తాత్రేయ రామవంద్ర కాప్రేకర్ (భారతదేశం)

క్రీ.శ. 1905 – 1986

సంఖ్యలతో అనేక ప్రయోగాలు చేసిన ఉపాధ్యాయుడు.

6174 ను ‘కాప్రేకర్ సిరాంకం’ అందురు.

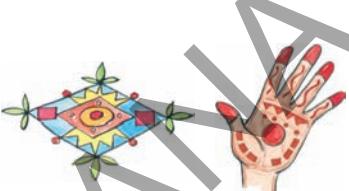
ఈయన డెవెల్ప్ సంఖ్యలు మరియు సెల్ఫ్ సంఖ్యలను రూపొందించారు.



ప్రాథమిక జ్యామితీయ భావనలు

4.1 పరిచయం

నిత్య జీవితంలో మనం అనేక రకాలయిన వస్తువులను చూస్తూ ఉంటాము. మన ఇంట్లో ఉండే రకరకాల వస్తువులు, వంట సామానులు, విభిన్న ఆకృతులలో ఉండే భవనాలు, చిత్రాలు, బొమ్మలు - - - ఇలా ప్రతీది మనకు సుపరిచితమే. ఇంటిముందు వేసే ముగ్గులను మీరెప్పుడయినా క్షుణ్ణంగా గమనించారా? చేతులపై మనం వేసుకునే గోరింటాకు ఆకృతులను జాగ్రత్తగా గమనించారా? ఈ ఆకృతులు ఎలా వేస్తారు?



ఈ అన్ని వస్తువులు ఆకృతులు వివిధ రకాలయిన జ్యామితీయ ఆకారాలతో తయారు చేయబడి వుంటాయి.

మీ ఇంట్లోని తెలివిజన్ ను గమనించండి. దాని తెర అంచు దీర్ఘచతురాంగంలో ఉంటుంది. ఇదే విధంగా ప్రీజ్, పెన్సిల్ డబ్బు, అగ్గిపెట్టి, ఇటుక మొదలగు వాటి ముఖాలన్ని దీర్ఘచతురాంగాలలో ఉండటాన్ని మనం గమనించవచ్చు. మరి మనం నీరుత్రాగే గ్లాసు, బొట్టుబిళ్ళ, పుప్పు, బంతి మొదలయినప్పుడ్ని కూడా గమనించి ఉంటారు. అవి ఏయే ఆకారం కలిగి వున్నాయి? ఈ అధ్యాయంలో మనం వివిధరకాలయిన జ్యామితీయ ఆకారాల భావనలను నేర్చుకుందాం.



4.2. బిందువు

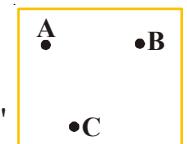
ఒక పెన్సిల్ తో కాగితంపై ఒక చుక్కను పెట్టండి. పెన్సిల్ ను మరింత పదునుగా చెక్కి కాగితంపై చుక్కనుంచితే అది మునపటిదానికంటే మరింత చిన్నదిగా వుంటుంది. దాదాపు కంటికి కనబడనంత చిన్నచుక్కను పరిశేలించండి. అలాంటి చిన్నచుక్క బిందువును సూచిస్తుంది. బిందువులకు కొన్ని ఉదాహరణలను ఆలోచించండి. బిందువు అనునది ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది.

దూరంగా ఉండే ఆకాశంలోని నక్కత్రాలు మనకు బిందువులవలే అనిపిస్తాయి. తెలంగాణ రాష్ట్రపటంలో పైదరాబాద్ స్థానాన్ని మనం ఒక బిందువుతో సూచిస్తాము. ఒక పటంలో లేదా చిత్రంలో బిందువుల ద్వారా స్థానాన్ని సూచించే మరికొన్ని ఉదాహరణలు ఆలోచించండి.



బిందువును ఆంగ్ల భాషలోని పెద్ద ఆక్షరంలో సూచిస్తారు.

ప్రక్క చిత్రంలో A, B మరియు C మూడు బిందువులు. వాటిని బిందువు 'A', బిందువు 'B' మరియు బిందువు 'C' అని చదువుతాము.



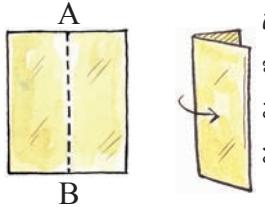
ఇవి చేయండి

ప్రక్కనున్న దీర్ఘచతురప్రంగం నాలుగు బిందువులన్నవి. వాటిని పేర్లతో సూచించండి.



4.3 రేఖాభండము

ఒక కాగితమును తీసుకొని ప్రక్కపటంలో చూపిన విధంగా మడవండి. కాగితపు మడతను



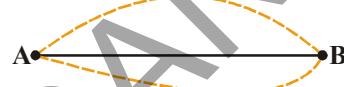
గమనించు. ఈ మడత ఒక రేఖాభండ భావన తెలుపుతుంది ఇప్పుడు కాగితాన్ని తెరవండి. కాగితము మధ్యలో మడవడం వల్ల ఏర్పడిన మడత కూడా ఒక రేఖాభండాన్ని సూచిస్తుంది అని చెప్పవచ్చు. రేఖాభండము పరిగణనలోకి తీసుకోనంత మందాన్ని కలిగి వుంటుంది.



ఒక కాగితముపై మీ నోటుపుస్తకాన్ని లేదా పెన్సిల్బాస్ ఉంచి దాని అంశ వెంబడి పెన్సిల్తో ఒక గీతను గీయండి. మీరుగీసిన ఈ గీత ఒక రేఖాభండాన్ని సూచిస్తుంది. ఈ రేఖాభండం రెండు చివరి బిందువులు కలిగుపుంటుంది. వాటిని పేరుతో సూచించండి.

ఒక దారం తీసుకొండి. తిన్నగా లాగండి. దీనిని రేఖాభండం భావనతో పోల్చుండి. దీని చివరలను గుర్తించండి.

ఒక కాగితంపై ఏవయినా రెండు బిందువులు A మరియు B లను ఉంచండి. మీకు వీలయిన అన్ని విధాలుగా A,B లను కలపండి. వీటిలో A నుంచి B కు కనిష్టుదూరం ఏది? ఈ కనిష్టు దూరాన్నే రేఖాభండము AB అని అంటారు. దీనిని \overline{AB} లేదా \overline{BA} తో సూచిస్తారు.



4.4. సరళరేఖ

AB రేఖాభండాన్ని తీసుకోండి. ఈ రేఖాభండపు రెండు చివరి బిందువుల గుండా \overleftrightarrow{AB} అనే వైపు మరియు B వైపు అనంతంగా అదే దిశలో పొడిగించండి. ఇది ఒక సరళరేఖను సూచిస్తుంది.

అనంతంగా రేఖాభండాన్ని ఇరువైపులూ పొడిగించటాన్ని మనం కాగితంపై గీయలేము. కాబట్టి రేఖాభండానికి ఇరువైపులూ రెండు బాణం గుర్తులను ఉంచుతాం. ఒక సరళరేఖ \overleftrightarrow{AB} గా ప్రాయివచ్చు. అదే విధంగా సరళరేఖలను l, m, n మొదలగు అంగ్ర చిన్న అక్షరాలతో కూడా సూచించవచ్చు. సరళరేఖను సాధారణంగా రేఖ అని కూడా అంటారు.

జవి చేయండి



ఒక జియోబోర్డును తీసుకోండి. రెండుమేకులను ఎన్నుకొని వాటికి ఒక దారాన్ని గట్టిగా కట్టండి. మీరు ఇప్పుడు ఒక రేఖాభండాన్ని ఏర్పరిచారు. ముది వేయబడిన రెండు మేకులు రేఖాభండానికి రెండు చివరి బిందువులు అవుతాయి. ఇప్పుడు ఈ మొత్తం దారం ఒక సరళరేఖను సూచిస్తుంది. ఎందుకంటే దారాన్ని రెండు మేకుల చివరల నుండి అదే దిశలో రెండు వైపులూ పొడిగించవచ్చు.



4.5. కిరణము

ఒక టార్పి నుండి వెలువడే కాంతి కిరణాలు, సూర్యకిరణాలు మరియు కాంతికిరణాలు అన్నీ ‘కిరణము’ అనే జ్యామితీయ భావనను సూచిస్తాయి. కిరణము అనునది రేఖలోని ఒక

 భాగమను సూచిస్తుంది. కిరణము ఒక (తొలి) బిందువు నుండి బయలుదేరి నిర్దేశిత దిశలో అనంతంగా సాగుతూ పోతుంది.



కాబట్టి కిరణానికి ఒకే ఒక చివరి బిందువు ఉంటుంది.

ఏదయినా ఒక రేఖపై A అనునది బిందువు అనుకుండాం. A కు ఇరువైపులు B,C లు ఉంటే $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ లు రెండు కిరణాలు అవుతాయి.



ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి.

ప్రక్కపటంలో \overrightarrow{OA} కిరణము Oవద్ద ప్రారంభమై Aపరియు Bచిందువుల గుండా పోయింది.

ఈ \overrightarrow{OA} కిరణాన్ని \overrightarrow{OB} అని ప్రాయపచ్చా?



కిరణం \overrightarrow{OA} ను \overrightarrow{AO} అనవచ్చా? ఎందుకు? కారణాలు రాయండి.



అభ్యాసము - 4.1

1. క్రింది బిందువులను కలపండి. పటంలో ఏర్పడిన రేఖాఖండాలను పేర్లతో సూచించండి.

i.

P

ii.

A

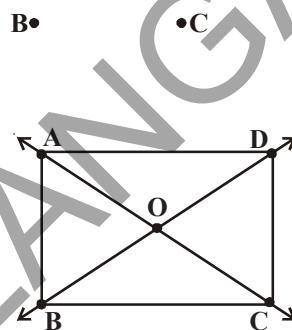
Q•

T

R•

S

2. ప్రక్క చిత్రాన్ని చూసి క్రిందివాటిని ప్రాయండి.



i) ఏవైని ఐదు బిందువులు

ii) ఏవైనా ఐదు రేఖాఖండాలు

iii) ఏవైనా మూడు కిరణాలు

iv) ఏవైనా రెండు రేఖలు.

3. కింద ఇచ్చిన బిందువుల గుండా ఎన్ని రేఖలను గీయవచ్చే తెలిపి దానికి సరిపోయే చిత్తుపటము గీయండి.

i) ఒక బిందువు

ii) రెండు విభిన్న బిందువులు

4. క్రిందివాటిలో ఏవి నిర్మిషముయిన పొడవును కలిగి ఉంటాయి?

i) రేఖ

ii) బిందువు

iii) రేఖాఖండము iv) కిరణము

5. కింద ఇష్టుబడిన వాటికి చివరి బిందువులు ఎన్ని ఉంటాయి?

i) రేఖాఖండము

ii) కిరణము

iii) రేఖ

6. సత్యము లేక అనత్యము అని గుర్తించి ప్రాయండి.

i) ఒక సరళరేఖకు తుది బిందువులుండవు

()

ii) రేఖలో కిరణము ఒక భాగము

()

iii) రేఖాఖండము నిర్మిషముయిన పొడవును కలిగి వుండదు

()

iv) రేఖాఖండానికి ఒకే చివరి బిందువు వుంటుంది

()

v) ఒక బిందువు నుంచి మనం ఎన్ని రేఖలయినా గీయవచ్చు

()

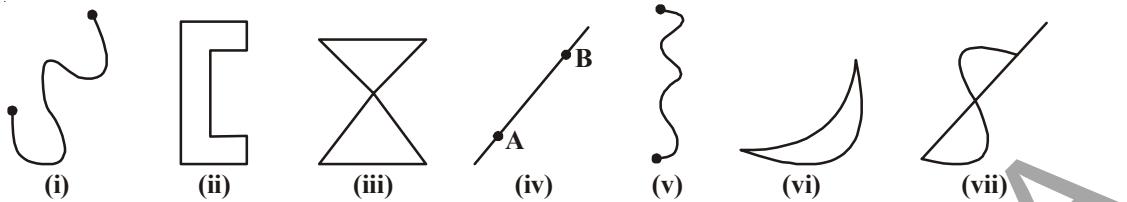
7. పటాన్ని గీసి పేర్లతో సూచించండి.

i) P బిందువును కలిగి ఉన్న రేఖ

ii) R బిందువు గుండా పోయే రేఖ.

4.6 వక్రము

చిన్న పిల్లలు గీసిన క్రింది చిత్రాలను గమనించారా? కింది వాటిని చూడండి.



ఇవి అన్నియు వక్రేఖలకు, వక్రాలకు ఉదాహరణలు.

(i) మరియు (ii) పటాలను పరిశీలించండి. ఈ రెండింటిలో భేదాన్ని గుర్తించండి. రెండవ పటాన్ని సంవృత వక్రము అని మొదటి పటాన్ని వివృత వక్రము అని అంటాము.

(iii) మరియు (vii) వ పటాలు పరిశీలించండి. ఈ పటాలలోని వక్రాలు వాటినవే ఖండించుకుంటూ దాటి వెళ్ళాయి. కానీ (i), (ii), (iv), (vi) పటాల వక్రాలు వాటినవే ఖండించుకొని దాటి వెళ్ళటం లేదు. ఏదయినా వక్రము దానినదే ఖండించి దాటి వెళ్ళనిచో ఆ వక్రాన్ని సరళ వక్రము అని అంటారు.

నిత్యజీవిత పరిభూషలో వక్రము అనునది సరళేఖను సూచించదు. కానీ గణితంలో సరళేఖ కూడా వక్రమే.

ఆలోచించి చర్చించి రాయండి.

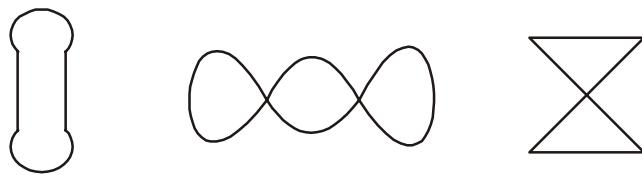
1. కిందనివ్వబడిన ఆంగ్ల అక్షరాలలో సంవృతవక్రము, వివృతవక్రాలను గుర్తించి వ్రాయండి.



2. పైన ఇవ్వబడిన ఆంగ్ల అక్షరాలలో ఏది సరళ వక్రము?

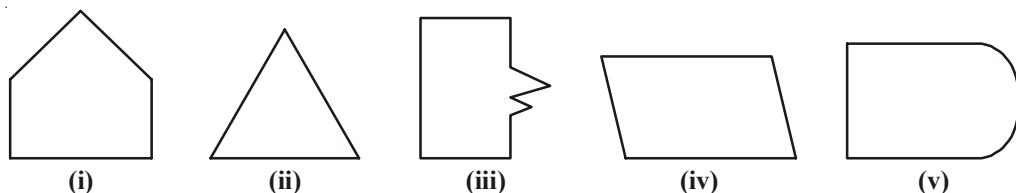
ప్రయత్నించండి

పీటిలో ఏవి సరళ వక్రాలు? ఏవి కావు?



ఒప్పుభూజాలు

ఈ పటాలను గమనించండి.

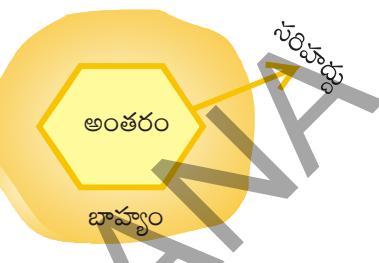


మీరు ఏమి గమనించారు? అవి సంపృత పటాలా? అన్ని పటాలను ఒకదానితో ఒకటి పోల్చి చూడండి. (i), (ii), (iii) మరియు (iv) పటాలు (v) వ పటంతో విభజిస్తున్నాయి. మొదటి నాలుగు పటాలు పరిమితమయిన రేఖాభండాలచే ఏర్పడ్డాయి. ఈ పటాలను బహుభుజాలు అని అంటాము.

పరిమితమయిన రేఖాభండాలచే ఏర్పడిన సరళసంపృత పటాలను బహుభుజాలు అని అంటారు.

ఏవఱునా పది విభిన్న ఆకారాలు గల బహుభుజాలు గీయండి.

ఒక పార్శ్వ యొక్క సరిహద్దు గోడ పార్శ్వాని మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది. అవి i) పార్శ్వ అంతర (లోపలి) భాగము, ii) పార్శ్వ సరిహద్దుగోడ మరియు iii) పార్శ్వ బాహ్య (బయటి) భాగము. సరిహద్దు దాటనిదే పార్శ్వలోనికి పోలేరు.



అదే విధంగా ఒక సంపృతపటము తలాన్ని మూడుభాగాలుగా విభజిస్తుంది.

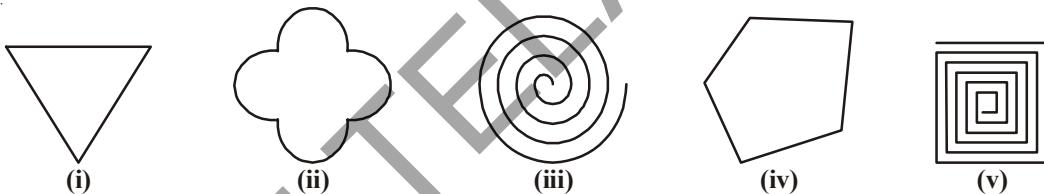
i) పటం లోపలి (అంతర) భాగం ii) పటం సరిహద్దు iii) పటం బయటి (బాహ్య) భాగం

ఒక పటం యొక్క సరిహద్దుతో కూడిన లోపలి భాగాన్ని ప్రాంతము అని అంటారు.

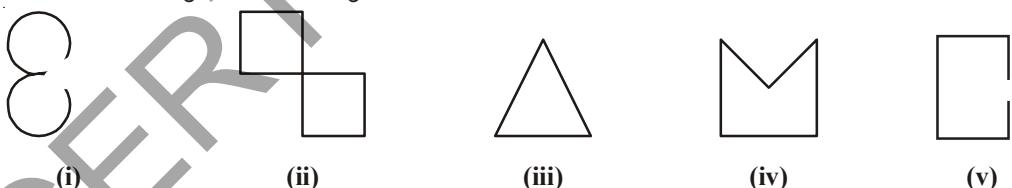


అభ్యాసము - 4.2

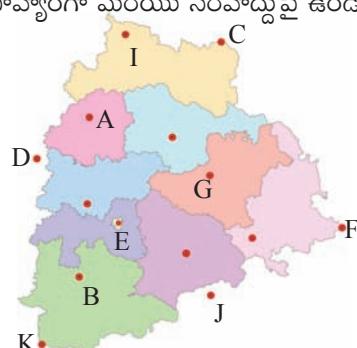
1. సరళ వక్రాలకు ఎదురుగా (✓) టిక్ చేయండి.



2. కిందివానిలో సంపృత మరియు విపృత పటాలు ఏవి?



3. కింది పటంలో అంతరంగా, బాహ్యంగా మరియు సరిహద్దుపై ఉండే బిందువులను గుర్తించండి.

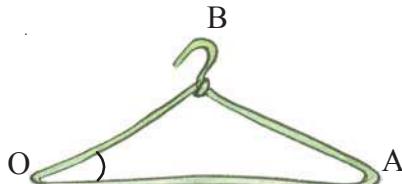


4. కిందివానిని ఉపయోగించి మూడు సరళసంపృత పటాలను గీయండి.

i) సరళేభలు మాత్రమే ii) రేఖలు మరియు వక్రరేఖలు రెండింటిని ఉపయోగించి.

4.7. కోణము

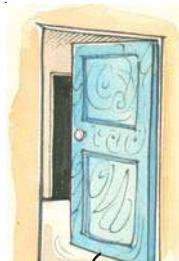
ఈ చిత్రాలను పరిశేఖించండి.



చిత్రం 1



చిత్రం 2

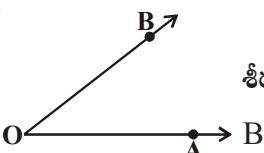


చిత్రం 3

మూలలు ఉన్న ప్రతివేట కోణాలు ఏర్పడతాయి. ఒకటవ చిత్రంలో OA, OB లను కిరణాలుగా ఊహించుకోండి. ఈ రెండు కిరణాలు ఒక ఉమ్మడి బిందువు O ను కలిగి ఉన్నాయి. అప్పుడు ఈ రెండు కిరణాలు ఒక కోణాన్ని ఏర్పరుస్తున్నాయి అని అంటాం. మూడవ చిత్రంలోని తలుపును గమనించండి. తలుపును పూర్తిగా మూసినప్పుడు అది గడపతో ఎలాంటి కోణంను ఏర్పరుచుట లేదు. తలుపును తెరిచినప్పుడు అది గడపతో కోణం చేయటం మనం గమనించవచ్చు. తలుపు స్థానం మారుతున్న కొద్ది కోణం మారటాన్ని మనం గమనించవచ్చు.

ఒక గోడ గడియారాన్ని తీసుకొని సమయం మారుతున్నప్పుడు దానిలోని ముల్లుల మధ్య కోణం మారుతూ ఉండటాన్ని మనం గమనించవచ్చు.

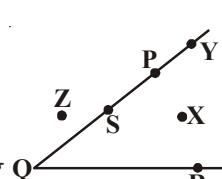
కోణాన్ని ఏర్పరుస్తున్న రెండు కిరణాలను ఆ కోణము యొక్క భుజాలు అని అంటారు.

 వక్క పటములో \overrightarrow{OA} మరియు \overrightarrow{OB} కిరణాలను కోణము యొక్క భుజాలు అని O ను శీర్షము అని అంటారు. ' O ' వద్ద కోణము ఏర్పడింది. కాబట్టి దానిని కోణం AOB లేదా కోణం BOA తో సూచిస్తారు. కొణాన్ని $\angle AOB$ లేదా $\angle BOA$ ($A\hat{O}B$ లేదా $B\hat{O}A$)తో కూడా సూచిస్తారు. లేదా $\angle O$ అంటారు.

ప్రక్క పటంలో X బిందువు కోణం యొక్క అంతరంలోనూ, Z బిందువు కోణం యొక్క బాహ్యంలోనూ మరియు S బిందువు $\angle PQR$ కోణం పైన ఉంది అని అంటాము.

కావున కోణము తలాన్ని మూడు భాగాలు విభజిస్తుందని చెప్పవచ్చు. అవి కోణము యొక్క అంతరము, కోణము యొక్క భుజములు, కోణం యొక్క బాహ్యము.

Y బిందువును గమనించండి. ఈ బిందువు ఎక్కడ వుంది?

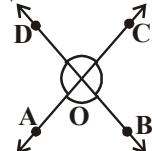
 \overrightarrow{QP} మరియు \overrightarrow{QR} కిరణాలను పొడిగించి చూస్తే Y బిందువు కోణము యొక్క అంతరంలో వచ్చుందా? అదే విధంగా కోణభుజాలను పొడిగించి దాని అంతరంలో M ను గుర్తించడం సాధ్యమేనా?



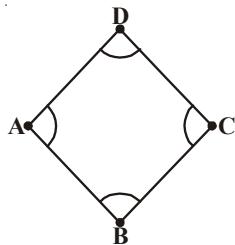
అభ్యాసం - 4.3

- పటమును చూసి కోణాలు, శీర్షాలు, మరియు భుజాలను గడులలో నింపండి.

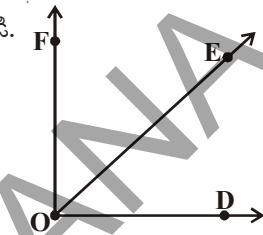
	i	ii	iii	iv
కోణము	$\angle AOB$			
శీర్షము	O			
భుజాలు	$\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$			



2. పటంలోని కోణాలను పేర్లతో సూచించండి.



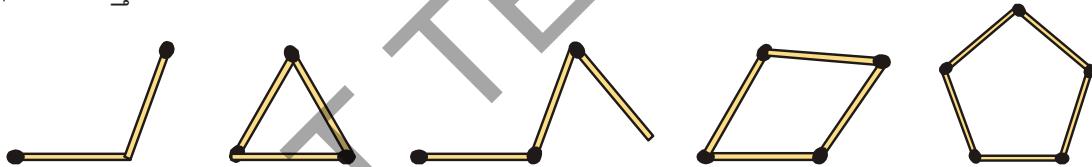
3. పటంలో క్రింది ఇవ్వబడిన ఆన్ని నిఱంధనలను తృప్తిపరిచే బిందువులను గుర్తించండి.
- $\angle DOF$ కోణము అంతరంలో A మరియు B బిందువులు
 - $\angle EOF$ కోణము యొక్క బాహ్యములో A మరియు C బిందువులు
 - $\angle DOE$ కోణముపై బిందువు B
4. కింది వాటిలో కోణాలు ఏర్పడిన పటాలను గుర్తించండి.



4.8. త్రిభుజము

జీవి చేయండి

కొన్ని అగ్నిపుల్లలను తీసుకొని వాటి సహాయంతో క్రింద చూపిన విధంగా సరళ సంవృత పటాలను గుర్తించి తయారు చేయండి.

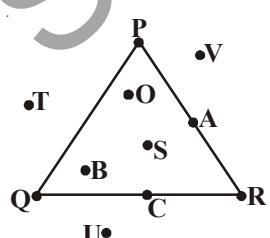


ఒక సంవృతపటం తయారుచేయటానికి కనీసం ఎన్ని అగ్నిపుల్లలు కావాలి? కనీసం 3 కావాలి కదా!

మరి, రెండు అగ్నిపుల్లలతో మనం సంవృతపటం ఎందుకు తయారు చేయలేదు?

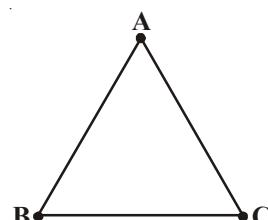
మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడే సరళసంవృతపటాన్ని త్రిభుజము అని అంటారు. మరియు ఆరేఖా ఖండాలను భుజాలు అంటారు.

AB, BC మరియు CA రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన ఈ త్రిభుజాన్ని గమనించండి. ఇక్కడ A, B, మరియు C లను త్రిభుజం ABC యొక్క శీర్శాలు అని అంటారు. A, B మరియు C శీర్శాల వద ప్రాంతాలలో వ్యాపారాలు ఉన్నాయి. త్రిభుజము ABC ను $\triangle ABC$ అని సాధారణంగా సూచిస్తాం.



ఒహుభుజి అయిన త్రిభుజానికి కూడా అంతరం, బాహ్యం ప్రాంతాలుంటాయి.

ప్రకృత్తి త్రిభుజంలోని బిందువులను పరిశీలించండి.



O అనే బిందువు త్రిభుజం అంతరంలో ఉంది. త్రిభుజము అంతరంలో ఉన్న మిగిలిన బిందువులు ఏవి? P బిందువు త్రిభుజం పై కలదు. త్రిభుజంపైన అంటే దాని రేఖాఖండాలపైన ఏయే బిందువులున్నాయి?

T అనే బిందువు త్రిభుజం యొక్క బాహ్యంలో ఉంది. అదేవిధంగా త్రిభుజము బయట ఉన్న ఇతరబిందువులు ఏవి?

కాబట్టి ఒక తలంలోని త్రిభుజము ఆ తలాన్ని మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది. అవి

(i) త్రిభుజం యొక్క అంతరం (ii) త్రిభుజం (iii) త్రిభుజం యొక్క బాహ్యం

త్రిభుజం మరియు దాని అంతరాన్ని కలిపి త్రిభుజాకార ప్రాంతం అని అంటారు.

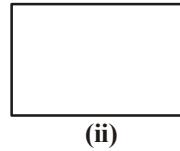
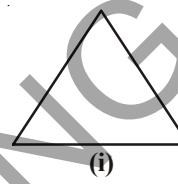
ఇవి చేయండి

వేరువేరు కొలతలు గల కొన్ని ప్రాముఖ్యములను తీసుకోండి. మూడు ప్రాంత మధ్య దారాన్ని పంపి వివిధరకాల త్రిభుజాలను తయారు చేయండి. ఆ త్రిభుజాల పటాలను నోటపుస్తకంలో వేయండి.



4.9. చతుర్భుజము

ప్రక్కన ఉన్న సరళసంవృత పటాలను పరిశీలిద్దాం. మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సరళసంవృత పటాన్ని త్రిభుజము అని అంటామని మనకు తెలుసు. నాలుగు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడే సరళసంవృత బహుభుజిని, చతుర్భుజము అని అంటాము. పటము (i) త్రిభుజానికి, పటము (ii)



ఇక్కడ ABCD ఒక చతుర్భుజము మరియు \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} , \overline{AD} లను చతుర్భుజం యొక్క నాలుగు భుజాలు అని అంటాము. $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$ మరియు $\angle D$ లు చతుర్భుజంలోని నాలుగు కోణాలు. ఎదుటి శీర్శాలయిన A, C మరియు B, D లను కలిపే రేఖా ఖండాలు \overline{AC} , \overline{BD} లను రెండు కర్ణాలు అంటారు.

ప్రక్కపటములోని చతుర్భుజములో షైడ్ చేయబడిన ప్రాంతము చతుర్భుజము యొక్క అంతరాన్ని, షైడ్ చేయని ప్రాంతం చతుర్భుజం బాహ్యాన్ని సూచిస్తుంది.

\overline{AB} భుజం యొక్క అభిముఖ (ఎదుటి) భుజము \overline{DC} .

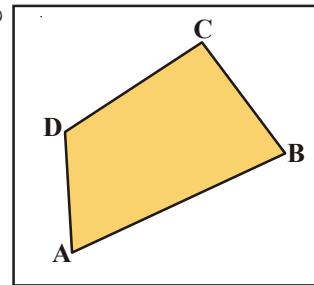
\overline{BC} , \overline{CD} మరియు \overline{AD} భుజాల అభిముఖ భుజాలు ఏవి?

\overline{AB} భుజం యొక్క ఆసన్న భుజములు \overline{BC} మరియు \overline{AD}

\overline{BC} , \overline{CD} మరియు \overline{AD} భుజాల ఆసన్న భుజాలు ఏవి?

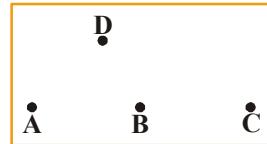
$\angle A$ యొక్క అభిముఖ కోణము $\angle C$ అదేవిధంగా ఇతర అభిముఖ కోణాల జతలు ఏవి?

$\angle A$ యొక్క ఆసన్న కోణాలు $\angle B$ మరియు $\angle D$. అదే విధంగా ఇతర ఆసన్న కోణాల జతలు ఏవి?



అలోచించి, చర్చించి రాయండి

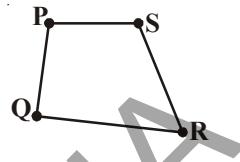
A, B, C మరియు D లు ఏవైనా నాలుగు బిందువులు. A, B, C లు మూడు ఒకే రేఖపై ఉన్నాయి. నాలుగు రేఖా ఖండాలు \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{CD} మరియు \overline{AD} లచే బిందువులను కలిపితే ఒక చతుర్భుజము ఏర్పడుతుందా? కారణాలు తెలుపండి.





అభ్యాసం 4.4

- A, B, C, D అనే నాలుగు బిందువులతో ఒక చతుర్భుజాన్ని గీయండి. పేరతో సూచించండి.
- PQRS ఒక చతుర్భుజము అయితే
 - \overline{QR} భుజమునకు అభిముఖభుజము _____.
 - $\angle P$ యొక్క అభిముఖ కోణము _____.
 - \overline{PQ} యొక్క ఆసన్న భుజాలు _____.
 - $\angle S$ యొక్క ఆసన్న కోణాలు _____.
- పటంలో సూచించిన బిందువులు క్రింద తెలిపిన విధంగా గుర్తించండి.
 - చతుర్భుజం అంతరంలోని బిందువులు
 - చతుర్భుజంపై బిందువులు
 - చతుర్భుజం యొక్క బాహ్యబిందువులు

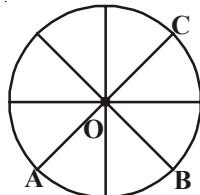


4.10 వృత్తము

ఈ చిత్రాలను చూడండి.



ఒక కాగితంపై చేతిగాజు సహాయంతో పెన్గిల్సుపయోగించి గాజు వెంబడి గీత గీయండి. మనకు ఒక గుండ్రని ఆకారము లభిస్తుంది. ఈ ఆకారము వృత్త భావనను సూచిస్తుంది. ఈ రూపంలో ఉన్న ఆకారాన్ని వృత్తము అని అంటారు. ఈ ఆకారం కలిగిన మరికొన్ని వస్తువులను గుర్తుకు తెచ్చుకోండి.

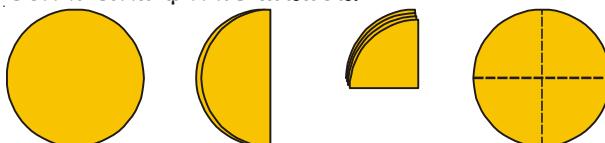


ఒక సైకిల్ చక్రాన్ని తీసుకొని దానిలోని చుప్పల పొడవులను కొలవండి. అన్ని చుప్పల పొడవులు సమానంగా ఉన్నాయి అని మనం గమనించవచ్చు. మధ్యలో ఉండే బిందువును కేంద్రము అని మరియు వక్రపు అంచు పొడవును వృత్త పరిధి అని, కేంద్రము నుంచి వృత్తానికి గల దూరాన్ని వ్యాసార్థము అని అంటాము.

ప్రక్క వృత్తంలోని కేంద్రాన్ని వ్యాసార్థాలను పరిశేలించండి. అన్ని వ్యాసార్థాలు సమానముగా ఉంటాయా? ఈ పటంలో O ను కేంద్రము అని, \overline{OA} , \overline{OB} మరియు \overline{OC} లను వృత్తం యొక్క వ్యాసార్థములు అని అంటారు.

ఇవి చేయండి

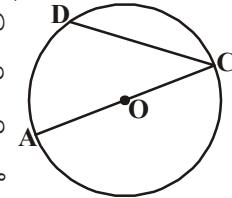
కాగితంపై ఒక వృత్తాన్ని గీసి దాని అంచు వెంట కత్తిరించండి. దానిని పటంలో చూపిన విధంగా సగానికి మడచి తిరిగి నాలుగవ భాగానికి మడవండి.



కాగితాన్ని తిరిగి తెరవండి. వృత్తం మధ్యలోని బిందువును గుర్తించండి. దానిని O తో సూచించండి. ఈ బిందువును వృత్తం యొక్క కేంద్రం అని అంటారు. ఇదే విధంగా వృత్తంలోని వ్యాసార్థాలను గుర్తించండి. ఒక వృత్తములో ఎన్న వ్యాసార్థాలను మనం గీయగలం?

\overline{AC} అనునది వృత్తంపైన రెండు బిందువులను కలిపే ఏదయినా రేఖాఖండము.

ప్రక్క పటమలో వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులను కలిపే రేఖాఖండము మరొకదానిని గుర్తించండి. \overline{CD} కూడా అలాంటి రేఖాఖండము. ఒక వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులను కలిపే రేఖాఖండాన్ని జ్యా అని అంటారు. కాబట్టి ఈ వృత్తంలో \overline{AC} మరియు \overline{CD} లు 'జ్యా' లు అవుతాయి. కానీ \overline{AC} జ్యా కు ఒక ప్రత్యేకత ఉంది. ఈ జ్యా వృత్త కేంద్రం 'O' గుండా పోతుంది. వృత్త కేంద్రం గుండా పోయే జ్యాను వ్యాసము అని అంటారు.



ఇవి చేయండి

ఒక వృత్తాన్ని గీసి అందులో కనీసం 5 జ్యాలు గీయండి. వీటిలో కనీసం ఒకటయినా వృత్త కేంద్రము నుండి పోవునట్టుగా గీయండి. ఆ జ్యాలను పేర్కఱో సూచించి క్రింది పట్టికను పూరించండి.



క్ర. సంఖ్య	జ్యా	పొడవు	కేంద్రము నుంచి పోతుంది (అవును)/ కాదు
1.			
2.			
3.			
4.			
5.			

మీరు ఏమి గమనించారు?

వృత్త కేంద్రము నుంచి పోయే జ్యా అంటే వ్యాసం మిగిలిన జ్యాల కంటే ఎక్కువ పొడవు ఉండటాన్ని మనం గమనించవచ్చు.

తిరిగి మనం వృత్తాన్ని గమనిధాం. \overline{AC} అను రేఖాఖండము మధ్య బిందువు O.

కానీ ఇందులోని \overline{OA} మరియు \overline{OC} లు రెండు వృత్త వ్యాసార్థాలు అని మనకు తెలుసు.

కాబట్టి \overline{OA} పొడవు + \overline{OC} పొడవు = \overline{AC} పొడవు అని మనం చెప్పవచ్చు.

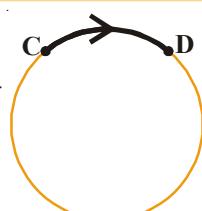
ఒక వృత్త వ్యాసము దాని వ్యాసార్థానికి రెండురెట్లు.



ఆలోచించండి మరియు చర్చించండి

ఒక వృత్తములో మనం ఎన్ని వ్యాసాలు గీయగలం? అన్ని వ్యాసాలు సమానమయిన పొడవును కలిగివున్నాయూ? మీ ఉపాధ్యాయుడి మరియు స్నేహితులతో చర్చించి ఫలితం చెప్పండి.

ప్రక్క పటాన్ని గమనించండి. ఒక వృత్తంపై ఉండే రెండు బిందువులు C మరియు D ల మధ్య ఉండే వృత్తభాగాన్ని చాపము అని అంటారు. మరియు ఈ చాపాన్ని \overline{CD} చే సూచిస్తారు. ఇంకాక చాపాన్ని గుర్తించండి.



వృత్తంపై మరికొన్ని చాపాలు గీసి పేరుతో సూచించండి.

వృత్తం ఒక సరళ సంవృతపటం కాబట్టి అది తలాన్ని తన సరిహద్దు (పరిధి) తో కలిసి వృత్త అంతరము మరియు వృత్త బాహ్యముగా విభజిస్తుంది.

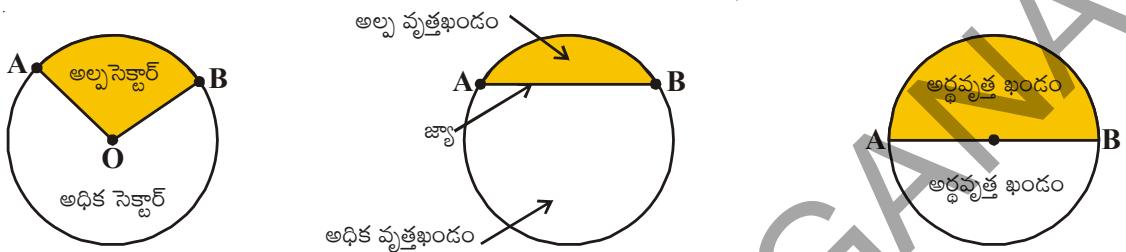
వృత్తంతో కూడిన వృత్తం యొక్క అంతరాన్ని వృత్తాకార ప్రాంతము అంటారు.

వృత్తం యొక్క ఇతర భాగాలు

ఒక చాపము చేత మరియు రెండు వ్యాసార్థాల చేత చుట్టబడిన ప్రాంతాన్ని వృత్తము యొక్క సెక్టర్ (తీజ్యాంతరము) అని అంటారు.

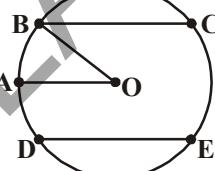
ఒక జ్యా మరియు చాపము చేత చుట్టబడిన వృత్తప్రాంతాన్ని వృత్తము యొక్క వృత్త ఖండము అని అంటారు. వృత్తం యొక్క జ్యా వృత్తాన్ని రెండు ఖండాలుగా విభజిస్తుంది.

ఒక వ్యాసము మరియు చాపము చేత చుట్టబడిన వృత్త ప్రాంతాన్ని అర్థవృత్త ఖండము అని అంటారు.



అభ్యాసము 4.5

- ఒక వృత్తాన్ని గీసి అందులో కేంద్రము, వ్యాసార్థము, వ్యాసము మరియు చాపాన్ని గుర్తించుము
- వృత్తప్రాంతాన్ని రంగులతో ఛేడ్ చేయండి
 - సెక్టర్ ను ఎరువురంగుతో
 - అల్పవృత్త ఖండాన్ని పసుపురంగుతో
- 'సత్యము' లేదా 'అసత్యము' తెల్పుండి.
 - ఒక వృత్తంలో ఒకే కేంద్రము గుర్తించగలము ()
 - వృత్తవ్యాసము వ్యాసార్థానికి రెండురెట్లు ()
 - చాపము అనునది వృత్తంలో ఒక భాగం ()
 - అన్ని జ్యాలు ఒకే పొడవును కలిగి వుంటాయి ()
 - ఒక వృత్తంలో వ్యాసార్థాలు అన్ని సమానమైన పొడవు కలిగి వుండవ ()
- ఒక వృత్తాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. దానిని రెండు సమాన భాగాలకు మదవండి. మదత వెంట గోటితో గీసి తిరిగి కాగితాన్ని తెరవండి. మీకు వృత్తవ్యాసము మదత కనిపించిందా? ఇదే కృత్యాన్ని వేరు వేరు రకాలుగా వృత్తాన్ని సగానికి మదవటం ద్వారా చేయండి. ఎన్ని వ్యాసాలను మీరు గమనించారు?



మనం నేర్చుకున్నది

- బిందువు ఒక స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. సౌధారణంగా దానిని ఆంగ్ర భాషలోని పెద్ద అక్షరంతో సూచిస్తారు.
- రెండు బిందువులను కలపడం వల్ల రేఖాఖండము ఏర్పడుతుంది. అది ఒక నిర్ధిష్టమయిన పొడవును కలిగి వుంటుంది.
- ఒక రేఖాఖండం యొక్క రెండు చివరి బిందువుల వైపు అనంతంగా పొడగించడం ద్వారా రేఖ ఏర్పడుతుంది. దీనిని సరళరేఖ అని కూడా అంటారు.

4. ఒక బిందువు నుండి ప్రారంభమయి ఒక దిశలో వెళ్లే రేఖలోని భాగాన్ని కిరణము అని అంటారు.
5. పెన్సిల్ కొనను ఎత్తకుండా గీసిన ఏదయినా పటాన్ని సాధారణంగా వక్రము అని అంటారు. ఈ విధంగా సరళరేఖ కూడా ఒక వక్రమే.
6. ఒక వక్రము దానినదే దాటనిచో అది సరళ వక్రం.
7. వక్రాలు సంవృత, వివృత అని రెండు రకాలు.
8. ఒకే ఉమ్మడి బిందువు నుండి ప్రారంభమయిన రెండు విభిన్న కిరణాలు కోణాన్ని ఏర్పరుస్తాయి. ఉమ్మడి బిందువును శీర్షము అని అంటారు. రెండు కిరణాలను భుజాలు అని అంటారు.
9. ప్రతి కోణం తలాన్ని అంతరము, సరిహద్దు మరియు బాహ్యం అని మూడు భాగాలుగా విభజిస్తుంది.
10. మూడు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటాన్ని త్రిభుజము అని అంటారు.
11. త్రిభుజానికి మూడు భుజాలు, మూడు శీర్షాలు, మూడు కోణాలు ఉంటాయి.
12. సరిహద్దుతో కూడిన త్రిభుజం, దాని అంతరాన్ని త్రిభుజాకార ప్రాంతము అని అంటారు.
13. చతుర్భుజము నాలుగు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడు సరళసంవృత పటము.
14. ఒక స్థిరబిందువుకు సమాన దూరంలో ఉండే అన్ని బిందువులచే ఏర్పడిన సరళ సంవృత వక్రాన్ని వృత్తము అని అంటారు.
15. వృత్తము యొక్క మొత్తం పొడవును వృత్త పరిధి అని అంటారు. వృత్త పరిధిపై కొంతభాగాన్ని చాపము అని అంటారు.
16. వృత్తం పైన ఉన్న ఏవైనా రెండు బిందువులను కలుపగా ఏర్పడిన రేఖాఖండాన్ని జ్యా అని అంటారు. వ్యాసము కూడా ఒక జ్యా ఆవుతుంది.
17. వృత్త వ్యాసము వ్యాసార్ధానికి రెండు రెట్లు.
18. వృత్తము మరియు వృత్త అంతరము కలిపి వృత్తాకార ప్రాంతం అంటారు.
19. వృత్త చాపము మరియు రెండు వ్యాసార్ధాలచే చుట్టబడిన ప్రాంతాన్ని సెక్టర్ లేక త్రిజ్యాంతరము అని అంటారు.
20. వృత్తం జ్యా మరియు చాపముచే చుట్టబడిన ప్రాంతాన్ని వృత్త ఖండము అని అంటారు.
21. ప్రతి వ్యాసము వృత్తాన్ని రెండు అర్ధవృత్తాలుగా విభజిస్తుంది.

యూక్లిడ్ (గ్రీసు)

365 BC

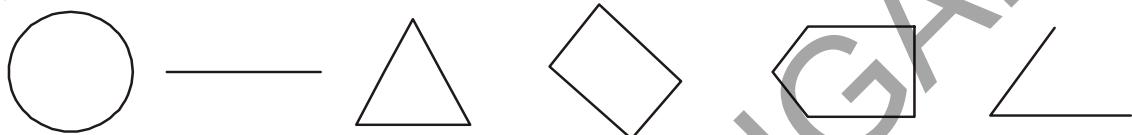
గ్రీకు తత్వవేత్త మరియు గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు. జ్యామితిని క్రమ పద్ధతిలో తార్మికముగా రూపొందించి “ది ఎలిమెంట్స్” అనే పుస్తకాన్ని రాశాడు. ఈయన రూపొందించిన జ్యామితిని “యూక్లిడియన్” జ్యామితి అంటారు.



రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు

5.1 పరిచయం

“ప్రాధమిక జ్యామితీయ భావనలు” అనే అధ్యాయంలో మనం రేఖలు, కోణములు, త్రిభుజాలు, చతుర్భుజాలు మరియు వృత్తాలు లాంటి భావనలు నేర్చుకున్నాం. ఈ జ్యామితీయ పటాలు అనేక రేఖాఖండాలు మరియు కోణములచే ఏర్పడ్డాయి. ఈ పటాలు, వాటిలోని రేఖాఖండాలు, కోణాలు వేరు వేరు పరిమాణాలలో ఉన్నాయి. సాధారణంగా మనం రేఖాఖండాల పొడవులను బట్టి మరియు కోణముల కొలతలను బట్టి పోల్చుతాం.



పటం 5.1

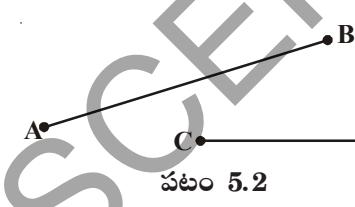
అయితే అన్ని సమయాల్లో ఇది సాధ్యం కాకపోవచ్చు. కొన్ని రేఖాఖండాలు మరియు కోణాల కొలతలు కంటితో మాని పోల్చుతేనంత దగ్గర దగ్గరగా ఉన్నప్పుడు వాటిని ఖచ్చితంగా కొలవడానికి మనకు ప్రశ్నకమయిన పరికరాలు కావాలి. ఈ అధ్యాయంలో మనం రేఖాఖండాలను మరియు కోణాలను ఎలా కొలవాలో నేర్చుకుండా.

5.2 రేఖాఖండం యొక్క కొలత

పుస్తకం, పెలివిజన్ తెర, ఇటుక మొదలగు వాటి అంచులు ఆ వస్తువుల యొక్క అంచుల వెంట గీసిన రేఖాఖండాల వలే ఉంటాయి. మనం అనేక పటాలలో రేఖా ఖండాలు చూసాము మరియు గీచాము కూడా.

త్రిభుజము మూడు రేఖాఖండాలచే, చతుర్భుజం నాలుగు రేఖాఖండాలచే ఏర్పడుతుందని మనకు తెలుసు.

రేఖాఖండము అనేది రెండు చివరి బిందువులు కలిగిన రేఖలోని ఒక భాగం. రేఖాఖండానికి చివరి బిందువులు ఉన్నందువలన దానిని మనం కొలవవచ్చు. ఆ కొలతనే దాని ‘పొడవు’ అని అంటాము. మనం ‘పొడవు’ ను రెండు రేఖాఖండాలను పోల్చుటకు ఉపయోగిస్తాము.



పటం 5.2

రెండు రేఖాఖండాల ‘పొడవు’ను మూడు రకాలుగా పోల్చవచ్చు.

ఎ) పరిశీలన బి) కాగితంపై ట్రైసింగ్ పద్ధతి సి) జ్యామితి పరికరం ఉపయోగించి పటం 5.2 లోని \overline{AB} , \overline{CD} రేఖాఖండాలను పరిశీలించండి. ఏ రేఖాఖండం ఎక్కువ పొడవును కలిగి ఉందో చెప్పగలరా?

కంటే ఎక్కువ పొడవును కలిగి వుంది అని సులభంగా చెప్పవచ్చు.

కాని పటం 5.3 లోని

\overline{AB} , \overline{CD} మరియు \overline{PQ} , \overline{RS}

రేఖాఖండాల జతలను సులభంగా

పోల్చుటము. ఎందువల్ల?

\overline{AB} రేఖాఖండము \overline{CD} రేఖాఖండము

A—————B

C—————D

P—————Q

R

S

పటం 5.3

ఈ రెండు రేఖాఖండాలను ఎలా పోల్చవచ్చు? అలోచించండి మరియు చర్చించండి.

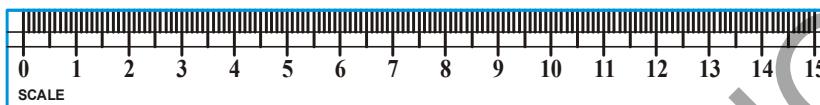
\overline{AB} , \overline{CD} రేఖాఖండాలను ట్రైసింగ్ పేపర్ లేదా ఊలి పొర కాగితంపై గీసి, ఒకదానిపై ఒకటి ఉంచండి. వాటి చివరి బిందువులు ఏకీభవించాయా? - - -

ఇదే విధంగా \overline{PQ} , \overline{RS} లను పోల్చి రెండింటి పొడవులు సమానమని చెప్పవచ్చు)

5.2.1 జ్యామితి పరికరాలనుపయోగించి పోల్చుట

రెండు రేఖాఖండాల పొడవులను ఖచ్చితంగా పోల్చడానికి మనకు నరి అయిన సాధనాలు అవసరం. మీ జామెట్రీ బాక్స్‌లోని కొలమాని (స్క్లూ) మరియు విభాగినిని ఉపయోగించి పొడవును ఎలా కొలవాలో ఇప్పుడు తెలుసుకుండా.

ఈ పరికరాలను మీరు ఎప్పుడుయినా చూశారా? వాటిని ఉపయోగించారా? పీటిని జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి.



కొలమాని

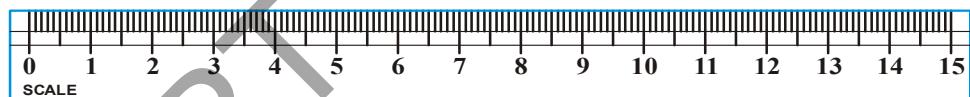
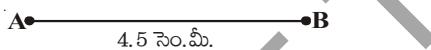
పటం 5.4



విభాగిని

స్క్లూ (కొలమాని) యొక్క ఒక అంచు 15 సమాన పెద్ద విభాగాలుగా విభజించబడి ఉంటుంది. ఇందులోని ప్రతీ విభాగము 1 సెంటీమీటరు (1 cm) ను సూచిస్తుంది. ప్రతీ సెం.మీ తీరిగి 10 సమాన చిన్న విభాగాలుగా విభజించబడి ఉంటుంది. ప్రతీ చిన్న విభాగాన్ని 1 మిల్లీమీటరు (1 mm) అని అంటారు.

స్క్లూ నుపయోగించి ఒక రేఖాఖండము పొడవును ఎలా కొలుస్తారో ఇప్పుడు నేర్చుకుండాము.



స్క్లూ లోని సున్నా విభాగాన్ని A వద్ద ఉంచండి. ఇప్పుడు B వద్ద గల స్క్లూ విభాగాన్ని గుర్తించండి. ఈ కొలతనే రేఖాఖండము పొడవుగా చెప్పవచ్చు.

ఇక్కడ \overline{AB} పొడవు = 4.5 సెం.మీ.

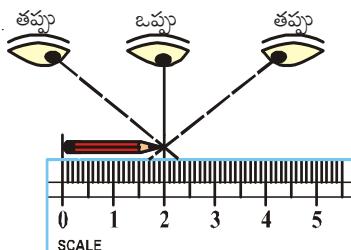
గమనిక : ఒకవేళ A బిందువును స్క్లూపై 1 సెం.మీ వద్ద ఉంచితే B బిందువు 5.5 సెం.మీ వద్ద ఏకీభవిస్తుంది. అప్పుడు AB పొడవు = $5.5 - 1 = 4.5$ సెం.మీ అవుతుంది.

అలోచించి, చర్చించి రాయండి



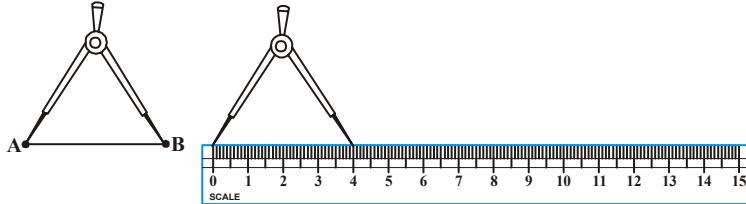
స్క్లూనుపయోగించి రేఖాఖండము యొక్క పొడవు కనుగొనేటప్పుడు ఏ ఏ దోషాలు మీరు కనుగొంటారు?

ఒక పెనీల్ యొక్క పొడవును మనం కనుగొనాలి అని అనుకుండాం! అప్పుడు పటంలో చూపిన విధంగా మన కంటి దృష్టి సరియయన



స్థితిలో ఉండాలి. అంటే పెన్ఫిల్ చివరి బిందువు మధ్య లంబంగా ఉండే స్థితిలో మన కన్ను ఉండాలి. కోణీయంగా ఒక వస్తువును చూడటం వల్ల ఏర్పడే కొలతలోని దోషాన్ని నివారించడానికి మనం ఈ జాగ్రత్తను తీసుకుంటాం.

ఈ దోషాన్ని నివారించడానికి మనం విభాగినిని ఉపయోగిస్తాము. విభాగినిని ఉపయోగించి ఖచ్చితమయిన కొలతను ఎలా తెలుసుకుంటారో ఇప్పుడు మనం నేర్చుకుందాం.



పటం 5.5

విభాగినిని తెరవండి. విభాగిని యొక్క ఒక భుజము చివర కొను A వద్ద ఉంచి దానిని రెండవ భుజం యొక్క చివరి కొను B వద్దకు వచ్చే వరకు తెరవండి. విభాగినిని జాగ్రత్తగా మైక్రోమీటర్ లేపి దాని భుజాల స్థితిని మార్చుకుండా స్నేహిపై ఒక కొన '0' వద్ద ఉండునట్లు. రెండవ కొన స్నేహిపై మరొక విభాగంపై ఉండే విధంగా ఉంచాలి. రెండు చివరి కొనల మధ్య దూరాన్ని గుర్తించండి. AB యొక్క పొడవు ఎంత?

వేరు వేరు రేఖాభండాలను తీసుకొని వాటి పొడవులను కొలవండి

ప్రయత్నించండి

1. ఒక పోస్ట్స్కార్డును తీసుకొని దాని పొడవు వెడల్చులను స్నేహిపై మరియు విభాగినిని ఉపయోగించి కొలవండి. అన్ని పోస్ట్స్కార్డులు ఒకే కొలతల కలిగి వుంటాయా?
2. చిన్న పెన్ఫిల్, రబ్బర్ లాంటి ఏవయిసా మూడు వస్తువులు తీసుకోండి. వాటి పొడవులను కొలవండి.



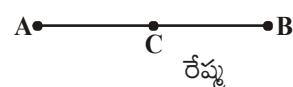
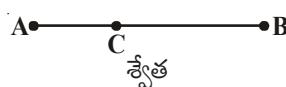
అభ్యర్థం 5.1

1. మీ తరగతి గదిలోని రేఖాభండాలను కలిగి వున్న ఏవైనా అయిదు వస్తువులను ఉదాహరణలుగా ఇచ్చండి.
ఉదా || నల్లబల్ల ఆంచు.
2. రెండు రేఖాభండాలను పోల్చునప్పుడు స్నేహిపై కంటే విభాగినిని ఉపయోగించడం మేలు. ఎందుకు?
3. కిందిపటంలో ఇచ్చబడిన సరళరేఖలోని రేఖాభండాలను కొలవండి. కొలతలను బట్టి ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.



రేఖాభండము AB, AC, AD, AE, BC, BD, BE, CD, CE, DE

4. శ్వేత మరియు రేప్పులు \overline{AB} రేఖాభండం మధ్యభిందువును ఈ క్రింది విధంగా సూచించారు.



ఇద్దరిలో ఎవరు సరిగా గుర్తించారు? \overline{AC} , \overline{CB} పొడవులను కొలిచి సరిచూడండి.

5. ఈ క్రింది పటములు కొన్ని భుజాలుగా గల కొన్ని రేఖాభండములు ఇచ్చబడినవి. అల్సూరా ఒక రేఖాభండములో పొడవైన అంచును కలిగి ఉన్నవి. అయితే మిగతా పటముల రేఖాభండములు కనుగొనుము.



5.3 కోణం యొక్క కొలత

నిత్యజీవితంలో మనం కోణాలు కలిగి ఉన్న అనేక వస్తువులను చూస్తూ ఉంటాం.

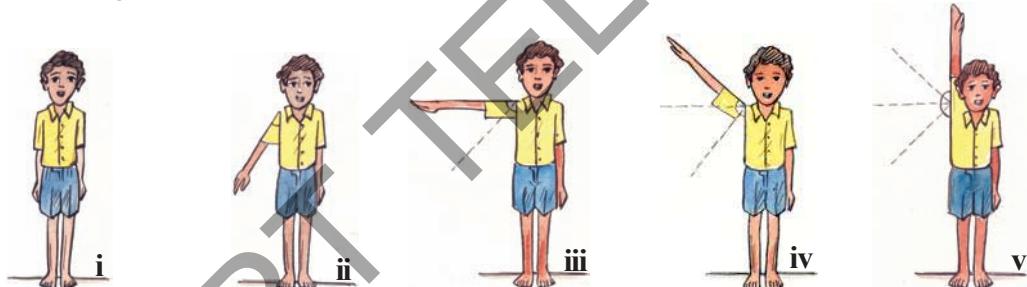
కత్తెరలోని బ్లైడులు దూరంగా జరిగే కొద్ది వాటి మధ్య కోణం పెరగటం మనం గమనించవచ్చు. రెండు రేఖాఖండాల మధ్య లేదా రెండు కిరణాల మధ్య కోణం ఏర్పడుతుంది. వేరువేరు రకాలయిన కోణాలను కలిగి ఉన్న వివిధ వస్తువులకు కొన్ని ఉదాహరణలు ఇవ్వండి.



కింది పటం (1)లో చూపిన విధంగా నిలబడుంది. మీ ఎడమ చేయిని కదల్చుకుండా అదే స్థితిలో ఉంచి రెండవ చేతిని అంటే కుడిచేతిని నెమ్ముదిగా పైకి లేపండి. మీ కుడిచేతిని మార్చుతూ ఉన్నప్పుడు మీ శరీరానికి, మీ కుడిచేతికి మధ్యగల కోణం మారుతూ ఉండటాన్ని మీరు గమనించవచ్చు. ఈ కోణాలను ఏమే పేర్లతో పిలుస్తారో ఇప్పుడు తెలుసుకుండాం.

కృత్యము

కింది చిత్రాలను గమనించండి.



పటం (i) లో శరీరానికి, చేతికి మధ్య కోణం ఏర్పడలేదు ఈ కోణంను శూన్యకోణం అంటారు.

పటం (iii) లో మీ చేయి శరీరానికి లంబంగా వుంది. శరీరానికి, చేతికి మధ్య కోణం 90° . ఈ కోణాన్ని లంబకోణం అని అంటారు.

పటం (ii) లో మీ శరీరానికి, చేతికి మధ్యకోణం లంబకోణం కంటే తక్కువ. ఇలాంటి కోణాలను అల్పకోణాలు అని అంటారు.

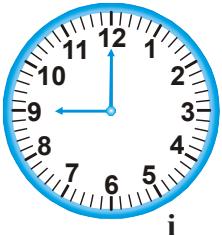
పటం (iv) లో శరీరానికి, కుడిచేతికి మధ్యకోణం లంబకోణం కంటే ఎక్కువ. ఈ కోణాన్ని అధికకోణం అని అంటారు.

పటం (v) లో శరీరానికి, కుడిచేతికి మధ్య కోణం రెండు లంబకోణాల మొత్తం అంటే 180° . ఈ కోణాన్ని సరళకోణం అని అంటారు.

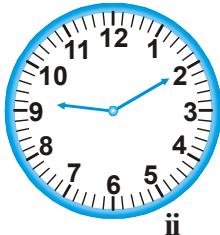
ఇప్పుడు మనం ఒక గడియారంలోని ముళ్ళ మధ్య ఏర్పడే కోణాలను పరిశీలిద్దాం. గంటల ముల్లును ఆధారంగా చేసుకొని సవ్యదిశలో ముళ్ళ మధ్య కోణాన్ని కొలుద్దాము.

12 గంటల సమయాన గంటల ముల్లు, నిముషాల ముల్లుతో ఏకీభవిస్తుంది.

అందుచేత వాటిమధ్య కోణం సున్నా 0° గా తీసుకుండాం.



i



ii



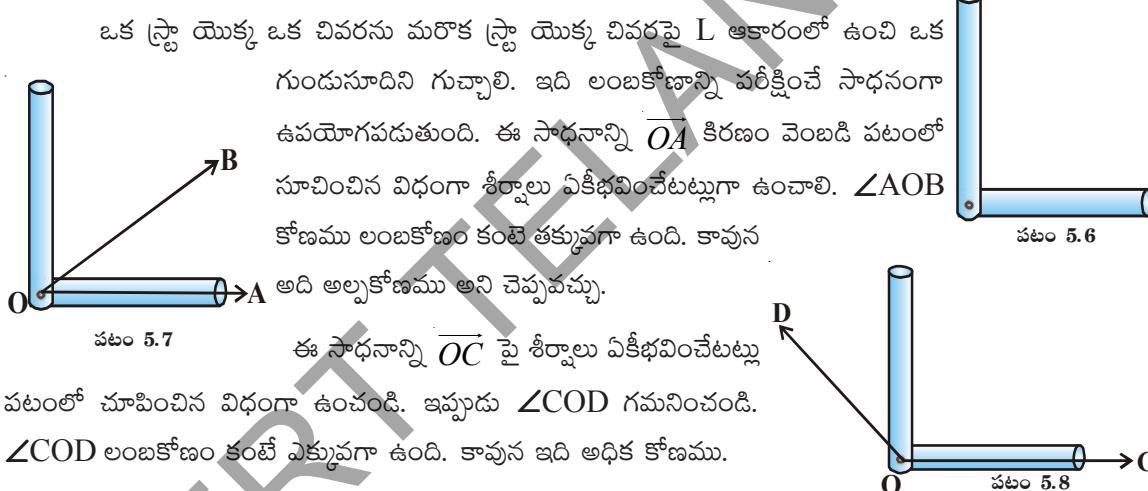
iii

- ఎ గడియారంలోని ముల్లుల మధ్య అల్పకోణం ఉంది?
- ఎ గడియారంలోని ముల్లులు అధికకోణాన్ని సూచిస్తున్నాయి?

(ఇచ్చట చిన్నముళ్లను ఆధారంగా చేసుకొని, పెద్దముళ్లు ఉపయోగాన్ని చేసున్నదని ఖాపించాలి)

కృత్యము

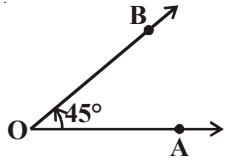
రెండు ప్రోట్లను తీసుకొండి.



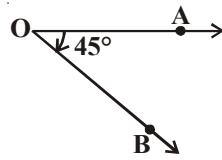
ప్రయత్నించండి

- ప్రోట్ తయారుచేసిన లంబకోణ పరీక్షా సాధనము నుపయోగించి క్రింది కోణాలను పోల్చి అల్ప, అధిక, లంబకోణాలను గుర్తించండి.
- అల్పకోణాలను, అధికకోణాలను కలిగివున్న ఏవయినా ఐదు నిత్యజీవిత సందర్భాలను / వస్తువులను ఉదాహరణలుగా వ్రాయండి.
- రెండు రేఖలచే ఏర్పడే మీకు తోచిన ఏవయినా కొన్ని కోణాలను గీయండి. ప్రో లంబకోణ పరీక్షాసాధనంతో ఏవి లంబకోణాలో, ఏవి అల్ప కోణాలో, ఏవి అధిక కోణాలో గుర్తించండి.

సత్య మరియు శైలకు \overrightarrow{OA} ను ఇన్ని 45° కోణమను గీయమని చెప్పిరి. వారు ఆ కోణాన్ని ఈ క్రింది విధంగా వేరువేరుగా గీశారు.



సత్య ($\angle AOB = 45^\circ$)



శైల ($\angle AOB = 45^\circ$)

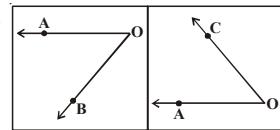
సత్య మరియు శైలకు గీసిన పై కోణాలు రెండూ సరియయినవా? వాటిమధ్య తేడాలేమిటి?

సత్య గీసిన కోణంలో \overrightarrow{OA} అపసవ్యదిశలో కదిలి \overrightarrow{OB} ని 45° కోణంతో చేరింది. ఇలాంటి కోణాలను అపసవ్యదిశకోణాలు అని అంటారు. వీటిని ధనకోణాలు అని ధన గుర్తుతో సూచిస్తారు. సత్య గీసిన కోణం $+45^\circ$.

శైల గీసిన కోణంలో \overrightarrow{OA} సవ్యదిశలో (గడియారపు ముళ్ళు కదిలే దిశలో కదిలి 45° కోణంతో \overrightarrow{OB} ని చేరింది. ఇలాంటి కోణాలను సవ్యదిశ కోణాలు అని అంటారు. వీటిని బుఱకోణాలు అని బుఱగుర్తుతో సూచిస్తారు. శైల గీసిన కోణం -45° .

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

ప్రక్క చిత్రంలో \overrightarrow{OA} ఇవ్వబడినది. $\angle AOB$, మరియు $\angle AOC$ లు రెండు కోణాలు అయిన వీటిలో ఏది సవ్యదిశకోణం? మరియు ఏది అపసవ్యదిశకోణం? ఆలోచించి మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.



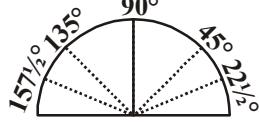
కృత్యం

- గాజునుపయోగించి ఒక వృత్తాన్ని పేపర్‌పై గీసి దానిని అంచువెంబడి కత్తిరించండి.
- వృత్తాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా మడిచి కత్తిరించండి. మిటు అర్ధవృత్త భాగం వస్తుంది. పటంలో చూపిన విధంగా అర్ధవృత్తాన్ని మరొకసారి (పాతిక భాగానికి) మడవండి. దీనిని వృత్తపొదం అంటారు.
- కాగితాన్ని అర్ధవృత్తానికి తెరవండి. అర్ధవృత్తంలో పటంలో చూపిన విధంగా ఒక మడతను గమనించవచ్చు. ఈ మడత వ్యాసానికి లంబంగా 90° కోణంతో ఉంటుంది. మడతపై 90° అని వ్రాయండి.
- తిరిగి అర్ధవృత్తాన్ని పాతిక భాగానికి మడవండి. ఈ పాతిక భాగాన్ని ఇంకొకసారి పటంలో చూపిన విధంగా మడవండి.

45° ల కోణంతో మరొక మడతను గమనిస్తారు. $90^\circ + 45^\circ = 135^\circ$ కోణంతో మరొక మడతను గమనిస్తారు.
- కాగితాన్ని అర్ధవృత్తానికి తిరిగి తెరవండి. 45° లను గుర్తించండి.

6. 90° లకు మరొక వైపు అవసవ్యదిశలో ఉన్న మడతను 135° లుగా గుర్తించండి.

7. ఆర్ధవృత్తాన్ని తిరిగి పాతిక భాగానికి, పాతికభాగాన్ని తిరిగి రెండుసార్లు మడవండి. కాగితాన్ని తెరిచి చూడండి.



8. 45° కోణానికి, భూమికి మర్యాదలో ఒక మడత ఏర్పడుతుంది. దీనిని $22\frac{1}{2}^\circ$ గా గుర్తించండి.

అదే విధంగా 135° ల కోణానికి భూమికి మర్యాదలో ఒక మడత ఏర్పడుతుంది. దీనిని $157\frac{1}{2}^\circ$ గా గుర్తించండి.

ఇప్పుడు మనం ఒక కోణమానిని తయారు చేశాం. దీని సహాయంతో దాదాపుగా కొన్ని కోణాలను కొలవగలం.

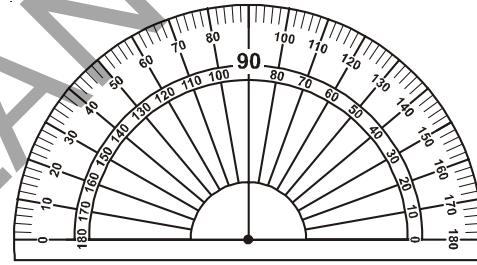
5.3.1 కోణమాని

మనం స్ట్రోలతోనూ, కాగితాలతోనూ తయారుచేసే కోణమాని, కోణాలను లంబకోణం ఆధారంగా పోల్చడానికి, కొన్ని రకాల కోణాలను కొలవడానికి మాత్రమే ఉపయోగపడాయి.

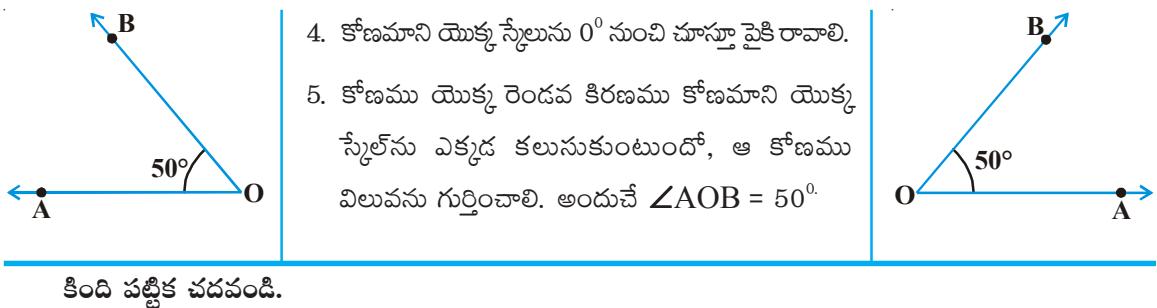
అందుచే కోణాలను మరింత ఖచ్చితంగా సులభంగా కొలవటానికి మనకు ఒక సాధనం అవసరం. ఈ కోణాలను కొలిచే సాధనాన్ని కోణమాని అని అంటారు.

కోణమానిని ఒకసారి జాగ్రత్తగా గమనించండి. ఇది ఆర్ధవృత్తార్థారంగా వుంటుంది. క్రింది భాగంలో వ్యాసం వెంట ఒక రేఖ గీయబడి వుంటుంది. దానిని ఆధారము అని అంటారు. ఆధారరేఖకు లంబంగా ఉన్న రేఖ వద్ద 90° గుర్తించబడి వుంటుంది. ఆధారరేఖ, లంబరేఖ కలుసుకునే చేటును కేంద్రబిందువు అని అంటారు. కోణమాని చాపము వెంట 0° ల నుంచి 180° ల వరకు కోణాలు సవ్యదిశలో మరియు అవసవ్యదిశలలో గుర్తించబడి ఉంటాయి. సవ్యదిశలో కోణాలు గుర్తించబడి ఉన్న స్క్లూను బయటి స్క్లూ అని, అవసవ్యదిశలో కోణాలు గుర్తించబడి ఉన్న స్క్లూను లోపలి స్క్లూ అని అంటారు. బయటి స్క్లూపై 0° నుంచి 180° ల వరకు 180 సమభాగాలగా గుర్తించబడి వుంటుంది. ఒక్కక్కడ సమభాగాన్ని 1° (డిగ్రీ) అని అంటారు. బయటి స్క్లూపై 10° కోణమును పెంచుతూ విలువలు 180° దాకా గుర్తించబడి వుంటాయి. 0° ల కోణంను ఆధారరేఖ ఇరువైపులా సూచిస్తుంది.

ఇప్పుడు మనం కోణమానిని ఉపయోగించి కోణాలను ఎలా కొలవాలో నేర్చుకుండాం.



సవ్యదిశ కోణము	సోపానము	అవసవ్యదిశకోణము
 	<ol style="list-style-type: none"> ఇచ్చిన కోణము అల్పకోణమా? అధిక కోణమా? గుర్తించండి. కోణమాని కేంద్రబిందువును కోణము యొక్క శీర్షము వద్ద ఉంచాలి. కోణమాని కేంద్రబిందువు కోణం యొక్క శీర్షముపై నుంచి ప్రక్కకు జరగకుండునట్లుగా, కోణమాని, ఆధారరేఖ, ఇచ్చిన కోణం యొక్క ఒక కిరణము ఏకీభవించునట్లుగా కోణమానిని సరిచేయాలి. 	



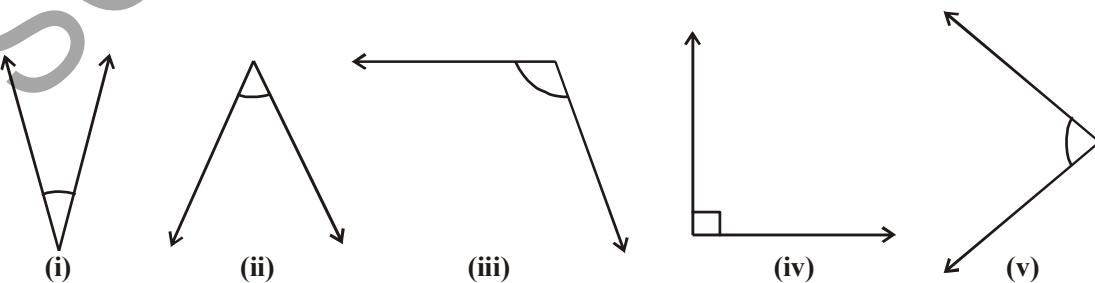
కోణము	కోణం కొలత
శూన్య కోణము	0°
లంబకోణము	90°
సరళకోణము	180°
సంపూర్ణకోణము	360°
అల్పకోణము	0° మరియు 90° ల మధ్య
అధికకోణము	90° మరియు 180° ల మధ్య
పరావర్తన కోణము	180° మరియు 360° ల మధ్య

ప్రయుషించండి

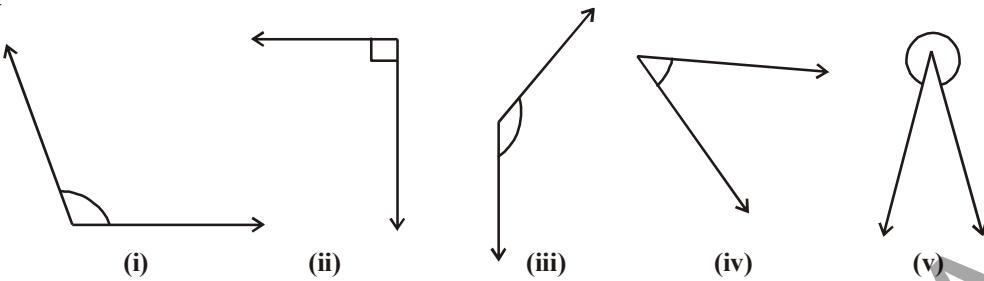
1. కింద వానిలో ఏది పెద్ద కోణమవుతుందో డస్పించండి? మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.
కోణమానిని నుపయోగించి ఫలితాన్ని సరిచూడండి.



2. కిందవానిలో ఏవి అల్పకోణాలు? వాటి విలువలు త్రాయండి.



3. కిందివానిలో ఏవి అధికకోణాలు? కోణమానిని ఉపయోగించకుండా గుర్తించండి.



4. ఏవైనా రెండు అల్పకోణాలను, రెండు అధికకోణాలను గీయండి.

5. కింది కోణాలలో అల్పకోణాలు, అధికకోణాలు, లంబకోణాలు, సరళకోణాలు, మరియు పరావర్తన కోణాలను వేరు చేసి ప్రాయండి.

$40^\circ, 140^\circ, 90^\circ, 210^\circ, 44^\circ, 215^\circ, 345^\circ, 125^\circ, 10^\circ, 120^\circ,$
 $89^\circ, 270^\circ, 30^\circ, 115^\circ, 180^\circ$



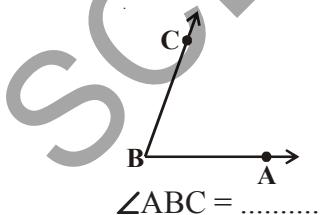
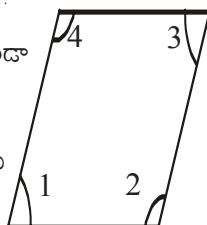
అభ్యాసము 5.2

1. సత్యము లేదా అనత్యము అయినవాటిని గుర్తించండి. అనత్యము అయిన వాటిని సరిచేసి సత్యము అయ్యేటట్లుగాప్రాయండి.

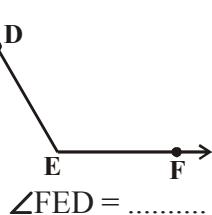
- i) లంబకోణము కంటే తక్కువయిన కోణము అల్పకోణము ()
 ii) 180° ల కోణము ఒక లంబకోణము ()
 iii) 90° ల కోణము ఒక సరళకోణము ()
 iv) 180° ల కంటే పెద్దది మరియు 360° కన్నా చిన్నదైన కోణము పరావర్తన కోణము. ()
 v) సంపూర్ణ కోణము అనగా 360° . ().

2. ప్రక్కపటమలో ఏవి అల్పకోణాలు? ఏవి అధికకోణాలు? కోణమానిని ఉపయోగించకుండా చెప్పండి. తరువాత కోణాలను కొలిచి వాటి విలువలు రాసి సరిచూడండి.

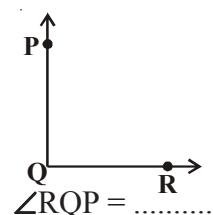
3. కింది కోణాలను కొలువండి. ఏలిలో మిక్కిలి పెద్ద కోణం ఏది? వాటి విలువలు రాసి మిక్కిలి పెద్ద కోణం కంటే పెద్దదయిన ఒక కోణాన్ని గీయండి.



$$\angle ABC = \dots\dots$$



$$\angle FED = \dots\dots$$



$$\angle RQP = \dots\dots$$

4. కింది ఇచ్చిన సమయాలలో గడియారంలోని ముళ్ళ మధ్యకోణ, ఏ రకపు కోణమవుతుందో నిర్ణయించండి. (చిన్నముల్లను ఆధారంగా తీసుకోండి).

- i) ఉరయం 9 గంటలు ii) సాయంత్రం 6 గంటలు iii) మధ్యహౌం 12 గంటలు
 iv) మధ్యహౌం 4 గంటలు v) రాత్రి 8 గంటలు

5. కింద ఇచ్చిన వాటిని జతపరచండి. ఆ కోణాలకు సరియగు బొమ్మలను గీయండి.

గ్రహా ఎ

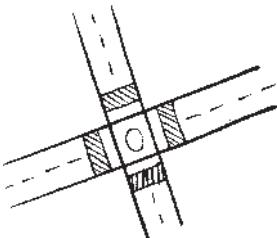
అల్పకోణము	90^0
లంబకోణము	270^0
అధికకోణము	45^0
పరావర్తనకోణము	180^0
సరళకోణము	150^0

గ్రహా బి

5.4 ఖండన రేఖలు, లంబరేఖలు మరియు సమాంతర రేఖలు

5.4.1 ఖండన రేఖలు

కింది చిత్రాలను గమనించండి.



ఈ చిత్రాలలోని కర్రలను, రోడ్సు మనము సరళరేఖలుగా భావిస్తే, ప్రై చిత్రాలలోని రేఖలు ఖండనరేఖలు అని అంటారు.

రెండు విభిన్నరేఖలు ఎన్ని ఉమ్మడి బిందువులను కలిగివుంటాయి?

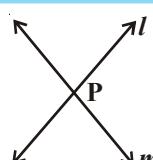
ప్రయత్నించండి

1. ఏదయినా ఒక తలంలో రెండు వేరువేరు రేఖలను గీయండి. అవి ఒకటి కంటే ఎక్కువ బిందువుల వద్ద ఖండించు కుంటాయా?
2. రెండు విభిన్నరేఖలకు రెండు లేదా మూడు ఉమ్మడి బిందువులుంటాయా?



రెండు వేరువేరు రేఖలు l, m అనునవి P అను బిందువు వద్ద కలుసుకుంటే P వద్ద l, m రేఖలు ఖండించుకున్నాయి అని అంటాము. రెండు ఖండన రేఖలకు ఒకే ఉమ్మడి బిందువు వుంటుంది.

ఆ రేఖలను ఖండన రేఖలు అంటారు.

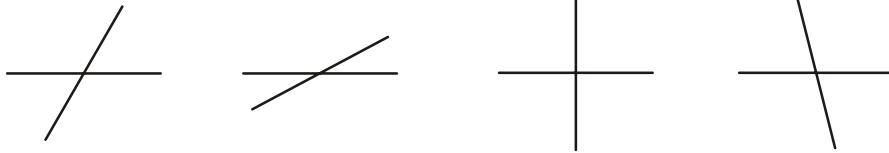


రెండు రేఖలు ఒక ఉమ్మడి బిందువును కూడా కలిగిలేవు అని అనుకోండి. ఆ రేఖలు ఎలా ఉంటాయి?

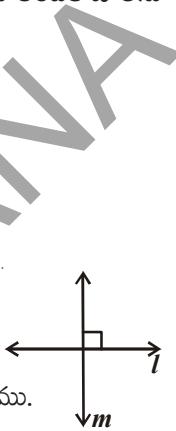
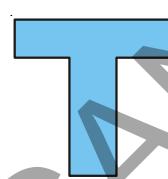
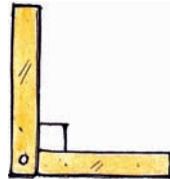
రెండు రేఖలు ఒక బిందువు వద్ద ఖండించుకున్నపుడు అవి కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి.

5.4.2 లంబరేఖలు

కింది ఖండన రేఖలను గమనించండి. అవి వివిధరకాలయిన కోణాలను ఏర్పరుస్తాయి.



ఈ ఖండన రేఖలు ఏర్పరుచే కోణాలలో కొన్ని అల్పకోణాలు, కొన్ని అధికకోణాలు. ఖండన రేఖలు లంబకోణాలను ఏర్పరిస్తే వాటిని లంబరేఖలు అని అంటాము.



పై చిత్రాలలో అంచుల వెంట ఉన్న రేఖాఖండాలను గమనించండి.

అవి లంబకోణాలను ఏర్పరుస్తాయా? అవి ఒకదానికొకటి ఖండించుకుంటున్నాయా?

రెండు రేఖలు 90° ల కోణంతో ఖండించుకుంటే వాటిని పరస్పరం లంబరేఖలు అని అంటాము.

ఇక్కడ l అనుసరి 'm' రేఖకు లంబంగా వుంది. దీనిని $l \perp m$ అని సూచిస్తాము.

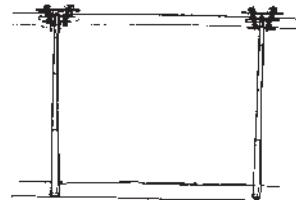
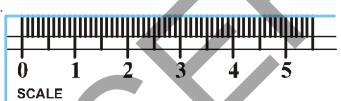
ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

1. ఒకవేళ $l \perp m$ అయితే మనం $m \perp l$ అని చెప్పవచ్చునా?
2. ఒక రేఖకు ఎన్ని లంబరేఖలు గేయవచ్చు?
3. అంగ్ అక్షరాలలో ఏయే అక్షరాలు లంబరేఖల రూపం కలిగివున్నాయి?



5.4.3 సమాంతర రేఖలు

కింది చిత్రాలను పరిశీలించండి.



రైలువట్టాలు, స్నేలు యొక్క అంచులు, విద్యుత్వైర్షు గమనించండి. ఈ జతలలో ఉన్న ప్రత్యేకత ఏమిటి? వాటి యొక్క దిశమార్గకుండా వాటిని పొడిగిస్తే అవి ఎక్కడయినా కలుసుకుంటాయా?

ఒకే తలానికి చెందిన రెండు పరస్పరం ఖండించుకొనని రేఖలను సమాంతర రేఖలు అంటారు.

ఈ చిత్రంలోని l మరియు m రేఖలు సమాంతర రేఖలు

వీటిని $l \parallel m$ గా ప్రాసి l, m కు సమాంతరము అని చదువుతాము. మీ తరగతి $\xleftarrow{\hspace{2cm}} \xrightarrow{\hspace{2cm}} l$ గదిలో సమాంతర రేఖలను సూచించే కొన్ని ఉదాహరణలను ఇప్పంది.



ప్రయత్నించండి.



ఒక కాగితంపై క్రింద సూచించిన విధంగా రెండు రేఖలను గీయండి. అవి ఒకదానికొకటి ఖండించుకుంటాయా? వాటిని సమాంతర రేఖలు అని అనవచ్చా? కారణాలు తెలుపండి.

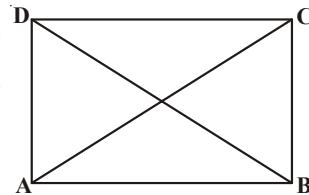


రెండు సమాంతర రేఖలను గీయండి. వాటిమధ్య కోణం ఎంత? మీ ఉపాధ్యాయుడు, స్నేహితులతో చర్చించండి.



అభ్యాసం 5.3

- కిందివానిలో ఏవి లంబరేఖలను, సమాంతర రేఖలను సూచిస్తాయో తెలుపండి. ఏవి రెండింటినీ సూచించవో రాయండి.
 - కిటికీ యొక్క నిలవు కడ్డీలు
 - రైలు వట్టాలు
 - ఆంగ్రంలోని V అక్షరం
 - వల్లబల్ యొక్క ఎదురెదురు అంచలు
 - తలవు యొక్క ప్రకృష్టక్క అంచలు
- మీ యొక్క జామెట్రీ బాక్సులోని మూలమట్టన్ని తీసుకొని కాగితంపై దాని ఆంచుల వెంబడి గీయండి. లంబంగా ఉన్న ఆంచులను గుర్తించండి.
- ABCD ఒక దీర్ఘచతురపు. \overline{AC} మరియు \overline{BD} లు కచ్చాలు అయితే ఈ పటంలోని సమాంతర రేఖలు, లంబరేఖలు, మరియు ఖండనరేఖల జతలను గుర్తించి వాటిని వీలయితే గుర్తులనుపయోగించి ప్రాయండి.
 - సమాంతర రేఖలు
 - లంబరేఖలు
 - ఖండనరేఖల జతలు



మనం నేర్చుకున్నవి

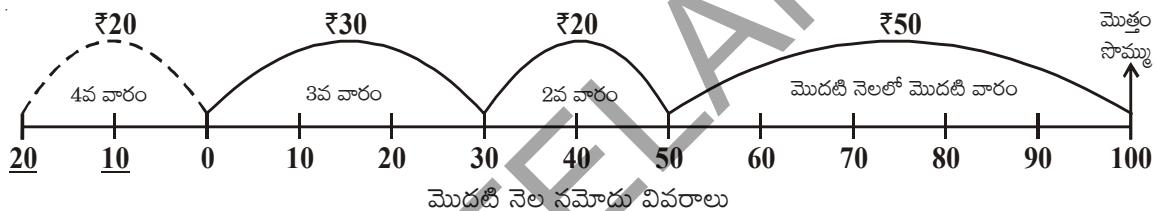
- రెండు రేఖాఖండాలను పరిశీలన, ట్రేసింగ్ చేయటం మరియు జ్యామితి పరికరాలనుపయోగించటం ద్వారా పోల్చువచ్చు.
- రెండు రేఖాఖండాలను స్నేలు మరియు విభాగిని ఉపయోగించి పోల్చువచ్చు.
- రేఖాఖండాల పొడవులను సెం.మీ. మరియు మి.మీ లలో కొలుస్తారు. $1\text{ cm} = 10\text{ mm}$
- కోణమానిని కోణాలు కొలవడానికి ఉపయోగిస్తాము. కోణమాని ఒక అర్ధవృత్తారపు పరికరం. దీని చాపం 180° సమాన భాగాలుగా గుర్తించబడి ఉంటుంది. ఒక్కాక్క భాగాన్ని ఒక డిగ్రీ (1°) అంటారు.
- కోణాన్ని కొలిచే ప్రమాణం డిగ్రీ (1°). ఇది ఒక ప్రమణములో $\frac{1}{360}$ వ భాగం.
- 90° లను లంబకోణము అని, 180° లను సరళకోణము అని అంటారు.
- 90° ల కంటే తక్కువైన కోణాన్ని అల్పకోణము అని అంటారు.
- 90° ల కంటే ఎక్కువ 180° ల కంటే తక్కువైన కోణాన్ని అధికకోణము అని అంటారు.
- సరళకోణము కంటే ఎక్కువైన మరియు సంపూర్ణ కోణంకంటే తక్కువైన కోణాన్ని పరావర్తన కోణము అంటారు.
- ఒక ఉప్పుడి బిందువును కలిగిన ఒకే తలానికి చెందిన రెండు రేఖలను ఖండన రేఖలు అని అంటారు.
- లంబకోణముతో ఖండించుకునే ఖండన రేఖలను లంబరేఖలు అంటారు.
- ఒకే తలానికి చెంది, ఖండించుకోని రేఖలను సమాంతరరేఖలు అంటారు.
- రెండు సమాంతర రేఖలకు ఉప్పుడి బిందువు ఉండదు.

పూర్తి సంబులు

6.1 పరిచయం

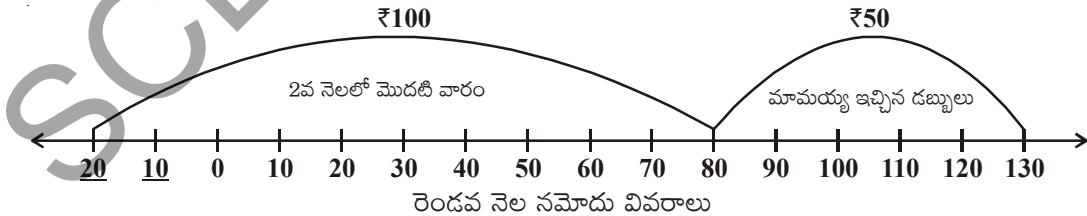
రఘీకి వాళ్ళ నాస్కగారు ప్రతినెల రూ 100 ప్యాకెట్‌మనీగా ఇస్తారు. అతడు ఆ డబ్బును అతని ఆమ్మకు ఇచ్చి ప్రతీవారం ఖర్చులకు తీసుకుంటూ ఉంటాడు. తన దగ్గర తీసుకుంటున్న ఇస్తున్న డబ్బు వివరాలను ఎప్పటిక్కప్పుడు ఒక క్రమపద్ధతిలో రఘీ తల్లి ఒక పుస్తకంలో నమోదు చేస్తూ వుంటుంది.

ఒక నెలలో రఘీ మొదటి వారంలో రూ 50, రెండవ వారంలో రూ 20 మూడవ వారంలో రూ 30 తీసుకున్నాడు. అతనికి నాల్గవ వారంలో రూ 20 అవసరమయ్యాయి. కానీ అప్పటికే రఘీ ఇచ్చిన డబ్బు అంతా ఖర్చు అయిందని తల్లి చెప్పింది. రికార్డు చూపించింది. తనకు ఈ సారికి డబ్బు ఇస్తే తర్వాత నెల ఇచ్చే ప్యాకెట్‌మనీ నుండి తగ్గించుకోవచ్చని రఘీ తల్లికి చెప్పి రూ 20 తీసుకున్నాడు. తల్లి అందుకు అంగీకరించి డబ్బు ఇచ్చి, తిరిగి ఆ వివరాలను రికార్డులో నమోదు చేసింది.



మరుసటినెల మొదటి తేదీన, రఘీ తండ్రి అతనికి రూ 100 యథావిధిగా ప్యాకెట్‌మనీ ఇచ్చాడు. దానిని రఘీ తల్లికి ఇచ్చాడు. రఘీ తల్లి దగ్గర అతని డబ్బు ఎంత ఉంటుందో చెప్పండి? అది రూ 80 కదా! ఎందుకంటే గతనెలలో అదనంగా ఇచ్చిన రూ 20 ను రూ 100 నుండి తగ్గిస్తే అదే పస్తుంది కదా!

అదేరోజు సాయంకాలం రఘీ మామయ్య వచ్చి తిరిగి వెళ్లా అతనికి రూ 50 దాచుకొమ్మని ఇచ్చాడు. రఘీ చాలా సంతోషించి, దానిని కూడా తల్లి వద్దనే ఉంచమని చెప్పి వివరాలు నమోదు చేయమన్నాడు. తల్లి దగ్గర, రఘీ డబ్బు ఎంత ఉన్నదో ఇప్పుడు ఊహించి చెప్పండి. అది రూ 130 అయింది కదా! ఎలా? అలోచించండి. తిరిగి మరలా ఒక్కసారి నమోదు వివరాలు పరిశీలించండి.



పైన పేర్కొన్న నమోదు వివరాలు పరిశీలించి, క్రింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు చెప్పండి.

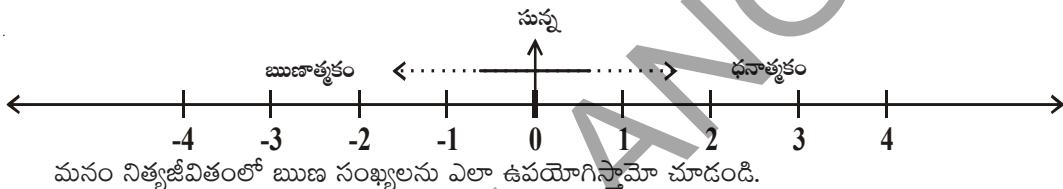
1. రఘీకి అతని తండ్రి ప్రతినెలా ఎంత ప్యాకెట్‌మనీ ఇస్తాడు?
2. రఘీ గతనెల నాలుగు వారాలలో మొత్తం ఎంతభఱ్య పెట్టాడు?
3. రఘీ తల్లి నాల్గవ వారంలో ఎంతడబ్బు అప్పుగా ఇచ్చింది?

- నెల నాల్గవ వారంలో అప్పుగా ఇచ్చిన డబ్బును రఫీ తల్లి ఏవిధంగా నమోదు చేసింది?
- సంఖ్యారేఖపై సున్నకు కుడివైపున గుర్తించిన $\text{₹}20$ లకు, ఎడమ వైపున గుర్తించిన $\text{₹}20$ లకు తేడా ఏమిటి?
- రఫీ ఈనెలలో ఇచ్చిన $\text{₹}100$ లను, ఆదేవిధంగా $\text{₹}50$ లను సంఖ్యారేఖపై అతని తల్లి ఏవిధంగా నమోదు చేసింది?

6.2 బుఱసంఖ్యలు ఎప్పుడు ఏవిధంగా అవసరమౌతాయి

సంఖ్యారేఖపై ఇరువైపులా తల్లి నమోదు చేసిన $\text{₹}20$ ఒకే విలువను తెలియజేయడంలేదని తెలుసుకున్నారు కదూ! సున్న కన్నా తక్కువ విలువ గల సంఖ్యలు, ఎక్కువ విలువ గల సంఖ్యలు ఒకటే కాదని మనం డబ్బు ఇచ్చునపుడు, అప్పుగా తీసుకున్నపుడు గమనించాం.

ఈ ఏధంగా మన నిత్యజీవిత పరిస్థితులలో లాభ సప్పాలలోనూ, భూత, భవిష్యత్ కాలాలలోనూ, గరిష్ట, కనిష్ఠ ఉప్పోగ్రతల నమోదులోనూ ఇటువంటి సంఖ్యల అవసరాన్ని గుర్తించవచ్చు. అందుచే రఫీ తల్లి సున్నకు ఎడమవైపున నమోదు చేసిన సంఖ్యలను (అంటే సున్న కన్నా తక్కువైన సంఖ్యలు) మనం రుణసంఖ్యలు అంటాం. ఏటిని $-1, -2, -3, -4, \dots (-10, -20, -30)$ అనే గుర్తులతో సూచిస్తాం.



ఉదా 1 : ఒక వ్యాపారంలో $\text{₹} 200$ నష్టం (−200) అనీ, $\text{₹} 200$ లాభాన్ని (+200) అనీ సూచిస్తారు.

ఉదా 2 : 0°C ఉప్పోగ్రత కన్నా అధికంగా ఉన్నదానిని ‘ధనాత్మకం’ గానూ, 0°C ఉప్పోగ్రత కన్నా తక్కువైన దానిని ‘రుణాత్మకం’గా గుర్తిస్తే

0°C ఉప్పోగ్రత కన్నా 3°C తక్కువను -3°C గానూ,

0°C ఉప్పోగ్రత కన్నా 3°C ఎక్కువను $+3^{\circ}\text{C}$ గానూ తెలుపుతారు.

ఇవి చేయండి

మానస, శేత వారి అమ్మవద్ద $\text{₹} 50$ మరియు $\text{₹} 20$ చొప్పున అప్పుగా తీసుకున్నారు. ఈ విషయాన్ని సంఖ్యారేఖ పై ఎలా సూచిస్తారు? ఒకవేళ వాళ్ల నాన్న గారు $\text{₹} 100$ ప్యాకెట్‌మనీ ఇస్తే అప్పు తీర్చగా ఏవరివద్ద అధికంగా డబ్బు ఉంటుంది?

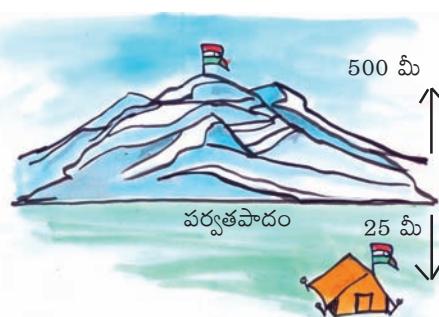
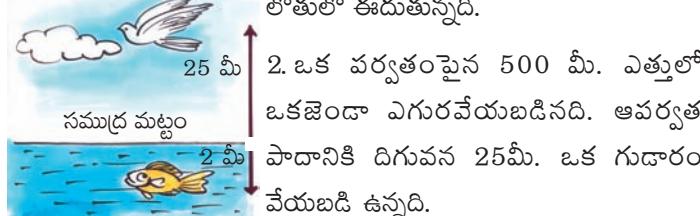


6.3 బుఱసంఖ్యలను తెలిపే మరిన్ని ఉండాహరణలు

1. ఒక పక్కి ఆకాశంలో సముద్ర తలం కన్నా 25 m . ఎత్తులో

ఎగురుతుండగా ఒకచేప సముద్రంలో 2 m .

లోతులో ఈదుతున్నది.



3. శీతాకాలంలో ఒక రాత్రి ధీల్లో 5°C ఉష్ణోగ్రత నమోదు కాగా హిమాచల్ ప్రదేశ్ లో గల కుప్రీ నందు సున్నా కన్నా 6° డిగ్రీలు తక్కువ నమోదు అయింది.

అలోచించండి - చర్చించండి

ధన, రుణ సంఖ్యలను తెలిపే మరిన్ని నిత్యజీవిత సమన్వయాలను తెలిపి చర్చించండి.



మనం ఈ విధంగా ధన సంఖ్యలు, బుణ సంఖ్యలు, మరియు సున్నలను కలిపి 'పూర్ణసంఖ్యలు' అని తెలుపుతాం. ఈసంఖ్యల సమితిని 'Z' అనే ఆక్షరంతో సూచిస్తాం. (కొన్ని సందర్భాలలో 'I' తో సూచిస్తారు)

$$Z = \{..., -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, ...\}$$

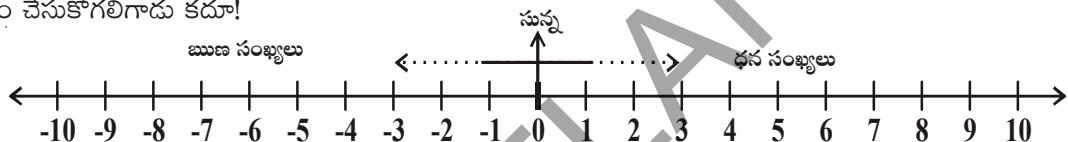
ప్రయత్నించండి

భారతదేశంలో జనవరి నెలలో వివిధ ప్రాంతాలలో నమోదయ్యే ఉష్ణోగ్రతా వివరాలు సేకరించి, వాటిని పూర్ణసంఖ్యలతో సూచించండి.



6.4 పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్య రేఖపై సూచించుట

ఇప్పుడు, రఘీ తాను దాచుకున్న డబ్బును, తిరిగి తీసుకున్నప్పుడు తన తల్లి విధంగా వివరాలు నమోదు చేసినది అర్థం చేసుకోగలిగాడు కదూ!



సున్నకు కుడివైపున గల సంఖ్యలన్నీ ధన పూర్ణసంఖ్యలు (సహజ సంఖ్యలు) అనీ, ఎడమవైపున గల సంఖ్యలన్నీ బుణ సంఖ్యలని అంటారు. 'సున్న' అనేది ధనాత్మకం కాదు, బుణాత్మకం కాదు. మీరు కూడా అంగీకరిస్తారా? ఎందుకు?

పైన చూపిన సంఖ్య రేఖనుబట్టి జవాబిష్టండి.

- సున్నకు అతిదగ్గరలో గల ధనపూర్ణసంఖ్యావు?
- సున్నకు ఎడమవైపున ఎన్ని బుణ సంఖ్యలంటాయి?
- $(-2), (-1)$ లలో ఏది పెద్దది?
- $3, (-5)$ లలో ఏది చిన్నది?
- ధనాత్మకం, బుణాత్మకం కానీ పూర్ణసంఖ్య ఏది?

ఇవి చేయండి

ఒక నిలువు రేఖను గీచి, దానిపై క్రింది పూర్ణసంఖ్యలను గుర్తించండి.

$-5, 4, -7, -8, -2, 9, 5, -6, 2$



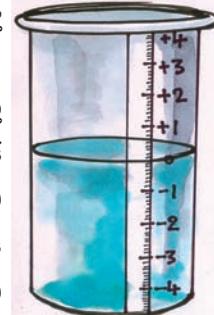
అభ్యాసం - 6.1

- కింది వాక్యాలను గుర్తులతో పూర్ణసంఖ్యలుగా తెలపండి.
 - 3000 మీ. ఎత్తులో విమానం ఎగురుతున్నది
 - ఒక చేప నీటి మట్టానికి 10 మీటర్ల దిగువన కలదు.

- iii) హైదరాబాదులో ఉప్పోగ్రత 0°C కన్నా 35°C ఎక్కువ ఉన్నది. ()
- iv) 0° సెంటీగ్రేడ్ ఉప్పోగ్రత వద్ద నీరు ఘనీభవిస్తుంది. ()
- v) ఎవరెస్టు శిఫరంపై జనవరి నెలలో సగటు ఉప్పోగ్రత 0°C కన్నా 36°C తక్కువ ()
- vi) జలాంతర్లామి సముద్రమచ్ఛానికి 500 మీ. దిగువన కలదు ()
- vii) దార్జిలింగ్ లో జూలై నెలలో సగటు ఉప్పోగ్రత 0°C కన్నా 19°C తక్కువ ()
- viii) జనవరి నెలలో విశాఖపట్టంలో సగటు అత్యల్ప ఉప్పోగ్రత 18°C ()
2. ఏవైనా ఐదు బుఱపూర్ణసంఖ్యలను రాయండి.
3. ఏవైనా ఐదు ధనపూర్ణసంఖ్యలను రాయండి.
4. ప్రక్కన ఇవ్వబడిన దిగువ పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి. -4, 3, 2, 0, -1, 5
- ← →
5. సత్యమో, అసత్యమో తెల్పండి. అనత్య వాక్యాన్ని సత్య వాక్యంగా రాయండి.
- i) సంఖ్యారేఖపై (-7) సంఖ్య (-6) సంఖ్యకు కుడివైపున ఉంటుంది. ()
 - ii) ‘సున్న’ అనేది ధనపూర్ణసంఖ్య ()
 - iii) 9 అనేది సంఖ్యారేఖపై సున్నకు కుడివైపున గల సంఖ్య ()
 - iv) -1 అనేపూర్ణ సంఖ్య -2 నకూ, ‘0’ కు మధ్య ఉంటుంది. ()

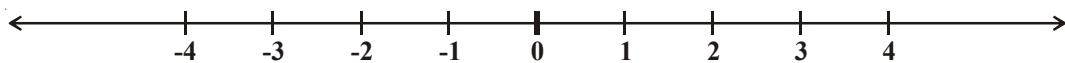
6.5 పూర్ణసంఖ్యల క్రమం

పవన్, హరీష్ అనే స్నేహితులు ఇద్దరు వారి గ్రామంలో గల బావిలో నీటిని పరిశీలిస్తా ఉంటారు. ఆ బావిలో ఉన్న మెట్లు ఆధారంగా వేసవి కాలంలో నీటిమట్టం ఎలాతగ్గుతున్నది? పర్మాకాలంలో ఎలా పెరుగుతున్నదో పరిశీలించారు. ఈ నీటి స్థాయిలను ఏవిధంగా గుర్తిస్తే బాగుంటుందో అని చర్చించగా వారికి చక్కని ఆలోచన వచ్చింది. నేలబావిని పోలియుండే ఒక బీకరును తీసుకొని దానితో బావినమూనా తయారుచేసారు. ఎక్కువగా స్థిరంగా ఉండే నీటి స్థాయిని సున్నతో గుర్తించి, తర్వాత మెట్లు సంఖ్యను బట్టి క్రిందకు $-1, -2, -3, \dots$ ఈ విధంగానూ, పైకి $+1, +2, +3, \dots$ అనీ గుర్తించి ఒక కాగితాన్ని బీకరుకు అంటించారు. ఈ బీకరులో నీటిస్థాయిని పెంచడానికి, తగ్గించడానికి ఇంకు పిల్లలు ఉపయోగించారు. ఇప్పుడు చెప్పండి.



1. బీకరులో నీటిని వేస్తే ఏమాతున్నది?
2. ‘0’ స్థాయివద్ద నుండి నీటిని తొలగిస్తే నీటిస్థాయి ఎలా మారుతున్నది?

మరొకసారి సంఖ్యారేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను ఎలా గుర్తిస్తారో పరిశీలించారు.



సంఖ్యారేఖను బట్టి $4 > 2$ అంటే 4 సంఖ్య 2 కు కుడివైపున కలదు. $2 > 0$ అంటే 2 సంఖ్య, సున్నకు కుడివైపున ఉన్నట్లు. అలాగే 0 అనేది -3 కు కుడి ప్రక్కన కలదు. అందుచే $0 > -3$. దీనిని బట్టి సంఖ్యారేఖపై కుడివైపుకు పోవుకొలదీ సంఖ్యవిలువ పెరుగుతూ ఉన్నది కదా! అదేవిధంగా ఎడమవైపుకు పోవ కొలదీ తగ్గుతున్నదని భావించవచ్చు.

అందుచే $-3 < -2, -2 < -1, -1 < 0$ మరియు $0 < 1, 1 < 2, 2 < 3$ ఇలా వ్రాయవచ్చు.

ఇవి చేయండి

పై అవగాహన ఆధారంగా క్రింది ఖాళీలను ' $<$ ' లేదా ' $>$ ' గుర్తులతో ఖాళీలు పూరించండి.

0.....-1; -3.....-2; 5.....6; -4.....0



ఆభ్యాసం - 6.2

- కిందనివ్వబడిన పూర్ణసంఖ్యల మధ్య ' $>$ ' లేదా ' $<$ ' సరియైన గుర్తుల నుంచి పోల్చండి.

i) -1	0	ii) -3	-7	iii) -10	+10
iv) 0	-5	iv) -100	99	vi) 0	100
- కింద పూర్ణసంఖ్యలను ఆరోహణ, అవరోహణ క్రమాలలో రాయండి.

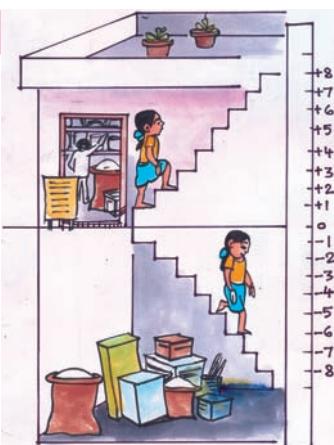
i) -7, 5, -3	ii) -1, 3, 0	iii) 1, 3, -6	iv) -5, -3, -1
--------------	--------------	---------------	----------------
- సత్యమో, అసత్యమో తెలపండి. అసత్య వాక్యాలను సత్య వాక్యాలుగా మార్చండి.

i) సంఖ్యారేఖపై ‘సున్న’ సంఖ్య (-3) నకు కుడివైపున ఉంటుంది	()
ii) (-12) మరియు (+12) అనేవి సంఖ్యారేఖపై ఒకే బిందువును సూచిస్తాయి.	()
iii) ప్రతి ధన పూర్ణసంఖ్య ‘సున్న’ కంటే పెద్దది.	()
iv) $-5 < 8$	()
v) $(-100) > (+100)$	()
vi) $-1 < -8$	()
- దిగువనివ్వబడిన సంఖ్యల మధ్యనగల పూర్ణసంఖ్యలను తెలపండి. సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి.

i) -1 మరియు 1	ii) -5 మరియు 0
iii) -6 మరియు -8	iv) 0 మరియు -3
- ఒకరోజు సిమ్మల్లో ఉణ్ణిగ్రథ -4°C మరియు అదేరోజున కుట్టి -6°C గా నమోదు అయినది. అయిన ఆరోజు ఏనగరంలో ఆత్మంత చలిగా ఉన్నది? ఎలా?

ఇవి చేయండి

రాజేష్వకుగల కిరాణా దుకాణం యొక్క భవనం పై భాగంనకు వెళ్ళి ఆడుకోవడానికి లేదా చుట్టుపుక్కల ప్రాంతాలు చూడడానికి మెట్లు ఉన్నాయి. అదే విధంగా కిరాణా సామాన్లు నిల్వచేయడానికి క్రిందభాగంలో గొడౌన్కు పోవడానికి కూడా మెట్లు ఉన్నాయి. ప్రతిరోజు రాజేష్వ కూతురు హాసిని, సూక్షులనుండి వచ్చాక, మెట్లు ఎక్కి మేడమీద ఆడుకుంటుంది. అదే విధంగా రాత్రివేళల్లో సామాన్లు గొడౌన్లో సర్దడానికి తనతండ్రికి సహాయపడుతుంది. ప్రక్కపటంలో పైకి, క్రిందకు గల మెట్లను పూర్ణసంఖ్యలచే గుర్తించిన విధం గమనించండి. క్రింది వాక్యాలకు సరియగు పూర్ణసంఖ్యలతో గుర్తించండి.

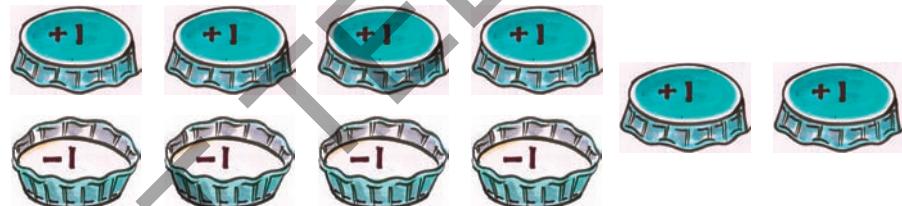


- భవనం తలం నుండి 7 మెట్లు పైకి వెళ్లింది.
- భవనం తలం నుండి 3 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.
- పైకి 5 మెట్లు ఎక్కు మరలా ఇంకా 3 మెట్లు పైకి ఎక్కింది.
- క్రిందకు గొడ్డాన్కు 4 మెట్లు దిగి, మరలా మరొక 3 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.
- క్రిందకు 5 మెట్లు దిగి, అక్కడ నుండి 10 మెట్లు పైకి ఎక్కింది.
- పైకి 8 మెట్లు ఎక్కు అక్కడ నుండి 9 మెట్లు క్రిందకు దిగింది.
మీరు ప్రాసిన జవాబులను మీ స్నేహితులతో పరిశీలింపచేసుకొని, చర్చించండి.

6.6 పూర్ణ సంఖ్యల సంకలనం మరియు వ్యవకలనం

ఆట ఆడుకుండాం

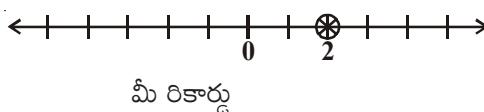
పటంలో చూపిన విధంగా 10 కూల్ డ్రింక్ మూతలను సేకరించండి. ఈ మూతలను పైపైపు, క్రిందపైపులుగా రంగువేసి పై పైపు మూతకు (+1) గానూ క్రిందపైపు మూతకు (-1) గానూ గుర్తించండి. ఈ పది మూతలను కలిపి ఒకేసారి వేయమని నీ స్నేహితునితో చెప్పు. మూతలు క్రిందకు పడగానే, (+1) మరియు (-1) లుగా ఉండే జతలను తొలగించమనండి. మిగిలిన మూతలను లెక్కించండి. ఉదాహరణకు 4 జతలు ఏర్పడగా, మిగిలిన మూతలను లెక్కించండి. ఉదాహరణకు 4 జతలు ఏర్పడగా, మిగిలిన రెండు మూతలు “పైపైపు” ఉంటే నీ స్నేహితునికి (+2) పాయింట్లు వచ్చినట్లు లెక్క.



ఈ వేళ 3 జతలు ఏర్పడగా 4 మూతలు “క్రిందపైపు” ఉంటే ఆమెకు (-4) పాయింట్లు వచ్చినట్లు



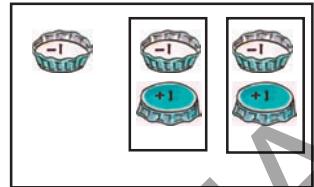
నీకు, నీ స్నేహితునికి వచ్చిన పాయింట్లను సంఖ్యారేఖపై నమోదు చేయండి. ఈ విధంగా ఎవరికి మొదటిగా 10 పాయింట్లు వస్తాయో వారు గిలిచినట్లు లెక్క.



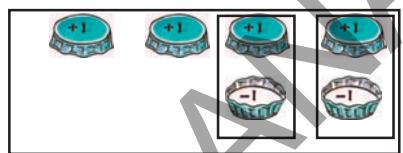
సంఖ్యారేఖలను పరిశీలించారా?

రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యలు వచ్చినపుడు $(+3) + (+1) = 4$. లాగా, రెండు రుణపూర్ణసంఖ్యలు వచ్చినపుడు $(-3) + (-2) = -5$ లాగా కలిపారు కదా! ఇప్పుడు ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య, ఒక బుఱపూర్ణసంఖ్యను ఎలా కలుపుతారో మూతల ఆటతో చూద్దాం. $(+1) + (-1) = 0$ కావున $(+1)$, (-1) వచ్చే జతలను తొలగించి తర్వాత మిగిలిన కప్పులను పరిశీలించండి.

$$\text{ఉండా : i) } (-3) + (+2) = (-1) + [(-2) + (+2)] \\ = -1 + 0 \\ = -1$$



$$\text{ii) } (+4) + (-2) = (+2) + [(+2) + (-2)] \\ = (+2) + 0 \\ = +2$$



ఈ విధంగా చేయడం వలన సంఖ్యాలేఖ అవసరం లేకుండానే ఆటద్వారా నులభంగా సంకలనం చేయగలరు.

ఇవి చేయండి

కింది వాని విలువలు కనుగొనండి

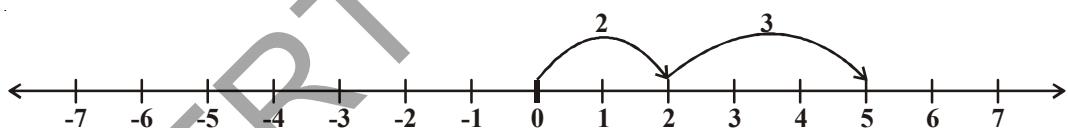
i) $-7 + 8$ ii) $-3 + 5$ iii) $-3 - 2$ iv) $+7 - 10$



6.6.1 సంఖ్యారేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను సంకలనం చేయుట

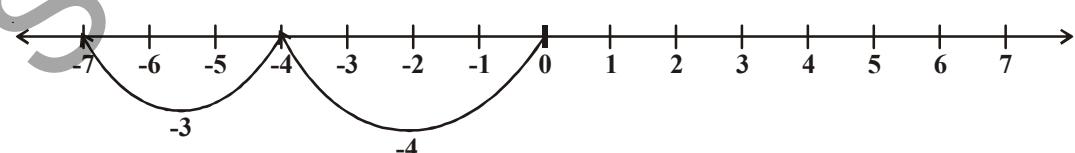
సంఖ్యారేఖపై పూర్ణసంఖ్యలను ఏవిధంగా సంకలనం చేస్తారో తెలుసుకుండా.

1. 2 మరియు 3 లను సంఖ్యారేఖపై కలుపుదాం.



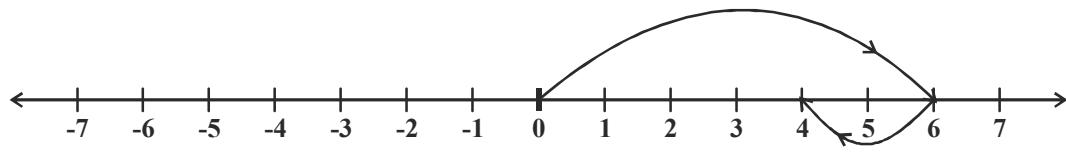
సంఖ్యారేఖపై 'సున్న' నుండి 2 స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్లే 2కు చేరతాం. అక్కడనుండి 3స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్లే 5కు చేరతాం. అందుచే $2+3 = 5$ అగును.

2. (-4) మరియు (-3) కలుపుదాం.



సంఖ్యారేఖపై మొదట మనం 'సున్న' నుండి 4 స్థానాలు ఎడమకు వెళ్లే (-4) , అక్కడ నుండి 3 స్థానాలు మరలా ఎడమవైపుకు వెళ్లే (-7) చేరతాం. అందుచే $(-4) + (-3) = (-7)$ అగును.

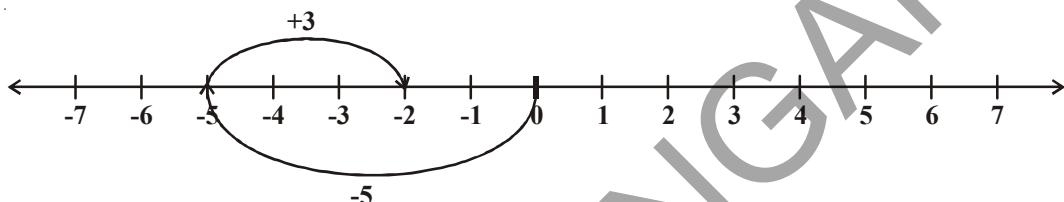
3. (+6) మరియు (-2) లను కలుపుదాం. సంఖ్యారేఖపై మొదట మనం ‘సున్న’ నుండి కుడివైపుకు 6 స్థానాలు వెళ్లి, అక్కడ నుండి 2 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్లి 4 వద్దకు చేరతాం. +6



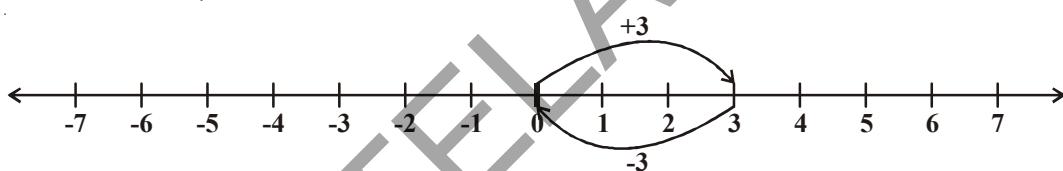
ಅಂದುಚೇ $(+6) + (-2) = (+4)$ ಅಗ್ನವು.

4. (-5) మరియు (+3) ను కలుపుదాం. సంఖ్యారేఖల్లో మొదట ‘0’ నుండి 5 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్లే (-5) కు చేరతాం. అక్కడనుండి 3 స్థానాలు కుడివైపుకు వెళ్లే (+3) మనం -2 కు చేరతాం.

$$\text{ಅಂದುವೆ } (-5) + (+3) = -2$$



5. సునీత 3కు -3ను కలిపింది. మొదట 'సున్న' నుండి కుడివైపుకు 3 స్థానాలు (+3) వెళ్లింది. అక్కడ నుండి ఎడమవైపుకు 3స్థానాలు (-3) వెళ్లింది. ఆమె ఎక్కడికి చేరినట్లు భావించాలి?



సంఖ్యారేఖను బట్టి $3+(-3)=0$ అని తెలుస్తుంది.

ಇದೆವಿಧಂಗಾ ಮನಂ 5ಕು -5 ನು ಕಲಿಪಿನ ಮೊತ್ತಂ ‘ಸುಸ್ವ’ ಅವಶುಂದಿ. ಅಂದುಚೇ 1 ಮರಿಯು -1 ; 2 ಮರಿಯು -2 ವಂತಿ ಸಂಖ್ಯೆಲನು ಪರಸ್ಪರಂ ಕಲಿಪಿತೇ ‘ಸುಸ್ವ’ ವಸ್ತುಂದಿ. ವೀರಿನಿ ಒಕದಾನಿಕಾಕಟಿ ಸಂಕಲನ ವಿಲೋಮಾಲು ಅಂಟಾರು. ಅಂದುಚೇ ಏವೇನಿ ರೆಂದು ಹೇಳ್ಯೆಯ ಸಂಖ್ಯೆ ಮೊತ್ತಂ ‘ಸುಸ್ವ’ ಅಯಿನ ವಾಟಿಲ್ ಒಕ ದಾನಿನಿ, ಮರೊಕ ದಾನಿಕಿ ಸಂಕಲನ ವಿಲೋಮಂ ಅಂದುರು.

7 యొక్క సంకలన విలోపం ఏది?

-8 యొక్క సంకలన విలోమం ఏది?

ప్రయత్నించుడి

1. సంఖ్యారేఖనుపయోగించి క్రింది వాటికి సాధన కనుగొనండి.

$$\text{i)} (-3) + 5$$

$$\text{ii) } (-5) + 3$$

మీరు ఇటువంటి మరి రెండు ప్రశ్నలు తయారు చేసి, సంబూర్ధుతో సాగ్దించండి.

2. |కింది వాటికి సాధనను సంభ్యారేఖనుపయోగించకుండా సాధించండి.

$$\text{i) } (+5) + (-5)$$

$$\text{jj)} (+6) + (-7)$$

$$j_1 j_2 j_3) (-8) + (+2)$$

ఆటువంటి మరి అయిదు ప్రశ్నలు తయారుచేసి సాధించండి.



కిందివాటిని పరిశీలించండి.

$$\begin{array}{lll} \text{i)} & 3+2=5 & 20+6=26 \\ & 8+16=24 & 9+10=19 \\ & & 20+14=34 \end{array}$$

ఏమి పరిశీలించారు? రెండు ధనపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక ధనపూర్ణసంఖ్య అగును.

$$\text{ii)} \quad -4-6 = (-4) + (-6) = -10 ; \quad -8-12 = (-8) + (-12) = -20 ; \quad -3-9 = (-3) + (-9) = -12$$

ఏమి గమనించారు? రెండు బుఱపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం మరొక బుఱపూర్ణసంఖ్య అగును.

$$\text{iii)} \quad 15+(-17) = -2 ; \quad -23+4 = -19 ; \quad -11+16 = 5 ; \quad -12+12 = 0$$

పై నమస్కులు పరిశీలిస్తే ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య మరియు ఒకబుఱపూర్ణసంఖ్యల మొత్తం ఒక ధనపూర్ణసంఖ్య లేదా ఒక బుఱపూర్ణసంఖ్య లేదా ‘సున్న’ కావచ్చు.

కొన్ని ఉదాహరణలు చూద్దాం.

ఉదా 1 : $(-10) + (+14) + (-5) + (+8)$ మొత్తం ఎంత?

సాధన : ధనపూర్ణసంఖ్యలను, బుఱపూర్ణసంఖ్యలను సమూహాలుగా చేసి సాధించాం.

$$\begin{aligned} (-10) + (+14) + (-5) + (+8) &= ((-10) + (-5)) + ((+14) + (+8)) \\ &= (-15) + (+22) = +7 \end{aligned}$$

ఉదా 2 : $(-20), (-82), (-28)$ మరియు (-14) ల మొత్తం ఎంత?

$$\text{సాధన : } (-20) + (-82) + (-28) + (-14) = -144$$

ఉదా 3 : $25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1)$ ల మొత్తం ఎంత?

$$\begin{aligned} \text{సాధన : } 25 + (-21) + (-20) + (+17) + (-1) &= (25+(+17)) + ((-21)+(-20)+(-1)) \\ &= (+42) + (-42) = 0 \end{aligned}$$



అభ్యాసం - 6.3

- కింది పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ సహాయంతో కలపండి.

i) $7+(-6)$	ii) $(-8)+(-2)$	iii) $(-6) + (-5) + (+2)$
iv) $(-8) + (-9) + (+17)$	v) $(-3) + (-8) + (-5)$	vi) $(-1) + 7 + (-3)$
- కింది పూర్ణసంఖ్యలను సంఖ్యారేఖ లేకుండా కలపండి.

i) $10+(-3)$	ii) $(-10) + (+16)$	iii) $(-8) + (+8)$
iv) $-215 + (+100)$	v) $(-110) + (-22)$	vi) $17 + (-11)$
- సంకలనం చేయండి

i) 120 మరియు -274	ii) -68 మరియు 28
iii) $-29, 38$ మరియు 190	iv) $-60, -100$ మరియు 300

4. సూక్ష్మకరించండి.

$$\text{i) } (-6) + (-10) + 5 + 17$$

$$\text{ii) } 30 + (-30) + (-60) + (-18)$$

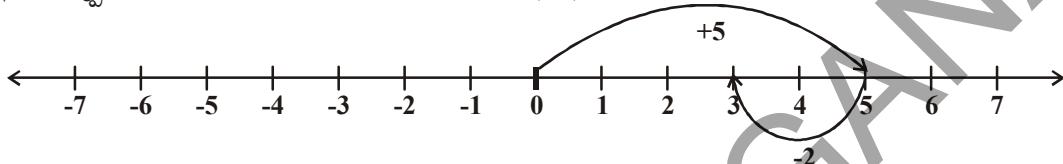
$$\text{iii) } (-80) + (+40) + (-30) + (+6)$$

$$\text{iv) } 70 + (-18) + (-10) + (-17)$$

6.6.2 పూర్ణసంఖ్యల వ్యవకలనం

మనం రెండు పూర్ణసంఖ్యలు 5 మరియు (-2) లను సంఖ్యారేఖపై కలిపినప్పుడు 5 నుండి 2 స్థానాలు ఎడమవైపుకు వెళ్ళాం.

అప్పుడు మనం ‘3’ ను చేరాం. అందుచేత $5 + (-2) = 3$.



అంటే ధనపూర్ణసంఖ్యను కలుపునప్పుడు ‘కుడివైపుకు’, రుణపూర్ణసంఖ్యను కలుపునప్పుడు ‘ఎడమవైపుకు’ మనం సంఖ్యారేఖపై సంఖ్యలు మార్పిడి చేస్తున్నాం. ఇదేవిధంగా పూర్ణాంకాల వ్యవకలనంలో కూడా 5 నుండి 2 తీసివేసినప్పుడు మనం ఎడమవైపుకు మార్చాం. అందుచే $5-2=3$ అయింది. మనం ఇప్పుడు క్రింది ఉదాహరణ పరిశీలించాం.

ఉదా 4 : 6 నుండి -5 ను తీసివేయండి.

సాధన : 6 నుండి -5 ను తీసివేయడమంటే (-5) కు ఎంతకలిపితే వెస్తుందో తెలుసుకోవడమే.

క్రింది సంఖ్యారేఖను పరిశీలించండి.



-5 అనేది 6 నుండి 11 యూనిట్ల దూరంలో ఉన్నది. అనగా (-5) కు 11 కలిపితే మొత్తం ‘6’ అవుతుంది.

$$\text{అందుచే } 6 - (-5) = 11$$

6 నుండి -5 ను తీసివేయడమంటే, 6కు 5ను (-5) యొక్క సంకలన విలోమం కలపడమే అవుతుంది.

$$\text{అనగా } 6 - (-5) = 6 + 5 = 11$$

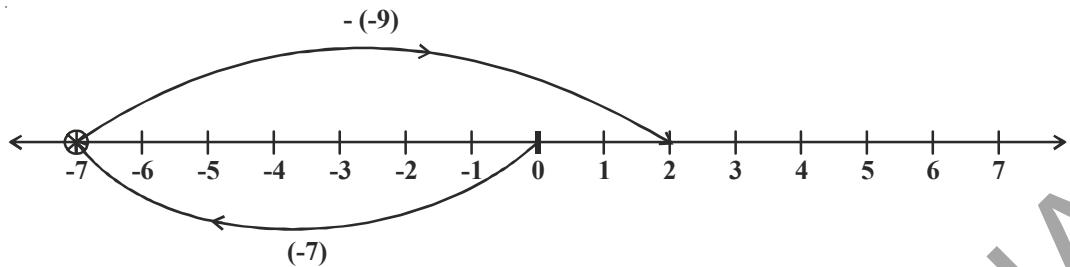
అందువలన ఒకపూర్ణసంఖ్య తీసివేయడమంటే, దాని సంకలనవిలోమాన్ని కలపడమే అవుతుంది.

$$3 - (-3) = 6$$

ఇదేవిధంగా $4 - (-2)$ ఎంత అవుతుంది? సంఖ్యారేఖపై మీరు ఎడమవైపుకు సూచిస్తారా? కుడివైపుకు సూచిస్తారా? మీరు ఎడమవైపుకు 2 స్థానాలవేళ్తే ‘2’కు చేరుతారు. అప్పుడమనం $4 - (-2) = 2$ అని చెప్పాలి. కానీ ఇది సత్యంకాదు. ఎందువలన అంటే $4 - 2 = 2$ మరియు $4 - (-2) \neq 4 - 2$ అగును. అందుచే $4 - (-2)$ కొరకు 4 నుండి కుడివైపుకు రెండు స్థానాలు వెళ్లాం. ఇది $4 - (2)$ నకు వ్యతిరేకం. ఒక సందర్భంలో 6ను చేరితే మరొక సందర్భంలో 2కు చేరతాం.

ఉదా 5 : $(-7) - (-9)$ విలువను సంఖ్యారేఖ ద్వారా కనుగొనండి.

సాధన : $(-7) - (-9)$ అనగా $(-7) + 9$ (-9 యొక్క సంకలన విలోపం 9 కావున)



అందుచే సంఖ్యారేఖపై (-7) నుండి 9 యునిట్లు కుడివైపుకు వెళ్ళే మనం '2' కు చేరతాం.

అందుచే $(-7) - (-9) = -7+9=2$ అగును.

ఇవి చేయండి

- | | | |
|----------------|-----------------|------------------|
| i) $-5 - (-3)$ | ii) $-7 - (+2)$ | iii) $-7 - (-5)$ |
| iv) $3 - (-4)$ | v) $5 - (+7)$ | vi) $4 - (-2)$ |



ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

$$3-3 = 0$$

$$3-2=1$$

$$3-1=2$$

$$3-0=3$$

$$3-(-1) = 4$$

$$3-(-2) = 5$$

$$3-(-3) = 6$$

ఇక్కడ 3 నుండి తీసివేసేనంఖ్యను గమనించండి. ఈ విలువ తగ్గుతూవుంటే,
ఫలితంలో పెరుగుదల కనిపిస్తుంది కదూ!
ఇటువంటి ఫలితం అన్ని పూర్జసంఖ్యలకూ సత్యమేనా?



ఉదా 6 : (-13) నుండి (-6) ను తీసివేయండి.

సాధన : $(-13) - (-6) = (-13) + ((-6)$ యొక్క సంకలన విలోపం)
 $= -13 + 6 = -7$

ఉదా 7 : (-8) నుండి $(+8)$ ను తీసివేయండి.

సాధన : $(-8) - (+8) = (-8) + ((+8)$ యొక్క సంకలన విలోపం)
 $= -8 + (-8) = -16$

ఉదా 8 : $(-6) - (+7) - (-24)$ సూక్ష్మకరించండి.

సాధన : $(-6) - (+7) - (-24)$
 $= (-6) + ((+7)$ యొక్క సంకలన విలోపం) + ((-24) యొక్క సంకలన విలోపం)
 $= (-6) + (-7) + (+24) = -13+24 = 11$



అభ్యాసం - 6.4

1. కనుగొనండి

i) $40 - (22)$	ii) $84 - 98$	iii) $(-16) + (-17)$
iv) $(-20) - (13)$	v) $38 - (-6)$	vi) $(-17) - (-36)$
2. కింది ఖాళీలను $>$, $<$ లేదా = లలో సరియైన గుర్తులతో నింపండి.

i) $(-4) + (-5)$ $(-5) - (-4)$	ii) $(-16) - (-23)$ $(-6) + (-12)$
iii) $44 - (-10)$ $47 + (-3)$	iv) $(-21) + (-22)$ $(-22) + (-21)$
3. కింది ఖాళీలను పూరించండి.

i) $(-13) + \dots = 0$	ii) $(-16) + 16 = \dots$
iii) $(-5) + \dots = -14$	iv) $\dots - 16 = -22$
4. సూక్ష్మకరించండి.

i) $(-6) - (5) - (+2)$	ii) $(-12) + 42 - 7 - 2$
iii) $(-3) + (-6) + (-24)$	iv) $40 - (-50) - 2$

మనం నేర్చుకున్నవి

1. వ్యాపారంలో నష్టం, సున్న డిగ్రీల కన్నా తక్కువ ఉష్ణీగ్రత, పూర్వకాలాలు, సముద్ర మట్టంనకు దిగువన వంటి అంశాలకు సంబుల్యాలుగా తెలుపునప్పుడు బుఱపూర్ణసంబుల్యాలు వాడుదాం.
 2. ధనపూర్ణసంబుల్యాలు $\{1, 2, 3, \dots\}$ బుఱపూర్ణసంబుల్యాలు $\{-1, -2, -3, \dots\}$ మరియు సున్నాను పూర్ణసంబుల్యాలు అందురు. పూర్ణసంబుల్యాల సమితిని 'I' లేదా 'Z' అక్షరంతో సూచిస్తారు.
- $Z = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$
3. పూర్ణసంబుల్యాల సంకలనం, వ్యవకలనంలను సంబూర్ధేభుపై సూచించవచ్చాను.
 4. రెండు ధనపూర్ణసంబుల్యాల మొత్తం మరొక ధనపూర్ణసంబుల్యా అగును.
 5. రెండు బుఱపూర్ణసంబుల్యాల మొత్తం మరొక బుఱపూర్ణసంబుల్యాగును.
 6. రెండు పూర్ణసంబుల్యాల తీసివేత అనగా తీసివేయవల్సిన సంబుల్యా యొక్క సంకలన విలోమం కలపడమే.

పూర్ణ సంబులతో తమాషా!

నీటి కోసం వెదుకుతున్న ఒక కప్ప 30 మీ లోతున గల నూతిలో పడింది. అది పైకి రావటానికి ప్రయత్నించింది. ప్రతిరోజు 3 మీ చొప్పున పైకి చేరితే ఆ రాత్రికి 2 మీ కిందకు జారేది. ఈ విధంగా ప్రయత్నిస్తే ఎన్న రోజులలో కప్ప నూతి పైటికి రాగలడు.



భిన్నాలు - దశాంశ భిన్నాలు

7.1 పరిచయం

రాము ఒక ఆపిల్ పండు కొని తన మిత్రుడితో సమానంగా పంచుకోవాలను కున్నాడు. అంటే ఆ ఆపిల్ ను రెండు సమాన భాగాలు చేసి రాము ఒక భాగం తీసుకొని తన మిత్రునికి ఇంకొక భాగం

ఇవ్వాలను కొంటున్నాడు. “మీరు నలుగురు స్నేహితులైతే అప్పుడు ఏంచేస్తావు? అని రేప్పా అతన్ని ప్రశ్నించింది. అప్పుడు రాము మరలా ప్రతీ సగబ్రాగాన్ని రెండు సమాన భాగాలుగా చేసి పంచుకుంటామని చెప్పి “ఒక్కాక్క ముక్క మొత్తం ఆపిల్ లో ఎన్నవ భాగం” అని రేప్పాను అడిగాడు.

అప్పుడు రేప్పా ఈ నాలుగు సమాన భాగాలను కలిపితే మొత్తం ఆపిల్ ఏర్పడుతుంది కాబట్టి ప్రతీ ముక్క మొత్తం ఆపిల్ లో $\frac{1}{4}$ వ భాగం అని చెప్పింది.

కాబట్టి దేనినై రెండు సమాన భాగాలు చేస్తే ప్రతీ భాగము మొత్తములో సగమును సూచిస్తుంది అని చెబుతాము. (క్రింద యిచ్చిన పటాలు చూడండి)

మొత్తం భాగము



చుక్కల గీత వెంబడి కత్తిరించుము.



7.2 భిన్నము

భిన్నము అనగా ఒక మొత్తములో కొంతభాగం లేక ఒక సమాహంలో కొన్ని.

$\frac{5}{12}$ ఒక భిన్నము. దీనిని మనం “5 బై 12” అని చదువుతాము.

దీనిలో 12 దేనిని సూచిస్తుంది? మొత్తం లేదా ఒక వస్తువు ఎన్ని సమాన భాగాలుగా విభజింపబడిందో తెలిపే సంఖ్య? మరి 5 దేనిని సూచిస్తుంది? మనము తీసుకున్న లేదా ఎంచుకోబడిన సమాన భాగాల సంఖ్యను ఇది సూచిస్తుంది. దీనిలో 5ను లవము అని, 12 ను హారము అని అంటారు.

$\frac{3}{7}$ లో లవాన్ని మరియు $\frac{4}{15}$ లో హారాన్ని తెలపండి.

ప్రయత్నించండి.

1. కింది వాటిని పటరూపంలో సూచించండి.

i. $\frac{3}{4}$

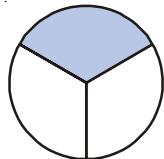
ii. $\frac{2}{8}$

iii. $\frac{1}{3}$

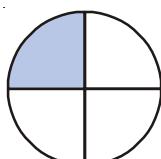
iv. $\frac{5}{8}$



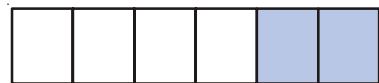
2. కింది పటాలలో షేడ్ చేయబడిన భాగాన్ని సూచించే భిన్నాలు రాయండి.



(i)



(ii)



(iii)

ఈ భిన్నాలన్నే ఒకటికన్నా తక్కువ మరియు మొత్తంలో భాగాలు. వీటిని క్రమభిన్నాలు అంటారు.

భిన్నంలో లవం కన్నా హరం ఎక్కువ అయితే దానిని క్రమభిన్నం అంటాము.

ఇవి చేయండి.

1. ఏవైనా ఐదు క్రమ భిన్నాలను ప్రాసి, వాటిని చిత్రరూపంలో చూపండి.

2. ప్రక్కన యిచ్చిన పటాన్ని చూసి రాణి దీనిలో ఛాయాపృత ప్రాంతం $\frac{1}{4}$ అని చెప్పింది. యాది సరిద్దైనదేనా? మీ సమాధానానికి కారణాన్ని వివరించండి.



అపక్రమ భిన్నాలు :

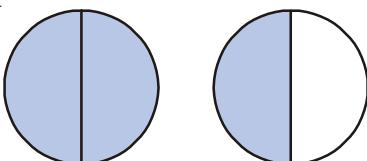
భిన్నంలో హరం కన్నా లవం ఎక్కువగా ఉంటే దానిని అపక్రమ భిన్నం అంటారు. $\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{3}, \frac{8}{2}$ మొదలగునవి దీనికి ఉదాహరణలు.

ఈ భిన్నాలలో హరము, లవము కన్నా ఎక్కువో, కాదో సరిమాదంది. ఏవైనా ఐదు అపక్రమ భిన్నాలను ప్రాయంది.

యా అపక్రమ భిన్నాలను పటరూపంలో ఎలా సూచిస్తారు?

ఒక ఉదాహరణ చూధ్యాం.

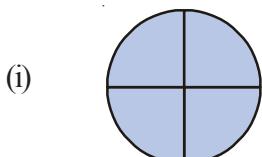
దీనిలో ప్రతీ వృత్తము ఒక మొత్తాన్ని సూచిస్తుంది. మనకున్న రెండు మొత్తాలలో ప్రతీ మొత్తము రెండు సమాన భాగాలు చేయబడ్డాయి. ఇలా ఏర్పడిన 4 సమాన భాగాలలో మొత్తం మూడు సమాన భాగాలు షేడ్ చేయబడినాయి.



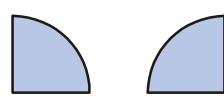
కావున దీనిని $\frac{3}{2}$ అని సూచిస్తాము. కాబట్టి అపక్రమ భిన్నాలను సూచించాలంటే మనకు ఒకటి కన్నా ఎక్కువ మొత్తాలు కావాలని గమనించవచ్చును.

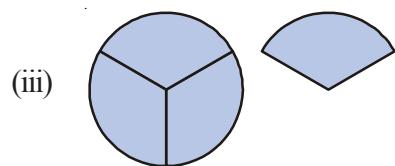
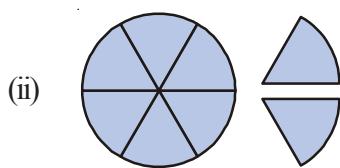
ఇవి చేయండి

1. కింద ఇష్టబడిన వాటిని అపక్రమభిన్నాలగా సూచించండి.



(i)



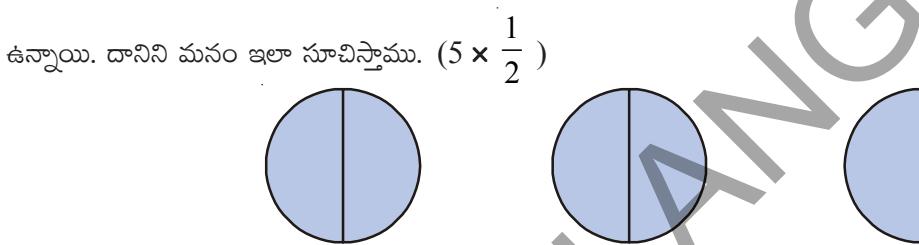


2. కింది భీన్వాలను పటరూపంలో సూచించండి.

$$\frac{7}{4}, \quad \frac{5}{3}, \quad \frac{7}{6}$$

7.2.2 మిత్రము భీన్వాలు

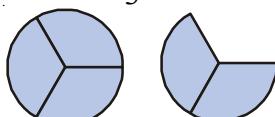
అపక్రమ భీన్వాల విలువ ఒకటి కన్నా ఎక్కువ ఉంటుంది. ఉదాహరణకు $\frac{5}{2}$ ను తీసుకొంటే దానిలో ఐదు సగభాగాలు ఉన్నాయి. దానిని మనం ఇలా సూచిస్తాము. $(5 \times \frac{1}{2})$



పై పటాలన్నిటిని కలిపితే రెండు మొత్తాలు మరియు ఒక సగం.

అనగా $2 + \frac{1}{2}$. దీన్ని $2 \frac{1}{2}$ అని ప్రాస్తాము. అదే విధంగా $\frac{5}{3}$ లో ప్రతి మొత్తాన్ని 3 సమాన భాగాలు చేస్తే ఒక్కాక్క భాగము $\frac{1}{3}$ కు సమానము. $\frac{5}{3} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = (5 \times \frac{1}{3})$

మూడు $\frac{1}{3}$ లు ఒక మొత్తము అవుతుంది. $(3 \times \frac{1}{3}) = 1$. మిగిలిన రెండు $\frac{1}{3}$ లు కలిపితే $\frac{2}{3}$ అగును.



కావున $\frac{5}{3} = 1 + \frac{2}{3} = 1 \frac{2}{3}$ అగును.

ఈ విధంగా ప్రతీ అపక్రమ భీన్వాన్ని మిత్రము భీన్వంగా చూపవచ్చును.

జివి చేయండి.

కింది వాటిని మిత్రము భీన్వరూపంలో ప్రాయిండి.

$$\frac{7}{2}, \quad \frac{8}{5}, \quad \frac{9}{4}, \quad \frac{13}{5}, \quad \frac{17}{3}$$



7.3. లవము మరియు హోరము

ఏవైనా రెండు పూర్ణాంకాలను $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{5}{4}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}$ ల వంటి రూపంలో చూపితే అవి భిన్నాలను సూచిస్తాయి. ఈ సందర్భంలో హోరంలో 'సున్న' ఉండరాదు. (ఎందుకు?)

ప్రయుత్తించండి.

1. కింది భిన్నాలలోని లవము, హోరాలను ప్రాయండి.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{5}, \frac{7}{2}, \frac{19}{3}, \frac{7}{29}, \frac{11}{13}, \frac{1}{7}, \frac{8}{3}$$



2. కింది భిన్నాలను క్రమ మరియు అపక్రమ భిన్నాలుగా విడగొట్టి ప్రాయండి. అపక్రమ భిన్నాలను మిశ్రమ భిన్నాలుగా ప్రాయండి.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{7}, \frac{8}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{3}, \frac{1}{9}, \frac{9}{5}, \frac{8}{7}$$

7.4. సంఖ్యారేఖలై భిన్నాలు

మనము భిన్నాలను కూడా సంఖ్యారేఖలై చూపవచ్చును.

ఒక సంఖ్యారేఖను గీసి దానిపై $\frac{1}{2}$ ను గుర్తించుదాము.

$\frac{1}{2}$ అనేది '0' కన్నా ఎక్కువ మరియు '1' కన్నా తక్కువ అని మనకు తెలుసు. కావున అది '0' మరియు '1' ల మధ్య వుంటుంది.



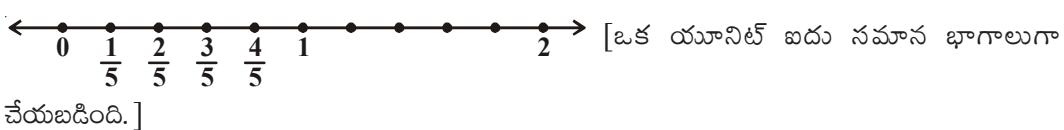
చేయండి. ఒక భాగాన్ని $\frac{1}{2}$ అని, రెండవ భాగాన్ని $\frac{2}{2}$ అని చూపండి.

అదే విధంగా $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{3}{3}$ మరియు $\frac{3}{3} = 1$ లను క్రింది విధంగా సంఖ్యారేఖలై సూచించవచ్చును.



చేయాలి. మొదటి భాగాన్ని $\frac{1}{3}$ అని చూపండి. రెండవ భాగం $\frac{2}{3}$, మూడవ భాగం $\frac{3}{3} = 1$ అవుతుంది.

$\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, \frac{5}{5}$ మరియు $\frac{5}{5} = 1$ లను క్రింది విధంగా సంఖ్యారేఖలై సూచించవచ్చును.



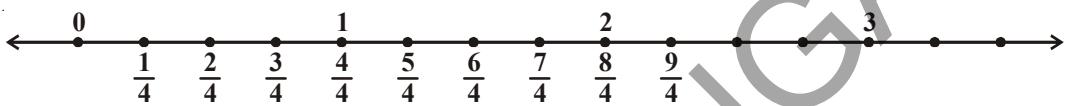
$\frac{4}{3}$ ను సంఖ్యారేఖపై ఎలా సూచిస్తాము? $\frac{4}{3}$ లో నాలుగు $\frac{1}{3}$ వ భాగాలు వున్నాయి. ఇది ఒకటి కంటే ఎక్కువ.

$\frac{4}{3}$ ను సంఖ్యారేఖపై చూపడానికి 1 తరువాత మరొక $\frac{1}{3}$ వభాగం కావాలి.



1 తరువాత, 1, 2 ల మధ్య భాగిని 3 సమాన భాగాలు చేయాలి. (పోరం 3 కాబట్టి)

మనము $\frac{9}{4}$ ను పరిగణనలోకి తీసుకుంటే దీనిలో తొమ్మిది $1/4$ వ భాగాలు వున్నాయి. అప్పుడు యా సంఖ్యను సంఖ్యారేఖపై యిలా సూచిస్తాము.



కనుక యా సంఖ్య, సంఖ్యారేఖపై 2 తరువాత వుంటుంది. మరియు దీనిని $2\frac{1}{4}$ అని ప్రాస్తాము.

ఇవి చేయండి.

1. కింది వానిని సంఖ్యారేఖపై చూపండి.

- (i) $\frac{7}{6}$
- (ii) $\frac{5}{2}$
- (iii) $\frac{7}{5}$
- (iv) $\frac{9}{6}$



2. కింది సంఖ్యలలో సంఖ్యారేఖపై ఏవి

- (i) 1 కన్నా ముందు వుంటాయి?
- (ii) 1, 2ల మధ్య వుంటాయి?

$$\frac{17}{8}, \quad \frac{11}{4}, \quad \frac{1}{3}, \quad \frac{7}{9}, \quad \frac{7}{5}, \quad \frac{6}{11}, \quad \frac{9}{2}, \quad \frac{9}{5}$$



అభ్యర్థం - 7.1

1. కింది వానిలో ఏవి క్రమభిన్నాలు?

- (i) $\frac{3}{2}$
- (ii) $\frac{2}{5}$
- (iii) $\frac{1}{7}$
- (iv) $\frac{8}{3}$

2. కింది వానిలో ఏవి అవక్రమ భిన్నాలు?

- (i) $\frac{2}{7}$
- (ii) $\frac{7}{11}$
- (iii) $\frac{9}{11}$
- (iv) $\frac{13}{2}$
- (v) $\frac{7}{3}$

పైవానిలో అవక్రమ భిన్నాలు సంఖ్యారేఖపై ఎక్కడ వుంటాయో రాయండి.

3. కింది వానినుండి మిత్రమ భిన్నాలను వేరుచేసి రాయండి.

(i) $\frac{3}{5}$

(ii) $1\frac{2}{7}$

(iii) $\frac{7}{2}$

(iv) $2\frac{3}{5}$

4. కింది అపక్రమ భిన్నాలను మిత్రమ భిన్నాలుగా మార్చి రాయండి.

(i) $\frac{7}{3}$

(ii) $\frac{11}{2}$

(iii) $\frac{9}{4}$

(iv) $\frac{27}{4}$

5. కింది మిత్రమ భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చి రాయండి.

(i) $1\frac{2}{7}$

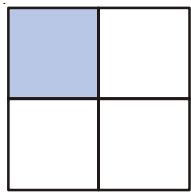
(ii) $3\frac{2}{8}$

(iii) $10\frac{2}{9}$

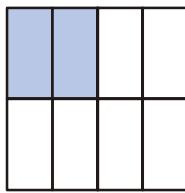
(iv) $8\frac{7}{9}$

7.5 సమాన భిన్నాలు

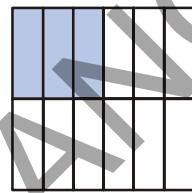
కింద నాలుగు భిన్నాలు సూచించబడిన విధానాన్ని చూడండి. ఇచ్చిన నాలుగు చతురప్రాలు సమానం మరియు రంగు వేసిన భాగాలన్నీ సమానం.



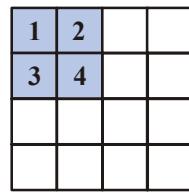
$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{8}$$



$$\frac{3}{12}$$



$$\frac{4}{16}$$

మనము జాగ్రత్తగా పరిశీలిస్తే $\frac{2}{8}$ లోని లవహోరాలు $\frac{1}{4}$ లోని లవహోరాలకు రెట్టింపు వున్నాయని గమనించవచ్చును.

అదేవిధంగా $\frac{3}{12}$ లోని లవహోరాలు $1/4$ లోని లవహోరాలకు 3 రెట్లు.

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{3}{12} = \frac{4}{16}$$
 అని మనం గమనించవచ్చును. ఇవన్నీ $\frac{1}{4}$ కు సమానం.

అనగా ఇవన్నీ $\frac{1}{4}$ కు సమాన భిన్నాలు.

అనగా ఇచ్చిన భిన్నములోని లవహోరాలను ఒకేసంఖ్యచే గుణించగా మనకు యా సమాన భిన్నాలు ఏర్పడతాయి.

$$\frac{1}{3}, \frac{2}{6}, \frac{3}{9}, \frac{4}{12}, \dots \text{మొదలగు సమాన భిన్నాలలో } \frac{1}{3} \text{ అనేది కనిష్ఠ రూపం. } \frac{1}{3} \text{ కనిష్ఠ రూపం ఎందుకంటే}$$

దీని లవహోరాలు కనిష్ఠ పదాలలో వున్నాయి. అనగా వాటికి సామాన్య కారణాంకాలు లేవు.

ఉదాహరణకు $\frac{2}{3}, \frac{7}{3}, \frac{17}{7}, \frac{1}{5}, \frac{3}{11}$ మొదలైనవన్నీ కనిష్ఠ రూపాలు.

కానీ $\frac{5}{10}, \frac{2}{4}, \frac{16}{36}, \frac{3}{9}$ మొదలైనవన్నీ వాటి కనిష్ఠ రూపంలో లేవు.

ప్రయత్నించండి

- కనిష్ఠ రూపంలోనున్న ఏవైనా 5 భిన్నాలను ప్రాయండి.
- కనిష్ఠ రూపంలోలేని ఏవైనా 5 భిన్నాలను ప్రాయండి.
- క్రింది భిన్నాలను వాటి కనిష్ఠ రూపంలోనికి మార్చండి.



(i) $\frac{7}{28}$ (ii) $\frac{15}{90}$ (iii) $\frac{11}{33}$ (iv) $\frac{7}{22}$

7.7 సజాతి, విజాతి భిన్నాలు

ఒక గణిత పరీక్షలో గరిష్ట మార్కులు 25. రాముకు 5 మార్కులు వచ్చాయి. దీనిని మనం $\frac{5}{25}$ గా ప్రాస్తాము.

అలాగే రాజుకు $\frac{10}{25}$ మరియు రవికి $\frac{21}{25}$ వచ్చాయి.

ముగ్గురిలోను రవికి ఎక్కువ మార్కులు వచ్చాయి.

ఒకే హారము కలిగిన భిన్నాలను సజాతి భిన్నాలు అంటారు. వీటిని పోల్చడం చాలాతేలిక.

హోరాలు సమానంగా లేని భిన్నాలను విజాతి భిన్నాలు అంటారు.

ఉదాహరణకు $\frac{1}{3}, \frac{1}{7}$ లు విజాతి భిన్నాలు. మరియు $\frac{2}{4}, \frac{6}{12}$ లు విజాతి భిన్నాలు.

నిజానికి $\frac{2}{4}, \frac{6}{12}$ లు సమాన భిన్నాలే కాని విజాతిభిన్నాలు.



అభ్యాసం - 7.2

- కింది సమాపోలలో సజాతి భిన్నాలు ఏవి?

(i) $\frac{2}{7}, \frac{3}{7}, \frac{4}{7}$ (ii) $\frac{1}{9}, \frac{2}{9}, \frac{4}{9}$ (iii) $\frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \frac{7}{11}$

- సజాతి భిన్నాల సమాపోలను ఐదింటిని ప్రాయండి.

- కింది వాటిలో సజాతి భిన్నాలను గుర్తించండి.

(i) $\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6}$ (ii) $\frac{1}{7}, \frac{3}{5}, \frac{2}{5}, \frac{1}{9}$ (iii) $\frac{7}{8}, \frac{8}{7}, \frac{2}{8}, \frac{7}{5}$

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

సమాన భిన్నాలవుతూ, సజాతి భిన్నాలు కూడా అయ్యే భిన్నాలు వుండవు అని రఘీ అన్నాడు.

మీరు అతనితో ఏకీభవిస్తారా? మీ సమాధానానికి వివరణ యివ్వండి.



7.8 భిన్నాల ఆరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమం

సంఖ్య సమితులలోని సంఖ్యలను పోల్చినపుడు కొన్ని పెద్దవి, మిగతా సంఖ్యల కంటే మరికొన్ని చిన్నవి ఉంటాయి. 7 అనే సంఖ్య 19 కన్నా చిన్నది మరియు 3 కన్నా పెద్దది. అలాగే 3 అనేది -5 కన్నా పెద్దది. భిన్నాలను కూడా మనం ఇలా సులభంగా పోల్చవచ్చును. కొన్ని ఉదాహరణల సహాయంతో దీనిని అర్థం చేసుకుండాం.

పారశాలలో నిర్వహించిన ఒక పరీక్షలో సురేష్కు $\frac{7}{10}$, సీతకు $\frac{9}{10}$, రాకేష్కు $\frac{5}{10}$ మార్కులు వచ్చాయి. ముగ్గరిలోను సీతకు ఎక్కువ మార్కులు వచ్చాయి. కావున $\frac{9}{10}$ అనేది $\frac{7}{10}$ కన్నా పెద్దది. $\frac{9}{10}$ అంటే 10 సమాన భాగాలలో 9 సమాన భాగాలు తీసుకోవడం. ఇది 10 సమాన భాగాలలో 7 సమాన భాగాలు తీసుకోవడం కన్నా ఎక్కువ. ఇక్కడ హోరాలు సమానం కావున సులభంగా చెప్పగలిగాము.

ఉదాహరణకు $\frac{3}{2}, \frac{1}{2}$ లలో $\frac{3}{2}$ పెద్దది. మనము $\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{5}{10}$ లను ఆరోహణ క్రమంలో చూపడానికి $\frac{5}{10},$

$\frac{7}{10}, \frac{9}{10}$ అని రాస్తాం. వీటిని అవరోహణ క్రమంలో చూపగలరా?

జ్ఞానికి చేయండి



క్రింది భిన్నాలలో గరిష్ట మరియు కనిష్ట భిన్నాలను గుర్తించండి.

- (i) $\frac{1}{7}, \frac{3}{7}, \frac{2}{7}, \frac{5}{7}$
- (ii) $\frac{1}{9}, \frac{13}{9}, \frac{11}{9}, \frac{5}{9}$
- (iii) $\frac{1}{3}, \frac{5}{3}, \frac{17}{3}, \frac{9}{3}$

7.8.1 విజాతి భిన్నాలను పోల్చుట

ఇప్పుడు $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{5}$ లను పోల్చండి. ఏది పెద్దదో చెప్పగలరా? సంఖ్యలను చూడగానే మనం చెప్పలేదు.

మొదటిదానిలో 2 భాగాలు, రెండవ దానిలో 3 భాగాలు వున్నాయి. ఒక భిన్నంలోని సమాన భాగాలు ఒకేలా వుంటాయి కానీ వేరువేరు భిన్నాలలోని సమాన భాగాలు వేరు వేరుగా వుంటాయి.

జటువంటి విజాతి భిన్నాలను పోల్చడానికి మొదట వాటిని సజాతి భిన్నాలుగా మార్చాలి. కాబట్టి $\frac{2}{3}$ మరియు $\frac{3}{5}$ లను మనం యా క్రింది విధంగా మార్చాలి.

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{5}{5} = \frac{10}{15} \quad (\text{సజాతి భిన్నంగా మార్చడం})$$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{3}{3} = \frac{9}{15}$$

$$\text{కావున } \frac{9}{15} < \frac{10}{15} \text{ అందువలన } \frac{3}{5} < \frac{2}{3}$$

మరియుక ఉదాహరణ చూడండి. $\frac{7}{9}, \frac{3}{11}$ లలో ఏది పెద్దది?

మొదట వాటిని సజ్ఞతి భిన్నాలుగా మార్చివ్రాయగా

$$\frac{7}{9} \times \frac{11}{11} = \frac{77}{99} \quad \frac{3}{11} \times \frac{9}{9} = \frac{27}{99}$$

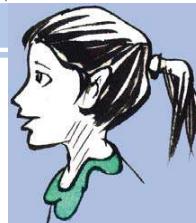
$$\frac{77}{99} \text{ పెద్దది అంటే } \frac{7}{9} \text{ పెద్దది. } \frac{7}{9} > \frac{3}{11}.$$

వీటన్నింటిలో మనము రెండు భిన్నాల హరాలు సమానం చేసాము. హరాలు సమానమైనప్పుడు, భాగాల పరిమాణాలు కూడా సమానమవుతాయి. అప్పుడు మనం సమాన భాగాలను పోల్చువచ్చును. ఏ భిన్నంలో లవంలోని సమాన భాగాలు ఎక్కువ వుంటాయో అదేపెద్ద భిన్నం అని తెలుస్తుంది.

ఇని చేయండి.

కింది వానిలో ఏది చిన్న భిన్నము?

- (i) $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}$ (ii) $\frac{7}{8}, \frac{5}{4}$ (iii) $\frac{3}{11}, \frac{1}{2}$ (iv) $\frac{5}{6}, \frac{2}{3}$



7.8.2 అరోహణ మరియు అవరోహణ క్రమం

మనం సంఖ్యలను ఎడమనుండి కుడికి క్రమంగా విలువ పెరుగుతూ వుండేటట్లు ప్రాస్తాము. దీనినే మనం అరోహణ క్రమం అంటారు.

ఉదాహరణకు $1, 3, 7, 8, 12$ లు అరోహణ క్రమంలో వున్నాయి.

అదేవిధంగా

$\frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{7}{5}, \frac{16}{5}$ లు కూడా అరోహణ క్రమంలో వున్నాయి. అంటే $\frac{2}{5} < \frac{3}{5} < \frac{7}{5} < \frac{16}{5}$

అలాగే $\frac{1}{7}, \frac{1}{6}, \frac{1}{5}, \frac{1}{4}$ లు కూడా అరోహణ క్రమంలో వున్నాయి.

ఇని చేయండి

కింది భిన్నాంకాలను అరోహణ క్రమంలో రాయండి.

- (i) $\frac{1}{7}, \frac{13}{7}, \frac{11}{7}, \frac{5}{7}, \frac{15}{7}$ (ii) $\frac{2}{3}, \frac{5}{6}, \frac{3}{9}, \frac{24}{18}$
 (iii) $\frac{2}{3}, \frac{1}{2}, \frac{5}{6}, \frac{7}{12}$ (iv) $\frac{1}{5}, \frac{1}{2}, \frac{1}{8}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}$



మనము యించి సంఖ్యలను ఎడమనుండి కుడికి క్రమంగా విలువ తగ్గుతూ వుండేటట్లు ప్రాస్తే దానిని అవరోహణ క్రమం అంటారు. ఉదాహరణకు $100, 85, 83, 74, 61$ లు అవరోహణ క్రమంలో వున్నాయి.

ಅಲಾಗೆ $\frac{11}{2}$, $\frac{7}{2}$, $\frac{5}{2}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{1}{2}$ ಲು ಅವರೋಡಣ ಕ್ರಮಂತ್ರೆ ಉನ್ನಾಯಿ.

ಇಂತ್ಯಾ ಕ್ರಮದಲ್ಲಿ $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$ ಲು ಕೂಡಾ ಅವರ್ತೋಪಣ ಕ್ರಮಂಲ್ಲಿ ವುನ್ನಾಯಿ. ಎಂದುಕ್ಕೋ ಕಾರಣಂ ಚೆಪ್ಪಗಲರಾ?

మీ స్నేహితులతో చర్చించండి.

ಇವಿ ಚೆಯಂಡಿ

కింది వానిని అవరోహణ క్రమంలో ప్రాయండి.

$$(i) \frac{1}{9}, \quad \frac{13}{9}, \quad \frac{11}{9}, \quad \frac{15}{9}, \quad \frac{3}{9} \quad (ii) \quad \frac{1}{6}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{3}{9}, \quad \frac{5}{6}$$

$$(iii) \frac{1}{5}, \quad \frac{9}{5}, \quad \frac{3}{5}, \quad \frac{9}{5}$$



7.9 భిన్నాల సంకలనము (కూడిక)

కీంది వానిని కూడండి.

క్లాస్‌రూమ్

1. 

$$= \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$
2. 

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = \frac{2}{2} = 1$$

ಇವಿ ಚೆಯಂಡಿ



కింది వాటిని సూక్ష్మకరించండి.

i. $\frac{1}{4} + \frac{5}{4}$ ii. $\frac{1}{3} + \frac{2}{3}$ iii. $\frac{1}{7} + \frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ iv. $\frac{13}{6} + \frac{5}{6}$

7.9.1 విజ్ఞాతి భీన్మాల సంకలనము

ಕಿಂದಿ ದಾನಿನಿ ಚೂಡಂಡಿ.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = ?$$

యిక్కడ మనం లవాలను కలపలేము. ఎందువలన? మరి మనం ఏం చేయాలి? యిటువంటి భిన్నాలను కలపడానికి మొదట వాటిని ఒకే హోరము కలిగిన సమాన భిన్నాలుగా మార్చాలి.

$$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$$

$$\text{కావున} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$$

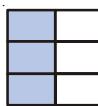
పీటిని పటరూపంలో ఎలా సూచించవచ్చునో చూద్దాం.

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$$

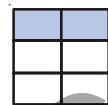
రెండు పటాలలోని భాగాలు సమానం కాదు. కానీ సంకలనం చేయాలంటే మనకు సమాన భాగాలు కావాలి.

కావున మొదటి దానిని మరిమూడు అడ్డు భాగాలుగా విభజిస్తాము.

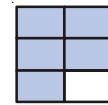
అప్పుడు మనకు $\frac{3}{6}$ వస్తుంది.



మరియు రెండవ పటానికి అదేవిధంగా మనకు $\frac{2}{6}$ వ వస్తుంది.



ఈ రెండూ ఇప్పుడు కలపడానికి వీలుగా ఉన్నాయి కలుపగా మొత్తం $\frac{5}{6}$ వస్తుంది.



$\frac{1}{6} + \frac{5}{3}$ ను పరిగణించండి.

$\frac{5}{3} = \frac{10}{6}$ అని ప్రాస్తాము. కావున $\frac{1}{6} + \frac{5}{3} = \frac{1}{6} + \frac{10}{6} = \frac{11}{6}$

ఇవి చేయండి

ఈ కింది భీన్నాలను కూడండి.

(i) $\frac{1}{2} + \frac{1}{5}$

(ii) $\frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{7}{2}$

(iii) $\frac{1}{3} + \frac{2}{6} + \frac{5}{6}$

(iv) $\frac{1}{3} + \frac{7}{5}$



7.9.2 మిక్కెమ భీన్నాల సంకలనము

$2\frac{1}{3}$ మరియు $1\frac{2}{3}$ లను మనం ఎలా సంకలనం చేస్తాము?

వాటిని అపక్రమ భీన్నాలు $\frac{8}{3}$ మరియు $\frac{5}{3}$ లుగా మార్చి కలపడం ఒక పద్ధతి.

వాటిని మనం ఈ కింది పద్ధతిలో కూడా సంకలనం చేయవచ్చును.

$$2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = 2 + 1 + \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 3 + \frac{3}{3}$$

ఇక్కడ మనం పూర్ణాంక భాగాలను, భీన్ భాగాలను విడివిడిగా సంకలనం చేసాము. మరల ఆ రెండింటిని సంకలనం చేయగా మనకు $3 + \frac{3}{3} = 3+1 = 4$ వస్తుంది

జిప్పుడు మనం $2\frac{1}{8}$, $3\frac{1}{6}$ లను రెండు పద్ధతులలో సంకలనం చేండాం.

$$\begin{aligned} \text{1వ పద్ధతి : } & 2\frac{1}{8} + 3\frac{1}{6} = 2 + 3 + \frac{1}{8} + \frac{1}{6} \\ & = 5 + \frac{1 \times 6}{8 \times 6} + \frac{1 \times 8}{6 \times 8} \\ & = 5 + \frac{6}{48} + \frac{8}{48} \\ & = 5 + \frac{14}{48} = 5 + \frac{7}{24} = 5\frac{7}{24} \end{aligned}$$

2వ పద్ధతి : రెండింటినీ అపక్రమ భిన్నాలుగా మార్చగా, మనకు $\frac{17}{8} + \frac{19}{6}$ వస్తుంది.

$$\begin{aligned} \text{సమాన సజాతి భిన్నాలుగా మార్చి ప్రాయగా } & \frac{17}{8} = \frac{17}{8} \times \frac{6}{6} = \frac{102}{48} \\ & \frac{19}{6} = \frac{19}{6} \times \frac{8}{8} = \frac{152}{48} \\ \therefore & \frac{102}{48} + \frac{152}{48} = \frac{254}{48} = \frac{127}{24} = 5\frac{7}{24} \end{aligned}$$

7.10 ష్యవకలనము (తీసివేత)

$\frac{4}{7}$ నుండి $\frac{3}{7}$ ను తీసి వేయండి. ఈ రెండు సంబ్యుల హోరాలు సమానం కావున ఆవి సజాతి భిన్నాలు. మనము మూడు $\frac{1}{7}$ వ భాగాలను, నాలుగు $\frac{1}{7}$ వ భాగాలనుండి తీసివేయగా ఒక $\frac{1}{7}$ వ భాగం మిగులుతుంది.

$$\therefore \frac{4}{7} - \frac{3}{7} = \frac{4-3}{7} = \frac{1}{7}$$

జిప్పుడు హోరాలు వేరువేరుగా వున్న భిన్నాలను ఉదాహరణగా తీసుకోండి.

$\frac{3}{10}$ నుండి $\frac{2}{9}$ ని తీసివేయండి.

$$\frac{3}{10} - \frac{2}{9}$$

మనము పైన చెప్పిన పద్ధతిలో దీనిని చేయలేము.

మొదట వీటిని సజాతి భిన్నాలుగా చేయాలి.

$$\frac{3}{10} = \frac{3 \times 9}{10 \times 9} = \frac{27}{90}, \quad \frac{2}{9} = \frac{2 \times 10}{9 \times 10} = \frac{20}{90}$$

$$\text{ఆప్పుడు } \frac{27}{90} - \frac{20}{90} = \frac{27-20}{90} = \frac{7}{90} \text{ వస్తుంది.}$$

ఇవి చేయండి.

1. కింది భిన్నాలను సంకలనం చేయండి.

$$(i) \frac{2}{5} + \frac{3}{5}$$

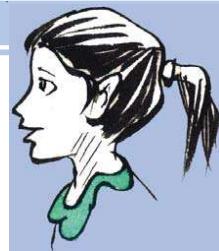
$$(ii) \frac{7}{10} + \frac{2}{10}$$

$$(iii) \frac{3}{4} + \frac{2}{6}$$

2.. కింది భిన్నాలను వ్యవకలనం చేయండి.

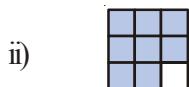
$$(i) \frac{3}{5} \text{ నుంచి } \frac{2}{7}$$

$$(ii) \frac{2}{5} \text{ నుంచి } \frac{1}{9}$$



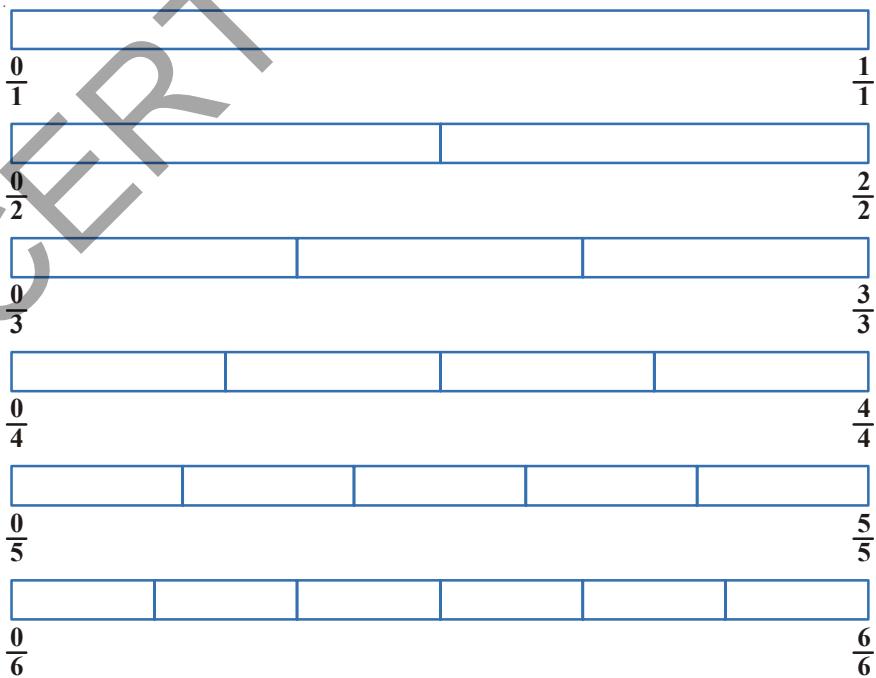
అభ్యర్థం - 7. 3

1. ఛాయావృత్త ప్రాంతాలను భిన్నాలుగా సూచించండి. ఆ భిన్నాల మధ్య ' $<$ ', ' $=$ ', ' $>$ ' లలో సరియైన గుర్తులను ఉపయోగిస్తూ వాటిని ఆరోహణ లేదా అవరోహణ క్రమంలో రాయండి.



2. $\frac{2}{6}, \frac{4}{6}, \frac{8}{6}$ మరియు $\frac{6}{6}$ లను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించండి. వాటిని ఆరోహణ క్రమంలో రాయండి.

3. కింద ఇచ్చిన పట్టాలను పరిశీలించి కింద నివ్వబడిన సమస్యలలోని ప్రతి జత భిన్నాల మధ్య ' $<$ ' లేదా ' $>$ ', ' $=$ ' గుర్తులలో సరియైన దానిని వుంచండి.



i) $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$ ii) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$ iii) $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$

iv) $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$ v) $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$

ఇటువంటి మరొక 5 సమస్యలను తయారు చేసి మీ మిత్రులను సాధించమని చెప్పండి.

4. సరియైన గుర్తులతో నింపగలరు. ('<', '=' , '>')

i) $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ ii) $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ iii) $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$

iv) $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ v) $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ vi) $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$

5. కిందివాటికి జవాబులు వ్రాయండి. వాటిని ఎలా సాధించారో సోపానాలను మీ నోట్ పుస్తకంలో రాయండి.

i) $\frac{5}{9}$ అనేది $\frac{4}{5}$ కు సమానమా? ii) $\frac{9}{16}$ అనేది $\frac{5}{9}$ కు సమానమా?

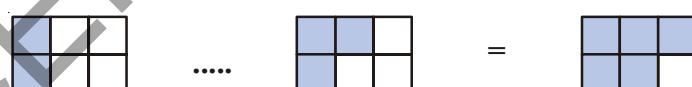
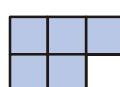
iii) $\frac{4}{5}$ అనేది $\frac{16}{20}$ కు సమానమా? iv) $\frac{1}{15}$ అనేది $\frac{4}{30}$ కు సమానమా?

6. 100 పేజీలున్న ఒక కథల పుస్తకంలో వర్షిత 25 పేజీలు చదివింది. లలిత అదే కథల పుస్తకంలో $\frac{2}{5}$ వంతు చదివింది. ఎవరు ఆ పుస్తకాన్ని తక్కువ చదివారు? కారణం తెలుపండి.

7. ఈ కింది ఖాళీలను స్వరూపించండి.

i)  = 

ii)  = 

iii)  = 

8. సూక్ష్మకరించండి.

i) $\frac{1}{18} + \frac{1}{18}$ ii) $\frac{8}{15} + \frac{3}{15}$ iii) $\frac{7}{7} - \frac{5}{7}$

iv) $\frac{1}{22} + \frac{21}{22}$ v) $\frac{12}{15} - \frac{7}{15}$ vi) $\frac{5}{8} + \frac{3}{8}$

vii) $1 - \frac{2}{3} \left(1 = \frac{3}{3} \right)$ viii) $\frac{1}{4} + \frac{0}{4}$ ix) $3 - \frac{12}{5}$

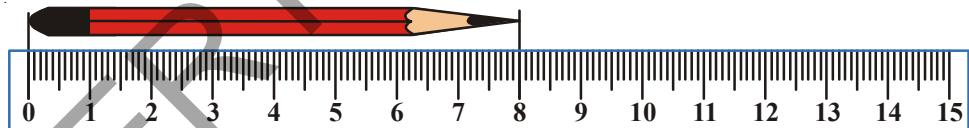
9. ఖాళీలలో సరిద్దైన భిన్నాలను పూరించము.

$$\text{i)} \quad \frac{7}{10} - \boxed{\quad} = \frac{3}{10} \quad \text{ii)} \quad \boxed{\quad} - \frac{3}{21} = \frac{5}{21}$$

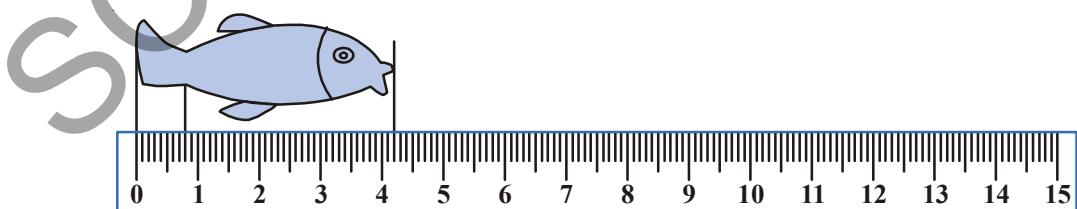
$$\text{iii)} \quad \boxed{\quad} - \frac{3}{3} = \frac{3}{6} \quad \text{iv)} \quad \boxed{\quad} + \frac{5}{27} = \frac{12}{27}$$

10. నరేంద్ర ఇంటి లోని తన గది గోడకు $\frac{2}{3}$ వంతు పెయింట్ వేసాడు. అతని తమ్ముడు రితేవ్ $\frac{1}{3}$ వంతు గోడకు పెయింట్ వేసి అతనికి సహాయం చేసాడు. ఇద్దరూ కలిపి ఎంత భాగానికి రంగు వేసారు?
11. నీహుకు ఒక బుట్టలోని $\frac{5}{7}$ వంతు అరచిపండ్లు ఇవ్వబడ్డాయి. అయిన బుట్టలో మిగిలిన అరచిపక్కను సూచించు భిన్నాన్ని ప్రాయండి.
12. $\frac{7}{8}$ మీటర్ల పొడవు కలిగిన ఒక కళ్ళి రెండు ముక్కలుగా విరిగి పోయినది. ఒక ముక్క లో $\frac{1}{4}$ మీటర్ల పొడవు వున్న రెండవ ముక్క పొడవును కనుగొనుము.
13. పాతశాల ఆవరణ చుట్టూ నడిచి రావడానికి రేణుకు $2\frac{1}{5}$ నిమిషాల కాలం పడుతుంది. అదేపని చేయడానికి స్నిగ్ధకు $\frac{7}{4}$ నిమిషాల కాలం పడుతుంది. ఇద్దరిలో ఎవరు తక్కువ కాలంలో ప్రయాణించారు? ఎంత తక్కువ? అతక్కువను భిన్న రూపంలో ప్రాయండి.

7.11 దశాంశాలు



ఈ పెన్సిల్ పొడవు ఎంత? సెం.మీ.



ఈ చేప పొడవు 4 సెం.మీ. కన్నా ఎక్కువ మరియు 5 సెం.మీ. కన్నా తక్కువ. మరి ఈ చేప పొడవు ఎలా కనుగొంటావు?

ఇది కనుగొనడానికి మనం 4, 5 ల మధ్యదూరాన్ని 10 సమాన భాగాలు చేయాలి.

జప్పుడు మీరు యా చేప పొడవును చెప్పగలరా? దీని పొడవు సెం.మీ. మరియు చిన్న భాగము. ఈ చిన్న భాగాన్నే మనం విల్లీ మీటర్ అంటాము. అనగా చేప పొడవు 4 సెం.మీ. మరియు 2 మి.మీ. ప్రతి ఒక సెం.మీ.లో 10 సమాన భాగాలలో ప్రతి భాగము ఒక విల్లీ మీటరు. మనము స్కూలును ఉపయోగించేటపుడు సమాన భాగాలు చేసిన చిన్న భాగాలను కూడా లెక్కిస్తాము.

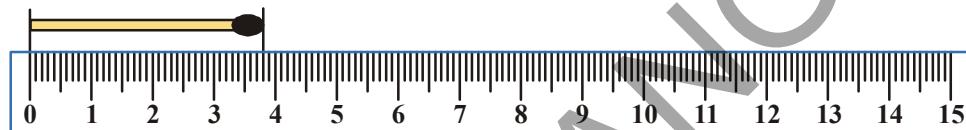
ప్రశ్నలు ఉండాలను కూడా లెక్కిస్తాము.

$$4 \text{ మరియు } \frac{2}{10} \text{ భాగము} = 4\frac{2}{10} \text{ సెం.మీ.}$$

మరి ఈ చేప తోక పొడవు ఎంత?

దీని పొడవు 1 సెంటీమీటర్ కన్నా తక్కువ. ఇంకాయిది 10 చిన్న భాగాలలో 8 చిన్న భాగాలకు సమానము.

$$\text{అప్పుడు అది } \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{8}{10} \text{ సెం.మీ.}$$



పటంలో అగ్గిపుల్లను చూసి, దానిపొడవును కొలిచి, సెం.మీ.లలో మరియు మి.మీ.లలో తెలపండి.

$$1 \text{ సెం.మీ.లో ప్రతి భాగం} = 1 \text{ మి.మీ.} = \frac{1}{10} \text{ సెం.మీ.} = .1 \text{ సెం.మీ.} = 0.1 \text{ సెం.మీ.}$$

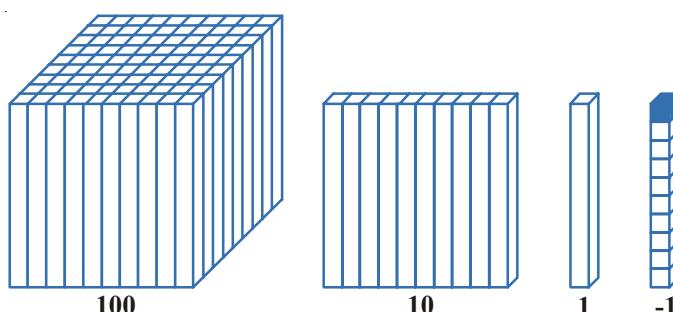
దశాంశ సంఖ్యల స్థాన విలువలు

మనం ఒక మూడంకెల సంఖ్యను చదివితే, దానిలోని అంకెల స్థానవిలువలను నిర్ణయించి ఆ సంఖ్యను కనుగొనవచ్చును. ఉండాలను 1, 2, 5 అనే మూడు అంకెలను తీసుకోండి.

512 అనే సంఖ్యలో 5 వందల స్థానంలో వున్నపుడు దాని స్థానవిలువ 500. అందుకే ఆసంఖ్య ఐదువందల పన్చెందు.

152 అనే సంఖ్యలో 5 వందల స్థానంలో వుంది. కనుక దాని స్థాన విలువ 50. అందుకే ఆ సంఖ్య నూటయాబై రెండు.

125 లో ఒకట్ల స్థానంలో వుంది కనుక ఆసంఖ్య నూటిరవై ఐదు. మనము వందల స్థానం నుండి కుడి ప్రక్కకు వెళ్ళినపుడు ఐదుల స్థానం దాని కుడి ప్రక్కకు ఒకట్ల స్థానము వున్నాయి. అనగా మనము కుడి ప్రక్కకు జరుగుతున్నపుడు దాని స్థానవిలువ $1/10$ వంతు అవుతుంది.



పై చిత్రంలో మనం ఎడమ నుండి కుడికి వెళ్లినపుడు విలువలు ఎలా మారుతాయో చూడవచ్చును. మొదటి చిత్రంలో 100 దీర్ఘఫునాకార కడ్డిలతో ఏర్పరచిన ఫునాన్ని వందల స్థానంలో తీసుకొని ప్రారంభించాము. దీనిని 10 సమానభాగాలు చేయగా 10 దీర్ఘ ఫునాకార కడ్డిలతో దీర్ఘఫునం ఏర్పడింది.

దీనిని మరల 10 సమాన భాగాలు చేయగా 1 దీర్ఘఫునాకార కడ్డి వస్తుంది. అనగా వందలో పదవ వంతు పది మరియు పదిలో పదవవంతు ఒకటి.

ఇంకా మనం కుడి ప్రక్కకు వెళ్తే ఏమి జరుగుతుంది?

మనము పైన చెప్పుకొన్న చేప పొడవును కొలిచే పటమున్న ఉదాహరణలో మనము 1సెం.మీ. కన్నా తక్కువ పొడవును కొలిచాము. అక్కడ 1సెం.మీ.ను 10 చిన్న సమాన భాగాలు చేసి ప్రతీ భాగాన్ని 1మి.మీ. అన్నాము. అనగా ప్రతిభాగము $\frac{1}{10}$ సెం.మీ. (మి.మీ. ను సెం.మీ.లలో ప్రాయగా) దీనిని మనం దశాంశ బిందువుకు కుడిచేతివైపు ప్రాస్తాము.

$$\text{కనుక దశాంశ బిందువుకు కుడి చేతివైపు మొదటి స్థానం విలువ } \frac{1}{10}$$

$$100 \rightarrow \frac{100}{10} = 10 \rightarrow \frac{10}{10} = 1 \rightarrow \frac{1}{10}$$

మనకు 10వ భాగాలు 5 పుంటే $\frac{5}{10}$ దీనిని మనం 0.5 అని ప్రాస్తాము. అనగా మొత్తం 10 భాగాలలో 5 భాగాలు అని అర్థము $= \frac{5}{10} = 0.5$.

ప్రయుషించండి

i) కింది దశాంశాలను భిన్నాలుగా రాయండి మరియు ఎన్ని 10 వ భాగాలు వున్నాయో గుర్తించండి.

0.4, 0.2, 0.8, 1.6, 5.4, 555.3, 0.9



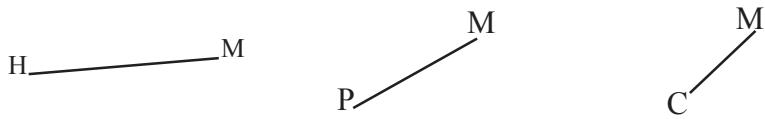
ii) కింది పట్టికను నింపండి.

పదులు (10)	బకట్టు (1)	పదవ వంతు (1/10)	దశాంశ సంఖ్య:
3	5	7	
6	9	4	
7	6	3	

iii) కింది పట్టికను నింపండి.

దశాంశ సంఖ్య	పూర్ణాంక భాగము	దశాంశ భాగం	దశాంశ భాగం విలువ	పదాలలో ప్రాయగా
8.5				
14.7				
23.0				
5.4				

vi) కింది రేఖాభండాల పొడవులను కొలిచి కింది పట్టికలో నింపండి.



మీరు కొలిచినది	సెం.మీ మరియు మి.మీ	పొడవు సెం.మీలలో	పొడవు దశాంశాలలో
రేఖాభండము \overline{HM}			
రేఖాభండము \overline{PM}			
రేఖాభండము \overline{CM}			
మీ. రబ్బరు			
సుద్దముక్క			
మీ చేతి చూపడు వేలు			

100 లో భాగాన్ని సూచించాలంటే మనము దశాంశ బిందువుకు కుడి చేతివైపు రెండు స్థానాల వరకు రాయాలి.

ఉదాహరణకు $\frac{5}{100} = .05$ అనగా $10\text{భాగం } \frac{1}{10}$ నుండి కుడిచేతివైపుకు వెళ్గా వందవ భాగం $\frac{1}{100}$ స్థానవిలువ వస్తుంది.

1 మీటరులో 100 సెం.మీ ఉంటాయి. మనము 5 సెం.మీ లను మీటర్లలో ప్రాయాలంటే 0.05 మీ అని ప్రాస్తాము. అలాగే 25 సెం.మీ లను ప్రాయాలంటే లేదా మీటర్లయొక్క 100 వ భాగాలలో ప్రాయాలంటే అది 0.25

$$\text{అనగా } \frac{20}{100} + \frac{5}{100} = \frac{25}{100} = 0.25$$

క్రింది దశాంశాలకు భిన్నాలను ప్రాసి దానిలో ఎన్ని వందవ భాగాలు వున్నాయో కనుగొనండి.

0.35, 0.08, 6.70, 23.53, 756.01

ఆరేవిధంగా $100\text{పైసలు} = 1\text{రూపాయి అని మనకు తెలుసు. మరి } 10\text{ పైసలు అంటే రూపాయులో ఎన్నోవంతు? }$
1 పైసా అంటే రూపాయులో ఎన్నావంతు?

475 పైసలు అంటే ఎన్ని రూపాయలు?

$$\text{అది } 400 + 75 \text{ పైసలు అనగా } 4 + \frac{75}{100} \text{ రూపాయలు. } = ₹ 4.75.$$

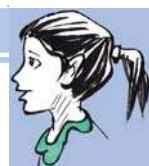
4 రూపాయల 75 పైసలు లేదా ₹ 4.75 అని ప్రాస్తాము.

$$\text{అదేవిధంగా } 5 \text{ రూపాయల } 30 \text{ పైసలను } 5 \frac{30}{100} \text{ రూపాయలు అనగా ₹ 5.30 \text{ అని ప్రాస్తాము.}$$

ఇవి చేయండి.

ఖాళీలను పూరించండి.

1. $325 \text{ పైసలు} = \dots \text{ రూపాయలు} \dots \text{ పైసలు} = ₹ \dots$
2. $570 \text{ పైసలు} = \dots \text{ రూపాయలు} \dots \text{ పైసలు} = ₹ \dots$
3. $2050 \text{ పైసలు} = \dots \text{ రూపాయలు} \dots \text{ పైసలు} = ₹ \dots$





అభ్యాసము - 7. 4

1. ఖాళీలను పూరించండి.
 - i) 0.8 యొక్క భిన్న రూపము
 - ii) 15.9 లో పూర్తాంక భాగము
 - iii) 171.9 లో 10వ భాగం స్థానంలోని అంకము
 - iv) 9.8 లో 8 స్థాన విలువ
 - v) ఒక దశాంశ సంఖ్యలో పూర్తాంక భాగాన్ని మరియు దశాంశ భాగాన్ని వేరు చేసే బిందువును అంటారు.
2. ఈ కింది వాటికి దశాంశ రూపం రాయండి.
 - i) నూట ఇరవై అయిదు మరియు 4 పదవ భాగాలు
 - ii) ఇరవై మరియు రెండు పదవ భాగాలు
 - iii) ఎనిమిది మరియు 6 పదవ భాగాలు
3. కింది భిన్నాలను దశాంశ బిందువు నుపయోగించి దశాంశ రూపములో రాయండి.

i) 16/100	ii) 278/1000	iii) 6/100
iv) 369/100	v) 16/1000	vi) 345/10
vii) 907/100		
4. కింద గీయబడిన అంకెల స్థాన విలువలను కనుగొనండి.

i) 34.26	ii) 8.88	iii) 0.91
iv) 0.50	v) 3.03	vi) 6.74
5. కింది వానిలో ఏది పెద్దదో కనుగొనండి.

i) 0.2 మరియు 0.4	ii) 70.08 మరియు 70.7	
iii) 6.6 మరియు 6.58	iv) 7.4 మరియు 7.35	v) 0.76 మరియు 0.8
6. కింది వానిని ఆరోహణ క్రమంలోనికి మార్చి రాయండి.

i) 0.04, 1.04, 0.14, 1.14	ii) 9.09, 0.99, 1.1, 7
---------------------------	------------------------
7. కింది వానిని ఆవరోహణ క్రమంలోనికి మార్చి రాయండి.

i) 8.6, 8.59, 8.09, 8.8	ii) 6.8, 8.66, 8.06, 8.68
-------------------------	---------------------------

7.12 దశాంశ భిన్నాల సంకలనము మరియు వ్యవకలనము

0.3 మరియు 0.4లను సంకలనము చేయండి.

ఒక వృత్తాన్ని తీసుకొని దానిని 10 సమాన భాగాలు చేయండి.

0.3ను సూచించడానికి 3 సమాన భాగాలను ఛాయావృత్తం చేయండి.

0.4ను సూచించడానికి 4 సమాన భాగాలను వేరే విధంగా ఛాయావృత్తం చేయండి.

జప్పుడు వృత్తంలో ఛాయా వృత్తం చేయబడిన మొత్తం పదవ భాగాలను లెక్కపెట్టండి.

$$\begin{array}{r}
 \text{ఒకట్లు} \quad \text{పదో వంతు} \\
 0 . \quad 3 \\
 + \quad 0 . \quad 4 \\
 \hline
 0 . \quad 7
 \end{array}$$

కావున $0.3 + 0.4 = 0.7$

మనము దశాంశ సంఖ్యలను సంకలనం చేసినపుడు మొదటి సంఖ్యలోని 10వ భాగాన్ని, రెండవ సంఖ్యలో 10వ భాగాన్ని కూడాలి. అలాగే 100వ భాగాలను కూడాలి.

జపుడు మీరు 0.63, 0.54లను కూడగలరా?

$$\begin{array}{rcc}
 \text{ఒకట్లు} & \text{పదో వంతు} & \text{వందో వంతు} \\
 0 . \quad 6 & & 3 \\
 + \quad 0 . \quad 5 & & 4 \\
 \hline
 1 . \quad 1 & & 7
 \end{array}$$

కావున $0.63 + 0.54 = 1.17$

ఇవి చేయండి.

కనుగొనండి.

- | | |
|--------------------|-------------------|
| i) $0.39 + 0.26$ | ii) $0.8 + 0.07$ |
| iii) $1.45 + 1.90$ | iv) $3.44 + 1.58$ |



ఉదాహరణ 1 : 3.64 మరియు 5.4లను కూడండి.

1వ పద్ధతి : $3.64 + 5.4$ మొదటి సంఖ్య రెండు దశాంశ స్థానాలు గల భిన్నం

రెండవ సంఖ్య ఒక దశాంశ స్థానం గల భిన్నం.

$$= 364/100 + 54/10 \quad \text{వాటిని భిన్న రూపంలో ప్రాయండి.}$$

$$= 364/100 + 540/100 \quad \text{రెండవ భిన్నంలో హోరాన్ని 100కి సమానం చేయండి.}$$

$$= 904/100 \quad \text{హోరాలను సమానం చేశాక, లవాలను కూడండి.}$$

వచ్చిన సమాధానాన్ని దశాంశ బిందువు నుపయోగించి ప్రాయండి.

2వ పద్ధతి : $3.64 + 5.4$

$$\begin{array}{rcc}
 \text{ఒకట్లు} & \text{పదో వంతు} & \text{వందో వంతు} \\
 3 . \quad 6 & & 4 \\
 + \quad 5 . \quad 4 & & \\
 \hline
 9 . \quad 0 & & 4
 \end{array}$$

3.64 మొదటి భిన్నంలో రెండు దశాంశాలున్నాయి.

+ 5.40 రెండవ భిన్నాన్ని రెండు దశాంశాలలోనికి మార్చి కూడండి.

9.04

ఉదాహరణ 2 : సల్వ తన పారశాలలోని ఆటల పోటీలకు సాధన చేస్తోంది. ఆమె ఉదయం 3.27 కి.మీ. సాయంత్రం 2.8 కి.మీ. పరుగెత్తితే, ఒక రోజులో మొత్తము ఎన్ని కి.మీ. పరుగెడుతున్నది?

$$\text{సాధన : } 3.27 + 2.8 = ?$$

$$\begin{array}{rcl} \text{ఉదయం పరుగెత్తిన దూరం} & = & 3.27 \text{ కి.మీ.} \\ \text{సాయంత్రం పరుగెత్తిన దూరం} & = & 2.80 \text{ కి.మీ.} \\ \hline \text{మొత్తం పరుగెత్తిన దూరం} & = & 6.07 \text{ కి.మీ.} \end{array}$$

ఉదాహరణ 3 : 1.23ను 2.85 నుండి తీసివేయండి.

సాధన : దీనిని పట్టిక రూపంలో రాయగా

$$\begin{array}{rcl} \text{ఒకట్లు} & \text{వదో వంతు} & \text{వందో వంతు} \\ \begin{array}{r} 2 \\ - 1 \end{array} & \begin{array}{r} 8 \\ . \\ 2 \end{array} & \begin{array}{r} 5 \\ 3 \\ \hline 2 \end{array} \\ \hline \begin{array}{r} 1 \\ 6 \end{array} & & \end{array}$$

$$\text{కావున } 2.85 - 1.23 = 1.62$$

దీని నుండి మనం డశాంశాల తీసివేత అంటే వందవ భాగం నుండి వందవ భాగాలను, వదవ భాగాల నుండి వదవ భాగాలను, ఒకట్ల నుండి ఒకట్లను యి విధంగా తీసివేయాలి. ఇది మనం సంకలనంలో కలిపిన విధంగా వుంటుంది.

ఉదాహరణ 4 : 2.89 ని 4.5 నుండి వ్యవకలనం చేయండి.

$$\begin{array}{rcl} \text{సాధన :} & \text{ఒకట్లు} & \text{వదో వంతు} & \text{వందో వంతు} \\ \begin{array}{r} 4 \\ - 2 \end{array} & \begin{array}{r} 5 \\ . \\ 8 \end{array} & \begin{array}{r} 0 \\ 9 \\ \hline 1 \end{array} & \end{array}$$

$$\text{కావున } 4.5 - 2.89 = 1.61$$



అభ్యాసము - 7.5

- సోను ఒక దుకాణానికి వెళ్ళి ఒక పల్లిబెల్లం పట్టి (చిక్కు), ఒక చాక్కెట్ కొనుకొన్నాడు. పల్లి బెల్లంపట్టి (చిక్కు) రూ 0.75 మరియు చాక్కెట్ రూ 0.50. అతను ఆ రెండూ ఒక్కాక్కాలై కొనుకొన్న దుకాణదారునికి మొత్తం ఎంత చెల్లించాలి? సోను వాళ్ళ అమ్మ అతనికిచ్చిన రూ 2 దుకాణ దారునికి ఇచ్చిన అతనికి ఎంత పైకము తిరిగి వస్తుంది. అదే వాళ్ళ అమ్మ అతనికి రూ 5 ఇచ్చినచో దుకాణదారుడు ఎంత సొమ్మును తిరిగి ఇస్తాడు.
- కింద ఇచ్చిన డశాంశ భిన్నాలను కలపండి.
 - $25.11 + 3.80$
 - $14.01 + 1.1 + 1.98$
 - $9.85 + 0.61$
 - $2.3 + 18.94$
 - $2.57 + 3.75$
- అభిషేక్ 5 కి.మీ. 28 మీ. బస్సులోను, 2 కి.మీ. 265 మీ. కారులోను, మిగిలిన 1 కి.మీ. 30 మీ. దూరాన్ని నడిచి ప్రయాణం చేసాడు. అయిన అతను ప్రయాణం చేసిన మొత్తం దూరమెంత?
- శ్రీమతి వైకుంఠం తన పెద్దమ్మాయి కొరకు 6.25 మీటర్ల బట్టను, చిన్నమ్మాయి కొరకు 5.75 మీటర్ల బట్టను కొన్నది. అయిన శ్రీమతి వైకుంఠం తన పిల్లల కొరకు మొత్తం ఎంత పొడవు గల బట్టను కొన్నది?

మనం నేర్చుకున్నవి

1. i) భిన్నం అంటే మొత్తంలో కొంత భాగాన్ని సూచించడం. మొత్తం అనేది ఒక వస్తువు లేదా కొన్ని అలాంటి వస్తువుల సమాహం కావచ్చును.
ii) కొన్ని లెక్కించిన భాగాలను భిన్న రూపంలో రాశే సందర్భంలో మొదట అన్ని భాగాలు సమానమని నిర్ధారించుకోవాలి.
2. $\frac{5}{7}$ ర్సు లవము అని, 7ను హోరము అని అంటారు.
3. భిన్నాలను సంఖ్యారేఖపై సూచించవచ్చును. ప్రతీ భిన్నానికి అనుగుణంగా సంఖ్యారేఖపై ఒక బిందువు వుంటుంది.
4. ఒక క్రమ భిన్నంలో లవము, హోరము కన్నా తక్కువ. లవము, హోరము కన్నా ఎక్కువ వున్న భిన్నాలను అపక్రమ భిన్నాలు అంటారు. ఒక అపక్రమ భిన్నాన్ని పూర్ణాంకము మరియు భాగాల మొత్తంగా రాయవచ్చు. అటువంటి భిన్నాలను మిక్రమ భిన్నాలు అంటారు.
5. ప్రతీ క్రమ మరియు అపక్రమ భిన్నాలు అనేక సమాన భిన్నాలను కలిగి వుంటాయి. యా సమాన భిన్నాలను కనుగొనడానికి, యచ్చిన భిన్నములోని లవ, హోరాలను ఒకే సంఖ్యచే గుణించాలి లేదా భాగించాలి.
6. ఒక భిన్నంలో లవ, హోరాలకు 1 తప్ప యితర ఉమ్మడి కారణాంకాలు లేకుంటే ఆ భిన్నం కనిష్ట పదాలలో వుందంటాము.
7. మొత్తంలో (బకటీలో) భాగాలను అర్థం చేసుకోవడానికి మనము ఒక యూనిట్సు దీర్ఘ ఫున కడ్డితో సూచిస్తాము.
ఒక దీర్ఘ ఫున కడ్డి 10 సమాన భాగాలు చేయబడుతుంది. కనుక ప్రతీ భాగము మొత్తంలో $\frac{1}{10}$ వ భాగము.
దీనిని మనం దశాంత రూపంలో 0.1 రాస్తాము. బిందువు దశాంత స్థానాన్ని సూచిస్తుంది. మరియు ఇది ఒకట్లు మరియు పదవ భాగాల మధ్యలో వుంటుంది.
8. హోరము 10 గల ప్రతీ భిన్నాన్ని దశాంత రూపంలో రాయవచ్చును. అలాగే ప్రతీ దశాంత సంఖ్యను హోరము 10 గల భిన్నంగా రాయవచ్చును.
9. ఒక దిమ్మను 100 సమాన భాగాలు చేస్తే ప్రతీ భాగము మొత్తములో వందవ వంతు అనగా $\left(\frac{1}{100}\right)$ గా వుంటుంది. దీనిని మనం దశాంత రూపంలో 0.01 అని రాస్తాము.
10. స్థాన విలువల పట్టికలో ఎడమ నుండి కుడికి వెళ్లినపుడు, కుడి వైపు నున్న స్థానము దాని ఎడమ వైపు నున్న స్థానంలో $\frac{1}{10}$ భాగం వుంటుంది. అలాగే 100వ భాగం నుండి యింకా కుడి వైపుకు వెళ్లినపుడు, 100వ భాగంలో $\frac{1}{10}$ వ వంతు $\left(\frac{1}{100}\right)$ వ భాగం అవుతుంది. దీనిని దశాంత రూపంలో 0.001 అని రాస్తాము.
11. అన్ని దశాంశాలను రేఖపై చూపవచ్చును.
12. ప్రతీ రెండు దశాంత సంఖ్యలను ఒక దానితో ఒకటి పోల్చువచ్చును. యా పోలిక అనేది పూర్ణాంక భాగాలతో ప్రారంభిస్తాము. యా పూర్ణాంక భాగాలు సమానమైనపుడు 10వ వంతులను పోలుస్తాము. యివి కూడా సమానమైనపుడు 100వ వంతులను యిలా పోల్చుకుంటూ పోతాము.
13. యా దశాంశాలు అనేవి మన జీవితాలలో అనేక రకాలుగా ఉపయోగపడతాయి. ఉదాహరణకు ధనము, పొడవు మరియు బరువుల యొక్క ప్రమాణాలు మొదలైన వాటిని సూచించడానికి యివి ఉపయోగపడతాయి.

దత్తాంశ నిర్వహణ

8.1 పరిచయం

సిరి వాళ్ళ నాస్కగారు ఒక మొబైల్‌ఫోన్ కొనాలని అనుకొన్నారు. దానికారకు ఆయన మిత్రుల నుండి రకరకాల మొబైల్ ఫోన్లకు సంబంధించిన వివరాలను సేకరించి క్రింది విధంగా పట్టిక రూపంలో రాశారు.

లక్ష్మణాలు	మొదటి రకము	రెండవ రకము	మూడవ రకము
ధర	₹1500	₹ 1200	₹ 2000
MP3	✓	✓	✓
కెమెరా	✗	✗	✓
బ్యాట్టుట్	✗	✗	✓
అలారమ్	✓	✓	✓
FM రేడియో	✓	✗	✓
గ్యారెంటీ కాలము	1 సంవత్సరము	3 నెలలు	6 నెలలు

ఇలా పట్టిక ఎందుకు తయారు చేయాలని సిరి ఆమె నాస్కగారిని ప్రశ్నించింది. దానికి ఆయన “నేను ఒక మొబైల్ ఫోన్ కొనాలనుకున్నాను కదా! నా అవసరాలకు ఏ ఫోన్ సరిపోతుందో, ఏమే ఫోన్లలో ఏమే సాకర్యాలు ఉన్నాయో పోల్చుకోవాలంటే ఇలా పట్టిక రూపంలో వివరాలు రాసుకొంటే సరిగ్గా నిర్ణయించుకోగలము” అని సమాధాన మిచ్చాడు. సిరికి ఈ ఉపాయం ఎంతోసచింది.

కొన్ని సందర్భములలో సరియైన నిర్ణయం తీసుకొనుటకు వివరాలను సేకరించడం, ఆ వివరాలను క్రమపరచడం ఎంతో అవసరం.

ఒక నిర్ణయం తీసుకొనుటకు సహాయపడు సంఖ్యాత్మక లేక వివరణాత్మక సమాచారమును ‘దత్తాంశం’ అంటాము.

పై ఉండాహారణలలోని రకరకాల మొబైల్ ఫోనుల యొక్క ధరలు, మరియు ఇతర లక్ష్మణాలయొక్క వివరాలను అన్నింటిని కలిపి దత్తాంశం అంటాం. ఇదే విధమైన రకరకాల దత్తాంశాలను మీరు నిత్యజీవితంలో గమనించగలరు.

దత్తాంశం వివిధ సందర్భాలలో ఎలా ఉపయోగపడుతుందో మరొక ఉండాహారణ ద్వారా గమనిధ్యాం.

పాదరక్కలు తయారుచేసే ఒక కర్కూగారము యొక్క యజమాని తమ ఉత్పత్తుల అమృకాలను పెంచుటకు ఏ కొలత పాదరక్కలు ఎన్ని అవసరమాతున్నావో తెలుసుకొనుటకు ఒక సర్వే నిర్వహించాడు. 500 మంది అవసరములను సేకరించి ఈ విధంగా పట్టిక తయారు చేసాడు.

పాదరక్క కొలత	7	8	9	10	11	మొత్తం
కావలసిన సంఖ్య	42	126	278	44	10	500

పై దత్తాంశాన్ని చూసి మేనేజర్ ఏమే కొలతలు గల పాదరక్కలు ఎక్కువ, ఏ కొలతలు గల పాదరక్కలు తక్కువగా తయారుచేయాలనే నిర్ణయం చేయగలదు.

8.2 దత్తాంశ సేకరణ, నమోదు

లక్ష్మీ తన స్నేహితురాళ్ళలో విపోర యాత్రకు వెళ్లాలని తలచింది. విపోర యాత్రలో స్నేహితురాళ్ళందరికి పండు ఇవ్వాలని అనుకొన్నది. తల్లి సలహోసై ఎవరెవరికి ఏయే పండు ఇష్టమైనవో సేకరించింది.

ప్రత్యేకి	ఇష్టపడే పండు
లక్ష్మీ	కమలాపండు
ప్రీతి	జామ పండు
రాధ	కమలాపండు
ఉమ	సీతాఫలం
రేప్పు	జామ పండు
మేరీ	కమలాపండు
లత	కమలాపండు
గౌరి	ఆరబీపండు
సల్మా	సీతాఫలము
రీటా	జామ పండు

ప్రయత్నించండి.



- సంభ్యాత్మక విలువలు గల దత్తాంశమునకు రెండు ఉదాహరణలనివ్వండి.
- వివరణాత్మక విలువలు గల దత్తాంశము నకు రెండు ఉదాహరణలనివ్వండి.

పై జాబితాను లక్ష్మీ వాళ్ళమృకు ఇచ్చింది. పై దత్తాంశమును లక్ష్మీ వాళ్ళ అమ్మ పరిశేలించి, అందరు స్నేహితురాళ్లలో ఎంతెంత మందికి ఏయే పండు ఇష్టమో లెక్కించింది. వివరాలను చివరకు ఈ విధంగా రాశింది.

కమలాపండు - 4, జామ పండు - 3, ఆరబీపండు - 1, సీతాఫలము - 2.

పై దత్తాంశపు వరుసలో కమలాపండు 4 సార్లు వచ్చినది. ఈ 4 ను కమలాపండు యొక్క ‘పొనఃపున్యము’ అంటారు. అట్లే జామ పండు పొనఃపున్యము 3.....

లక్ష్మీ స్నేహితురాళ్ళ సంఖ్య 50 అఱు ఉంటే ఆమె తల్లి ఇంత సులభంగా లెక్కించగలిగేదా? ఆలోచించండి.

అటువంటి సందర్భంలో సులభంగా లెక్కించుటకు, నిర్ణయం తీసుకొనుటకు మరొక పద్ధతి గురించి చర్చిద్దాం.

8.3 దత్తాంశ వ్యవస్థికరణ

2001 జనాభా గణన యందు ఒక గణకుడు తన ఆవాన ప్రాంతంలోని 55 కుటుంబములనుండి కుటుంబ సభ్యుల సంఖ్యలను సేకరించాడు. తన తదుపరి గణనల కొరకు దత్తాంశమును కుదింపు చేసి రాయవలెనని తలచాడు. కొందరు వివిధ పద్ధతులలో కుదింపు చేసి చూపారు. పూర్క ఈ విధంగా రాశినది.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చిహ్నాలు	కుటుంబాల సంఖ్య
2		6
3		19
4		23
5		5
6		2

రహీల్ ప్రతి 10 గణన చివ్వోలకు చుట్టూ గీత గీస్తూ ఈ విధంగా రాశాడు.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చివ్వోలు	కుటుంబాల సంఖ్య.
2		6
3		19
4		23
5		5
6		2

దినేష్ ప్రతి 5 గణన చివ్వోలకు చుట్టూ గీత గీస్తే ఈ విధంగా రాశాడు.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చివ్వోలు	కుటుంబాల సంఖ్య.
2		6
3		19
4		23
5		5
6		2

చేతన్ ప్రతి నాలుగు గణన చివ్వోలతో ఒక చతురస్రముతో సూచిస్తూ, ఐదవ గణ చివ్వోన్ని కర్ణంగా సూచించి దత్తాంశమును కుదింపు చేసాడు.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చివ్వోలు	కుటుంబాల సంఖ్య.
2	□	6
3	□ □ □ □	19
4	□ □ □ □ □	23
5	□	5
6	□	2

సరళ ప్రతి నాలుగు గణన చివ్వోలను ఐదవ గణన చివ్వుంతో కట్టకట్టుతూ దత్తాంశమును కుదింపు చేసింది.

కుటుంబ పరిమాణం	గణన చివ్వోలు	కుటుంబాల సంఖ్య.
2		6
3		19
4		23
5		5
6		2

సాధారణంగా, సరళ చూపిన విధంగా, గణన చిహ్నాలను సూచిస్తూ ఒక్కాక్కు అంశమునకు తగిన పొనఃపున్యములను సూచిస్తాము. ఈ విధంగా దత్తాంశములోని వివిధ (అంశములు) రాశులను వాటి పొనఃపున్యములతో సూచించుటను ‘పొనఃపున్య విభాజన పట్టిక’ అంటారు.

ఉదాహరణ 1: 1:10 మార్పులకు ఇప్పటిన పరీక్షలో ఒక తరగతిలోని 25మంది విద్యార్థులు పొందిన మార్పులు ఈ విధంగా ఉన్నవి. 5, 6, 7, 5, 4, 2, 2, 9, 10, 2, 4, 7, 4, 6, 9, 5, 5, 4, 7, 9, 5, 2, 4, 5, 7.

- పై దత్తాంశమును కుదింపు చేసి పొనఃపున్య విభాజన పట్టికలో చూపండి.
- తరగతిలో ఎక్కువ మంది పొందిన మార్పులెన్ని?
- ఎంత మంది కనిష్ఠ మార్పులను పొందారు?
- 8 మార్పులు పొందిన విద్యార్థులెంత మంది?

సాధన :

i)	పొందిన మార్పులు	గణన చిహ్నాలు	విద్యార్థుల సంఖ్య
	2		4
	4		5
	5		6
	6		2
	7		4
	9		3
	10		1

- తరగతిలో ఎక్కువ మంది (6మంది) పొందిన మార్పులు = 5
- కనిష్ఠ మార్పులు (2మార్పులు) పొందిన విద్యార్థులు = 4
- 8 మార్పులు పొందిన విద్యార్థుల సంఖ్య = 0

అభ్యాసము 8.1

- ఒక పిల్లలాని యొక్క కిణ్డ బాంక్‌ని తెరచి, నాణెములు అన్నిటిని లెక్కించగా కింది విధముగా నున్నవి.



గణన చిహ్నాలు ఉపయోగించి దత్తాంశాన్ని పొనఃపున్య విభాజన పట్టికలో రాయండి.

2. 25 మంది విద్యార్థులకు ఇష్టమయిన రంగులు వరుసగా ఉట్టున్నవి; నీలం, ఎరువు, ఆకుపచ్చ, తెలుపు, నీలం, ఆకుపచ్చ, తెలుపు, ఎరువు, నారింజ, ఆకుపచ్చ, నీలం, తెలుపు, నీలము, నారింజ, నీలం, నీలం, తెలుపు, ఎరువు, తెలుపు, ఎరువు, ఆకుపచ్చ, నీలం, నీలం, తెలుపు. గణన చివ్వోలను ఉపయోగించి పొనఃపున్య విభాజనమును తయారుచేయండి. అతి తక్కువ మందికి ఇష్టమయిన రంగువుది?
3. సారానీపేధం పై ఒక TV ఛానెల్ వారు SMS పోల్ నిర్వహిస్తూ క్రింది వానిలో ఒకదానికి ఓటు వేయమని కోరింది. A పూర్తి నిపేధము B పాక్షిక నిపేధము C అమ్మకాలు కొనసాగించాలి.

ఛానెల్ వారు మొదటి గంటలో అందుకొన్న SMS లు ఈ విధంగా ఉన్నవి.

A	A	B	C	A	B	B	C	A	A
A	A	C	C	B	A	A	C	B	A
A	A	A	B	B	C	C	A	A	C
C	B	B	B	A	A	A	A	A	C

పై దత్తాంశమును గణన చివ్వోలను ఉపయోగించి పొనఃపున్య విభాజనము పట్టికలో చూపండి.

4. రహదారిపై ఒక తనిటీ కేంద్రము వద్ద ఉదయం 10 గంలు నుండి 11గంలు మధ్య ప్రయాణించిన వాహనములు. కారు, లారీ, బస్సు, లారీ, ఆటో, లారీ, లారీ, బస్సు, ఆటో, బైకు, బస్సు, లారీ, లారీ, జీపు, లారీ, బస్సు, జీపు, కారు, బైకు, బస్సు, కారు, లారీ బస్సు, లారీ, బైకు, కారు, జీపు, బస్సు, లారీ, లారీ, బస్సు, కారు, కారు, బైకు, ఆటో. దత్తాంశమును గణన చివ్వోలను ఉపయోగించి, పొనఃపున్య విభాజన పట్టికలో చూపండి.

అటూడుదాం :

ఒక పాచికను తీసుకొని, దొర్లించి, సంఖ్యను రాసుకోండి. ఇలా 40 సార్లు పాచికను దొర్లించి సంఖ్యలను రాసుకోండి. ఆసంఖ్యలను పొనఃపున్య విభాజన పట్టికను తయారు చేయండి.

8.4 దత్తాంశమును సూచించుట

పొనఃపున్య విభాజన పట్టిక రూపంలోని దత్తాంశమును దృశ్యరూపములో కూడా చూపవచ్చు. పట చిత్రాలు, కమ్ప్యూటర్ చిత్రాలు, మొదలగునవి దత్తాంశమును సూచించు విధానాలే.

8.4.1 పట చిత్రాలు - పరిశీలన - నిర్మాణము

ఒక పుస్తకాల అలపర నందు గల వివిధ పుస్తకములు, వాని సంఖ్యల సమీకరణమును కింది పట చిత్రములో చూపబడినది. పరిశీలించండి.

విషయము	పుస్తకాల సంఖ్య
తెలుగు	
ఆంగ్లము	
హిందీ	
గడితం	
సామాన్య శాస్త్రం	
సాంఘిక శాస్త్రం	

- ఏ పుస్తకాలు ఎక్కువ సంఖ్యలో కలవు?
- ఏ పుస్తకాలు తక్కువ సంఖ్యలో కలవు?
- అలమరలోని మొత్తం పుస్తకాల సంఖ్య ఎంత?

మరొక పటచితాన్ని పరిశీలిద్దాం. ఒక పారశాలలో వివిధ తరగతులలోని విద్యార్థుల సంఖ్యలు క్రింది విధంగా వున్నాయి.

తరగతి	VI	VII	VIII	IX	X
విద్యార్థుల సంఖ్య	28	30	35	25	22

ఈ దత్తాంశము యొక్క పటచిత్రంలో 8వ తరగతి విద్యార్థులు 35 మందిని సూచించుటకు 35 బొమ్మలు వేయగలమా? అది అన్ని సందర్భములలో సాధ్యమేనా? కావున ప్రతి 5 మంది విద్యార్థులకు 1 బొమ్మను సూచించవలెను అనుకుంటే, పట చిత్రం ద్వారా సులభంగా సూచించవచ్చు. ఇట్లు '5 మంది విద్యార్థులు = 1 బొమ్మ' అను సూచనను పటచిత్రం యొక్క స్నేలు అంటాము. సామాన్యంగా దత్తాంశములోని పోనఃపున్యములన్నింటి యొక్క గ.సా.బా. ను స్నేలుగా తీసుకుంటాము. కానీ కొన్ని సందర్భములలో అనుషైన సంఖ్యను తీసుకొని, స్నేలు కన్నా తక్కువ విలువలను సూచించుటకు కొన్ని ఊహనలు చేసుకొనవలెను. ఉదాహరణకు,

- ఱ 5 మంది విద్యార్థులను
- ఱ నలుగురు విద్యార్థులను
- ఱ ముగ్గురు విద్యార్థులను
- ఱ ఇడ్డరు విద్యార్థులను
- ఱ ఒక్క విద్యార్థిని సూచిస్తుందని అనుకుంటే

పై దత్తాంశము యొక్క పట చిత్రము క్రింది విధంగా ఉంటుంది.

తరగతి	విద్యార్థుల సంఖ్య
VI	ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ
VII	ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ
VIII	ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ
IX	ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ
X	ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ

ఉదాహరణ 1 : 25 మంది గల తరగతిలోని విద్యార్థులు వివిధ ఆటలాడుతారు. ఆటగాళ్ళ సంఖ్యాత్మక వివరాలను పట చిత్రముగా చూపబడింది. (బక్కాక్క విద్యార్థి ఒక్కాక్క ఆటను మాత్రమే ఆడుతాడు)

- ఎంత మంది విద్యార్థులు బ్యాండ్సుంటన్ ఆడుతారు?
- ఏ ఆటను ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు ఆడుతారు?

ఆట	ఆటగాళ్ళ సంఖ్య
కబడ్డి	ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ
పెన్నికాయట్	ఱ ఱ ఱ ఱ
బ్యాండ్సుంటన్	ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ
క్రికెట్	ఱ ఱ ఱ ఱ ఱ

- iii) ఏ ఆటను అతితక్కువ మంది విద్యార్థులు ఆడుతారు?
 iv) ఏ ఆటను ఆడని వారు ఎందరు?

సాధన : i) 5 మంది విద్యార్థులు బ్యాడ్మింటన్ ఆడుతారు.

- ii) ఎక్కువ మంది విద్యార్థులు (7మంది) కబ్బి ఆడుతారు.
 iii) పెన్నికాయాట్ను అతితక్కువ మంది (4 మంది) ఆడుతారు.
 iv) మొత్తం ఆటగాళ్ళ సంఖ్య = $7 + 4 + 5 + 6 = 22$

$$\text{మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్య} = 25$$

$$\text{ఏ ఆటను ఆడని విద్యార్థుల సంఖ్య} = 25 - 22 = 3$$

ఉదాహరణ 2 : కింది పట చిత్రము ఐదు గ్రామాలలోని ట్రాక్టర్ల సంఖ్యను చూపుతున్నది.

స్ట్రీలు :  = 2 ట్రాక్టర్లు

గ్రామము	ట్రాక్టర్ సంఖ్య
A	
B	
C	
D	
E	

- i) ఏ గ్రామంలో తక్కువ ట్రాక్టర్లు కలవు?
 ii) ఏ గ్రామంలో గరిష్ట సంఖ్యలో ట్రాక్టర్లు కలవు?
 iii) గ్రామం B కన్నా గ్రామం C నందు ఎన్ని ఎక్కువ ట్రాక్టర్లు కలవు?
 iv) ఐదు గ్రామాలలోని మొత్తం ట్రాక్టర్లు ఎన్ని?

సాధన : i) B, E గ్రామాలలో కనిపు సంఖ్యలో (బక్కాక్క దానిలో 8) ట్రాక్టర్లు కలవు.
 ii) గ్రామం D నందు గరిష్ట సంఖ్యలో (20) ట్రాక్టర్లు కలవు.
 iii) గ్రామం B కన్నా గ్రామము C లో గల అధిక ట్రాక్టర్లు 10.
 iv) ఐదు గ్రామాలలోని మొత్తం ట్రాక్టర్ సంఖ్య 66.



అభ్యాసము - 8.2

1. ఒక చేతి గడియారముల కర్ణాగారము ఒక వారములో తయారుచేయు గడియారముల సంఖ్య కింది విధంగా ఇవ్వబడింది.

వారం	సోమవారం	మంగళవారం	బుధవారం	గురువారం	శుక్రవారం	శనివారం
సంఖ్య	300	350	250	400	300	275

పైదత్తాంశమును పట చిత్రంగా చూపండి.

2. ఒకపండ్ల దుకాణాదారుడు ఆహ్లాద్ ఒక వారంపాటు అమ్మిన పండ్ల సంఖ్య కింది విధంగా ఇవ్వబడ్డాయి.
(సూచన : 5 పండ్ల = 1 బొమ్మ)

వారం	ఆదివారం	సోమవారం	మంగళవారం	బుధవారం	గురువారం	శుక్రవారం	శనివారం
సంఖ్య	100	85	90	80	60	95	70

కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు కనుగొనండి.

- i) మంగళవారం అమ్మిన పండ్లను ఎన్ని బొమ్మలు సూచిస్తాయి?
ii) శుక్రవారం అమ్మిన పండ్లను ఎన్ని బొమ్మలు సూచిస్తాయి?
3. ఒకగ్రామములో సర్పంచి ఎన్నికలలో నలుగురు అభ్యర్థులు పొందిన ఓట్ల సంఖ్యలను కింది పట్టికలో వారి గుర్తుల క్రింద ఇవ్వబడినవి.

గుర్తు	సూర్యుడు	కుండ	చెట్టు	గడియారం
ఓట్లసంఖ్య	400	550	350	200

పైదత్తాంశమునకు సరియైన సూచికను ఎన్నుకోని పటచిత్రం గీయండి.

కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు తెల్పండి

- i) ఏ గుర్తునకు అతితక్కువ ఓట్లు లభించాయి? ii) ఏ గుర్తు గల అభ్యర్థి ఎన్నికలలో గలిచాడు?
4. ఒక పారశాలలోని వివిధ తరగతులలోని విద్యార్థులకు గల సైకిత్సు సంఖ్యను కింది పట చిత్రంగా చూపబడినది.

తరగతి	సైకిత్సు సంఖ్య
VI	
VII	
VIII	
IX	
X	

పైదత్తాంశమును పరిశీలించి క్రింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

- i) ఏ తరగతి విద్యార్థులకు గరిష్ట సంఖ్యలో సైకిత్సు కలవు?
ii) ఏ తరగతి విద్యార్థులకు కనిష్ట సంఖ్యలో సైకిత్సు కలవు?
iii) ఏ తరగతి విద్యార్థుల వర్ద 9 సైకిత్సు కలవు?
iv) అన్ని తరగతులలోని విద్యార్థులకు గల మొత్తం సైకిత్సు ఎన్ని?

5. ఒక దుకాణంలో ఒక రోజులో అమృదయిన వివిధ రకాల TV ల వివరాలు కింది పటచిత్రంలో ఇవ్వబడ్డాయి.

స్క్రూలు :  = 5 టీ.వి.

కంపెనీ	అమృద టీ.వి.లు
A	    
B	 
C	      
D	
E	 

కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

- కంపెనీ A యొక్క TV లు ఎన్ని అమృదు పోయినవి?
 - ఏ కంపెనీ TV లపై ప్రజలకు ఎక్కువ మోజు కలదు?
 - ఏ కంపెనీ TV లు 15 అమృదు పోయినవి?
 - ఏ కంపెనీ TV ల అమృకాలు కనిపొందుతాయి?
6. కింది పటచిత్రం ద్వారా ఐదుమంది కార్బూకుల నెల జీతములు ఇవ్వబడ్డాయి.

స్క్రూలు :  = 1000 రూపాయలు

కార్బూకు	నెలజీతము
రమేష్	     
విలాస్	    
వెంకట్	   
దినేష్	  
సచిన్	 

ఈ పట చిత్రము నుండి కింది ప్రశ్నలకు జవాబులివ్వండి.

- ఈ పట చిత్రంలో ఉపయోగించిన స్క్రూలు (సూచన) ఏది?
- సచిన్ యొక్క నెల జీతము ఎంత?
- అందరిలో ఎక్కువ జీతము సంపాదించు వారు ఎవరు?
- విలాస్ జీతం కన్నా రమేష్ జీతము ఎంత ఎక్కువ?

ప్రాజెక్టు పని

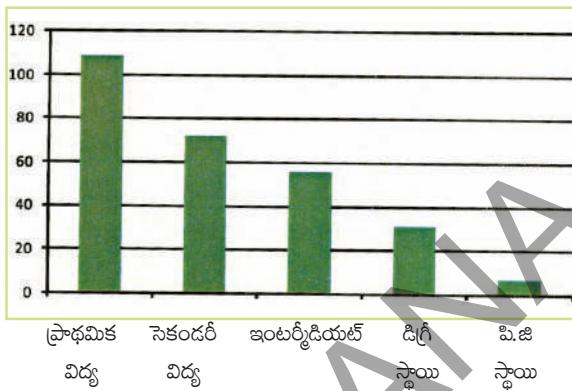
వివిధ దిన ప్రతికలు, పుస్తకాలలోని వివిధ పట చిత్రాలను సేకరించండి. వాటిని చదివి, మీ మీత్రులతో చర్చించి, మీ ఆఖిప్రాయములను తెలపండి.



8.4.2 కమ్మి రేఖా చిత్రము

ఆకాష్ తన ఆవాస ప్రాంతములోని 275 మంది వ్యక్తుల యొక్క విద్యార్థుల వివరాలు సేకరించి పోసఃపున్య విభాజన వట్టిక తయారు చేసేదు.

విద్యాస్థాయి	వ్యక్తుల సంఖ్య
ప్రాథమిక విద్య	109
సెకండరీ విద్య	72
ఇంటర్మిడియట్	56
డిగ్రీ స్టాయి	31
పి.జి స్టాయి	7



ఆకాష్ తను సేకరించిన దత్తాంశమును పటచిత్రంగా చూపాలని మొదట ప్రయత్నించాడు. కానీ అది ఎక్కువ సమయం పడుతుందని, ఇంకను ఎక్కువ తేడాలు గల పోసఃపున్యములను సూచించుటకు అనుపుగా లేదని భావించాడు. కనుక పై పటంలో వలె కమ్మి రేఖా చిత్రముగా చూపించాడు.

సాధారణంగా దత్తాంశములోని విభక్త రాశులను వాటి పోసఃపున్యములతో పోల్చువలసిన సందర్భములలో కమ్మి రేఖా చిత్రమును ఉపయోగిస్తాము.

ఒక కమ్మి రేఖా చిత్రంలో, సమాన వెడల్పుగల కమ్మిలను నిలుపుగా లేక అడ్డముగా నిర్మిస్తూ వాటిమర్య సమాన భాశీలు ఉండునట్లుగా చేస్తాము. కమ్మిల పొదవులు అవి సూచించే రాశుల పోసఃపున్యములకు అనుపాతములో ఉండునట్లుగా నిర్మిస్తాము.

అలోచించి చర్చించి, రాయండి.



పట చిత్రం కన్నా కమ్మి రేఖా చిత్రము ఏ విధంగా మెరుగైనదో చర్చించండి.

ఈ కమ్మి రేఖా చిత్రము సుంది “చాలా ఎక్కువ మంది ప్రాథమిక విద్య ను మాత్రమే కలిగి ఉన్నారని, యూనివరిస్టీ స్టాయి విద్య చాలా తక్కువ మంది పొందారని” సులభముగా అర్థం చేసుకొనవచ్చును.

కమ్మి రేఖా చిత్ర నిర్మాణము

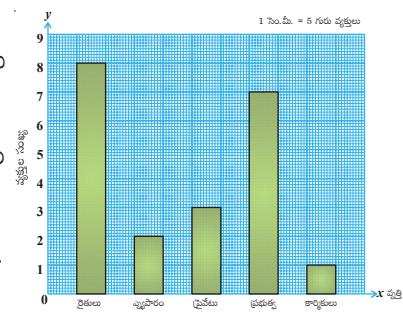
మనమిప్పుడు ఒక కమ్మి రేఖా చిత్రము ఎట్లు నిర్మించగలమో తెలుసుకొండాం.

ఉదాహరణకు ఒక కాలనీలోని వ్యక్తుల యొక్క వృత్తులను తెలుపు దత్తాంశమును పరిశీలించాం.

వృత్తి	రైతులు	వ్యాపారులు	ప్రైవేటు ఉద్యోగులు	ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు	కార్యకులు
వ్యక్తులు	40	10	15	35	5

నిర్మాణ సోపానములు

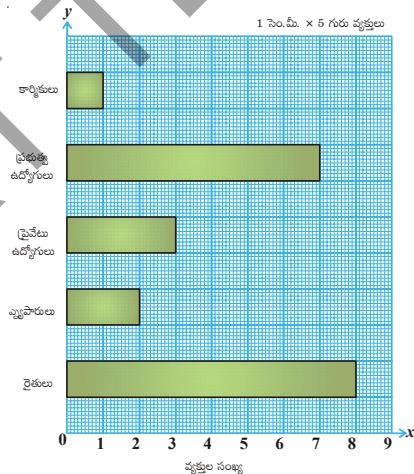
- ఒక గ్రాపు కాగితముపై పటంలో చూపినట్లుగా ఒక క్లిపిజసమాంతర రేఖ (X- అక్షము) ఒక లంబరేఖ (Y- అక్షము) లను గీయండి.
- Y- అక్షము వెంబడి వ్యక్తుల సంఖ్యను, X- అక్షమువెంబడి వృత్తులను గుర్తించండి.
- అన్ని పోసఃపున్యములను సూచించుటకు అనుపుగా Y- అక్షముపై 1 సెం.మీ. = 5 మంది వ్యక్తులు అను సూచికను తీసుకొనండి.



- iv) సూచిక భిన్నముచే ప్రతి పొనఃపున్యమును భాగిస్తూ కమీల పొడవులను లెక్కకట్టండి.
- | | | | |
|--------------------|-----------------|--------------------|-----------------|
| రైతులు | $40 \div 5 = 8$ | వ్యాపారులు | $10 \div 5 = 2$ |
| ప్రైవేటు ఉద్యోగులు | $15 \div 5 = 3$ | ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు | $35 \div 5 = 7$ |
| కార్బుకులు | $5 \div 5 = 1$ | | |
- v) అనువైన వెడల్పు (ఉడా : 1సెం.మీ), లెక్కించిన పొడవులు గల నిలవ కమీలను x -అక్షముపై నిర్ధించండి.
ఈదే విధంగా ఈ దత్తాంశమునకు అడ్డకమీ రేఖా చిత్రమును గీయివచ్చును.

నిర్మాణ సోపానములు

- క్రింది పటములో చూపిన విధంగా ఒక గ్రాఫు కాగితముపై ఒక క్లిటిజ సమాంతర రేఖ (X-అక్షము), ఒక లంబరేఖ (Y-అక్షము) లను గీయండి.
 - X-అక్షము వెంబడి వ్యక్తుల సంఖ్యను, Y-అక్షము వెంబడి వ్యక్తులను గుర్తించండి.
 - అన్ని పొనఃపున్యములను సూచించుటకు అనువుగా X-అక్షముపై 1సెం.మీ. = 5 మంది వ్యక్తులు అను సూచికను తీసుకోండి.
 - సూచిక భిన్నంచే ప్రతి పొనఃపున్యమును భాగిస్తూ కమీల పొడవులను లెక్కించండి.
- | | | | |
|--------------------|-----------------|--------------------|-----------------|
| రైతులు | $40 \div 5 = 8$ | వ్యాపారులు | $10 \div 5 = 2$ |
| ప్రైవేటు ఉద్యోగులు | $15 \div 5 = 3$ | ప్రభుత్వ ఉద్యోగులు | $35 \div 5 = 7$ |
| కార్బుకులు | $5 \div 5 = 1$ | | |
- v) అనువైన వెడల్పు (ఉడా : 1సెం.మీ) లెక్కించిన పొడవులు గల అడ్డ కమీలను Y-అక్షం వద్దనుండి ప్రారంభించి నిర్ధించండి.



అభ్యాసము - 8.3

- కొన్ని జంతువుల యొక్క జీవిత కాలాలు ఈ విధంగా ఇవ్వబడ్డాయి. ఎలుగుబంటి - 40సం॥లు, ఎద్దు - 28 సం॥లు, ఒంటె - 50సం॥లు, కుక్క - 22 సం॥లు, పిల్లి - 25 సం॥లు, గాడిద - 45 సం॥లు, మేక 15సం॥లు, గుఱ్ఱము - 10 సం॥లు, ఆవు - 22సం॥లు, ఏనుగు - 70 సం॥లు. ఈ దత్తాంశమును అడ్డకమీ రేఖాచిత్రంగా చూపండి.

2. ఇమ్రాన్ యొక్క నెలనరి కుటుంబ ఖర్చు క్రింది విధంగా ఇవ్వబడినది.

పద్ధ	ఇంటిఅడ్డె	ఆహారము	చదువులు	విద్యుత్	రవాణా	ఇతర ఖర్చులు
ఖర్చు (₹)						
3000	3400	800	400	600	1200	

పై దత్తాంశమును నిలువు కమ్మీ రేభాచిత్రముగా చూపండి.

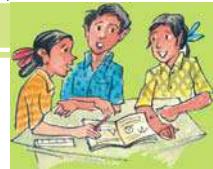
3. వివిధ రహణా సౌకర్యముల ద్వారా పైదరాబాదునుండి తిరుపతికి ప్రయాణ కాలములు, కారు - 8 గంటలు, బస్సు - 15 గంటలు, రైలు - 12 గంటలు, విమానం - 1గంట అని ఇష్టబడింది. ఈ దత్తాంశమును కమ్ము రేఖాచిత్రముగా చూపండి.

4. విద్యార్థులు తమ తీరిక సమయాన్ని ఎలా గడుపుతారు? అనే సర్వే 120 మంది విద్యార్థులపై జరువగా తీంది వివరాలు లభించబడతాయి.

జష్టపడు పని	ఆటలాడటం	పుస్తకాలు చదవడం	TV చూడడం	సంగీతం వినడం	చిత్రలేఖనం
విద్యార్థుల సంఖ్య	45	30	20	10	15

ఈ దత్తాంశమును సూచించునట్లుగా కమ్మీరేభా చిత్రము నిర్వించండి.

ప్రాజెక్టు పని



1. దిన పత్రికలు, వారపత్రికలు, వ్యాపార ప్రకటనల కరపత్రములనుండి వీలయినన్ని కమ్మీరేభా చిత్రములను సేకరించి, మీ మిట్రులతో చర్చించి, మీ అభిప్రాయములను తెలపండి.
 2. మీ ఆవాస ప్రాంతములో విధిధ రకాల ఇండ్స్ట్రీను (పూరిత్యు, పెంకుటిత్యు, RCC స్లైబు గల ఇత్యు మొదలగునవి) లెక్కించి, ఆ దత్తాంశమును కమ్మీరేభా చిత్రముగా చూపండి.

మనం నేర్చుకున్నవి

1. ఒక నిర్ణయం తీసుకొనుటకు సహాయపడు సంభ్యాత్మక లేక వివరణాత్మక సమాచారాన్ని ‘దత్తాంశము’ అంటాం.
 2. ఒక దత్తాంశము నుండి అవసరమగు విషయమును త్వరగా అర్థంచేసుకొనుటకు ఆ దత్తాంశమును గణన చివ్వేలు ఉపయోగించి పోనిపున్య విభజన పట్టిక రూపంలో రాశాం.
 3. పట చిత్రముల ద్వారా దత్తాంశ వివరాలను ఎలా సూచించవచ్చో నేర్చుకున్నాం. పట చిత్రంలో రాశులను చిన్న బొమ్మలతో గాని లేక పాక్షిక బొమ్మలతో గాని సూచిస్తాం. ఎక్కువ పోనిపున్యములను సూచించుటకు అనుపుగా సూచిక (స్నేహి)ను నిర్ణయించుకొంటాం. ఉదా :  = 100 పుస్తకాలు.
 4. కమీస్టరేషి చిత్రాల ఉపయోగాల గురించి తెలుసుకొన్నాం. కమీస్టరేషి చిత్రంలోని కమీస్టులన్నీ ఒకే వెడల్పును కలిగియుండి వాటి పొడవులు అవి సూచించే రాశుల యొక్క పోనిపున్యములకు అనుపాతములో ఉంటాయి.

పి.సి. మహలనోబిస్ (బారతదేశం)

1893 - 1972

భారత సాంఖ్యకరాస్త పితామహుడు.

కలకత్తాలో భారత సాంఖ్యక శాస్త్ర పరిశోధన సంస్థను స్థాపించారు. ఈయన రూపొందించిన ‘జాతీయ శాంఖిల నరేలు’ ప్రపంచ ప్రభూతి పొందాయి.



బీజగణిత పరిచయం

9.1 పరిచయం

మనం ఇంతవరకు సంఖ్యలను గురించి, జ్యామితీయ ఆకారాలను గూర్చి నేర్చుకున్నాం. సంఖ్యలనూ, వాటి ధర్మాలను గురించి తెలిపే గణిత శాఖను అంకగణితము అని, జ్యామితి ఆకారాలను వాటి ధర్మాలను గురించి తెలిపే గణితవిభాగాన్ని రేఖాగణితం అని తెలుసుకున్నాం. ఇప్పుడు గణితంలో బీజగణితం అనే మరొక గణిత విభాగాన్ని గురించి తెలుసుకుందాం.

బీజగణితంలో మనం ప్రథానంగా ‘తెలియని రాశులను’ బీజీయ అక్షరాలచే సూచిస్తాం. కొన్ని గణిత సమస్యలలో తెలియని రాశులను బీజీయ అక్షరాలతో సూచించి ఆ సమస్యలను వివిధ పద్ధతులలో సాధిస్తాము. ఈ పద్ధతులను తెలుసుకుంటే మనం నిత్యజీవితంలోని అనేక గణిత సమస్యలను మరియు పజిల్సు సులభంగా సాధించవచ్చు.

కింది సంఖ్యల పరిశీలించండి.

దామిని, కౌశిక్కలు ఒకతాల ఆడుతున్నారు.

కౌశిక్ : నా సూచనలు పాటించి, చివరి ఫలితం చెబితే, నీ వయస్సు ఎంతో చెబుతాను.

దామిని : నా వయస్సు నీకు తెలుసుకదా! దీనిలో కొత్తముంది?

కౌశిక్ : సరే. నీ స్నేహితుని వయస్సు తీసుకో. నేను ఆ వయస్సు చెబుతా.

దామిని : అలాగే. నీ సూచనలు చెప్పు

కౌశిక్ : మొదట, నీవు తీసుకున్న వయస్సును రెష్టింపు చేయు.

దామిని : సరే. చేశాను.

కౌశిక్ : దానికి 5 కలుపు. ఎంత ఫలితం వచ్చిందో చెప్పు

దామిని : బాగుంది. ఫలితం ‘27’

కౌశిక్ : ఇదిగో, నీ స్నేహితుని వయస్సు 11 సంవత్సరాలు.

దామిని ఆశ్చర్యపోయింది. ఆమె కొంచెం ఆలోచించి వెంటనే అంది. “నాకు వయస్సు ఎలా కనుక్కోవాలో తెలిసిపోయింది”.

మరినీకు కూడా ఆలోచన వచ్చిందా? మీరూ ప్రయత్నించండి.

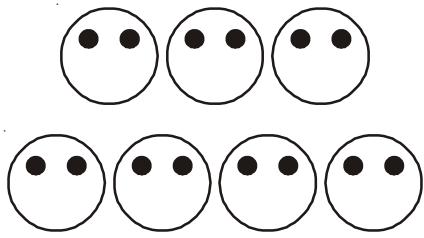
9.2 అమరికలు - సూత్రాలు రూపకల్పన

9.2.1 అమరిక - 1

ప్రవీట్ మరియు మాళిక మనిషి ఆకారంలో గల ముఖాలను ఈ పటాలలో చూపినట్లుగా తయారుచేస్తున్నారు. వారు కళ్ళు చూపించడానికి నల్లబోట్టు బిళ్ళలు వాడారు. మాళిక 2 బోట్టు బిళ్ళలు తీసుకొని ముఖాన్ని తయారుచేసింది. ప్రవీట్ కూడా 2 బోట్టు బిళ్ళలు తీసుకొని ముఖాన్ని



తయారుచేసి, మౌళిక ముఖాన్ని తయారుచేసిన దానికి ప్రవీణ్ మరొకటి జతచేశాడు. వారికి తోడుగా వారి స్నేహితుడు రహీం తోడయ్యాడు.



ఇలా 8 ముఖాలను తయారుచేయడానికి ఎన్ని నల్లబొట్టు బిళ్ళలు అవసరం అవుతాయి? అని రహీం అడిగాడు. మౌళిక వెంటనే 4 ముఖాలలో గల నల్లబొట్టు బిళ్ళలు లెక్కించి, దానిని రెట్టింపు చేసి వెంటనే '16' అని చెప్పింది. బాగుంది. అయితే 69 ముఖాలను తయారుచేయడానికి ఎన్నిబొట్టు అవసరమౌతాయని రహీం ప్రశ్నించాడు. దీనిని లెక్కించడం కష్టంగా మౌళిక, ప్రవీణ్ భావించారు. ముఖాల సంఖ్య పెరిగే కొలదీ, ఇది గణించడం కాలం వృధా అనిపించింది. దానికోసం వారు ఒక పద్ధతి ఎంచుకొన్నారు. క్రింది విధంగా పట్టిక రూపొందించుకున్నారు.

ముఖాల సంఖ్య	1	2	3
కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళలు	2	4	6
అమరిక ఎలా ఏర్పడింది!	2×1	2×2	2×3

ముఖాలసంఖ్యకు, కావాల్సిన నల్లబొట్టు బిళ్ళల సంఖ్యకు ఏమైనా సంబంధం మీరు గుర్తించారా? వీటి సంబంధాన్ని మౌళిక గుర్తించింది. ఉదాహరణకు 1 ముఖం తయారీకి కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళలు = 2

అంటే 2×1 అనగా $2 \times$ ముఖాల సంఖ్య

2 ముఖాల తయారీకి కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళలు = 4

అంటే 2×2 అనగా $2 \times$ ముఖాల సంఖ్య

3 ముఖాల తయారీకి కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళలు = 6

అంటే 2×3 అనగా $2 \times$ ముఖాలసంఖ్య

దీనినుండి ముఖాల సంఖ్యను రెట్టింపు చేస్తే కావాల్సిన నల్లబొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య వస్తుందని గమనించారు.

అందుచే కావాల్సిన నల్ల బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య = ముఖాల సంఖ్య కు రెట్టింపు

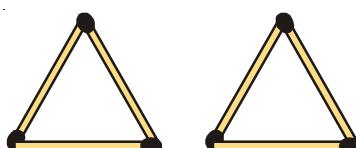
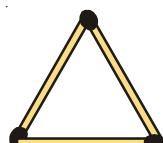
దీనినాథారంగా రహీం 69 ముఖాలకు కావాల్సిన బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్యను తెలుసుకున్నాడు.

కావున 69 ముఖాలకు కావాల్సిన నల్ల బొట్టు బిళ్ళల సంఖ్య = $2 \times 69 = 138$.

9.2.2 అమరిక - 2

త్రిభుజం ఏర్పరుచుటకు 3 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.

రెండు త్రిభుజాలు ఏర్పరుచుటకు 6 అగ్గిపుల్లలు అవసరం త్రిభుజాలు ఏర్పరుచుటకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యను క్రింది పట్టికలో చూచాం.



క్రింది పట్టికలో త్రిభుజాలను ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య మరియు త్రిభుజాల సంఖ్యకు సంబంధించిన సమాచారం ఇవ్వబడింది.

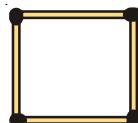
త్రిభుజాల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	3	6	9	12	15	18
అమరిక (పరిశీలన)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6

త్రిభుజాల సంఖ్యకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు గల సంబంధానికి సూత్రం ఏమాతుంది?

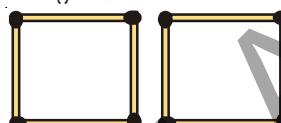
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = త్రిభుజాల సంఖ్యకు మూడురెట్లు

9.2.3 అమరిక 3

ఒక చతురప్రం ఏర్పరుచుటకు 4 అగ్గిపుల్లలు అవసరం



రెండు చతురప్రాలు ఏర్పరుచుటకు 8 అగ్గిపుల్లలు అవసరం.



మూడు చతురప్రాలు ఏర్పరుచుటకు 12 అగ్గిపుల్లలు అవసరం. వై సమాచారాన్ని క్రింది పట్టికలో అమరిస్తే ఏ విధంగా ఉంటుందో గమనించండి.



చతురప్రాల సంఖ్య	1	2	3
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య	4	8	12
అమరిక (ఏర్పడిన విధం)	4×1	4×2	4×3

అందుచే కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య = చతురప్రాల సంఖ్యకు 4 రెట్లు. ($4 \times$ చతురప్రాల సంఖ్య)

9.3 చరరాశి

మరల ఒకసారి 1వ అమరిక పరిశీలించాం

ముఖాలసంఖ్య	1	2	3
కావాల్సిన బొట్ట సంఖ్య	2	4	6
అమరిక (ఏర్పడిన విధం)	2×1	2×2	2×3

పట్టికలో ముఖాల సంఖ్యలో మార్పు జరుగుతున్నప్పుడు (పెరుగుట) కావాల్సిన బొట్టల సంఖ్యకూడా మార్పు జరుగుతున్నది (పెరిగింది) అదేవిధంగా ప్రతీసందర్భంలోనూ కావాల్సిన బొట్టల సంఖ్య, ముఖాలసంఖ్యకు రెట్లింపు కావడం మనం గమనించవచ్చు.

దీనిని సులభంగా, సూక్షంగా ప్రాయిడానికి మన సౌకర్యార్థం ముఖాలనంఖ్యను ' m ' గా, తీసుకుంటే కావల్సిన బొట్టు బిళ్లల సంఖ్య = $2 \times m$ దీనిని సులభంగా ' $2m$ ' అని ప్రాయివచ్చు.

$2m$ అంటే ' $2 \times m$ ' అని గమనించాలి. ఇది $2 + m$ కాదు.

అందుచే కావాల్సిన బొట్టు బిళ్లల సంఖ్య = $2m$ అగును.

ఒక ముఖం తయారీకి $m = 1$ అయితే

కావాల్సిన బొట్టు బిళ్లల సంఖ్య $2 \times 1 = 2$ అగును.

రెండు ముఖాల తయారీకి $m = 2$ అయితే కావాల్సిన బొట్టు బిళ్లల సంఖ్య $2 \times 2 = 4$ అగును.

దీనిని బట్టి 3 ముఖాల తయారీకి ఎన్ని బొట్టు బిళ్లలు అవసరమో ఊహించగలరా? ఇది 6 కదా!

పై ఉండాపూరణ ప్రకారం ముఖాల తయారీకి కావాల్సిన బొట్టు బిళ్లలు సంఖ్య తెలుసుకోవడానికి సూత్రం కనుగొన్నాము.

కావాల్సిన బొట్టు బిళ్లల సంఖ్య = $2m$

ఇచ్చట 'm' అనేది ముఖాల సంఖ్య అయితే, దీని విలువలు వరుసగా 1, 2, 3, 4, అగును.

అందుచే 'm' అనే ఒక చరరాశి. ఇది స్థిరమైన విలువ కలిగి వుండక, అనేక విలువలు తీసుకుంటుంది. దీనిని బట్టి కావాల్సిన బొట్టు బిళ్లల సంఖ్య మారుతూ ఉంటుంది.

ఇప్పుడు మనం 2 వ అమరికను పరిశీలిద్దాం.

త్రిభుజాల సంఖ్య	1	2	3	4	5	6
కావాల్సిన అగ్గిపుల్లలు	3	6	9	12	15	18
అమరిక (పరిశీలన)	3×1	3×2	3×3	3×4	3×5	3×6

దీనిని బట్టి త్రిభుజాల సంఖ్యకూ, వాటిని ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సంబంధం ఏర్పరచి సూత్రం కనుగొందాం.

త్రిభుజాల సంఖ్య 'y' అయితే కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య ' $3y$ ' అవుతుంది. ఇచ్చట 'y' అనే రాశికి వివిధ విలువలు ఇస్తాం. అంటే $y = 1, 2, 3, 4, \dots$ అంటే 'y' విలువ ఎప్పటికప్పుడు మారుతూ ఉంటుంది. అందుచే 'y' అనేది చరరాశికి ఒక ఉండాపూరణ అగును.

మరల ఒకసారి మూడవ అమరికను కూడా పరిశీలించి దాని సూత్రం కూడా కనుగొందాం. చతుర్పొలు ఏర్పరుచుటకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సరిపడు సూత్రం కనుగొనటానికి ప్రయత్నించు. చతుర్పొల సంఖ్యకు ' n ' అనే చరరాశిని తీసుకొని సూత్రం రాయండి.

ప్రయత్నించండి

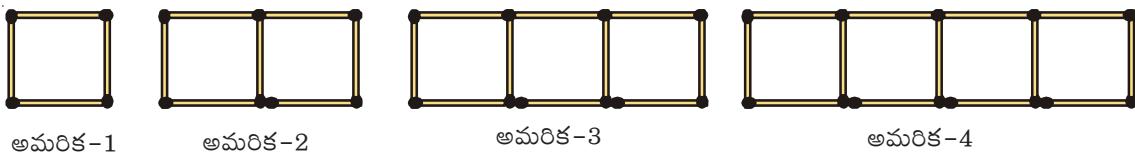
- ప్రక్క అగ్గిపుల్లల అమరికకు తగిన సూత్రం రాయండి.
- 'H' అక్షరాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు

సూత్రం రాయండి. 'L' అక్షరం క్రమంలో అమర్చినప్పుడు ఈ నియమం ఏమోతుంది?



9.4 మరిన్ని అమరికలు

కింది ఆగ్గిపుల్లల అమరిక పరిశీలించండి.



ఆకారాల అమరికకు కావాల్సిన ఆగ్గిపుల్లల సంఖ్య పరిశీలించాం.

ఏర్పరిచే ఆకారాలు	1	2	3	4	5
కావాల్సిన ఆగ్గిపుల్లలు	4	7	10	13
అమరిక	$(3 \times 1) + 1$	$(3 \times 2) + 1$	$(3 \times 3) + 1$	$(3 \times 4) + 1$

కావాల్సిన ఆగ్గిపుల్లల సంఖ్య కనుకోవడానికి సూత్రం $= 3 \times (\text{చతురష్టాలసంఖ్య}) + 1$

చతురష్టాల సంఖ్య 's' అయిన కావాల్సిన ఆగ్గిపుల్లల సంఖ్య $= (3 \times s) + 1$

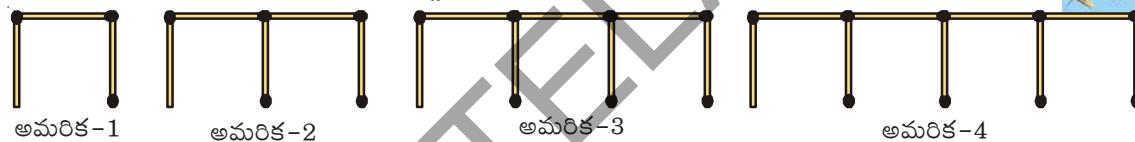
$$= 3s + 1$$

's' అనే చరరాశిని ఆకారాల సంఖ్యను సూచించుటకు వాదాము.

ప్రయత్నించండి



కింది ఆకారాలను అమర్షుడానికి ఆగ్గిపుల్లల సంఖ్యను పరిశీలించండి.



(i) పై అమరికలో ప్రతీ ఆకారాల సమూహానికి కావాల్సిన ఆగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సూత్రం కనుగొనండి.

(ii) పై విధంగా ఉండే 12 ఆకారాల సమూహాల అమరికకు కావాల్సిన ఆగ్గిపుల్లల సంఖ్యను తెల్పండి.

చరరాశులను సూచించడానికి మనం m, n, p, s, x, y, z వంటి అక్షరాలను ఉపయోగిస్తాం. చరరాశికి ఖచ్చితమైన విలువ వుండదు. ఏ అక్షరము ఏ సంఖ్యనయినా సూచించవచ్చు. పై ఉదాహరణలలో ఆగ్గిపుల్లల సంఖ్యలను తెలుపడానికి మనం m, y, s వంటి అక్షరాలను చరరాశులగా సూచించాము.

ఇటువంటివి మరిన్ని సంబంధాలను చరరాశులను ఉపయోగించి రూపొందించవచ్చు.

ఉదాహరణ 1 : రమ వద్ద రహీంవద్ద కన్నా 3 పెన్నిట్లు ఎక్కువ ఉన్నాయి. రహీం వద్దగల పెన్నిట్లను బట్టి రమ వద్ద గల పెన్నిట్ల సంఖ్యకు సూత్రం రాయండి.

సాధన : రహీం వద్ద 2 పెన్నిట్ల ఉంటే రాము వద్ద ఉండేవి $2+3 = 5$ పెన్నిట్లు.

రహీం వద్ద 5 పెన్నిట్ల ఉంటే రాము వద్ద ఉండేవి $5+3 = 8$ పెన్నిట్లు

రహీం వద్ద ఎన్ని పెన్నిట్లున్నావో తెలియదు

కాని మనకు తెల్పింది రమ వద్ద గల పెన్నిట్లు $=$ రహీంపెన్నిట్లు + 3

అందుచే రహీం వద్దగల పెన్నిట్లనంఖ్యను ' n ' అనుకుంటే రమ వద్ద గల పెన్నిట్ల సంఖ్య $= n + 3$ అగును.

ఇచ్చుట $n = 1, 2, 3, \dots, \dots$ అగును. అందుచే ' n ' అనేది ఒక చరరాశి.

ఉదా 2 : హేమ, మాధవి ఇద్దరు అక్కచెల్లెళ్లు. మాధవి, హేమకన్నా 3 సంవత్సరాలు చిన్నది. మాధవి వయస్సును హేమ వయస్సుతో పోల్చి సూత్రం రాయండి.

సాధన : మాధవి, హేమకన్నా 3సంవత్సరాలు 'చిన్నది' అని ఇవ్వబడింది.

హేమ వయస్సు 10 సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు $10 - 3 = 7$ సంవత్సరాలు

హేమ వయస్సు 16 సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు $16 - 3 = 13$ సం॥

హేమ వయస్సు ఖచ్చితంగా తెలియనప్పుడు, ఏ వయస్సును తీసుకున్ననూ, మాధవి వయస్సు తెలుసుకోవాలి.

హేమ వయస్సు ' p ' సంవత్సరాలు అయితే మాధవి వయస్సు " $p-3$ " సంవత్సరాలు అగును. ఇచ్చట $'p'$ అనేది చరరాశికి ఉదాహరణ. దీనికి $1, 2, 3, \dots$ వంటి విలువలు ఇస్తాం.

దీనినుండి $'p' = 10$ అయిన $p - 3 = 7$ మరియు $p = 16$ అయిన $p - 3 = 13$ అని తెలుస్తుంది.



అభ్యర్థం 9.1

- కింది ఆకారాలను ఏర్పరచడానికి కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్య కొనుదానికి సూత్రం రాయండి.
 - T అక్షరాల అమరిక
 - E అక్షరాల అమరిక
 - Z అక్షరాల అమరిక
- గదిలో ఉండే ఫ్యాస్ల సంఖ్యకు, ప్రతి ఫ్యాస్కు ఉండే జ్ఞేడ్జ సంఖ్యకు గల సంబంధానికి సూత్రం రాయండి.
- కింది ఆకారాల అమరికకు కావాల్సిన అగ్గిపుల్లల సంఖ్యకు సూత్రం రాయండి.
 - 






 - 





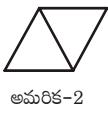

- ఒక పెన్ను ధర $\text{₹ } 7$ అయిన ' n ' పెన్నలు కొనుదానికి సూత్రం రాయండి?
- ఒకసంచి ధర $\text{₹ } 90$ అయిన ' m ' సంచులు కొనుదానికి సూత్రం రాయండి?
- 'q' పుస్తకాలు కొనుదానికి $\text{₹ } 23q$ అవసరం. అయితే ఒకొక్క పుస్తకం ధర ఎంత?
- గాయత్రి దగ్గర ఉన్న పుస్తకాలకన్నా జాన్వయద్ద 2 పుస్తకాలు తక్కువ ఉన్నాయి. ఈ సంబంధాన్ని చరరాశి ' x ' ఉపయోగించి చెప్పండి.
- సురేష్ వద్ద గల పుస్తకాల సంఖ్యకు రెట్టింపుకన్నా మూడు పుస్తకాలు ఎక్కువగా రేఖివద్ద ఉన్నాయి. ఈసంబంధాన్ని చరరాశి ' y ' ఉపయోగించి రాయండి.
- ప్రతి విద్యార్థికి 6 పెన్నిక్క చౌప్పున ఉపాధ్యాయుడు పంచాడు. తరగతిలో విద్యార్థుల సంఖ్య ' Z ' అయిన ఉపాధ్యాయునికి ఎన్నిపెన్నిట్లు అవసరం అవుతాయి?
- కింది పట్టిక పరిశీలించి, సంబంధం ఆధారంగా భాశీలు నింపండి.

i)	x	1	2	3	4	5	9
	$3x+2$	5
ii)	a	1	3	6	7	9	8
	$5a-1$	4

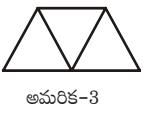
11. కింది అమరిక పరిశేఖించండి.



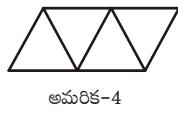
అమరిక-1



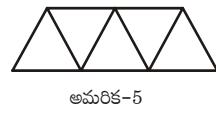
అమరిక-2



అమరిక-3



అమరిక-4



అమరిక-5

- ఇటువంటి 9 ఆకారాలు గల అమరికలో ఎన్నిరేభా ఖండాలు ఉంటాయి? ప్రతి ఆకారంలో ఎన్ని రేభా ఖండాలున్నాయో విడివిడిగా లెక్కించండి.
- పై అమరికకు తగిన సుప్రతం రాయండి.

9.5 చరరాశులతో సమాసం

అంకగణితంలో మనం సంఖ్యలతో ఏర్పరిచిన అంక సమాసాలు $5+4$, $11-9$, $3+0$ వంటి వానిని జ్ఞాపికి తెచ్చుకో. దిగువ వాక్యాలను పరిశేఖించండి.

ఈని కన్నా 5 మార్పులు తనకు ఎక్కువ వచ్చాయని రాము చెప్పాడు. రాముకు ఎన్ని మార్పులు వచ్చాయో చెప్పగలవా? కానీ ఇక్కడ ఈని మార్పులు మనకు తెలియవు కదా!

ఒకవేళ ఈనికి 45 మార్పులు వచ్చాయనుకుండాం. అప్పుడు రాముకు వచ్చిన మార్పులు $45+5 = 50$. ఒకవేళ ఈనికి 56 మార్పులు వస్తే, రాముకు $56+5=61$ వచ్చినట్లు. ఇదే విధంగా ఒకవేళ ఈనికి x మార్పులు వస్తే, రాముకు ఎన్ని వచ్చినట్లో చెప్పగలవా? అవును. రాముకు మార్పులు $x+5$ అవుతాయి. ఇది ' x ' చరరాశిలో ప్రాసిన ఒక సమాసం.

మనం ముందు చర్చించిన అంశాలలో $2m$, $3y$, $4z$, $2s + 1$, $3s+1$, $8p$, $n+3$, $p-3$ వంటి సమాసాలు వచ్చాయి. ఈ విధంగా చరరాశులతో సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహరి ప్రక్రియలతో కూడిన వాటిని బీజీయ సమాసాలు అంటారు. ఉదాహరణకు p అనే చరరాశినుండి 3 తీసివేసిన ' $p-3$ ' అనే సమాసం p ను 8 చే గుణించిన ' $8p$ ' అనే సమాసం వచ్చాయి.

చరరాశికి అనేక రకాల విలువలు ఉంటాయని మనకు తెలుసు. వీటికి ఖచ్చితమైన విలువ వుండదు. కానీ ఇవి కూడా సంఖ్యలే. అందుచే సంఖ్య ప్రక్రియలైన సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారం, భాగహరి వీటికి కూడా వర్తిస్తాయి.

మన నిత్యజీవితంలో సమాసాలను ఏవిధంగా ఉపయోగించామో ఇదివరకే తెలుసుకున్నాం. మరికొన్నింటిని గుర్తుకు తెచ్చుకుండాం.

క్ర.సం	సమస్య వాక్యం లేదా సందర్భం	చరరాశి	బీజీయ సమాసం ఉపయోగించి ప్రవర్తనం
1.	'n' అనునది 7 చే భాగించబడింది		
2.	గీతకన్నా ర్కె 5 ఎక్కువ	గీతవద్ద ర్కె y. ఉన్నచో	$y + 5$
3.	చతురప్రంతో చుట్టుకొలత భుజానికి 4 రెట్లు
4.	ఆపిల్ఫర, జామధరకు రెట్లింపు
5.	రేఱు ఎత్తు, లీల ఎత్తుకన్నా మూడు అడుగులు తక్కువ
6.	నీవు చేసిన రన్స్ లో $\frac{1}{3}$ వ వంతు నేను చేసాను.

ఉదాహరణ 3 : కింది సమాసాలకు వాక్యాలను రాయండి.

(i) $2P$ (ii) $7+x$

సాధన : (i) రాజు వద్ద నీమ వద్ద ఉన్న డబ్బుకు రెట్టింపు డబ్బు ఉంది లేదా నీమ వద్ద ఉన్న డబ్బుకు రెట్టింపు డబ్బు రాజు వద్ద ఉంది.

(ii) దిలీప్ వద్ద కంటే నా వద్ద 7 గోళీలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి.

ఉదాహరణ 4 : మనోజ్ చిక్కుడు విత్తనాల కన్నా, వేరుశెనగ విత్తనాలను 5 ఎక్కువగా నాటాడు. అయిన వేరుశెనగ విత్తనాలు ఎన్ని?

సాధన : నాటిన చిక్కుడు విత్తనాలు = m అనుకొనుము

అందుచే నాటిన వేరుశెనగ విత్తనాల సంఖ్య = $m + 5$ అగును.



అభ్యర్థం - 9.2

1. కింది వాక్యాలకు తగిన సమాసాలు రాయండి.

- | | | | |
|-------|--|------|---|
| (i) | 'q' అనే సంఖ్యను 5 గుణిస్తున్నది. | (ii) | 'y' అనేది 4 చే భాగింపబడుతున్నది. |
| (iii) | p,q సంఖ్యల లబ్ధంలో 4వంతు | (iv) | 'z' యొక్క మూడు రెట్లసంఖ్యకు 5 కలుపబడింది. |
| (v) | 'n' కు 9 రెట్లు సంఖ్యకు 10 కలపబడింది. | | |
| (vi) | y యొక్క రెట్టింపు సంఖ్యనుండి 16 తీసివేయబడింది. | | |
| (vii) | 10 చే y ను గుణించి లబ్ధానికి 'x' కలుపబడింది. | | |

2. కింది సమాసాలకు సరిపడు రెండు వాక్యాలు రాయండి.

$$(i) y - 11 \quad (ii) 10a \quad (iii) \frac{x}{5} \quad (iv) 3m + 11 \quad (v) 2y - 5$$

3. పీటర్ వద్ద 'p' సంఖ్య గల బంతులు కలవు. దేవిడ్ వద్ద పీటర్ కన్నా అదేరకమైన బంతులు మూడు రెట్లు కలవు. దీనిని సమాసంగా రాయండి.
4. గీత వద్ద ఉన్న పుస్తకాల కన్నా సీతవద్ద 3 పుస్తకాలు ఎక్కువగా ఉన్నాయి. సీత వద్ద గల పుస్తకాలు ఎన్ని? (గీత వద్ద ఉండే పుస్తకాల సంఖ్యను ఏదైనా చరరాశితో గుర్తించు)
5. ఒక కవాతులో ప్రతి వరుసకు 5 గురు సైనికులు ఉన్నారు. మొత్తం కవాతులో పాల్గొన్న సైనికుల సంఖ్య తెలుసుకోవడానికి సూత్రం కనుగొనుము. (వరుసల సంఖ్యను 'n' అనే చరరాశితో గుర్తించు)

9.6 రేఖాగణితం, క్షేత్రమితికి సంబంధించిన సూత్రాలు

చతురస్ర చుట్టూకొలత

ఏదైనా బహుభుజి యొక్క చుట్టూకొలత అంటే, బహుభుజిలోని అన్ని భుజాల మొత్తం పొడవు అని తెలుసు,

చతురస్రంలో 4 భుజాల పొడవులు సమానం కావున,

చతురస్ర చుట్టూకొలత = చతురస్ర భుజాల పొడవుల మొత్తం (భుజం+భుజం+భుజం+భుజం)

$$= 4 \times \text{భుజం పొడవు} = 4 \times s = 4s$$

ఇచ్చట చతురస్ర చుట్టూకొలత $4s$ అయినది. 's' యొక్క విలువలు $1, 2, 3, \dots$ తీసుకుంటే కావాల్సిన చతురస్ర చుట్టూకొలత వస్తుంది. ఇచ్చట 's' చరరాశి విలువ మారుతూ ఉంటుంది. దీని విలువ స్థిరం కాదు. చరరాశితో కూడిన సమాసం వలన మనం సూత్రాలను సులభంగా గుర్తుంచుకోవచ్చును. మనం చతురస్ర చుట్టూకొలతకు నియమం రాశాం. సమభాషు త్రిభుజం చుట్టూకొలతకు నియమం ఏమవుతుంది?

ప్రయత్నించండి

1. దీర్ఘవరుర్ప మట్టుకొలత కనుగొనడానికి సాధారణ సూత్రం కనుగొనండి. (పొడవుకు I, వెడల్పుకు b అనే చరరాశులను తీసికోండి)
2. వతురప్ర వైశాల్యం కనుగొనడానికి సాధారణ సూత్రం రాయండి. (వతురప్ర భుజాన్ని n అనే చరరాశితో గుర్తించండి.)
3. సమద్విబాహు త్రిభుజ మట్టుకొలతకు సూత్రం ఏమవుతుంది?



9.7 అంకగణితంకు సంబంధించిన సూత్రం

క్రింది సరిసంఖ్యల అమరికను పరిశీలించండి.

2, 4, 6, 8, 10, ...

ఈ అమరికలో n వ పదం కనుక్కోవడానికి క్రింది పట్టిక చూడండి.

సరిసంఖ్యలస్థానం	1వ	2వ	3వ	4వ	5వ	6వ	7వ	8వ	9వ	10వ
సంఖ్య	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
అమరిక	2×1	2×2	2×3	2×4	2×5	2×7	2×9

పై పట్టికను బట్టి మొదటి సరిసంఖ్య 2×1 , రెండవది 2×2 , మూడవది 2×3 , ఈ అమరికలో 6వ, 8వ, 10వ పై వివరణ బట్టి n వ సరిసంఖ్యకు సమానం తెలుస్తుందా? భాళీలు పై తార్కిక ఆధారంతో నింపవచ్చ అమరికలో n వ పదం రాయవచ్చు. ఇది $2 \times n$ అంటే $2n$ అవుతుంది.

కావున సరిసంఖ్యల అమరికలో n వ పదం

2, 4, 6, 8, 10, ... అనేది $2n$ అవుతుంది.

ఇవి చేయండి

క్రింది సంఖ్యల అమరికకు n వ పదం రాయండి.

- i) 3,6,9,12
- ii) 2,5,8,11
- iii) 1,8,27,64



9.8 సామాన్య సమీకరణాలు

మనం ఒకసారి ముఖాల అమరికను గుర్తుకు తెచ్చుకుండాం.



ఏర్పడే మొత్తం ముఖాల సంఖ్య m అనుకోంటే, వాటికి సరిపడే బొట్టు బిళ్ళలు సంఖ్యకు కనుగొనడానికి అవసరమయ్యినియమం $2m$ అని మనకు తెలుసు కావల్సిన ముఖాల సంఖ్యకు ఎన్ని బొట్టు బిళ్ళలు కావాలో మనం కనుగొనవచ్చు. ఇంకో విధంగా, బొట్టుబిళ్ళల సంఖ్య ఇస్తే, ఎన్ని ముఖాలు m ఏర్పడగలవో తెలుసుకోవచ్చా? అంటే, 10 బొట్టుబిళ్ళలు ఇస్తే, వాటికో ఎన్ని ముఖాలు తయారవ గలవు. 10 బిళ్ళలకు, ముఖాల సంఖ్యను తెల్సుకోవాలంటే, $2m = 10$ అవుతుంది. m సంతృప్తిపడే నియమం వెదకాలి.

$2m = 10$ కావున 'm' అనే చరరాశిని తృప్తి పరిచే విలువ ఏది?

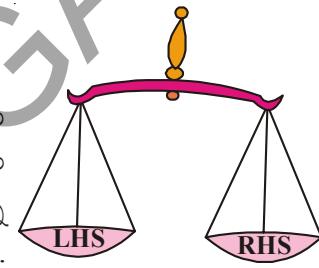
ఇటువంటి సందర్భంలో వాడిన నిబంధనను ఒక సమీకరణం అనవచ్చు. క్రిందిపట్టికను పరిశీలిస్తే మన ప్రత్యుత్తుకు జవాబు లభిస్తుంది.

m	2m	నిబంధన తృప్తి అయిందా? (అనున / కాదు)
2	4	కాదు
3	6	కాదు
4	8	కాదు
5	10	అనున
6	12	కాదు
7	14	కాదు

దీనినిబట్టి సమీకరణం $2m = 10$ అనునది $m = 5$ అనేవిలువకు తృప్తి చెందింది. 5 తప్ప మరి ఏవిలువకు ఈ సమీకరణం తృప్తి చెందలేదు.

9.8.1 సమీకరణానికి L.H.S. మరియు R.H.S.

మనం $2m = 10$ అనే సమీకరణాన్ని పరిశీలిస్తే, ఇరువైపుల గల సమాపాలకు మధ్య సమానత్వ గుర్తును చూడవచ్చు. ఈ సమానత్వ గుర్తుకు ఎడమ చేతివైపుకు గల సమాపాన్ని ($2m$) L.H.S. (Left hand side) అనియూ, కుడిచేతివైపుగల సమాపాన్ని (10) ను R.H.S. (Right hand side) అంటారు. అందుచే సమీకరణం అనగా L.H.S.



విలువ, R.H.S. విలువకు సమానమయ్యేది అనవచ్చు. ఈ సందర్భంగా మనం సమీకరణాన్ని సామాన్యతాసుతో పోల్చువచ్చును. L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానం కానటువంటి వాటిని సమీకరణాలు అనలేము.

ఉదాహరణకు ఒక వైపు $4+5$ మరొకవైపు 7 గలది సమీకరణం కాదు. దానిని మనం $4+5 \neq 7$ అని లేదా $4+5 > 7$ అని ప్రాయివచ్చు. అలాగే $x + 5 > 6$, $y - 1 < 10$ లు కూడా సమీకరణాలు కావు

ప్రయత్నించండి

- క్రింది సమీకరణాలలో L.H.S. మరియు R.H.S. లను గుర్తించి, రాయండి.
ఎ) $2x + 1 = 10$ బి) $9 = y - 2$ సి) $3p + 5 = 2p + 10$
- ఏవైనా రెండు సామాన్య సమీకరణాలు ప్రాసి, వాటి యొక్క L.H.S. మరియు R.H.S. లను తెలుపండి.



9.8.2 సమీకరణ సాధన (సమీకరణ మూలం) – యత్నదోష పద్ధతి

దిగువ ఉదాహరణ పరిశీలించండి.

ఈ అధ్యాయం ప్రారంభంలో మనం దామిని, కౌషిక్ల సంభాషణ పరిశీలించాము. దీనిలో ఆఖరుఫలితం 27 అని దామిని చెప్పగానే, కౌషిక్, ఆమె స్నేహితుని వయస్సు 11 సంవత్సరాలు అని చెప్పాడు. అతను ఎలా వయస్సు చెప్పగలిగాడో ఇప్పుడు తెలుసుకుండాం.

దామిని స్నేహితుని వయస్సు ' x ' సంవత్సరాలు అనుకుండాం. దానిని రెట్టింపు చేస్తే ' $2x$ ' అవుతుంది కదా! దానికి 5 కలిపితే ' $2x + 5$ ' అగును. అందుచేత దామిని చెప్పిన ఆఖరుఫలితం 27కు ఇది సమానం.

అనగా $2x + 5 = 27$.

పై సమీకరణాన్ని తీసుకుండాం. ' x ' యొక్క ఏ విలువకు ఇది తృప్తి చెందునో పరిశీలిద్దాం.

x అనేది చరరాశి కాబట్టి, దానికి 1, 2, 3, ... విలువలు తీసుకుండాం.

$x = 1$ అయితే $2x + 5 = 2 \times 1 + 5 = 7$ అగును.

$x = 2$ అయితే $2x + 5 = 2 \times 2 + 5 = 9$ అగును.

$x = 3$ అయితే $2x + 5 = 2 \times 3 + 5 = 11$ అగును. ఇలా 1, 2, 3, ... విలువలను x కు బదులుగా రాసి $2x + 5$ యొక్క విలువను సరిచూడడాన్ని ‘ప్రతిక్షేపణ’ అంటాం. ఈ విధంగా x యొక్క వివిధ విలువలు $2x + 5 = 27$ సమీకరణంలో ప్రతిక్షేపించి, LHS మరియు RHS లను పరిశీలించాం.

ప్రతిక్షేపించిన విలువ x	LHS విలువ $2x+5$	RHS విలువ 27	LHS, RHS లు సమానమేనా?
$x = 1$	$2 \times 1 + 5 = 7$	27	సమానం కాదు.
$x = 2$	$2 \times 2 + 5 = 9$	27	సమానం కాదు.
$x = 3$	$2 \times 3 + 5 = 11$	27	సమానం కాదు.
$x = 4$	$2 \times 4 + 5 = 13$	27	సమానం కాదు.
$x = 5$	$2 \times 5 + 5 = 15$	27	సమానం కాదు.
$x = 6$	$2 \times 6 + 5 = 17$	27	సమానం కాదు.
$x = 7$	$2 \times 7 + 5 = 19$	27	సమానం కాదు.
$x = 8$	$2 \times 8 + 5 = 21$	27	సమానం కాదు.
$x = 9$	$2 \times 9 + 5 = 23$	27	సమానం కాదు.
$x = 10$	$2 \times 10 + 5 = 25$	27	సమానం కాదు.
$x = 11$	$2 \times 11 + 5 = 27$	27	సమానం
$x = 12$	$2 \times 12 + 5 = 29$	27	సమానం కాదు.

పై పట్టికను పరిశీలిస్తే $x = 11$ విలువను ప్రతిక్షేపించునప్పుడు L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానం అయినవి. అందునే $x = 11$ అనే విలువను $2x + 5 = 27$ సమీకరణానికి సాధన అంటారు.

ఏ చరరాశి విలువకు ఒక సమీకరణంలో L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానం అగునో దానిని సమీకరణ సాధన అందు. దీనినే సమీకరణ మూలం అని కూడా అందురు. ఇప్పుడు మీకు దాఖిని స్నేహితుని వయస్సును కొఱిక్క ఎలా చెప్పాడో అర్థమైవుంటుంది. గణితంలో చిన్నచిన్న సామెతలు, పజిల్స్, నిత్యజీవిత సమస్యల సాధనలకు శక్తివంతమైన ఉపకరణమైన బీజగణితాన్ని ఉపయోగించి సులభంగా సాధించవచ్చు.

ఉదా : $3m = 15$ అనే సమీకరణాన్ని పరిశీలించాం.

'm' అనే చరరాశి యొక్క ఏ విలువకు సమీకరణంలో L.H.S. మరియు R.H.S. లు సమానమైనాయో చూద్దాం.

ప్రతిక్షేపించిన విలువ (m)	LHS విలువ $3(m)$	RHS విలువ (15)	LHS మరియు RHS సమానమేనా?
$m = 1$	$3 \times 1 = 3$	15	సమానం కాదు.
$m = 2$	$3 \times 2 = 6$	15	సమానం కాదు.
$m = 3$	$3 \times 3 = 9$	15	సమానం కాదు.
$m = 4$	$3 \times 4 = 12$	15	సమానం కాదు.
$m = 5$	$3 \times 5 = 15$	15	సమానం
$m = 6$	$3 \times 6 = 18$	15	సమానం కాదు.

పట్టికలో $m = 5$ విలువకు LHS మరియు RHS లు సమానం అయినవి. అందుచే $m = 5$ విలువను సమీకరణం యొక్క సాధన అంటారు.

ఈ విధంగా చరరాశి విలువలు ప్రతిక్షేపించి సాధన తెలుసుకొనుటను యత్న దోష పద్ధతి అందురు.

జీవి చేయండి.

' $x - 4 = 2'$ సమీకరణానికి సాధన కనుగొనండి.



అభ్యర్థం - 9.3

1. కిందివానిలో ఏవి సమీకరణాలో తెలపండి.

i) $x - 3 = 7$	ii) $l + 5 > 9$	iii) $p - 4 < 10$	iv) $5 + m = -6$
v) $2s - 2 = 12$	vi) $3x + 5 > 13$	vii) $3x < 15$	viii) $2x - 5 = 3$
ix) $7y + 1 < 22$	x) $-3z + 6 = 12$	xi) $2x - 3y = 3$	xii) $z = 4$

2. కింది సమీకరణాలలో LHS మరియు RHS లను తెలపండి.

i) $x - 5 = 6$	ii) $4y = 12$	iii) $2z + 3 = 7$	iv) $3p = 24$
v) $4 = x - 2$	vi) $2a - 3 = -5$		

3. కింది సమీకరణాలను యత్న-దోష పద్ధతిలో సాధించండి.

i) $x + 3 = 5$	ii) $y - 2 = 7$	iii) $a - 2 = 6$	iv) $5p = 15$
v) $6n = 30$	vi) $3z = 27$		

మనం నేర్చుకున్నవి

- మనం అగ్గిపుల్లలు ఉపయోగించి వివిధ రకాల అమరికలు అక్షరాలు ఎలా రూపొందించవచ్చే తెలుసుకున్నాం. ఒక అమరికలో, పుల్లల సంఖ్యకు, పట్టాల సంఖ్యకు మధ్యగల సంబంధాన్ని రాబట్టాం. ఒక అమరికలో వివిధ పట్టాల మధ్యగల సంబంధాన్ని తెలిపే రాశికి 1, 2, 3, ... మొదలగు విలువలు ఇచ్చాం. దీనిని మనం చరరాశి అనీ, దీనిని ఒక అక్షరంతో సూచించాం.
- చరరాశికి అనేక విలువలు ఇవ్వచ్చు. దీనివిలువ స్థిరం కాదు.
- చరరాశిని తెలుపడానికి సాధారణంగా $a, b, m, n, p, q, x, y, z$ మొట్టమొదటగు అక్షరాలు వాడతాము.
- ఒకసంబంధాన్ని ప్రయోగాత్మకంగా తెలుపడానికి చరరాశి ఉపయోగపడుతుంది.
- చరరాశి కూడా ఒకసంఖ్య. కానీ దీనివిలువ స్థిరం కాదు. అయిననూ సంఖ్యలతో చేసే ప్రక్రియలు అన్నియూ చరరాశులతో చేస్తాం.
- చరరాశులతో వివిధ ప్రక్రియలు వినియోగించి మనం $2m, 3s+1, 8p, x/3$ వంటి సమాసాలు రూపొందిస్తాం.
- రేఖాగణితం, అంకగणితంలలో గల వివిధ సూత్రాలను రూపొందించడానికి చరరాశులు అనేక విధాలుగా ఉపయోగపడతాయి.
- ఒక చరరాశితో రూపొందించిన నిబంధనను సమీకరణం అనవచ్చు.
- ప్రతీ సమీకరణానికి సమానత్వ గుర్తుకు ఇరువైపులా గల సమాసాలను LHS మరియు RHS అంటాం.
- సమీకరణంలో చరరాశికి ఏ విలువ ప్రతిక్షేపించినపుడు LHS మరియు RHS లు సమానం అగునో ఆవిలువను సమీకరణం సాధన అంటారు.
- సమీకరణం సాధన యత్నదోష పద్ధతిలో కనుగొనవచ్చును.

చుట్టుకొలతలు మరియు వైశాల్యాలు

10.1 ఉపోదాతం

మనం ఇంతకు ముందు చర్చించిన “ప్రాథమిక జ్యామితీయ ఆకారాలు” అనే అధ్యాయంలో వివిధ రకాల ఆకృతులను గురించి నేర్చుకొన్నాం. ఇలాంటి సమతల ఆకృతులను గురించి చర్చించే సమయంలో అవి ఆక్రమించిన ప్రాంతం మరియు వాని సరిహద్దులను గురించి ఆలోచిస్తాం. వివిధ ఆకృతుల పరిమాణాలను షోల్పువలెనన్న కొన్ని కొలతలు అవసరమౌతాయి. ఇలాంటి కొలతలను గురించి ప్రస్తుతం మనం నేర్చుకుండాం.

10.2 చుట్టుకొలత

ఈ కింది సందర్భాలను పరిశీలించాం.

- ఒక అబ్బాయి పటములో చూపిన విధంగా వృత్తాకారబాటపై పరుగెత్తుతున్నాడు. అతడు A నుంచి ప్రారంభించి తిరిగి A వద్దకు వచ్చినపుడు పరుగెత్తటం ఆపివేసినాడని అనుకోందాం. ఈ సందర్భములో ఆ అబ్బాయి పరుగెత్తిన మొత్తం దూరమునే ఆ వృత్తం యొక్క చుట్టుకొలత అంటాం.



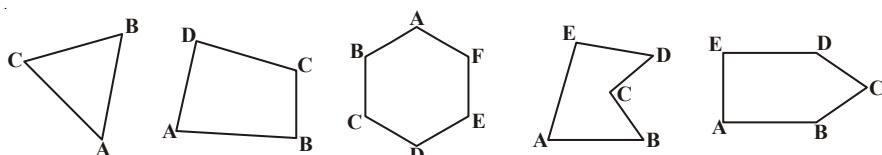
- �క వృక్తి తన పొలం చుట్టూ పటంలో చూపిన విధంగా కంచె వేయాలనుకున్నాడు. అయితే మొత్తం ఎంత పొడవైన తీగ అవసరమౌతుందో కనుగొనడానికి అతను తన పొలం యొక్క భూజాల పొడవులను కనుగొనాలి. ఈ భూజాల పొడవుల మొత్తం పొలము యొక్క చుట్టుకొలతను ఇస్తుంది. ఒక సంవృత పటములో దాని సరిహద్దు యొక్క మొత్తం పొడవును దాని చుట్టుకొలత అంటాం. మనం ఈ చుట్టుకొలత అనే భావనను నిత్యజీవితంలో అనేక సందర్భాలలో ఉపయోగిస్తూ పుంటాం.

ప్రయత్నించండి

చుట్టుకొలత అనే భావనను ఉపయోగించే సందర్భాలను ఐదింటిని పేర్కొనుము

చుట్టుకొలతను ఇంకొక విధంగా పరిశీలించాం.

కింది పటాలను పరిశీలించండి.



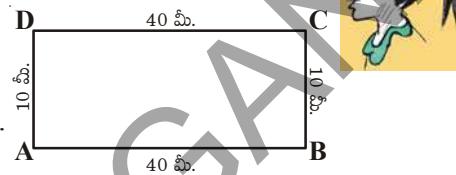
ఒక తీగను తీసుకొని ఒక్క పటానికి అవసరమైనంత మేర ముక్కలుగా సరిపడేట్లు కత్తిరించండి ఈ తీగ ముక్కలను ఒక్క సంవృత పటం యొక్క అన్ని భజాలపై అమర్ఖంది. ఈ విధంగా ఆకారం యొక్క భజాలన్నీ తీగముక్కలచే అమర్ఖబడిన తరువాత వాటిని తోలగించి ఒక్క ఆకారం యొక్క తీగ ముక్కల మొత్తం పొడవును కనుగొనండి. ఈ కొలత ఆ పటం చుట్టూ ఒకసారి తీగను చుట్టుటకు కావలసిన తీగ పొడవును ఇస్తుంది. ఈ తీగ పొడవునే ఆ సంవృత పటము యొక్క చుట్టుకొలత అంటాం.

చుట్టుకొలత అనగా ఒక సంవృత పటం చుట్టూ, దాని యొక్క అంచు వెంట ఒకసారి చుట్టూ తిరిగి రావడానికి ప్రయాణించవలసిన మొత్తం దూరం యొక్క కొలత.

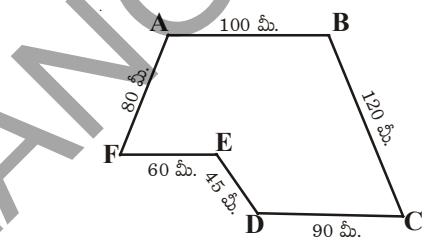
ఇవి చేయండి

ప్రక్క పటాల చుట్టుకొలతలు ఎంత?

$$\text{i) చుట్టుకొలత} = AB + \dots + \dots + \dots \\ = \dots + \dots + \dots + \dots \\ = \dots \text{ మీ}$$



$$\text{ii) చుట్టుకొలత} = AB + \dots + \dots \\ + \dots + \dots + \dots \\ = \dots + \dots + \dots \\ + \dots + \dots + \dots \\ = \dots \text{ మీ}$$



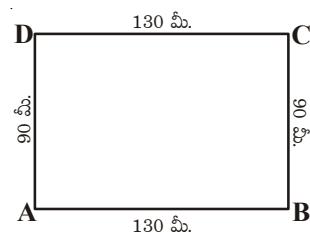
రేఖాఖండాలచే ఏర్పడిన సంవృత పటము యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుటకు దాని భజాల పొడవుల మొత్తం కనుగొనవలె.

ఉదాహరణ 1 : రీతు 130 మీ. పొడవు 90 మీ. వెడల్చు గల ఒక పార్శుకు వెళ్లింది.

ఆమె పార్శు చుట్టూ ఒక చుట్టు తిరిగిన ఆమె ప్రయాణించిన దూరం ఎంత?

సాధన : రీతు ప్రయాణించిన దూరం = పార్శు ABCD యొక్క చుట్టుకొలత

$$= AB + BC + CD + DA \\ = 130 \text{ మీ.} + 90 \text{ మీ.} + 130 \text{ మీ.} + 90 \text{ మీ.} = 440 \text{ మీ.}$$



ఉదాహరణ 2 : ప్రక్కపటంలోని ఆకారం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుము

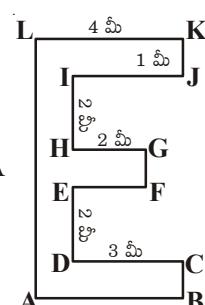
సాధన : $IJ = DC = 3 \text{ మీ.}$ $EF = HG = 2 \text{ మీ.}$

$$AB = LK = 4 \text{ మీ.} \quad FG = KJ = CB = 1 \text{ మీ.}$$

$$AL = BC + DE + FG + HI + JK \\ = 1 \text{ మీ.} + 2 \text{ మీ.} + 1 \text{ మీ.} + 2 \text{ మీ.} + 1 \text{ మీ.} = 7 \text{ మీ.}$$

$$\text{చుట్టుకొలత} = AB + BC + CD + DE + EF + FG + GH + HI + IJ + JK + KL + LA$$

$$= 4 \text{ మీ.} + 1 \text{ మీ.} + 3 \text{ మీ.} + 2 \text{ మీ.} + 2 \text{ మీ.} + 1 \text{ మీ.} \\ + 2 \text{ మీ.} + 2 \text{ మీ.} + 3 \text{ మీ.} + 1 \text{ మీ.} + 4 \text{ మీ.} + 7 \text{ మీ.} = 32 \text{ మీ.}$$



ప్రయత్నించండి

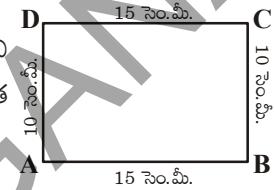


కీంది వాని చుట్టుకొలతలు కనుగొనడి?

1. ఒక పేబుల్ పై భాగము యొక్క అంచుల కొలతలు వరుసగా 30 సెం.మీ 15 సెం.మీ 30 సెం.మీ; 15 సెం.మీ అయిన దాని పై భాగము యొక్క చుట్టుకొలత ఎంత?
2. నీ లెక్కల పుస్తకం మొదటిపేజి యొక్క అంచుల పొడవులు కొలవండి? దీని చుట్టుకొలత ఎంత?
3. 100 మీ.; 70 మీ. కొలతలుగల ఒక దీర్ఘచతురప్రాకార పార్శ్వ చుట్టూ తీగను ఒకసారి చుట్టాలి. 1 మీ. తీగ భరీదు ₹ 20ల చొప్పున అయ్యే మొత్తం ఖర్చు ఎంత.

10.2.1 దీర్ఘచతురప్రము యొక్క చుట్టుకొలత

వటములో చూపిన విధంగా ఒక ABCD దీర్ఘచతురప్రమును తీసుకుందాం. దీని పొడవు, వెడల్పు వరుసగా 15 సెం.మీ, మరియు 10 సెం.మీ అయిన దీని చుట్టుకొలత ఎంత?



దీర్ఘచతురప్రము యొక్క చుట్టుకొలత = 4 భుజాల పొడవుల మొత్తము

$$\begin{aligned} &= AB + BC + CD + DA \\ &= AB + BC + AB + BC \\ &= 2 \times AB + 2 \times BC \\ &= 2 \times (AB + BC) \\ &= 2 \times (15 \text{ సెం.మీ.} + 10 \text{ సెం.మీ.}) \\ &= 2 \times 25 \text{ సెం.మీ.} \\ &= 50 \text{ సెం.మీ.} \end{aligned}$$

ఈ చర్చ నుంచి

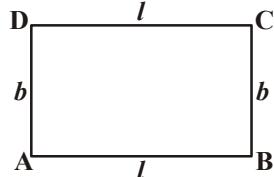
దీర్ఘచతురప్రం యొక్క చుట్టుకొలత = పొడవు + వెడల్పు + పొడవు + వెడల్పు

దీర్ఘచతురప్రము యొక్క చుట్టుకొలత = $2 \times (\text{పొడవు} + \text{వెడల్పు})$

దీర్ఘచతురప్ర చుట్టుకొలత $P = 2(l + b)$

ఇచ్చట $l = \text{పొడవు}$ $b = \text{వెడల్పు}$ $P = \text{చుట్టుకొలత}$

దీర్ఘచతురప్రములో ఎదురెదురు భుజాలు సమానము. కావున
 $AB = CD, AD = BC$



ప్రయత్నించండి



కీంది దీర్ఘచతురప్రాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనుము.

దీర్ఘచతురప్రం		భుజాల మొత్తం కనుగొనుట	$2 \times (l + b)$ నువ్వుగించుట
పొడవు	వెడల్పు	ద్వారా చుట్టుకొలత	ద్వారా చుట్టుకొలత
20 సెం.మీ.	15 సెం.మీ.	= 20 సెం.మీ. + 15 సెం.మీ. + 20 సెం.మీ. + 15 సెం.మీ. = 70 సెం.మీ.	= 2 × (20 + 15) = 2 × (35) = 70 సెం.మీ.
0.7 మీ.	0.3 మీ.		
22 సెం.మీ.	18 సెం.మీ.		
12.5 సెం.మీ.	7.5 సెం.మీ.		

ఉదాహరణ 3 : 36 మీ. పొడవు, 24 మీ. వెడల్పు గల దీర్ఘచతురస్కార పొలము యొక్క చుట్టూకొలతను కనుగొనుము?

$$\begin{aligned}
 \text{సాధన : } \text{పొలము యొక్క పొడవు} \quad l &= 36 \text{ మీ.} \\
 \text{పొలము యొక్క వెడల్పు} b &= 24 \text{ మీ.} \\
 \text{పొలము యొక్క చుట్టూకొలత} P &= 2(l + b) \\
 &= 2(36 + 24) \text{ మీ.} \\
 &= 2 \times 60 \text{ మీ.} \\
 &= 120 \text{ మీ.}
 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 4 : ఒక దీర్ఘచతురస్రము యొక్క చుట్టూకొలత 76 సెం.మీ దీని పొడవు 26 సెం.మీ అయిన వెడల్పు ఎంత?

$$\begin{aligned}
 \text{సాధన : } \text{దీర్ఘచతురస్ర యొక్క చుట్టూకొలత} P &= 76 \text{ సెం.మీ} \\
 \text{దీర్ఘచతురస్ర పొడవు} l &= 26 \text{ సెం.మీ} \\
 2(\text{పొడవు} + \text{వెడల్పు}) &= 76 \\
 2(26 + \text{వెడల్పు}) &= 76 \\
 26 + \text{వెడల్పు} &= 76 \div 2 = 38 \\
 \text{వెడల్పు} &= 38 - 26 = 12 \text{ సెం.మీ} \\
 &= 12 \text{ సెం.మీ}
 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 5 : ఒక దీర్ఘచతురస్కార పొలం యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 22.5 మీ మరియు 14.5 మీ. దీని చుట్టూ కంచె వేయుటకు మీటరుకు ₹ 6 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును?

$$\begin{aligned}
 \text{సాధన : } \text{పొలము యొక్క పొడవు} l &= 22.5 \text{ మీ} \\
 \text{వెడల్పు} b &= 14.5 \text{ మీ} \\
 \text{పొలము యొక్క చుట్టూకొలత} (P) &= 2(l + b) \\
 &= 2(22.5 + 14.5) \text{ మీ} \\
 &= 2 \times 37 \text{ మీ} \\
 &= 74 \text{ మీ} \\
 \text{మీటరుకు ₹ 6 వంతున అయ్యే మొత్తం ఖర్చు} \\
 &= ₹(6 \times 74) \\
 &= ₹ 444
 \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 6 : చుట్టూకొలత 32 సెం.మీ అయ్యే విధంగా వేరువేరు పొడవులు, వెడల్పులు గల దీర్ఘచతురస్కాలను ఎన్నింటిని గీయగలము. (భుజాల పొడవులు ధనపూర్ణ సంఖ్యలు)

సాధన : చుట్టూకొలత = 32 సెం.మీ

$$\text{చుట్టూకొలతలో సగము} = \frac{32}{2} \text{ సెం.మీ} = 16 \text{ సెం.మీ}$$

అనగా పొడవు, వెడల్పుల మొత్తం 16 సెం.మీ అయ్యే విధంగా ఎన్న దీర్ఘచతురస్కాలను నిర్మించగలమో పరిశీలించాలి. ఇంకొక విధంగా చెప్పాలంటే మీరు రెండు సంఖ్యల మొత్తం 16 అయ్యే విధంగా సంఖ్యల జతలను కనుగొనాలి. అవి

$$(15, 1), (14, 2), (13, 3), (12, 4), (11, 5), (10, 6), (9, 7), (8, 8)$$

అనగా ఇలాంటి దీర్ఘచతురస్కాలను ‘8’ గీయగలము.

ఇవి చేయండి



1. ఒక చతురష్టికార పొట్టీప్రేము భుజం = 0.75 మీటర్లు దాని చుట్టూ రంగు కాగితము చుట్టూటకు 1 మీటరు కాగితానికి ₹ 20 వంతున ఎంత ఖర్చుగును?
2. ఒక తీగ పొడవు 44 సెం.మీ ఈ తీగను పయోగించి వేరువేరు పొడవు, వెడల్పున్న దీర్ఘచతురష్టికారమును ఎన్నింటిని నిర్మించగలము?
3. నా దగ్గర 41సెం.మీ, పొడవు గల తీగవుంది. దీనితో పొడవులు ధనవ్యాఢ సంఖ్యలయ్యే విధంగా దీర్ఘచతుస్రమును తయారుచేయగలనా? కారణాలు తెలియజేయండి?

10.2.2 క్రమరూప ఆకృతుల చుట్టూకొలత లేదా క్రమకార ఆకృతుల చుట్టూకొలత

రేఖా భండాలచే ఏర్పడిన సంవృత పటాలను బహుభుజాలు అంటాము. ఒక బహుభుజాలు యొక్క అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమానమైన దానిని క్రమబహుభుజాల అంటారు.

సమబాహు త్రిభుజమనేది మూడు భుజాలు కలిగిన ఒక క్రమబహుభుజాలు

చతురస్రమనేది నాలుగు భుజాలు కలిగిన ఒక క్రమబహుభుజాలు

చతురస్రములో భుజాలన్నీ సమానం కావున

చతురస్రం యొక్క చుట్టూకొలత = భుజము + భుజము + భుజము + భుజము

$$= a + a + a + a$$

$$= 4a$$

చతురస్రం చుట్టూకొలత = $4 \times \text{భుజము}$

ఇప్పుడు 4 సెం.మీ భుజం గా గల సమబాహు త్రిభుజమును పరిశీలించాం. దీని యొక్క చుట్టూకొలతను మనము కనుగొనగలమా?

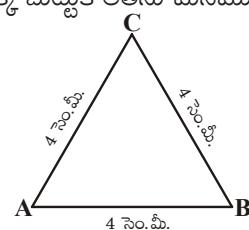
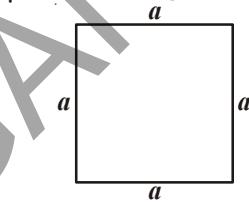
ఈ సమబాహు త్రిభుజము యొక్క చుట్టూకొలత

$$= (4 + 4 + 4) \text{ సెం.మీ}$$

$$= 3 \times 4 \text{ సెం.మీ} = 12 \text{ సెం.మీ}$$

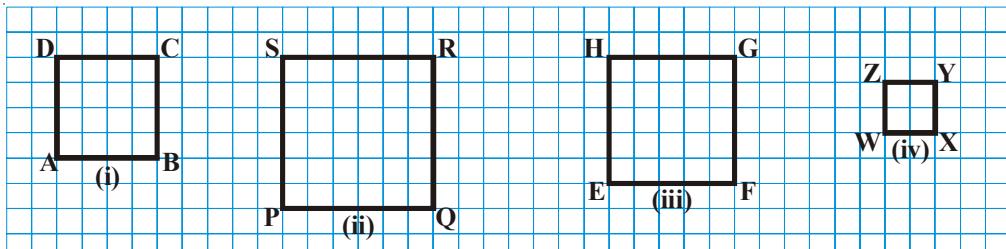
అనగా ' a ' భుజంగా గల ఏదేని సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టూకొలత $3 \times a = 3a$ అని సామాన్యంగా పొడవు.

సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టూకొలత = $3 \times \text{భుజం పొడవు}$



ప్రయత్నించండి

1. కింది చతురష్టికార చుట్టూకొలతలను కనుగొనము. పటాలన్నీ 1 సెం.మీ గ్రిడ్ (వల) పై నిర్మించబడినవి.



2. నీ పరిసరాలలో క్రమకార వస్తువులను గుర్తించి వాని చుట్టూకొలతలను కనుగొనము

ఇతర క్రమకార ఆకృతులు లేదా ఇతర క్రమకార బహుభుజాలు

అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమానంగా గల జ్యామితీయ ఆకృతులను క్రమకార ఆకృతులంటారని గుర్తుకు తెచ్చుకోండి. చతురంగం, సమబాహు త్రిభుజాలు క్రమకార ఆకృతులకు కొన్ని ఉదాహరణలు. అయితే 5 భుజాలు, 6 భుజాలు గల క్రమకార ఆకృతులు ((క్రమకార బహుభుజాలు)) కూడా కలవు. ఇవి క్రమకార బహుభుజాలు కావున విటి భుజాలన్నీ సమానము. వీని భుజాల పొడవుల మొత్తమే వీని చుట్టుకొలత అవుతుంది.

$$\text{క్రమపంచభుజి (5 భుజాలు)} \text{ యొక్క చుట్టుకొలత} = 5 \times \text{భుజం పొడవు}$$

$$\text{క్రమపద్మజి (6 భుజాలు)} \text{ యొక్క చుట్టుకొలత} = 6 \times \text{భుజం పొడవు}$$

$$\text{క్రమ అష్టభుజి (8 భుజాలు)} \text{ యొక్క చుట్టుకొలత} = 8 \times \text{భుజం పొడవు} \text{ అని సమీకరించవచ్చు.}$$

ఇవి చేయండి

8 సెం.మీ. భుజంగా గల ఒక క్రమపంచభుజి యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనుము.

ఉదాహరణ 7 : 250 మీ. భుజం గల ఒక చతురప్రాకార పార్పు చుట్టు కంచెవేయటకు మీటరుకు ₹ 20 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును?

$$\begin{aligned} \text{సాధన : చతురప్రాకార పార్పు యొక్క చుట్టుకొలత} &= 4 \times \text{భుజం పొడవు} \\ &= 4 \times 250 = 1000 \text{ మీ.} \end{aligned}$$

$$1\text{ మీ. కంచెవేయటకు అయ్యే ఖర్చు} = ₹ 20$$

$$\text{మొత్తం అయ్యే ఖర్చు} = ₹ 1000 \times 20 = ₹ 20,000$$

ఉదాహరణ 8 : ఒక సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత 54 సెం.మీ అయిన దాని భుజమును కనుగొనుము

$$\begin{aligned} \text{సాధన : సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత} &= 3 \times \text{భుజం పొడవు} \\ \text{భుజం పొడవు} &= \frac{\text{చుట్టుకొలత}}{3} = \frac{54 \text{ సెం.మీ.}}{3} = 18 \text{ సెం.మీ.} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 9 : 24 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో ఈ క్రింది క్రమకార ఆకృతులను తయారుచేసిన ప్రతి వటం యొక్క భుజాన్ని కనుగొనుము?

i) సమబాహు త్రిభుజము

ii) చతురప్రము

iii) క్రమపద్మజి

సాధన :

i) సమబాహు త్రిభుజము యొక్క చుట్టుకొలత = $3 \times \text{భుజము పొడవు}$

$$\text{భుజం పొడవు} = \frac{24 \text{ సెం.మీ.}}{3} = 8 \text{ సెం.మీ.}$$

ii) చతురప్రము 4 భుజాలు గల క్రమబహుభుజి కనుక దీని చుట్టుకొలత = $4 \times \text{భుజం పొడవు}$

$$\frac{24 \text{ సెం.మీ.}}{4} = 6 \text{ సెం.మీ.}$$

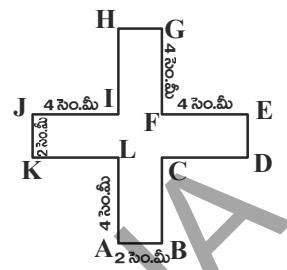
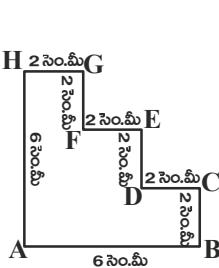
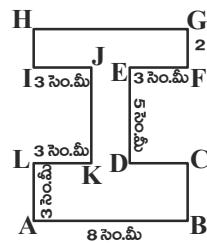
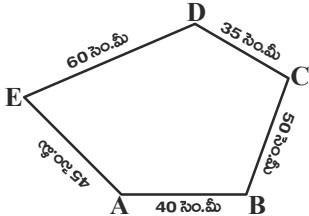
iii) క్రమపద్మజిలో 6 భుజాలుంటాయి. కనుక దీని చుట్టుకొలత = $6 \times \text{భుజం పొడవు}$

$$\text{భుజం పొడవు} = \frac{24 \text{ సెం.మీ.}}{6} = 4 \text{ సెం.మీ.}$$

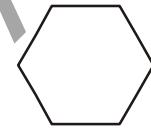
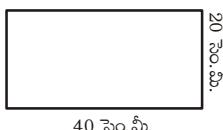
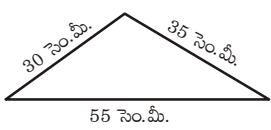


అభ్యాసము - 10.1

1. కింది ఆకారాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనడి?



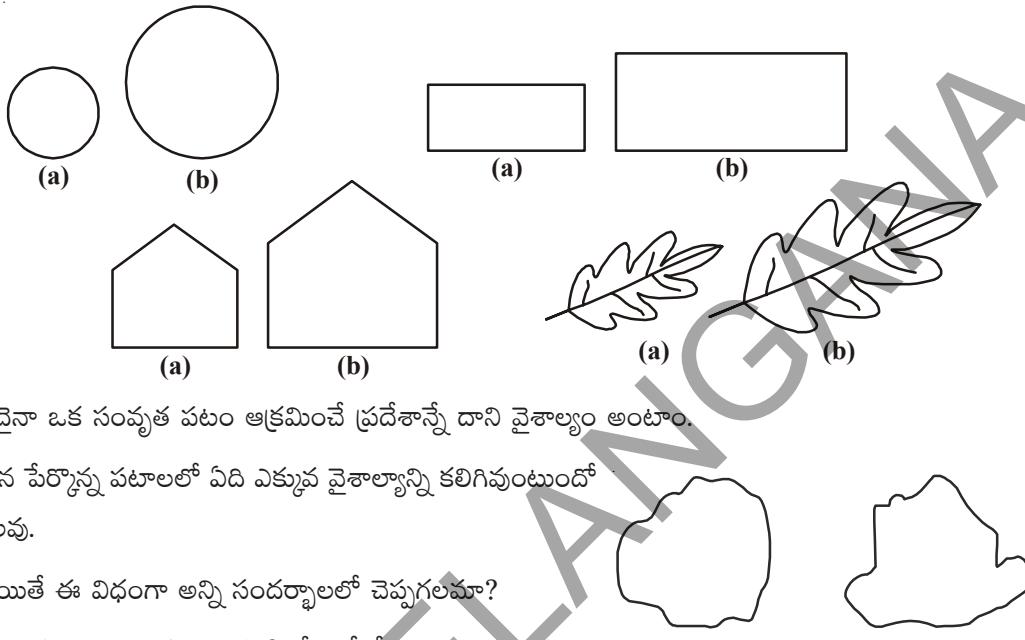
2. కింది పటాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనడి. ఈ పటాల చుట్టు తీగను అమర్ఖవలెనన్న 1 సెం.మీ తీగ ఖరీదు ₹ 15 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును.



3. 24 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో పొడవు, వెడల్పులు హూర్షసంఖ్యలుగా కల వేరువేరు కొలతలు గల దీర్ఘచతురప్రాలను ఎన్నింటిని నీవు చేయగలవు.
4. ఒక హూలచట్టం చతురప్రాకారంలో వుంది. దీని భుజం పొడవు 3.5 మీ దీని చుట్టు 4 వరుసలు తాడు చుట్టువలెనన్న మీటరు తాడు ఖరీదు ₹ 15 చొప్పున ఎంత ఖర్చు అగును.
5. 60 సెం.మీ పొడవు గల తీగతో ఈ క్రింది క్రమాకాలను ఏర్పరిచిన వాని భుజం పొడవును కనుగొనడి?
- సమబాహు త్రిభుజు
 - చతురస్రం
 - క్రమపద్ధతి
 - క్రమపంచభుజి
6. బంటి మరియు బట్టి ప్రటీరోజు ఉదయము జాగింగ్కు వెళుతారు. బంటి 80 మీ. భుజం గల చతురప్రాకార పార్కు చుట్టు పరుగిత్తుతాడు. బట్టి 90 మీ. పొడవు, 60 మీ. వెడల్పు గల దీర్ఘచతురప్రాకార పార్కు చుట్టు పరుగిత్తేంది. ఇద్దరూ 3 సార్లు పరుగితిన ఎక్కువ దూరము పరుగితిన వారు ఎవరు? ఎంత దూరము ఎక్కువ పరుగితారు.
7. ఒక దీర్ఘచతురస్రము యొక్క పొడవు దాని వెడల్పుకు రెండు రెట్లు వుంది. దీని చుట్టుకొలత 48 సెం.మీ అయిన దీర్ఘచతురస్రము యొక్క కొలతలను కనుగొనము?
8. ఒకత్రిభుజము యొక్క రెండు భుజాలు వరుసగా 12 సెం.మీ, 14 సెం.మీ మరియు దీని చుట్టుకొలత 36 సెం.మీ అయిన మూడవ భుజమును కనుగొనము?
9. ఈ క్రింది ఆకారాల చుట్టుకొలతలను కనుగొనము
- 3 సెం.మీ; 4 సెం.మీ; 5 సెం.మీ ల భుజాలు గల త్రిభుజం
 - భుజము 9 సెం.మీ లుగా గల సమబాహు త్రిభుజం
 - రెండు సమాన భుజాల పొడవు 8 సెం.మీ, మూడవ భుజం పొడవు 6 సెం.మీ లుగా గలిగిన సమద్విభాగాల త్రిభుజం

10.3 వైశాల్యము

క్రింది సంపృత పటాలను పరిశీలించ్చాం. ఇవన్నీ సమతలంపై కొంత ప్రదేశాన్ని ఆక్రమిస్తాయి. వీనిలో ఏది ఎక్కువ ప్రదేశమును ఆక్రమిస్తాయో నీవు చెప్పగలవా? పటాల జతలను పరిశీలించి, ఎక్కువ ప్రదేశమును ఆక్రమించే పటాన్ని (✓) మార్చుచే గుర్తించండి?



వీడైనా ఒక సంపృత పటం ఆక్రమించే ప్రదేశాన్ని దాని వైశాల్యం అంటాం.

పైన పేరొన్న పటాలలో ఏది ఎక్కువ వైశాల్యాన్ని కలిగివుంటుందో నీవు చెప్పగలవు.

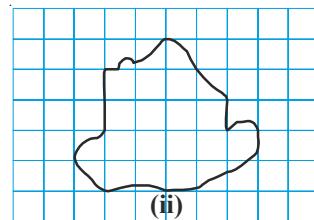
అయితే ఈ విధంగా అన్ని సందర్భాలలో చెప్పగలమా?

ఈ ప్రక్క పటాలను గమనించండి. వీనిలో దేని వైశాల్యము ఎక్కువ?

ఇది చెప్పటం సులభమేనా? దీనిని తెలుసుకొనుటకు ఒక గ్రాఫ్ పేపరును ఉపయోగించ్చాం.

గ్రాఫ్ పేపరులో 1 సెం.మీ \times 1 సెం.మీ కొలతలు గల చతురస్రాలుంటాయని మనకు తెలుసుకదా! ఈ గ్రాఫ్ పేపరుపై పై ఆకారాన్ని ఉంచి అంచు వెంబడి గీయండి.

ఒక ఆకారాన్ని, 1 సెం.మీ భుజం గల చతురస్రాలచే పూర్తిగా నింపడానికి ఎన్ని చతురస్రాలు అవసరమోతాయో ఆ సంఖ్యను ఆ ఆకారం యొక్క వైశాల్యం అంటామని మనకు తెలుసు.



అయితే ఈ ఆకారాలచే ఆక్రమించబడిన ప్రదేశాలను పరిశీలించిన వానిలో కొన్ని చతురస్రాలలో పూర్తి ప్రదేశము ఆకారం లోపలే వుంది. కొన్ని చతురస్రాలలో సగం ప్రదేశము, కొన్నింటిలో సగం కంటే ఎక్కువ మరికొన్నింటిలో సగం కంటే తక్కువ ప్రదేశం ఆకారం లోపల ఉంది. సౌలభ్యం కొరకు సగం కంటే తక్కువ ప్రదేశమున్న చతురస్రాలను లెక్కించకుండా వదలివేస్తాం. సగం కంటే ఎక్కువ ప్రదేశము ఆకారం లోపలే వుంటే వానిని పూర్తి చతురస్రాలుగా పరిగణించి లెక్కిస్తాం. సగం ప్రదేశం మాత్రమే ఆకారం లోపల ఉండే అలాంటి రెండు చతురస్రాలను కలిపి ఒక చతురస్రంగా లెక్కిస్తాం. ఇలా అంచనా వేయడం వలన సగం కన్నా తక్కువ ఉన్న చతురస్రాలను వదిలి వేయడం సగం కన్నా ఎక్కువ ఉన్న చతురస్రాలను పూర్తిగా గణనలోనికి తీసుకొనడం సరితూగినట్లవుతుంది.

ఈ విధంగా పటము (iii) లోని ఆకారము ఆక్రమించిన చతురస్రాలను లెక్కించి కింది పట్టికలో నింపుదాం.

	ఆక్రమించిన ప్రదేశము	వాటి సంఖ్య	వైశాల్యము చ.సె.మీలలో
i.	పూర్తి చతురస్రాలు	11	11
ii.	సగం ప్రదేశం మాత్రమే ఆక్రమించబడిన చతురస్రాలు	2	$2 \times \frac{1}{2}$
iii.	సగం కంటే ఎక్కువ ప్రదేశము ఆక్రమించబడిన చతురస్రాలు	8	8
iv.	సగం కంటే తక్కువ ప్రదేశము ఆక్రమించ బడిన చతురస్రాలు	3	0

$$\text{మొత్తం వైశాల్యము} = 11 + 2 \times \frac{1}{2} + 8 = 20 \text{ చ. సె.మీ}$$

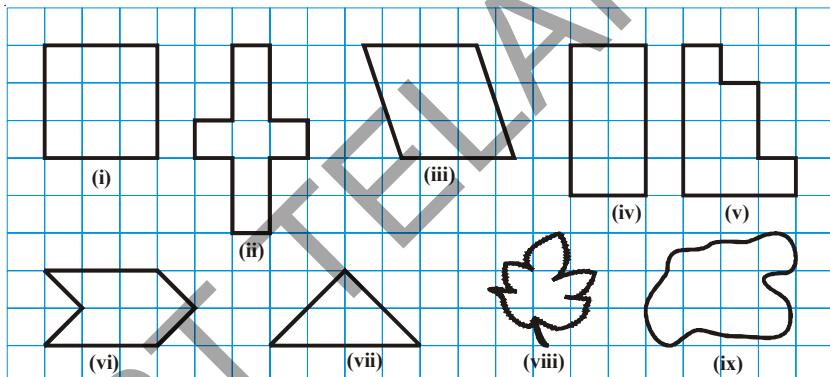
ఈ విధంగా ప్రతీ ఆకారం యొక్క వైశాల్యమునూ అంచనా వేయవచ్చు పటములో రెండవ ఆకారం యొక్క వైశాల్యమును ఇదే విధంగా లెక్కించి రెండింటిలో ఏది ఎక్కువ వైశాల్యము కలిగివుందో నిర్ణయించము

ప్రయత్నించండి

చతురస్ర గళ్ళను లెక్కించుట ద్వారా కింది పటాల వైశాల్యాలు కనుగొనుము?



ఒకొక్క గడి వైశాల్యము 1 చ.సె.మీ



ఇవి చేయండి

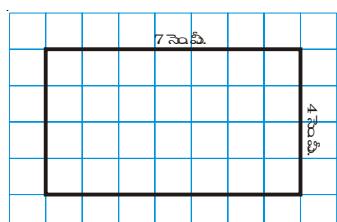
- ఆకులను, పూలరేకులను గళ్ళ కాగితం పై ఉంచి వాటి అంచుల వెంబడి గీచి వాని వైశాల్యములను కనుగొనుము?
- గ్రాఫ్ పేపరు పై రేఖల్లయ ఆకృతులను గీచి, ఆ ఆకృతులు ఆక్రమించిన చతురస్రాలను లెక్కించుట ద్వారా వాని వైశాల్యమును అంచనా వేయము.



10.3.1 దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము

గళ్ళ కాగితమును ఉపయోగించి పొడవు 7 సె.మీ, వెడల్పు 4 సె.మీ కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనగలమా?

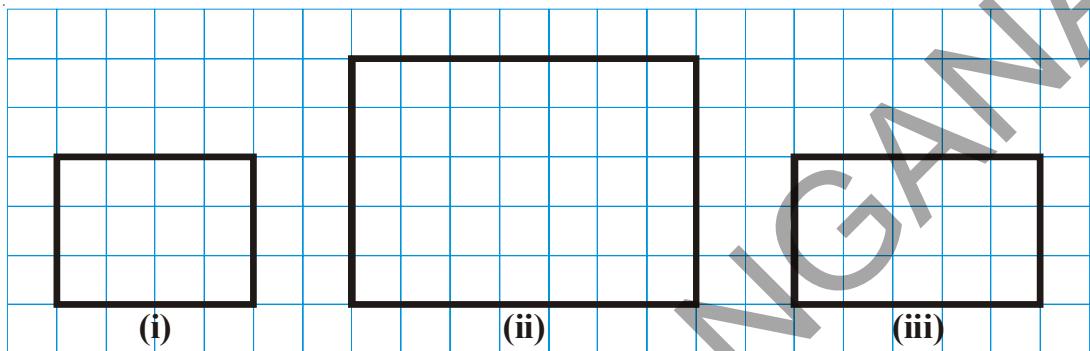
1 సె.మీ భజం గల చతురస్రాలను కలిగిన గళ్ళ కాగితము పై పై కొలతలూ ఒక దీర్ఘచతురస్రమును నిర్మించిన అది 28 గళ్ళను ఆక్రమించటం గమనించవచ్చు. కనుక ఈ దీర్ఘచతురస్రము వైశాల్యము = 28 చ.సె.మీ



పటమును పరిశీలించిన దీర్ఘచతురస్రము ఆక్రమించిన ప్రదేశములో వరుసకు 7 చతురస్రాలు చొప్పున 4 వరుసలు కలవు. కనుక మొత్తం చతురస్రాల (గళ్ళ) సంఖ్య = $7 \times 4 = 28$

ఇచ్చట 28ను దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వైశాల్యము. 7ను దీర్ఘచతురస్రము యొక్క పొడవు, 4ను దీర్ఘచతురస్రము యొక్క వెడల్పుగా గమనించవచ్చు.

కింది కొలతలలో దీర్ఘచతురస్రాలను గళ్ళ పేపరు (గ్రాఫ్ పేపరు) పై నిర్మించి అది ఆక్రమించిన గళ్ళను (చతురస్రాలను) లెక్కించుట ద్వారా దీర్ఘచతురస్రాల వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము మరియు దీర్ఘచతురస్రాల పొడవు, వెడల్పుల లబ్ధాన్ని కనుగొనుము. ఘలితాల నుంచి నీవేమి ఊహించగలవు.



క్ర.సంఖ్య	పొడవు	వెడల్పు	చదరాల సంఖ్య (వైశాల్యం)	$\text{పొడవు} \times \text{వెడల్పు}$ దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం
1.	4	3	12	$4 \times 3 = 12$ చ. సెం.మీ.
2.				
3.				

పై ఘలితాలు మరియు చర్చ నుంచి

$$\text{దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యము} = \text{పొడవు} \times \text{వెడల్పు} \text{ అని నిర్ధారించగలము.}$$

ఇప్పుడు మనము గ్రాఫ్ పేపరు (గళ్ళకాగితము) ఉపయోగించ కుండా దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం కనుగొందాం. ఉదాహరణకు పొడవు 6సెం.మీ, వెడల్పు 4 సెం.మీ కొలతలు గల దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యమును కనుగొందాం.

$$\text{దీర్ఘచతురస్ర వైశాల్యం} = \text{పొడవు} \times \text{వెడల్పు} = 6 \times 4 = 24 \text{ చ. సెం.మీ}$$

ప్రయుక్తించండి

ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన రెండు వేరువేరు దీర్ఘచతురస్రాలను గీయుము. వాని వైశాల్యాలను పోల్చుము అవి సమానమేనా? ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన రెండు వేరు వేరు చతురస్రాలను నీవు గీయగలవా?



ఇవి చేయండి

వైశాల్యం కనుగొనడి.



- నీ తరగతి గది యొక్క నేల.
- మీ ఇంటిలో ఒక తలుపు.
- నీ తరగతి గదిలో నల్లబల్ల.

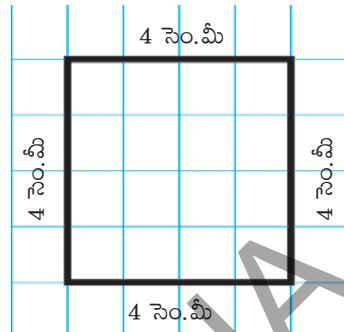
10.3.2 చతురస్ర వైశాల్యము

4 సెం.మీ భుజముగల ఒక చతురస్రాన్ని తీసుకుండాం. దీనిని గళ్ళకాగితముపై (గ్రాఫ్ పేపర్ పై)

పటములో చూపిన విధంగా అమర్చి పరిశీలిస్తే అది వరుసకు 4 గళ్ళ చొప్పున 4 వరుసలు అనగా మొత్తము 16 గళ్ళను ఆక్రమించినట్లుగా గమనించవచ్చు.

$$\text{కనుక దీని వైశాల్యము} = 16 \text{ చ.సెం.మీ} = 4 \times 4 \text{ చ.సెం.మీ}$$

ఈచ్చట చతురస్ర భుజము 4 గా గమనించగలరు. మరియు పొడవు, వెడల్పులు సమానంగా గల దీర్ఘచతురస్రమునే, చతురస్రమంటారని కూడా గమనించగలరు. ఈ ఫలితం నుండి చతురస్ర వైశాల్యానికి సూత్రమును ఊహించగలవా?



ప్రయుషించండి

చతురస్రాల భుజాల కొలతలు క్రింద ఇవ్వబడినాయి వానిని గ్రాఫ్ పేపర్ పై గేచి గళ్ళను లెక్కించుట ద్వారా వైశాల్యమును కనుగొనుము భుజము × భుజము యొక్క విలువను కనుగొనుము? ఈ ఫలితాల నుంచి నీవేమి ఊహించగలవు.



i) 4 సెం.మీ ii) 6 సెం.మీ iii) 2 సెం.మీ iv) 8 సెం.మీ

ఇ చర్చ మరియు ఫలితాల నుంచి

$$\begin{aligned} \text{చతురస్ర వైశాల్యము} &= \text{భుజము} \times \text{భుజము అని నిర్ధారించగలము.} \\ &= (\text{భుజము})^2 \end{aligned}$$

ఉండాహరణ 10 : 144 సెం.మీ, 100 సెం.మీ కొలతలు వరుసగా పొడవు, వెడల్పులుగా గల ప్రదేశాన్ని పొడవు 12

సెం.మీ, వెడల్పు 5 సెం.మీ గల టైల్స్ నే నింపవలనన్న ఎన్ని టైల్స్ కావలను?

సాధన : టైల్స్ నింపవలసిన ప్రదేశము యొక్క పొడవు = 144 సెం.మీ

వెడల్పు = 100 సెం.మీ

టైల్స్ నింపవలసిన ప్రదేశము యొక్క వైశాల్యము = 144 సెం.మీ × 100 సెం.మీ

$$= 14,400 \text{ చ. సెం.మీ}$$

ఒకొక్క టైల్ యొక్క పొడవు = 12 సెం.మీ

వెడల్పు = 5 సెం.మీ

ఒకొక్క టైల్ యొక్క వైశాల్యము = 12 సెం.మీ × 5 సెం.మీ

$$= 60 \text{ చ. సెం.మీ}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{కావలసిన టైల్స్ సంఖ్య} &= \frac{\text{టైల్స్ నింపవలసిన ప్రదేశ వైశాల్యం}}{\text{ఒక టైల్ వైశాల్యం}} = \frac{14400}{60} \\ &= 240 \text{ టైల్స్} \end{aligned}$$

ఉదాహరణ 11 : ఒక దీర్ఘచతురప్రము, ఒక చతురప్రము చుట్టూకొలతలు సమానము. దీర్ఘచతురప్రము యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 35 సె.మీ, మరియు 25 సె.మీ అయిన రెండింటిలో దేని వైశాల్యము ఎక్కువ? ఎంత ఎక్కువ?

సాధన :

దీర్ఘచతురప్రము యొక్క చుట్టూకొలత	= 2 (పొడవు+వెడల్పు)
	= 2 (35 + 25) = $2 \times 60 = 120$ సె.మీ
∴ కనుక చతురప్రము యొక్క చుట్టూకొలత	= 120 సె.మీ
చతురప్ర భుజము	= $\frac{120}{4} = 30$ సె.మీ
∴ చతురప్ర వైశాల్యము = (<భుజము>) ²	= (30) ² = 900 చ. సె.మీ
మరియు దీర్ఘ చతురప్ర వైశాల్యము	= పొడవు × వెడల్పు
	= $35 \times 25 = 875$ చ. సె.మీ

అనగా చతురప్ర వైశాల్యము, దీర్ఘచతురప్ర వైశాల్యం కంటే (900 - 875) చ. సె.మీ = 25 చ. సె.మీ ఎక్కువ.

ఉదాహరణ 12 : 4 మీ. పొడవు, 68 సెం.మీ.ల వెడల్పు గల ఒక దీర్ఘ చతురప్రము యొక్క వైశాల్యమును చ. సె.మీ.లలో కనుగొనుము?

సాధన :

దీర్ఘచతురప్రము యొక్క పొడవు	= 4 మీ. = 400 సెం.మీ
వెడల్పు	= 68 సెం.మీ.
దీర్ఘచతురప్ర వైశాల్యము	= పొడవు × వెడల్పు
	= 400×68
	= 27,200 చ.సె.మీ

ఉదాహరణ 13 : 40 మీ. పొడవు గల ఒక దీర్ఘచతురప్రము యొక్క వైశాల్యము 1,120 చ.మీ. అయిన దాని వెడల్పును కనుగొనుము?

సాధన :

దీర్ఘచతురప్రము పొడవు	= 40 మీ.
దీర్ఘచతురప్ర వైశాల్యము	= 1,120 చ.మీ
కానీ దీర్ఘచతురప్ర వైశాల్యము	= పొడవు × వెడల్పు
కావున వెడల్పు	= $\frac{\text{వైశాల్యం}}{\text{పొడవు}} = \frac{1120}{40} = 28$ మీ

ఉదాహరణ 14 : 5 మీ. పొడవు, 4 మీ.ల వెడల్పు గల స్థలములో 5 మొక్కల పాదులు తీయబడినాయి. మొక్కల పాదులన్నీ 1 మీ. భుజం గల చతురప్రాలైన మిగిలిన ప్రదేశం యొక్క వైశాల్యమును కనుగొనుము?

సాధన :

స్థలము యొక్క వైశాల్యము	= పొడవు × వెడల్పు
	= 5×4 చ.సె.మీ
	= 20 చ.సె.మీ
ఒకొక్క మొక్క పాద యొక్క వైశాల్యము	= $1 \times 1 = 1$ చ.సె.మీ.
5 మొక్కల పాదుల యొక్క మొత్తం వైశాల్యము	= 5 చ.సె.మీ.
మిగిలిన ప్రదేశము యొక్క వైశాల్యము	= $20 - 5 = 15$ చ.సె.మీ.



అభ్యాసము - 10.2

1. కీంది కొలతలు గల దీర్ఘచతురప్రాల వైశాల్యాలను కనుగొనుము?

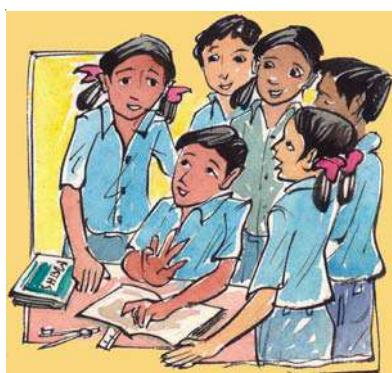
i) 50 సెం.మీ మరియు 20 సెం.మీ	ii) 65 మీ మరియు 45 మీ
iii) 25 సెం.మీ మరియు 16 సెం.మీ	iv) 7 కి.మీ మరియు 19 కి.మీ
2. కింది కొలతలు భుజాలుగా గల చతురప్రాల వైశాల్యమును కనుగొనుము?

i) 26 మీ	ii) 17 మీ	iii) 52 సెం.మీ.	iv) 8 సెం.మీ
----------	-----------	-----------------	--------------
3. ఒక దీర్ఘచతురప్రాకార పటము యొక్క వైశాల్యము 1,125 చ. సెం.మీ దాని వెడల్పు 25 సెం.మీ అయిన పొడవును కనుగొనుము?
4. ఒక దీర్ఘచతురప్రాకార పొలము యొక్క పొడవు 60 మీ మరియు దీని వెడల్పు, దీని పొడవలో సగము అయిన దాని వైశాల్యమును కనుగొనుము?
5. ఒక చతురప్రాకార కాగితము యొక్క చుట్టుకొలత 40 సెం.మీ. అయిన దీని భుజాన్ని మరియు వైశాల్యాన్ని కనుగొనుము?
6. ఒక దీర్ఘచతురప్రాకార ఫ్లాటు యొక్క వైశాల్యము 2400 చ.మీ. దీని పొడవు, వెడల్పునకు $1\frac{1}{2}$ రెట్లు ఉన్న ఫ్లాటు చుట్టుకొలతను కనుగొనుము?
7. ఒక గది యొక్క పొడవు, వెడల్పులు వరుసగా 6 మీ. మరియు 4 మీ. అయితే దీని నేలంతటికి కార్బో వరుషులకు కావలసిన కార్బో వైశాల్యం ఎంత? 1 చ.మీ. కార్బో ఖరీదు ₹ 240 హొప్పున ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?
8. ఒక చతురస్రం మరియు ఒక దీర్ఘచతురప్రాల చుట్టుకొలతలు సమానం. చతురస్రం యొక్క భుజం 72 మీ. మరియు దీర్ఘ చతురస్రం యొక్క పొడవు 80 మీ. అయిన దీని వైశాల్యం ఎక్కువ? ఎంత ఎక్కువ?
9. ఒక చతురస్రం యొక్క వైశాల్యం 49 చ. సెం.మీ. దీని చుట్టుకొలతలో సమానమైన చుట్టుకొలత గల దీర్ఘచతురస్రం యొక్క పొడవు 9.3 సెం.మీ. అయిన దీర్ఘచతురస్రం యొక్క వెడల్పు ఎంత? దీని వైశాల్యం ఎక్కువ?
10. రాహుల్క 400 మీ. \times 200 మీ. కొలతలు గల దీర్ఘచతురప్రాకార పొలం కలదు. ఇతని మిత్రుడు రాముకు 300 మీ. భుజంగా గల చతురప్రాకార పొలం కలదు. ఈ రెండింటి చుట్టు కంచె వేయుటకు మీటరుకు రు. 150 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును. 10 చ.మీ.ల ప్రదేశములో ఒక చెట్లను నాచిన ఎవరి పొలంలో ఎక్కువ చెట్లను నాటవచ్చు? ఎన్ని ఎక్కువ చెట్లను నాటవచ్చు?
11. ఒక దీర్ఘచతురప్రాకార నేల యొక్క పొడవు దాని వెడల్పు కంటే 20 మీ. ఎక్కువ. దాని చుట్టుకొలత 280 మీ. అయిన దాని పొడవు ఎంత?
12. 240 మీ. \times 200 మీ. కొలతలు గల దీర్ఘచతురప్రాకార స్థలమునకు కంచె వేయుటకు మీటరుకు ₹ 30 వంతున ఎంత ఖర్చు అగును?
13. 120 మీ. భుజంగా గల ఒక చతురప్రాకార పొలమును గడ్డి మైదానంగా మార్చుటకు చదరపు మీటరుకు ₹ 35 వంతున ఎంత ఖర్చు అవుతుంది?

14. ఈ కింది సందర్భాలలో దీర్ఘచతురప్రము యొక్క వైశాల్యం ఏ విధంగా మారుతుంది.
- పొడవు, వెడల్పులు రెండు రెట్లు అయిన
 - పొడవు 2 రెట్లు, వెడల్పు 3 రెట్లు అయిన
15. ఈ కింది సందర్భములలో చతురప్రము యొక్క వైశాల్యము ఏ విధంగా మారుతుంది.
- భుజము పొడవు రెట్లీంపు అయిన
 - భుజము పొడవు సగం అయిన

మనం నేర్చుకున్నది

- ఒక సంవృత పటం చుట్టూ దాని సరిహద్దు వెంట ఒకసారి తిరిగి రావడానికి ప్రయాణించవలసిన దూరమునే దాని చుట్టుకొలత అంటారు.
- i) దీర్ఘచతురప్రము యొక్క చుట్టుకొలత = $2 \times (\text{పొడవు} + \text{వెడల్పు})$
ii) చతురప్రము యొక్క చుట్టుకొలత = $4 \times \text{భుజం పొడవు}$
iii) సమబాహు త్రిభుజం యొక్క చుట్టుకొలత = $3 \times \text{భుజం పొడవు}$
- i) అన్ని భుజాలు, కోణాలు సమానంగా గల సంవృత పటాలను క్రమబహుభుజాలు అంటాము.
ii) ఒక క్రమబహుభుజి యొక్క చుట్టుకొలత, దాని భుజాల సంఖ్య మరియు భుజము యొక్క పొడవుల లబ్ధానికి సమానము.
- ఒక సంవృత పటము ఆక్రమించిన ప్రదేశమునే దాని వైశాల్యము అంటాము.
- గళ్ళ కాగితము లేదా గ్రాఫ్ పేపరును ఉపయోగించి ఒక సంవృత పటము యొక్క వైశాల్యమును అంచనావేయుటకు ఈ క్రింది పద్ధతులను ఉపయోగిస్తాము.
i) సగం కంటే తక్కువ భాగమున్న చతురప్రాలను వదలివేయుము.
ii) సగం కంటే ఎక్కువ భాగమున్న చతురప్రాలను పూర్తి చతురప్రాలుగా పరిగణించి లెక్కించుము.
iii) సగభాగం వున్న చతురప్రాల వైశాల్యమును $\frac{1}{2}$ చ.సెం.మీ గా భావించి ఇలాంటి రెండు చతురప్రాలను కలిపి ఒకటిగా లెక్కించుము.
- i) దీర్ఘచతురప్ర వైశాల్యము = పొడవు \times వెడల్పు
ii) చతురప్ర వైశాల్యము = భుజము \times భుజము
iii) ఒకే చుట్టుకొలతలు గల ఒక దీర్ఘచతురప్రసం, ఒక చతురప్రంలలో చతురప్ర వైశాల్యం ఎక్కువగా వుంటుంది.



నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము

11.1 ఉపోధాతం

నిత్యజీవితంలో మనం రాశులను వివిధ రకాలుగా పోలుస్తాము. మార్కెట్లో ఏ కూరగాయాలు తాజాగా ఉన్నాయి, వేటి ధర ఎక్కువగా ఉంది వంటి వ్యుదలగు విషయాలను పోల్చుకుంటాం. కొన్ని ఉదాహరణలను చూడాం.



ప్రతి రోజు సత్య మరియు మధుకర్ స్వార్లకు వెళ్లేముందు పాలు తాగుతారు. సత్య రెండు చెంచాల చక్కెరను ఒక కప్పు పాలకు కలుపగా, మధుకర్ ఒక చెంచా చక్కెరను ఒక కప్పు పాలకు కలిపారు.

ఎవరి కప్పులోని పాలు తియ్యగా ఉంటాయి? రుచిచూడకుండా మనం చెప్పగలమా?

శరద 3 చెంచాల చక్కెరను 2 కప్పుల పాలలో కలిపింది. ముగ్గురి కప్పుల లోని పాల తియ్యదనాన్ని పోల్చండి?

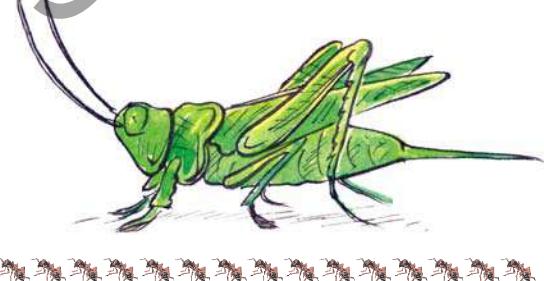


కింది నందర్భాన్ని పరిశీలించండి.

సిరి వద్ద 4 నోట్టపుస్తకాలు మరియు రవి వద్ద 16 నోట్టపుస్తకాలు ఉన్నాయి.

పోల్చుడానికి రవి వాటి సంబ్యుల్లోని తేడాలతో పోల్చితే, సిరి భాగహరం ద్వారా పోల్చింది. ఒక రాశి ఇంకాక రాశికన్నా ఎంత ఎక్కువ లేదా ఎంత తక్కువ అని పోల్చుడాన్ని వ్యవకలనంతో పోల్చుడం అంటాం. అలాగే ఒకరాశిమరొక రాశికి ఎన్ని రెట్లు ఎక్కువ లేదా ఎన్నిరెట్లు తక్కువ అని పోల్చుడమే భాగహరంతో పోల్చుడం అంటాం.

రాశులను వ్యవకలనంతో పోల్చుడం మరియు భాగహరంతో పోల్చుడానికి సంబంధించి మూడు సంఘటనలను ఉదహరించండి. మనం ఒక మిదుత మరియు ఒక చీమ పొడవులను పోల్చుడానికి వాటి పొడవుల తేడాను కనుకోవడం ద్వారా పోల్చుడం సాధ్యంకాదు. 4 లేదా 5 సెం.మీ. పొడవుండే మిదుతను, చాలా కొద్ది మి.మీ. పొడవుండే చీమ పొడవుతో పోల్చుడం సరికాదు. వాటి పొడవుల తేడా దాదాపు 4 సెం.మీ. మాత్రమే ఉంటుంది. ఇది వాటిమధ్య పెద్దతేడాను గుర్తింపజేయదు. దీనికన్నా ఒక చీమ వెనుక మరొక చీమను అమర్చడం ద్వారా ఎన్నిచీమల పొడవు మిదుత పొడవుకు సరిపోతుందో పోల్చువచ్చు.



ఇలా 15 సుంచి 20 చీమల పొడవు ఒక మిదుత పొడవుకు సమానమవుతుందని భావించవచ్చు.

మరొక ఉదాహరణను చూడండి.

ఒక కారు ధర ₹ 2,50,000 మరియు ఒక మోటరు బైక్ ధర ₹ 50,000 వాటి మధ్యగల తేడాను పోల్చుడం ద్వారా తేడా ₹ 2,00,000 అని చెప్పవచ్చు. ఈ తేడా ఎంత విస్తరణ కలిగివుందో అర్థం చేసుకోలేం. అదే భాగహారిక పోలిక

$$\text{ద్వారా అనగా } \frac{2,50,000}{50,000} = \frac{5}{1}$$

ప్రతి ఒక కారు ధరకు మనం 5 మోటరు బైక్లను కొనగలమని తెలుస్తుంది. ఈ విధంగా, కొన్ని సందర్భాల్లో భాగహారింతో పోల్చుడం అనే ప్రక్రియ వ్యవకలనంతో పోల్చుడం కన్నా మరింత అర్థవంతంగా వుంటుందని తెలుస్తోంది.

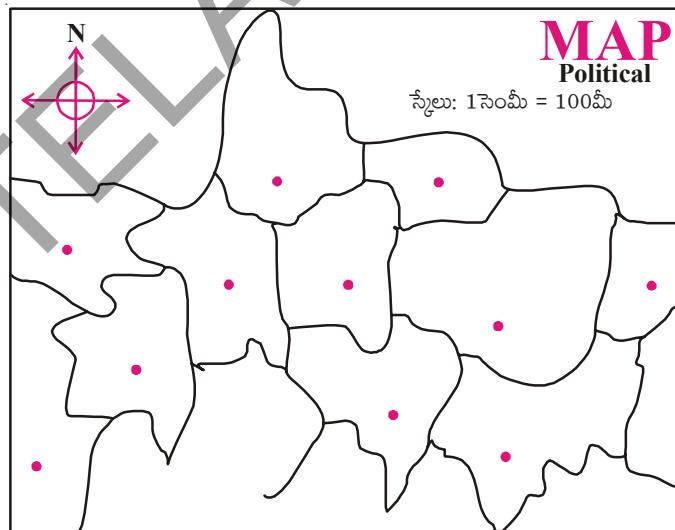
మరొక ఉదాహరణను చూద్దాం.

లత వయస్సు 3 సంాలు, కరీమ్ వయస్సు 18 సం॥. దీని నుండి కరీం, లత కన్నా 15 సంాలు పెద్ద అని తెలుస్తుంది. రహీమ్ వయస్సు 65 సంాలు, రేష్మ వయస్సు 50 సంాలు. వారి వయస్సుల తేడా రెండు సందర్భాల్లోనూ 15సం॥లే. లత, కరీమ్ల వయస్సుల తేడా 15 సంాలు అయినప్పటికీ ఈ రెంటినీ ఒకే రకంగా పోల్చులేం. దీనికన్నా, కరీం వయస్సు లత వయస్సుకు ఆరు రెట్లు అని చెప్పడం మేలు.

ఈ విధమైన భాగహారం ద్వారా పోల్చుటాన్నే నిష్పత్తి అంటాం. ఈ అధ్యాయంలో నిష్పత్తి గురించి వివరంగా తెలుసుకుండాం. ఇదే విధంగా పోల్చుటానికి మరొక ఉదాహరణని మ్యాప్‌ని తయారు చేయడం ద్వారా పరిశీలిద్దాం.

పట్టాన్ని చూడండి.

వాస్తవ దూరాలతో పోలిస్తే మ్యాప్ పై ప్రదేశాలు చాలా దగ్గరగా చూపబడినవి. పటంలో దూరానికి, ప్రదేశాల మద్ద వాస్తవ దూరానికి గల నంబంధాన్ని “స్క్యూలు” తెలియజేస్తుంది. ఉదాహరణకు పటంలో 1 సెం.మీ. దూరం 100 మీ.ల వాస్తవ దూరానికి సమానమయితే స్క్యూలు 1 సెం.మీ. = 100 మీ. అంటారు. అంటే పటంలో రెండు ప్రదేశాల మద్దదూరం వాస్తవంలో 10000 వ వంతు ఉంటుంది. అంటే పటంలో 5 సెం.మీ.గా చూపబడిన దూరం నిజానికి 500 మీ. ఉంటుంది. వ్యవకలన పోలిక ద్వారా చెప్పినట్టే వాస్తవ దూరం పటంలో దూరానికన్నా 499 మీ. 95 సెం.మీ. ఎక్కువ ఉంటుంది. కానీ వాస్తవ దూరం పటంలో దూరానికి 10,000 రెట్లు ఎక్కువ అని చెప్పడమే అర్థవంతంగా ఉంటుంది.



$$\text{కాబట్టి మొదటి ఉదాహరణలో రవి, సిరి, రవి వద్ద ఉన్న పుస్తకాల నిష్పత్తి} = \frac{16}{8} = \frac{2}{1} = 2 : 1$$

దీనిని 2 : 1 అని చదువుతాము.

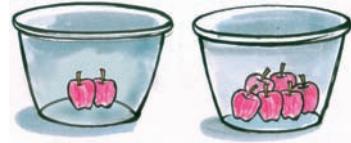
$$\text{పోలికలో వరుస మార్చిన, సిరి, రవి వద్ద ఉన్న పుస్తకాల నిష్పత్తి} = \frac{8}{16} = \frac{1}{2} = 1 : 2$$

రెండు రాశులను పోల్చినపుడు ఆ రాశుల క్రమాన్ని దృష్టియందుంచుకోవాలి.

ప్రయత్నించండి.



ఉదాహరణను పరిశీలించి పట్టికను నింపండి.



క్ర.సం.	మొదటి బుట్టలోని వస్తువులరాశి	రెండవ బుట్టలోని వస్తువులరాశి	పోలిక సత్యము ప్రవచనము	నిష్పత్తి	వరుసను మార్చట ద్వారా పోలిక	నిష్పత్తి
1.	2 ఆపిల్స్	6 ఆపిల్స్	మొదటి బుట్టలోని ఆపిల్స్ సంబ్యా, రెండవ బుట్టలోని ఆపిల్స్లో మూడవ వంతు ఉంటుంది.	1 : 3	రెండవ బుట్టలోని ఆపిల్స్ సంబ్యా, మొదటి బుట్టలోని ఆపిల్స్ సంబ్యాకు 3 రెట్లు	3 : 1
2.	500 గ్రా.ల రాగి	1000 గ్రా.ల ఇనుము				
3.	ఒక T ప్రైట్ వెల రూ 200	ఒక కోట్లు వెల రూ1000				

11.2 వివిధ ప్రమాణాలలో ఉన్న రాశులను పోల్చుట

ఒక చెట్టు పొడవు 13 మీ.

పటములో ఆ చెట్టు 26 సెం.మీ. గా చూపబడినది.

పటంలో ఆ చెట్టు పొడవు వాస్తవ పొడవుకు రెట్లింపు అనవచ్చా? అనకూడదని మనకు తెలుసు. చెట్టు పొడవు 13 మీ. అంటే $13 \times 100 = 1300$ సెం.మీ.

పటంలో పొడవు = 26 సెం.మీ.

$$\text{అంటే పటంలో ఎత్తుకి, వాస్తవ ఎత్తుకు గల నిష్పత్తి} = \frac{26}{1300} = \frac{1}{50}$$

అంటే వాస్తవ ఎత్తు పటంలో చూపబడిన ఎత్తుకు 50 రెట్లు ఉంటుంది.

అంటే “పోల్చబడే రాశులు ఎల్లప్పుడూ ఒకే ప్రమాణాలలో ఉండాలి”. సాధారణంగా రెండు రాశులు a, b లనిష్పత్తి a : b అని రాస్తారు. a, b ల నిష్పత్తి అని చదువుతారు.

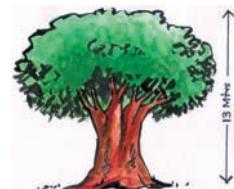
a : b లో a, b లను నిష్పత్తిలోని వదాలు అంటారు. a ని ప్రథమ పదమని (పూర్వ పదమ), b ని ద్వాతీయ పదమని (పర పదమ) అంటారు.

ఉదా 1 : రథు వద్ద 16 ఎరుగోళీలు, 4 నీలం రంగు గోళీలు కలవు. రథు వద్దనున్న ఎర్రని, నీలం రంగు గోళీల నిష్పత్తి ఎంత?

సాధన : ఎరుగోళీలు : నీలం గోళీలు = 16 : 4

$$= 4 : 1$$

ఎరుగోళీలు నీలం రంగు గోళీలకు నాలుగు రెట్లు.





అభ్యాసము - 11.1

1. పట్టికను నింపండి.

క్ర.సంఖ్య.	మొదటి పరిమాణము	రెండవ పరిమాణము	నిప్పుత్తి
i)			3 : 5
ii)			
iii)			
iv)			
v)			

2. పోల్చండి.

- a) నీలం గడుల సంఖ్య ఎర్ర గడుల సంఖ్యకు రెట్లు
- b) ఎర్ర గడుల సంఖ్య నీలం రంగు గడుల సంఖ్యలో వంతు.
- c) నీలం గడుల సంఖ్యకు, ఎర్ర గడుల సంఖ్యకు గల నిప్పుత్తి



3. కింది వాటిని సాధించండి.

- a) ఒక పాల వ్యాపారి ప్రతి లీటరు పాలకు 250 మీ.లీ. నీటిని కలుపును. అతను అమ్మే పాలలో నీటి, పాల నిప్పుత్తిని కనుగొనుము.
- b) సత్య తల్లి 4 కిలోల కండి పప్పును, 50గ్రా. మిరప పొడిని కొన్నది. మిరప పొడి, కండిపప్పు బరువుల నిప్పుత్తి ఎంత? కండిపప్పు, మిరపపొడి బరువుల నిప్పుత్తి ఎంత?
- c) రాణి తన ఇంటినుండి పారశాలకు 30 నిమిషాలలో నడవగలడు. అదే దూరాన్ని ఇస్కూయిల్ 1/2 గంటల్లో నడవగలడు. రాణి నడక సమయానికి, ఇస్కూయిల్ నడక సమయానికి గల నిప్పుత్తి ఎంత?

11.2 వివిధ సందర్భాలలో నిప్పుత్తి

ఆరవ తరగతి చదువుచున్న శ్లోక, మహేష్ లు సంచాయిక పొదుపు పథకంలో వరుసగా ₹ 50, ₹ 100 పొదుపు చేశారు. తరగతిలోని విద్యార్థులందరూ కలసి ₹ 2000 లను పొదుపు చేశారు. వారు పొదుపు చేసిన మొత్తాన్ని తరగతి మొత్తంతో పోల్చారు.

శ్లోక, మహేష్ పొదుపు చేసిన మొత్తాల నిప్పుత్తి = $50 : 100$

శ్లోక, తరగతి మొత్తం పొదుపుచేసిన మొత్తాల నిప్పుత్తి = $50 : 2000$

మహేష్, తరగతి మొత్తం పొదుపు చేసిన మొత్తాల నిప్పుత్తి = $100 : 2000$

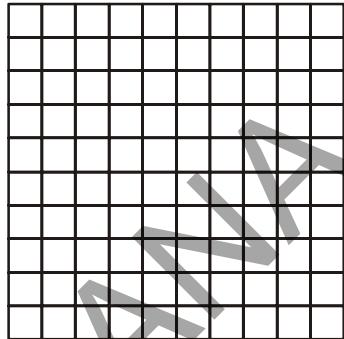
11.3 కృత్యము

ఒక గళ్ళ కాగితం తీసుకొనుము. ఒక పాచికను విసురుము. పాచిక ముఖంపై కనబడిన సంఖ్యకు నమాన సంఖ్యలో గళ్ళ కాగితంపై గళ్ళను నీకునచ్చిన రంగుతో నింపుము.



జప్పుదు నీ మిత్రునివంతు : నీ మిత్రుడు పాచిక విసరడం ద్వారా వచ్చిన సంఖ్యకు సమానమైన గడులను అతనికి నచ్చిన రంగుతో నింపాలి.

1. నీవు నింపిన గడుల సంఖ్యకు, నీ మిత్రుడు నింపిన గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
2. నీవు నింపిన గడుల సంఖ్యకు, మొత్తం రంగు నింపిన గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
3. నీ మిత్రుడు రంగునింపిన గడుల సంఖ్యకు, మొత్తం రంగు నింపబడిన గడుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
4. ఇంకనూ ఈ ఆటలో నిష్పత్తులు మిగిలియున్నవా? నీ మిత్రునితో చర్చించుము.



ప్రయుషించండి

ఇచ్చిన పటములో

- ఎ) రంగు చేయబడిన, రంగు చేయబడని భాగాలకు
- బి) రంగు చేయబడిన, మొత్తం భాగాలకు
- సి) రంగు చేయబడని, మొత్తం భాగాలకు గల నిష్పత్తులను కనుగొనండి.



11.4 విభిన్న సందర్భాలలోని సమాన నిష్పత్తులు

కింది వానిని గమనించండి.

- ఒక గది పొడవు 30మీ. మరియు వెడల్పు 20మీ. అయిన గది పొడవు, వెడల్పుల నిష్పత్తి $\frac{30}{20} = \frac{3}{2}$ అంటే 3 : 2
- ఒక విహార యాత్రలో 24 మంది బాలికలు, 16 మంది బాలురు పాల్గొన్నారు. బాలికలు, బాలుర నిష్పత్తి = $\frac{24}{16} = \frac{3}{2}$ అంటే 3 : 2
పై రెండు సందర్భాలలోనూ నిష్పత్తి 3 : 2 అవుతుంది.
- కావున 30 : 20 మరియు 24 : 16 అను నిష్పత్తులను కనిప్ప పదాలలో తెలిపిన 3 : 2 అవుతుంది. ఇవి సమాన లేదా తుల్య నిష్పత్తులు.
నిష్పత్తి 3 : 2 అయ్యే సందర్భాలకు మరికొన్ని ఉదాహరణలను చెప్పగలవా?
ఒక నిర్ధిష్ట నిష్పత్తికి అనుకూలమైన సందర్భాలను రాయడం తమాషాగా ఉంటుంది. 2 : 3 నిష్పత్తికి కింది రెండు ఉదాహరణలు ఈయబడ్డాయి. మీరు మరో మూడు ఉదాహరణలు రాయండి.
- ఒక బల్ల యొక్క వెడల్పు, పొడవుల నిష్పత్తి 2 : 3
- శీనా వద్ద 2 గోళీలు, ఆమె మిత్రురాలు షబ్దమ్ వద్ద 3 గోళీలకలవు. శీనా మరియు షబ్దమ్ వద్ద గల గోళీల నిష్పత్తి 2 : 3

ఉదా 2 : ఒక గణిత తరగతిలో 16 మంది బాలురు, 20 మంది బాలికలు కలరు. తరగతిలోని బాలుర సంఖ్యకు, బాలికల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తిని కనుగొని దానిని కనిష్ట పదాలలో తెల్పండి.

సాధన : అనిల్ ఈ సమస్యనే ఇలా సాధించాడు.

బాలుర సంఖ్యకు బాలికల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి = 16 : 20

$$= \frac{16}{20} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 5} = \frac{4}{5}$$

అనిల్ కనిష్ట పదాలలో తెల్పిన నిష్పత్తి = 4 : 5

ఒక నిష్పత్తిలోని పదాలకు 1 తప్ప మరే ఇతర ఉమ్మడి కారణంకములు లేనిచో ఆ నిష్పత్తి సూక్ష్మ రూపంలో లేదా కనిష్ట పదాలలో ఉంది అంటారు.

ప్రయత్నించండి.

1. కింది పట్టికలోని ఖాళీలను పూరించండి.

నిష్పత్తి	1:2	2:3	5:7	
నిష్పత్తికి 1రెట్లు	1:2			
2రెట్లు		4:6		
3 రెట్లు			15:21	
4 రెట్లు				12:16
5 రెట్లు				20:25



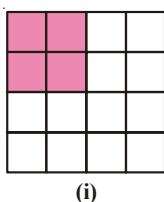
2. పట్టికను పూరించండి.

పూరించండి.	
రూ. 1 =	పైసలు
1000గ్రా. =	కి.గ్రా.
1 గంట =	నిమిషాలు
100 సె.మీ. =	మీటర్లు
1 నిమిషం =	సెకండ్లు
10 మి. మీ. =	సె.మీ.

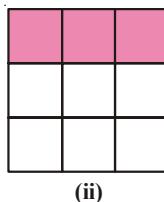
క్ర.సం.	మొదటి రాశి	రెండవ రాశి	నిష్పత్తి	కనిష్ట పదాలలో	గుర్తుంచుకోండి!
1.	20 పైసలు	₹. 1			బేస్ ప్రమాణాలలో ఉన్న రాశులను పోల్చుటమే నిష్పత్తి
2.	800 గ్రా.	1 కి.గ్రా.			
3.	1 గంట	30ని॥లు			
4.	2మీ.	125 సె.మీ.			
5.	3ని॥లు	45సె॥			
6.	30 మి.మీ.	1సె.మీ.			

బేస్ ప్రమాణాలలో ఉన్న రాశులను పోల్చుటమే నిష్పత్తి

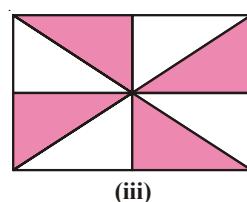
3. కింది పటంలో రంగు వేయబడిన, రంగువేయబడని, రంగువేయబడిన భాగాలకు గల నిష్పత్తిని కనిష్ట పదాలలో తెల్పండి.



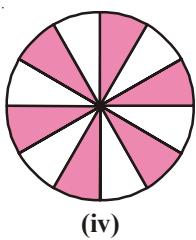
(i)



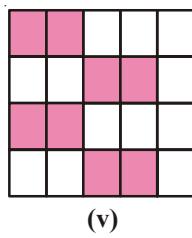
(ii)



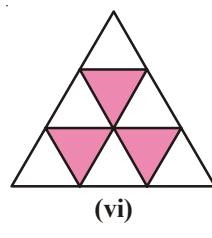
(iii)



(iv)



(v)



(vi)



అభ్యాసం - 11.2

- కింది వానిలో కనిష్ట పదాలలో ఉన్న నిప్పుత్తులు ఏవి? లేని వాటిని కనిష్ట పదాలలో తెల్పండి.
i) 2:3 ii) 16:20 iii) 5:6 iv) 20:60 v) 8:15 vi) 19:2
- ఒక సంచిలో 20 కిలోల బియ్యం మరొక సంచిలో 60 కిలోల గోధుమలు కలవు. అయిన బియ్యం మరియు గోధుమల బరువుల నిప్పుత్తి ఎంత? బియ్యం బరువుకు, బియ్యం, గోధుమల రెండింటి మొత్తం బరువుకు గల నిప్పుత్తిని కనుగొనండి.
- ఒక తరగతిలోని మొత్తం 32 మంది విద్యార్థులలో 12 మంది బాలికలు కలరు. అయిన
ఎ) తరగతిలోని బాలుర, బాలికల నిప్పుత్తి ఎంత?
బ) బాలుర సంఖ్యకు మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు గల నిప్పుత్తి ఎంత?
సి) బాలికల సంఖ్యకు, మొత్తం విద్యార్థుల సంఖ్యకు గలనిప్పుత్తి ఎంత?
- ఒక తత్తర్యుజిని గీయండి. దానిని కొన్ని సమాన భాగాలుగా విభజించండి. రంగు వేయబడిన భాగాలకు, రంగు వేయబడని భాగాలకు నిప్పుత్తి 1 : 3 ఉండునట్లుగా కొన్ని భాగాలకు రంగులు వేయండి.
ఇదేవిధంగా మరొ రెండు పటులను గీచి రంగులు వేయండి.
- ఆప్రూవ్ 2 లీటర్ల నూనెను, విజయ్ 500 మి.లీ. ల నూనెను తెచ్చేను. ఆప్రూవ్, విజయ్లు తెచ్చిన నూనెల నిప్పుత్తిని కనుగొనండి.
- ఆబ్రహమ్ 20 కి.గ్రా. మరియు ఆతని తండ్రి బరువు 60 కి.గ్రా. అయిన ఆబ్రహమ్ మరియు ఆతని తండ్రి బరువుల నిప్పుత్తిని కనుగొనండి. మరియు ఆ నిప్పుత్తిని కనిష్ట పదాలలో తెల్పండి.
- రాము తన వద్ద ఉన్న డబ్బులో $\frac{2}{5}$ ఒక కథల పుస్తకంపై ఖర్చుపెట్టేను. అయిన రాము ఖర్చు పెట్టిన డబ్బుకు మరియు మొదట ఆతని వద్ద గల డబ్బుకు గలనిప్పుత్తి ఎంత?

11.5 ఒకరాళిని ఇచ్చిన నిప్పుత్తిలో విభజించుట

ఉదా 3 : స్నిగ్ధ పుట్టిన రోజున ఆమె తండ్రి ఒక పూల గుత్తిని తెచ్చేను. దానిలోని మొత్తం 18 పూలలో ఎరువు రంగు, పసుపు రంగు పూలకు గలనిప్పుత్తి 1 : 2 అయిన ఎరువురంగు, పసుపు రంగు పూల సంఖ్యను కనుగొనండి.

సాధన : ఎరువు రంగు పూలకు, పసుపు రంగు పూలకు గల నిప్పుత్తి = 1 : 2

$$\text{నిప్పుత్తిలోని భాగాల మొత్తం} = 1 + 2 = 3$$

$$\text{మొత్తం పూల సంఖ్య} = 18$$

$$3 \text{ భాగాలు} = 18 \text{ పూలు}$$

$$\text{ఒక్కాక్కు భాగం} = 18/3 = 6 \text{ పూలు}$$

$$\text{ఎరువు రంగు పూలు} = 1 \text{ భాగం} = 1 \times 6 = 6 \text{ పూలు}$$

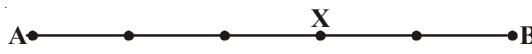
$$\text{పసుపు రంగు పూలు} = 2 \text{ భాగాలు} = 2 \times 6 = 12 \text{ పూలు}$$

ఉదా 4 : ఒక స్వర్ణకారుడు ఆభరణాల తయారీలో బంగారాన్ని, రాగిని 7 : 2 నిష్పత్తిలో కలుపుతాడు. ఒక ఆభరణం బరువు 45 గ్రా. అయిన దానిలోని బంగారం, రాగిల బరువులను కనుగొనండి.

సాధన :

ఆభరణంలోని బంగారం, రాగిల నిష్పత్తి	= 7 : 2
నిష్పత్తిలోని పదాల మొత్తం	= $7+2 = 9$
9 భాగాల బరువు	= 45 గ్రా.
1 భాగం బరువు	= $45 \div 9 = 5$ గ్రా.
బంగారం బరువు	= $7 \text{ భాగాలు} = 7 \times 5 = 35$ గ్రా.
రాగి బరువు	= $2 \text{ భాగాలు} = 2 \times 5 = 10$ గ్రా.

ఉదా 5 : రేఖా ఖండం AB , 5 సమాన భాగాలుగా విభజించబడినది.



ఎ) రేఖా ఖండం AB ని X విభజించు నిష్పత్తిని కనుగొనుము.

బి) AB పొడవు 15 సెం.మీ. అయిన AX మరియు XB ల పొడవులెంతం?

సాధన : రేఖా ఖండం AB ను X విభజించు నిష్పత్తి = 3 : 2

$$\text{మొత్తం భాగాల సంఖ్య} = 3 + 2 = 5$$

$$\text{AB పొడవు} = 15 \text{ సెం.మీ.}$$

$$5 \text{ భాగాలు} = 15 \text{ సెం.మీ.}$$

$$\text{ఒక్క భాగం పొడవు} = \frac{15}{5} = 3 \text{ సెం.మీ.}$$

$$AX \text{ పొడవు} = 3 \text{ భాగాలు} = 3 \times 3 = 9 \text{ సెం.మీ.}$$

$$XB \text{ పొడవు} = 2 \text{ భాగాలు} = 2 \times 3 = 6 \text{ సెం.మీ.}$$

ఉదా 6 : హరి మరియు తేజ కొంత సామ్యను లాటరీలో గెలిచారు. వారు దానిని 5:3 నిష్పత్తిలో పంచుకొనగా తేజకు రూ. 150 లు వచ్చినవి. అయిన హరికి వచ్చు వాటా ఎంత? గెలిచిన మొత్తం ఎంత?

సాధన : హరి మరియు తేజలు పంచుకొనిన నిష్పత్తి = 5 : 3

$$\text{తేజ వాటా} = 3 \text{ భాగాలు}$$

$$= ₹ 150$$

$$= \frac{150}{3} = ₹ 50$$

$$= 5 \text{ భాగాలు} = 5 \times 50 = ₹ 250$$

$$= 250 + 150 = ₹ 400$$

ప్రయోగించండి

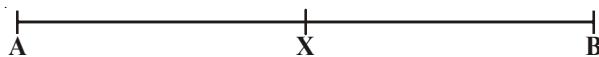
వలుపు, తెలుపు పలకలను 2:5 నిష్పత్తిలో తీసుకొని ఒక అమరిక చేయండి. చాలా రకాల అమరికలు ఉంటాయని తెలుసుకోండి.



అభ్యాసం - 11.3

- ఒకసంచిలోని 25 గోళీలను రాహుల్ మరియు కిరణ్ లు 2 : 3 నిష్పత్తిలో పంచుకొనెను. అయిన
 - కిరణ్ కు వచ్చు గోళీలన్నీ?
 - రాహుల్కి వచ్చు గోళీలు ఎన్ని?
- రేఖా ఖండము AB పొడవు 14 సెం.మీ. AB పై ఒక బిందువు X, \overline{AB} ను 3:4 నిష్పత్తిలో విభజించిన AX మరియు XB పొడవులను కనుగొనండి.

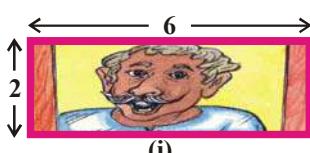
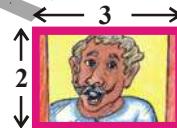
- గీత మరియు లక్ష్మీ ఒక అటలో ₹ 1050 ను గెలుచుకొన్నారు. వారు ఆ మొత్తాన్ని 3:4 నిపుణిలో పంచుకొన దలచిన ఒక్కాక్కరికి వచ్చు సామ్యంత?
- ₹ 3600 ను సత్య మరియు విష్ణులకు 3 : 5 నిపుణిలో పంచిన ఒక్కాక్కరి వాటా ఎంత?
- రెండు సంఖ్యల మొత్తం 132 మరియు వాని నిపుణి 5:6 అయిన ఆసంఖ్యలేవి?
- క్రింది పటములో X బిందువు AB ను విభజించు నిపుణిని అంచనావేయండి. వాస్తవంగా కొలిచి చూడండి.
మీ సమాధానమును సరిచూడండి.



- ఒక ఉద్యోగి రాబడి మరియు పొదుపుల నిపుణి 11:2 ఉద్యోగి ఖర్చు ₹ 5346 అయిన అతని రాబడి, పొదుపులెంత?

11.6 అనుపాతము

క్రింది బొమ్మలను చూడండి. వాటి ఆకారాలలోని మార్పును మీరు గమనించండి?



పైన బొమ్మలలో మీరు గమనించిన మార్పులు ఏమి? 1, 2 పటాలు ఆకారాలలో మార్పులు పొందినవి. కానీ 3 వ పటం “అనలు” తో పోల్చితే పెద్దదిగా మాత్రమే చేయబడినది. కానీ ఆకారంలో మార్పులేదు. ఎందుకంటే పరిమాణంలో మార్పు కలిగి ఆకారంలో మార్పును పొందక పోవడమే.

మూడు పటాల పొదవు, వెడల్పుల నిపుణులను కనుగొని చూద్దాం.

అసలు పటంలో పొదవు, వెడల్పుల నిపుణి = 3 : 2

మొదటిపటంలో పొదవు, వెడల్పుల నిపుణి = 6:2 అంటే కనిపు పదాలలో 3 : 1

రెండవ పటంలో పొదవు, వెడల్పుల నిపుణి = 3 : 4

మూడవ పటంలో పొదవు మరియు వెడల్పుల నిపుణి = 6:4 కనిపు పదాలలో 3:2. ఈ నిపుణి అసలు పటంలో నిపుణికి సమానం.

కనుక మూడవ పటం మొదటి పటానికి అనుపాతంలో ఉంది అని చెప్పవచ్చు. అంటే నిపుణుల సమానత్వాన్ని అనుపాతము చెప్పాం.

సాధారణంగా రెండు పదాలు 'a', 'b' లనిపుణి 'c', 'd' లనిపుణికి సమానమైతే 'a', 'b', 'c', 'd' లు అనుపాతంలో ఉన్నాయని అంటాం. దీనిని $a:b :: c:d \text{ గా రాశ్శాం}$.

క్రింది ఉదాహరణను గమనించండి.

భావిక వద్ద 28 గోళీలు, వినీల వద్ద 180 పూలు కలవు. వారు వీటిని పంచుకొన్నారు. భావిక 14 గోళీలను వినీలకి ఇచ్చింది. వినీల తనవద్ద ఉన్న 180 పూలలలో 90 పూలను భావికకు ఇచ్చింది. కానీ ఇలా పంచుకోవటం ద్వారా తనకు సరిద్దొన న్యాయం లభించలేదని వినీల అనుకోంది. భావిక తనకు తక్కువ గోళీలను ఇచ్చిందని వినీల అనుకోంది.

నీ అభిప్రాయం ఏమిటి?

వినీల ఆలోచన సరియేనా? వినీల మరియు భావికలు పరిష్కారం కోసం వినీల అమ్మ పూజను అడిగారు.

పూజ ఇలా వివరించింది.

భావిక తన వద్ద ఉన్న 28 గోళీలలో 14 గోళీలను వినీలకి ఇచ్చింది.

కావున గోళీలనిప్పుత్తి $14:28 = 1:2$

మరియు వినీల తన వద్ద ఉన్న 180 పూలలో 90 పూలను భావికకు ఇచ్చింది. కావున పూల నిప్పుత్తి $90 : 180 = 1:2$

రెండు నిప్పుత్తులు సమానం కావున పంచుకొనుటలో అన్యాయమేమీ లేదు. మీరు పూజ వివరణతో ఏకీభవిస్తారా? ఆలోచించండి!

ఉదా 7: రాజు వద్ద ₹ 12 మరియు భరత్ వద్ద ₹ 18 కలవు. వారు కలసి మొత్తం డబ్బుతో 20 పెన్నిళ్ళను కొనితెచ్చారు.

- భరత్ ఇద్దరికి చెరి 10 పెన్నిళ్ళ అన్నాడు.
- రాజు తనకు 8, భరత్కు 12 పెన్నిళ్ళ అన్నారు.

ఎవరి లెక్క సరియైనది? వివరించండి.

సాధన : రాజు, మరియు భరతీల డబ్బుల నిప్పుత్తి

$$\begin{aligned}
 &= 12 \div 18 \\
 &= 12 \div 6 : 18 \div 6 \\
 &= 2 : 3 \\
 &= 10 : 10 \\
 &= 10 \div 10 : 10 \div 10 \\
 &= 1 : 1
 \end{aligned}$$

పెన్నిళ్ళను సమాన నిప్పుత్తిలో పంచుకొంటే అది డబ్బుల నిప్పుత్తికి అనుపాతంలో లేదు.

$$\begin{aligned}
 \text{i) భరత్ ప్రకారం పెన్నిళ్ళ నిప్పుత్తి} &= 8 : 12 \\
 &= 8 \div 4 : 12 \div 4 && (\text{గ.సా.భా} = 4) \\
 &= 2 : 3
 \end{aligned}$$

సరియైన పంచకం జరగాలంటే డబ్బుల నిప్పుత్తి, పెన్నిళ్ళ నిప్పుత్తికి సమానం కావాలి. అంటే రాజు వివరణ సరియైనది. రాజుకు 8 పెన్నిళ్ళ, భరత్కు 12 పెన్నిళ్ళ రావడం సరియైనది.

శ్రయిస్తుంచండి.

5 గడులు కలిగిన గళ్ళ కాగితం తీసుకోండి.

--	--	--	--

3 గళ్ళకు ఎరువురంగు, 2 గళ్ళకు పచ్చరంగును వేయండి.

--	--	--	--

దీనికి అనుపాతంలో ఉండునట్లు 10గళ్ల, 15 గళ్ల గల కాగితంలో ఎరుపు, పచ్చ రంగులతో నింపండి.

11.7 ఏకవస్తు మార్గము

రవి 3 కిలోల టమాటాలు కొండామనుకొన్నాడు. ఒక వ్యాపారి ₹ 40 కి 5 కిలోలని చెప్పగా మరొక వ్యాపారి 6 కిలోలు ₹ 42 చెప్పాడు.

రవి ఎవరి వద్ద కొనాలి? మొదటి వ్యాపారి వద్దనుండా? రెండవ వ్యాపారి వద్దనుండా?

3 కిలోలకు చెల్లించవలసిన మొత్తం ఎంత?

శ్రీదేవి, రవి సమస్యకు ఇలా సలహోజుచ్చింది. ఒక కిలో ధరను పోల్చుమంది.

మొదటి వ్యాపారి వద్ద 1 కిలో టమాటాలు వెల = ₹ 40 ÷ 5 = ₹ 8

రెండవ వ్యాపారి వద్ద 1 కిలో టమాటాల వెల = ₹ 42 ÷ 6 = ₹ 7

రెండవ వ్యాపారి నుండి టమాటాలు కొనమని ఆమె సలహో ఇచ్చింది. మీరు ఆమె అభిప్రాయంతో ఏకీభవిస్తారా?

రెండవ వ్యాపారి వద్ద 3 కిలోల టమాటాల వెల = ₹ 7 × 3 = ₹ 21

ఈ విధంగా ముందుగా ఒక యూనిట్ విలువ కనుగొని కావలసినన్ని యూనిట్లు విలువను కనుగొనే పద్ధతిని ఏకవస్తుమార్గం అంటారు.

ఉదా 8 : 12 పెన్నిళ్ళ ధర ₹ 24 అయిన 10 పెన్నిళ్ళ ధర ఎంత?

సాధన : మొదటగా 1 పెన్నిల్ ధరను కనుగొనాలి.

$$12 \text{ పెన్నిళ్ళ ధర} = ₹ 24$$

$$1 \text{ పెన్నిల్ ధర} = 24 \div 12 = ₹ 2$$

$$10 \text{ పెన్నిల్ ధర} = 10 \times 2 = ₹ 20$$

ఉదా 2 : 6 సీసాల పండ్ల రసం ₹ 210 అయిన 4 సీసాల పండ్ల రసం వెల ఎంత?

సాధన : 6 సీసాల పండ్ల రసం వెల = ₹ 210

$$1 \text{ సీసా పండ్ల రసం వెల} = 210 \div 6 = ₹ 35$$

4 సీసాల పండ్ల రసం వెలను పొందుటకు 1 సీసా వెలను 4 చే గుణించాలి.

$$\text{కావున } 4 \text{ సీసాల పండ్ల రసం వెల} = 4 \times 35 = ₹ 140$$



అభ్యర్థం - 11.4

- 3 ఆపిల్స్ ధర ₹ 45 అయిన 5 యాపిల్స్ వెల ఎంత?
- లక్ష్మీ 7 పుస్తకాలకు ₹ 56 చెల్లించెను. కేవలం 3 పుస్తకాలకు ఎంత చెల్లించాలి?
- రీనా 300 గ్రా. బియ్యముతో నలుగురికి సరిపడా పలావు వండగలదు. 7 మందికి సరిపడా పలావ్ వండుటకు అవసరమైన బియ్యం ఎన్ని?
- 16 కుర్బీల ధర ₹ 3600 అయిన ₹ 4500 కు కొనగల్లిన కుర్బీల సంఖ్య ఎంత?
- స్థిర వేగంతో ప్రయాణిస్తున్న ఒక దైలుబండి 2 గంటలలో 90 కి.మీ. దూరం ప్రయాణించగలదు. అదే వేగంతో 540 కి.మీ. ప్రయాణించుటకు పట్టు సమయమెంత?

6. కుమార్ ఆదాయము 3 నెలలకు ₹ 15000. ఇదే విధంగా అతని నెలసరి ఆదాయం మారకుండా ఉంటే,
 ఎ) 5 నెలలకు వచ్చు ఆదాయమెంత?
 బి) ₹ 95,000 లను ఎన్ని నెలలకు సంపాదించగలడు?
7. 7 మీటర్ల వస్తుం వెల రూ. 294 చొప్పున 5 మీటర్ల ధర ఎంత?
8. ఒక రైతు వద్ద గల గొణ్ణెలు, ఆవుల నిష్పత్తి 8:3
 ఎ) ఆవుల సంఖ్య 180 అయినప్పుడు గొణ్ణెల సంఖ్య ఎంత?
 బి) గొర్రెల సంఖ్యకు మొత్తం పశువుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
 సి) మొత్తం పశువుల సంఖ్యకు, ఆవుల సంఖ్యకు గల నిష్పత్తి ఎంత?
9. 3, 5, 15 మరియు 9 లు అనుపాతంలో ఉన్నవా? ఏటి వరసను మార్చి అనుపాతంలో ఉండేట్లు వీలైనన్ని విధాలుగా రాయండి.
10. గడిచిన 30 రోజులలో ఉష్ణోగ్రతలు 15°C మేర పడిపోయినది. ఇదే విధంగా తగ్గుళూ పోయన రాబోయే 10 రోజులలో ఎంతమేరకు ఉష్ణోగ్రత తగ్గుతుంది?
11. భారీలను పూరించండి.

$$\frac{15}{18} = \frac{\square}{6} = \frac{10}{\square} = \frac{\square}{30}$$

12. ఎ) వెడల్పు మరియు పొదవుల నిష్పత్తి 2:5 అని ఈయబడినది. క్రింది పట్టికను పూరించండి.
- | | | | |
|--------------------|----|----|----|
| గదివెడల్పు(మీ.లలో) | 10 | ? | 40 |
| గది పొదవు (మీ.లలో) | 25 | 50 | ? |
- బి) మీ తరగతి గది పొదవు వెడల్పుల నిష్పత్తిని కనుగొనండి.
13. గీత నెలకు ₹ 12000 సంపాదించును. దానిలో ₹ 3000 లను పొదుపు చేసిన
 ఎ) ఖర్చు, పొదుపు బి) పొదుపు, సంపాదన సి) ఖర్చు, సంపాదనల నిష్పత్తులు కనుగొనండి.
14. ఒక కార్యాలయంలో పనిచేయుచున్న 45 మందిలో 25 మంది స్త్రీలు, మిగిలిన వారు పురుషులు అయిన
 ఎ) ఆ కార్యాలయంలోని స్త్రీలు, పురుషుల నిష్పత్తి ఎంత?
 బి) పురుషుల సంఖ్యకు, స్త్రీల సంఖ్యకుగల నిష్పత్తి ఎంత?
15. ఒక సంచిలో కొన్ని పసుపు రంగు మిటాయిలు, కొన్ని ఆకుపచ్చరంగు మిటాయిలు కలవు. ప్రతి రెండు పసుపు రంగు మిటాయిలకు 6 ఆకుపచ్చని రంగు మిటాయిలు కలవు. ఈ సమాచారం ఆధారంగా పట్టికను నింపండి.

పసుపు		4	6		
ఆకుపచ్చ	6	12		24	
మొత్తం	8		24		40

కింది ప్రశ్నలకు సమాధానాలు తెల్పండి.

- ఆకుపచ్చ, పసుపురంగు మించాయిల నిష్పత్తి ఎంత?
 - పసుపు రంగు మించాయిల సంఖ్య 8 అయినప్పుడు ఆకుపచ్చ మించాయిల సంఖ్యాఏంత?
 - మొత్తం మించాయిల సంఖ్య 32 అయినప్పుడు పసుపురంగు మించాయిల సంఖ్యా ఎంత?
 - మొత్తం మించాయిల సంఖ్య 40 అయినప్పుడు ఆకుపచ్చ మించాయిల సంఖ్యాఏంత?
 - పసుపు రంగు మించాయిల సంఖ్య 16 అయినప్పుడు మొత్తం మించాయిల సంఖ్యా ఎంత?
16. ఒక పారశాలలో చెప్పటిన సర్వేలో ప్రతి 4 మంది బాలికలకు 5 మంది బాలురు నమోదు అయినట్లుగా తెలిసింది.
దీనినాథారంగా పట్టికను నింపండి.

బాలికలు	4	8			
బాలురు			15	20	
మొత్తం					45

- బాలికల మరియు బాలుర నిష్పత్తి ఎంత?
- తరగతిలోని విద్యార్థుల సంఖ్య 27 అయిన బాలికల సంఖ్యాఏంత?
- 54 మంది విద్యార్థులు గల తరగతిలో బాలుర సంఖ్యా ఎంత?
- 20 మంది బాలికలు నమోదు అయిన నమోదు కాబడిన బాలుర సంఖ్యాఏంత?

మనం నేర్చుకున్నది

- ఒకే ప్రమాణాలలో వ్యక్తపరచబడిన రాశుల పోలికలను నిష్పత్తి అంటాం.
- రెండు రాశులు 'a', 'b' ల నిష్పత్తిని ఈ క్రింది విధంగా చూపవచ్చు.
 - సంకేత రూపంలో $a : b$
 - భాగహార రూపంలో $\frac{a}{b}$
 - వాక్యరూపంలో a, b ల నిష్పత్తి
- $a : b$ నిష్పత్తిలో 'a' ను నిష్పత్తి ప్రథమ పదమని 'b' ని నిష్పత్తి యొక్క ద్వితీయ పదమని అంటారు.
- నిష్పత్తిలోని పదాలకు 1 తప్ప వేరే ఉమ్మడి కారణాంకం లేనివో ఆ నిష్పత్తి కనిష్ట పదాలలో ఉంది లేదా సామాన్య రూపంలో ఉంది అని అంటారు.
- నిష్పత్తుల సమానత్వాన్ని అనుపాతం అంటారు.
- ఒక రాశి విలువను కనుగొని దాని ద్వారా కావలసినన్ని రాశుల విలువను కనుగొను విధానాన్ని ఏకవస్తు మార్గం అంటారు.



సౌష్టవం

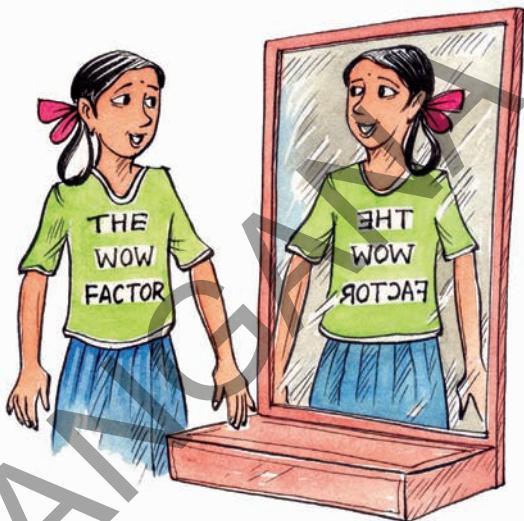
12.1 ఉపోధాతము

శిరీష ఎగ్జిబిషన్స్‌కు వెళ్లడానికి అద్దం ముందు నిలబడి తయారవుతోంది. అమె తన టీ పర్ట్ పై వున్న వాక్యం అద్దంలో ఆసక్తి కరంగా వుండడాన్ని గమనించింది.

అమె టీ పర్ట్ పై రాసి వున్న మూడు పదాలు "THE WOW FACTOR" లలో కేవలం "WOW" అనేది మాత్రమే అద్దంలో పుర్క పై ఉన్న విధంగా కనిపిస్తోంది.

అమె తనవద్దనున్న అక్షరాల కార్బూలను బయటకు తీసి వాటిలో ఏ అక్షరాలకు అద్దంలో అదే ప్రతిబింబముంటుందో నని పరీక్షించడం మొదలుపెట్టింది.

శిరీష ఇలా అద్దం ముందు వివిధ అక్షరాల నుంచి వాటి ప్రతిబింబాలను చూస్తూ ఆడుకోసాగింది.



C | C | A | A | E | E

ఇవి చేయండి

క్రింద ఇచ్చిన ప్రతీ అక్షరాన్ని వాటి అద్దంలోని ప్రతిబింబంతో జతపరచండి. చుక్కల గీత అద్దం ఉంచిన స్థానాన్ని సూచిస్తుంది.



అక్షరం

ప్రతిబింబం

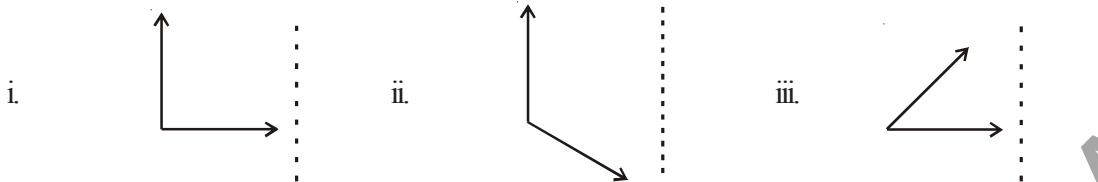
- | | | |
|------|---|---|
| i. | B | బ |
| ii. | L | బ |
| iii. | N | మ |
| iv. | M | ి |
| v. | P | త |
| vi. | T | ౯ |

ఇంకా ఏదే అక్షరాలు మరియు పదాలు అద్దంలో అవే ప్రతిబింబాన్ని కలిగివుంటాయో మీరు ఆలోచించగలరా?

ప్రయత్నించండి



1. చుక్కల గీత వెంబడి అద్దాన్ని నిటారుగా ఉంచి పటాల ప్రతిబింబాలను గమనించండి మరియు ప్రతిబింబాలను గేయండి.



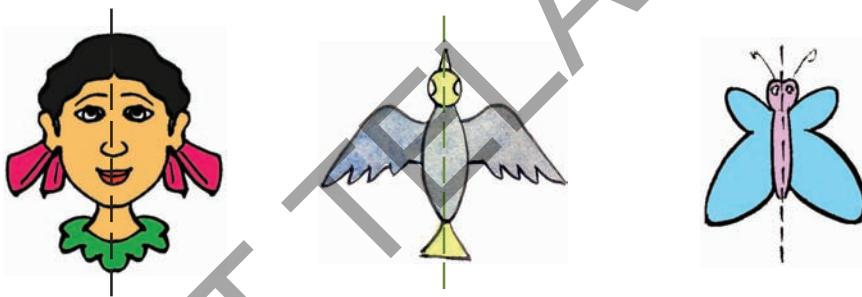
మీరు ఏదైనా మార్పును పరిశీలించారా?

ప్రతిబింబాలలో ఏర్పడిన కోణాలు, ఇచ్చిన పటాలలోని కోణాలు ఒకే విధంగా ఉన్నాయా?

ఇలా పరావర్తనం చెందేటప్పుడు, మనం అద్దం వుంచిన స్థానాన్ని దిశను బట్టి కోణం, ఇచ్చిన చిత్రంలోని ఎడమ చేతి వైపుకోణం, ప్రతిబింబంలో కుడిచేతి వైపు కోణంగాను, అలాగే క్రింది వైపుకి వున్న కోణం పై వైపుకి వున్నట్లు గాను కనిపిస్తాయి.

12.2 రేఖా సౌష్టవం

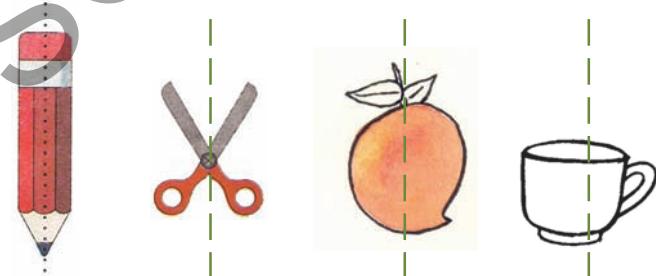
కింది చిత్రాలను పరిశీలించండి మీరు ఏమి గమనించారు?



పై చిత్రాలు సౌష్టవంగా వుండడం వల్ల అందంగా కనిపిస్తున్నాయి. ఈ చిత్రాన్ని యిచ్చిన చుక్కల గీత వెంబడి మడిస్తే ఒక భాగం వేరొక భాగంతో ఖచ్చితంగా ఏకీభవిస్తాయి. దీనినే పరావర్తన సౌష్టవమనీ, మనము ఏ రేఖ వెంబడి కాగితాన్ని మడిచామో ఆ రేఖను సౌష్టవరేఖ లేదా సౌష్టవాక్షరము అనీ అంటారు.

ఇవి చేయండి

కింద యిచ్చిన చిత్రాలలో ఏవి సౌష్టవ పటాలో కనుగొనండి.



మనము ప్రతీ పటానికి సౌష్టవ రేఖను కనుగొనగలమా?

మోహిత్ చుక్కల గీత వెంబడి అద్దాన్ని వుంచి, ప్రతిబింబం వలన చిత్రం పూర్తయ్యిండా లేదా అని చూస్తున్నాడు. మోహిత్ యిలా చేయడం సరియైనదని నీవు భావిస్తున్నావా?



కింది చిత్రాలను గమనించండి.

(i) M

(ii) G

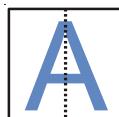


మొదటి మరియు మూడవ చిత్రాలు సౌష్టవ పటాలు. పై ఉదాహరణలో 'M' నకు సౌష్టవరేఖ నిలువుగా వుంటే పక్కి చిత్రంలో సౌష్టవరేఖ అడ్డంగా వుంది.

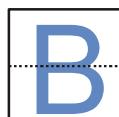
ఏ గీత వెంబడి మనము చిత్రాన్ని మడిచినపుడు రెండు భాగాలు ఒకదానితో ఒకటి సరిగ్గా ఏకీభవిస్తాయో అరేఖనే సౌష్టవరేఖ అంటాము. ఇది అడ్డగా, నిలువుగా లేదా ఒక మూలగా (కర్ణం వెంబడి) వుండవచ్చును.

అక్షరాలతో ఆట

ఒక ఉల్లిపార కాగితం పై ఆంగ్ల అక్షరం A ని రాయండి. దీని మధ్యలో నిలువుగా ఒక చుక్కల గీతను గీసి, ఆ గీత వెంబడి కాగితాన్ని మడవండి. రెండు భాగాలు ఏకీభవిస్తున్నాయా? ఆ చుక్కల గీత సౌష్టవ రేఖ అవుతుంది మరియు ఆంగ్ల అక్షరము A కి నిలువు సౌష్టవ రేఖ వుంటుంది.



అదే విధంగా ఆంగ్ల అక్షరము B కి సౌష్టవ రేఖను కనుగొనండి. దానికి అడ్డ సౌష్టవ రేఖ వుంటుందని గమనించగలం.



ప్రయత్నించండి

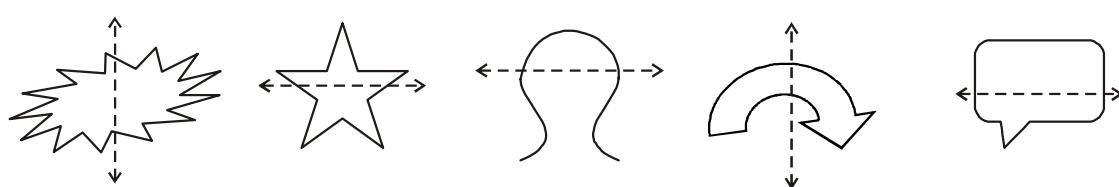
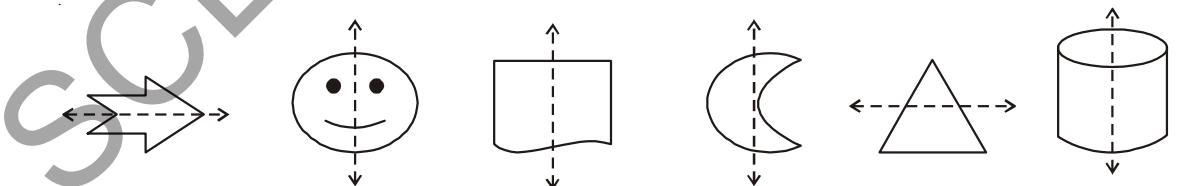
ఆంగ్ల అక్షరమాలను A నుండి Z వరకు రాయండి. వాటిలో ఏ అక్షరాలు



- i) నిలువు సౌష్టవరేఖను
- ii) అడ్డ సౌష్టవరేఖను
- iii) సౌష్టవ రేఖలు లేకుండా వుంటాయో కనుగొనండి.

ఇవి చేయండి

క్రింద యిచ్చిన పటాలలో చుక్కల గీత సౌష్టవ రేఖ అవుతుందో, లేదో సరి చూడండి.



ప్రయత్నించండి

రేఖా సౌష్టవాన్ని కలిగిన ఐదు చిత్రాలను గీయండి.

సౌష్టవంగా లేని ఐదు చిత్రాలను గీయండి.



కృత్యము

ఒక కాగితాన్ని తీసుకొని, దానిని మధ్యకు మడవండి.

కాగితాన్ని తెరిచి, కొన్ని సిరా చుక్కలను చల్లి మరల మడవండి.



రెండు సగభాగాలను దగ్గరకు వత్తి మరల కాగితాన్ని తెరవండి.

కాగితం మడత వెంబడి సౌష్టవ రేఖ ఉండి కదూ! ఏర్పడిన పటం సౌష్టవంగా ఉండా! సౌష్టవ రేఖ ఎక్కడ ఉంటుందో పరిశేలించండి.

వివిధ రంగు సిరాలను వుపయోగిస్తూ యిటువంటి అనేక సౌష్టవ పటాలను తయారుచేయండి.

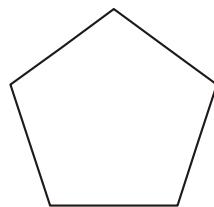
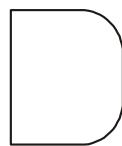
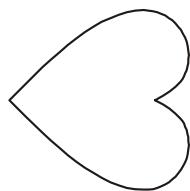
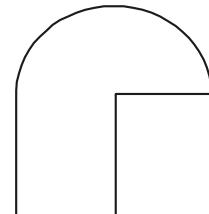
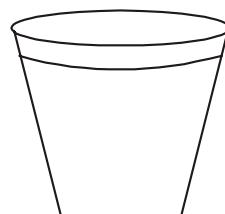
రంగు - దారం అమరికలు

ఒక కాగితాన్ని మధ్యకు మడవండి. కాగితాన్ని తెరిచి ఒకవైపు సగభాగంలో రంగు సిరాలో లేదా వివిధ రంగుల పెయింట్లలో ముంచిన దారాన్ని అమర్చండి. యిప్పుడు కాగితాన్ని మడిచి మధ్యలో దారం వుంచిన భాగాన్ని ఒత్తి పట్టుకొని దారపుకొను నెమ్మిదిగా బయటకు లాగండి. వచ్చిన చిత్రాన్ని పరిశేలించండి. యది సౌష్టవ పటమేనా? రెండు సర్వసమాన భాగాలను పొందడానికి దీనిని ఎన్ని విధాలుగా మడవవచ్చును?

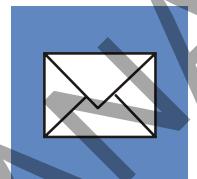
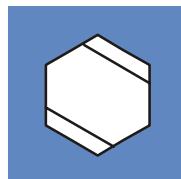
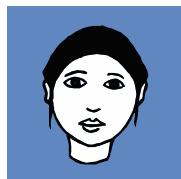
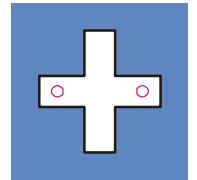


అభ్యాసం - 12.1

1. క్రింద యిచ్చిన పటాలు సౌష్టవ పటాలో కాదో సరిచూడండి. సౌష్టవ పటమైనవో దానికి సౌష్టవ రేఖను గీయండి.



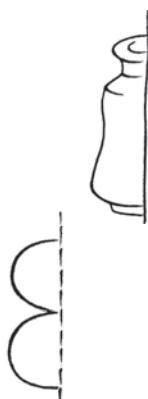
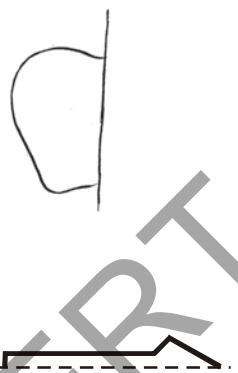
2. క్రింద ఇచ్చిన పటాలలో వీలైనన్ని చేట్ల సౌష్టవక్కములు గేయండి.



3. ఇచ్చిన పటంలో ℓ అనేది సౌష్టవ రేఖ. ఆ పటం సౌష్టవ మయ్యేటట్లు మిగిలిన భాగాన్ని పూర్తిచేయండి.



4. క్రింద ఇచ్చిన పటాలకు చుక్కలగీత సౌష్టవ రేఖ అయ్యేటట్లు పటాలను పూర్తి చేయండి.

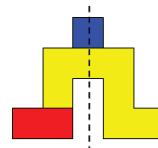


ఆట

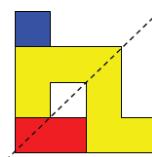
ఈ కింద మూడు వివిధ ఆకారాలు ఇవ్వబడ్డాయి. మీనాళ్లి మరియు రాహుల్ ఈ మూడు ఆకారాలతో వివిధ సౌష్టవకారాలను తయారుచేయటానికి ప్రయత్నించారు.



ఆకారాలు



సౌష్టవ ఆకారాలు



సౌష్టవ ఆకారాలు

(i)

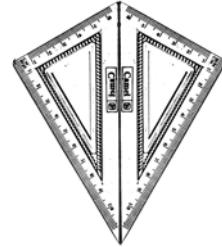
(ii)

ఈ మూడు ఆకారాలను నకలు గేసి, వివిధ సౌష్టవ ఆకారాలను తయారుచేయండి. మీ మిత్రులు చేసిన వాటితో సరిపోల్చండి.
ఎవరు ఎక్కువ సౌష్టవ ఆకారాలను తయారుచేసారు?

12.3 బహుళ సౌష్టవ రేఖలు

గాలి పటం

మీ వద్ద నున్న జ్యామితీయ పెట్టెలో రెండు మూల మట్టాలు వుంటాయి. దానిలో ఒక మూల మట్టంలోని కోణాలు $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ ఇటువంటి రెండు మూల మట్టాలను పటంలో చూపినట్లు ఒకదాని ప్రక్కన ఒకటి వుంచితే గాలిపటం ఆకారం ఏర్పడుతుంది.



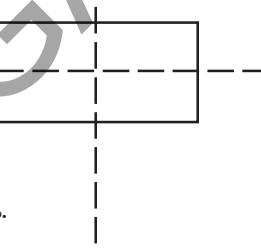
ఈ ఆకారానికి ఎన్ని సౌష్టవ రేఖలు వున్నాయి?

కొన్ని ఆకారాలకు ఒకటి కంటే ఎక్కువ సౌష్టవ రేఖలు వుంటాయని భావిస్తున్నావా?

దీర్ఘచతురప్రం

ఒక దీర్ఘచతురప్రాకార కాగితాన్ని (పోస్ట్‌కార్డ్ వంటిది) తీసుకొండి. దాని పొడవు వెంబడి మధ్యకు మడవగా ఒక సగభాగంతో ఖచ్చితంగా ఏకీభవించాలి. అయితే యా మడత వెంబడి ఏర్పడిన రేఖ సౌష్టవరేఖ అవుతుందా? ఎందుచేత?

కాగితం మడతను విప్పి మరల వెడల్పు వెంబడి మధ్యకు మడవండి. ఇప్పుడు ఏర్పడిన రెండవ మడత వెంబడి రేఖ కూడా సౌష్టవరేఖ అవుతుందా? ఎందుకు?



ఇలా ఏర్పడిన రెండు రేఖలు సౌష్టవ రేఖలని నీవు కనుగొన్నావా?

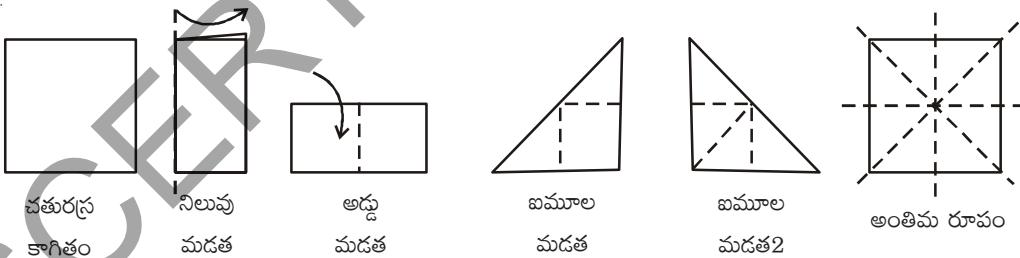
ఒక చతురప్రాకార కాగితాన్ని తీసుకోండి. దానిని మధ్యకు మడవండి. మడత తెరవండి. మడత వెంబడి సౌష్టవ రేఖ ఉంటుందా? ఎందుచేత? రెండు సగాలు సర్వసమానమని గుర్తించండి.

ఈ కాగితాన్ని వీలైనన్ని విధాలుగా మడవండి. ఏర్పడిన సౌష్టవ రేఖలను కనుగొనండి. ఎన్ని సౌష్టవ రేఖలు ఉంటాయి.

ఇదే విధంగా ఒక సమభాషు త్రిభుజము, సమద్విబాహు త్రిభుజములకు ఎన్ని సౌష్టవ రేఖలు ఏర్పడతాయో అలోచించండి.

ఇటువంటి ఎన్ని మడతలు సౌష్టవడతాయి.

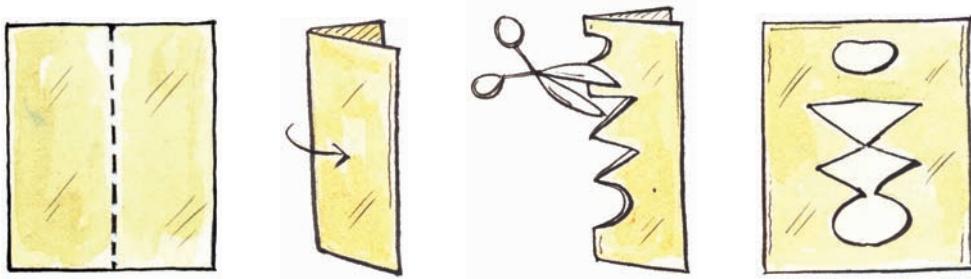
ఒక చతురప్రానికి నాలుగు సౌష్టవ రేఖలు వుంటాయి.



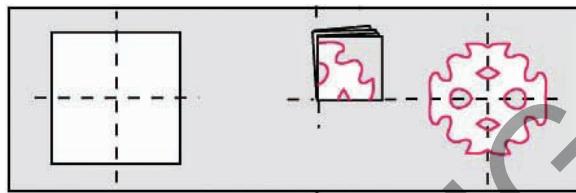
కాగితం కళ - సౌష్టవత

మీరు స్వాతంత్ర్యానికి దినోత్సవం, గణతంత్ర దినోత్సవాలకు మీ తరగతి గదిని ఎలా అలంకరించారో గుర్తుతెచ్చుకొండి. చతురప్రంలో ఉండే కాగితాలను పలు డిజైన్లలో కత్తిరించి అటికించి వుంటారు కదా! మరి యా డిజైన్లను ఎలా కత్తిరించాలో మీకు తెలుసా?

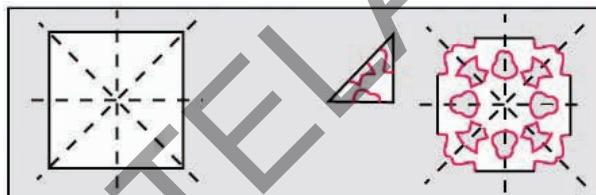
ఒక చతురప్రాకారపు కాగితాన్ని తీసుకొని దానిని నిలువుగా మధ్యకు మడవండి. పటంలో చూపినట్లు, మడిచిన కాగితం పై డిజైన్సు గీసి అంచుల వెంబడి కత్తిరించండి. కాగితాన్ని తెరచి చూడగా ఒక సౌష్టవ రేఖను కలిగిన సౌష్టవ పటాన్ని చూడవచ్చును.



ఈక చతురస్ర కాగితాన్ని తీసుకొని మధ్యలోకి అడ్డగాను, నిలువుగాను మడవండి. మడత పై పటంలో చూపినట్లు ఒక డిజైన్ ను గీసి అంచుల వెంబడి కత్తిరించండి. కాగితాన్ని తెరిచి చూడగా రెండు సౌష్టవ రేఖలను కలిగిన సౌష్టవ పటాన్ని చూడవచ్చును.



ఈక చతురస్రాకార కాగితాన్ని తీసుకొని అడ్డగాను, నిలువుగాను, మూలగాను మడవండి. మడత పై పటంలో చూపినట్లు డిజైన్ ను గీసి అంచుల వెంబడి కాగితాన్ని కత్తిరించండి. కాగితాన్ని తెరిచి చూడగా నాలుగు సౌష్టవ రేఖలను కలిగిన సౌష్టవ పటాన్ని చూడవచ్చును. ఇదే విధంగా అనేక డిజైన్లలను తయారుచేయండి.



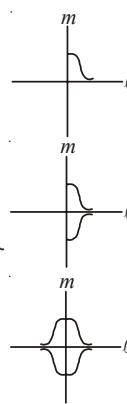
ఆలోచించండి - చర్చించండి

1. కాగితాన్ని నాలుగు సార్లు మడత పెట్టి కత్తిరించినట్టుతే ఆ పటానికి ఎన్ని సౌష్టవ రేఖలు ఏర్పడుతాయి?
2. నాలుగు సర్పసమాన చిత్రాలు ప్రకృష్టక్కనే రావాలంటే కాగితాన్ని ఎన్ని సార్లు మడత పెట్టి కత్తిరించాలి?



సౌష్టవ పటాన్ని ఏ విధంగా గీయవచ్చు

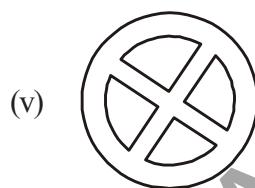
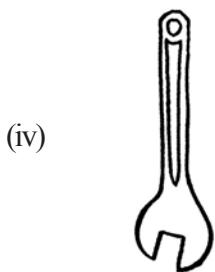
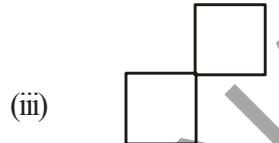
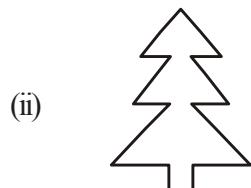
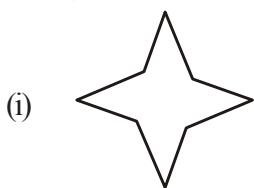
- i) పక్క పటంలో చూపిన చిత్రాన్ని గీయండి.
 - ii) రెండు సౌష్టవ రేఖలు కలిగిన చిత్రాన్ని మనము గీయాలి. l , m . లను సౌష్టవ రేఖలుగా తీసుకొని చిత్రాన్ని పూర్తిచేయాలి.
 - iii) పటంలో చూపినట్లు l సౌష్టవరేఖగా వుండేటట్లు వక్రానికి ప్రతిచింబాన్ని గీయాలి.
 - iv) చిత్రం పూర్తి కావాలంటే అది రేఖ m దృష్టి కూడా సౌష్టవంగా వుండాలి. కావున దృష్టి ప్రతిచింబాన్ని గీయండి. ఏర్పడిన పటానికి రెండు సౌష్టవ రేఖలు ఉంటాయి.
- ఇదే విధంగా రెండు సౌష్టవ రేఖలు కలిగిన పటాలు గీయటానికి ప్రయత్నించండి. ఆరు సౌష్టవ రేఖలు గల పటాన్ని గీయడానికి ప్రయత్నించండి.



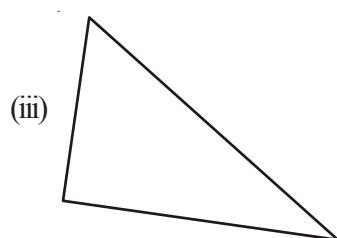
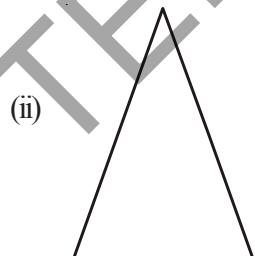
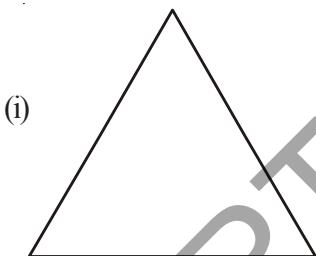


అభ్యాసం - 12.2

1. రెండు సొప్పవరేఖలు కలిగిన ఏవైనా ఐదు మానవ నిర్మిత వస్తువుల పేర్లు రాయండి.
2. రెండు లేదా అంతకన్నా ఎక్కువ సొప్పవరేఖలు కలిగిన ఏవైనా ప్రకృతిలో లభించే ఐదు వస్తువుల పేర్లు రాయండి.
3. కింద యిచ్చిన ఆకారాలకు సొప్పవరేఖల సంఖ్యను కనుగొనండి.



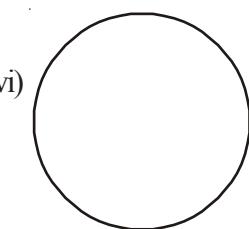
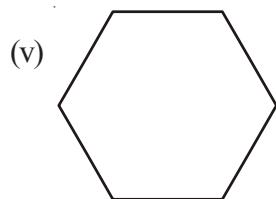
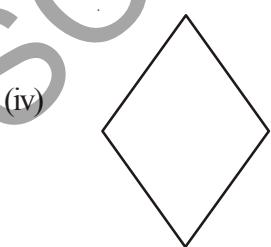
4. కింది పటాలకు సాధ్యమైనన్ని సొప్పవరేఖలు గీయండి.



సమబాహు త్రిభుజం

సమద్విబాహు త్రిభుజం

విషమబాహు త్రిభుజం



సమభుజ చతుర్భుజం

ఒడ్డుళి

వృత్తం

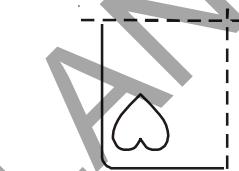
5. పై సమస్యలోని సమాధానాలను ఉపయోగించుకొంటూ కింది పట్టికను నింపండి.

ఆకారం	సౌష్టవ రేఖల సంఖ్య
i) సమబాహు త్రిభుజము	
ii) సమద్విబాహు త్రిభుజము	
iii) విషమబాహు త్రిభుజము	
iv) సమభుజ చతుర్భుజము (రాంబస్)	
v) షడ్యజి	
vi) వృత్తము	

6. కొన్ని మదత పెట్టిన కాగితాలు, మదతలపై గీయబడిన డిజైన్‌లో ఈయబడ్డాయి. ప్రతి సందర్భంలో ఆ డిజైన్ కత్తిరించగా, పూర్తి చిత్రం ఎలా ఏర్పడుతుందో దాని చిత్రు పటాన్ని గీయండి.



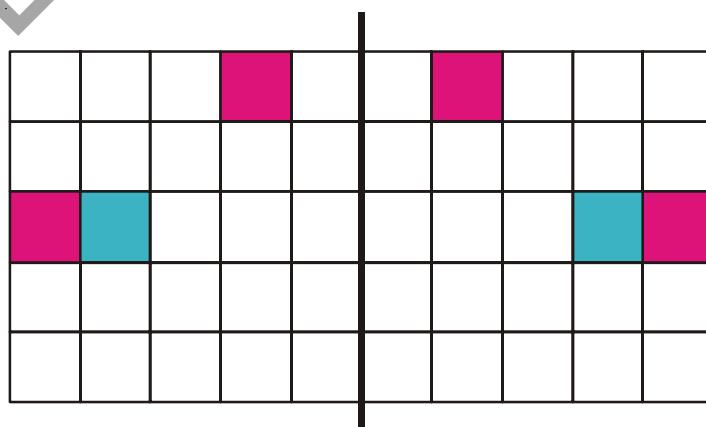
కాగితం నిలువుగా మడిచినపుడు



కాగితం నిలువుగా మరియు అడ్డంగా మడిచినపుడు

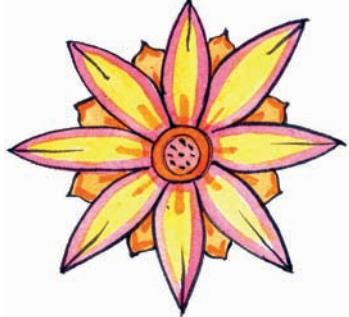
తరగతి గది ప్రాజెక్ట్

ఈ గళ్ళ కాగితాన్ని తీసుకోండి. ఇటువంటి కాగితాలు కల పుస్తకాన్ని మీరు క్రింది తరగతులలో గటిత అభ్యాసానికి ఉపయోగించి వుంటారు. పటుంలో చూపినట్లు, ఈ కాగితం పై మధ్యలో నిలువుగా ఒక సౌష్టవ రేఖను గీయండి. ఈ నిలువు గీతకు ఒక వైపు ఒక చదరాన్ని రంగుతో నింపండి. ఒక విద్యార్థిని నిలువు గీతకు రెండో వైపు ఆ చదరానికి సౌష్టవంగా వుండే చదరాన్ని గుర్తించి రంగుతో నింపమనండి. తరువాత ఆ విద్యార్థి మరొక చదరాన్ని ఎంచుకొని రంగుతో నింపాలి. అప్పుడు వేరొక విద్యార్థి మరల సౌష్టవ చదరాన్ని గుర్తించి రంగుతో నింపాలి.



ఇంటి ప్రాజెక్ట్

మీ పరిసరాల నుండి సౌష్టవత కలిగిన ఆకారాలను సేకరించి ‘ప్రాణ్వ’ పుస్తకంలో అందించండి. అలాగే వివిధ సౌష్టవత కలిగిన ముగ్గులను సేకరించి ‘ప్రాణ్వ’ పుస్తకంలో గీయండి. ఆ అమరికలలో వున్న సౌష్టవ రేఖలను గుర్తించి గీయండి. క్రింద మీకు కొన్ని ఉదాహరణలు రాయబడ్డాయి.



మనం నేర్చుకున్నవి

- యిచ్చిన పటాన్ని రెండు సర్వసమాన భాగాలుగా విభజించేటట్లు ఒకరేఖను గీయగలిగితే, ఆ పటానికి రేఖా సౌష్టవం వుంది అంటాం.
- కొన్ని పటాలకు సౌష్టవరేఖలు వుండకపోవచ్చును, కొన్నింటికి ఒకే ఒక సౌష్టవ రేఖ వుంటే మరికొన్నింటికి రెండు సౌష్టవరేఖలు, మరికొన్ని పటాలకు బహుళ సౌష్టవ రేఖలు వుంటాయి. ఇక్కడ కొన్ని ఉదాహరణలు ఈయబడ్డాయి.

సౌష్టవరేఖల సంఖ్య	ఉదాహరణ
సౌష్టవరేఖలు లేవు ఒకే ఒక సౌష్టవరేఖ రెండు సౌష్టవరేఖలు మూడు సౌష్టవరేఖలు అనంత సౌష్టవరేఖలు	విషమబాహు త్రిభుజము సమద్విబాహు త్రిభుజము దీర్ఘచతురప్రము సమబాహు త్రిభుజము వృత్తము

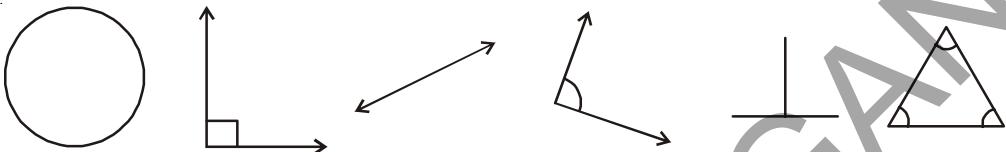
- రేఖా సౌష్టవమనేది, అడ్డంలో పరావర్తనానికి చాలా సామీప్యముంది. అడ్డంలో పరావర్తనాలను చూసేటపుడు దిశలో ఏర్పడే కుడి ↔ ఎడమ మార్పులను పరిగణనలోనికి తీసుకోవాలి.
- మన నిత్యజీవితంలో సౌష్టవతకు అనేక ఉపయోగాలున్నాయి. కళలు, నిర్మాణ రంగం, వప్ప సాంకేతికలో, డిజెన్సు తయారీలో జ్యామితీయ తార్కికతలో, రంగవల్లులు వేయడం, మొదలైన వివిధ రంగాలలో సౌష్టవత ఉపయోగపడుతుంది.



ప్రాయోగిక జ్యామితి

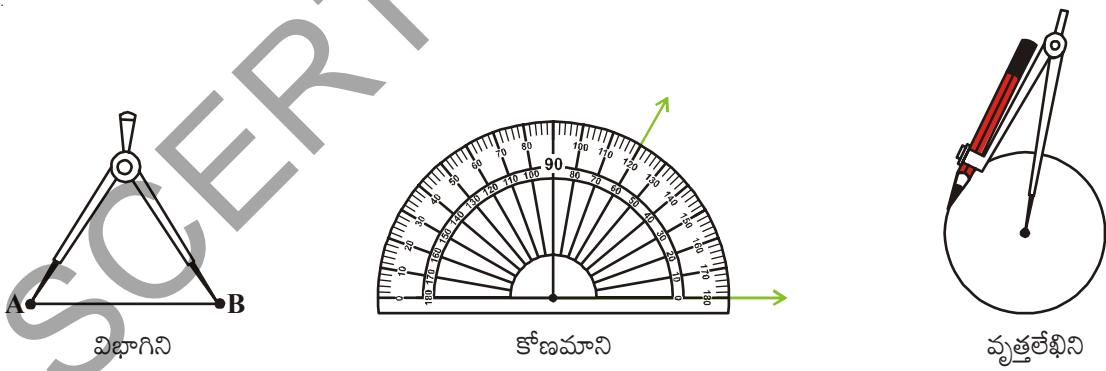
13.1. పరిచయం

పెన్సిల్ నుపయోగించి ఈ క్రింది ఇప్పుడిన ఆకారాలను మీ నోట్ పుస్తకములో గీయుము.



మీరు గీచిన పటాలు పైన ఇచ్చిన వాటివలే ఉన్నాయా? స్నేలు మరియు కోణమానిని సహాయముతో వాటిని కొలవండి. వాటి కొలతలు సరిగాలేవని గ్రహిస్తారు ఇచ్చిన పటాల వలె ఖచ్చితముగా మనము కూడా గీయడానికి మనకు కొన్ని పరికరాలు కావాలి. ఈ అధ్యాయములో వృత్తలేఖని, కోణమానిని, స్నేలు నుపయోగించి జ్యామితీయ ఆకృతులను నిర్మించడం సేర్చుకొందాం. జ్యామితీయ ఆకృతులను నిర్మించేందుకు మనముపయోగించే పరికరాలు స్నేలు, కోణమానిని మరియు వృత్తలేఖని, విభాగిని అనునవి జ్యామితీయ ఉపకరణాల పెట్టెలోని పరికరములు; జ్యామితీయ ఉపకరణముల పెట్టేను పరిశీలిద్దాం.

జ్యామితీయ ఉపకరణాల పెట్టెలో ఏమేమి ఉంటాయి? స్నేలు, వృత్తలేఖని, కోణమానినితో పాటు విభాగిని మరియు మూలమట్టములు ఉంటాయి. రేఖలు, రేఖాఖండములు కొలవడానికి గీయటానికి స్నేలును; వృత్తములు, చాపములు గియుటకు వృత్తలేఖని; ఇచ్చిన కొలతలు గల కోణాలు గీయటానికి, కోణాలను కొలవడానికి కోణమానిని; ఇచ్చిన రేఖాఖండమును సమానభాగములుగా విభజించడానికి, రేఖపై బిందువులను గుర్తించడానికి విభాగిని ఉపయోగపడతాయి.



13.2. రేఖాఖండము

A మరియు B అనే రెండు బిందువులను కాగితంపై గుర్తించాం అనుకుందాం. A—————B

A మరియు B బిందువుల మధ్య కనిష్ఠ బుజుమార్గమును రేఖాఖండము అందురు. దీనిని \overline{AB} చే సూచిస్తారు. A, B బిందువుల మధ్య దూరము AB యొక్క పొడవు అందురు. అందుచే రేఖాఖండము నిర్ధిష్ట పొడవును కల్గి యుంటుంది. దీనిని మనము కొలవగలం.

13.2.1 ఇచ్చిన కొలతతో రేఖాభండమును నిర్మించుట

ఇచ్చిన కొలతతో రేఖాభండమును నిర్మించుటకు రెండు మార్గాలు ఉన్నవి.

1. స్నేలు సహాయముతో : 7.8 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాభండము నిర్మించాలని $A \xrightarrow[7.8 \text{ సెం.మీ}]{}$ $\bullet B$ అనుకొంటే ఈ కింది విధంగా గీయవచ్చు.

కగితంపై స్నేలును కదలకుండా పెట్టి, 0 సెం.మీ కొలత వద్ద పెన్సిల్ ను పయోగించి ఒక బిందువును పెట్టాలి. బిందువుకు A అనే పేరు పెట్టాలి. 7 సెం.మీ దాటిన తరువాత 8 చిన్నగీతలను లెక్కపెట్టి ఆ స్థానములో మరో బిందువును పెట్టాలి. ఆ బిందువుకు B అని పేరు పెట్టాలి. స్నేలు సహాయంతో A మరియు B బిందువులను పెన్సిల్తో కలపాలి. మనము కోరిన 7.8 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాభండము నిర్మితమయింది.

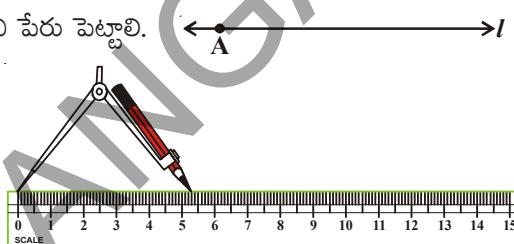
2. వృత్తలేఖిని నుపయోగించి :

మనము 5.3 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాభండమును గీర్చాం అని అనుకొందాం. దీనికారకు

సోపానము 1 :

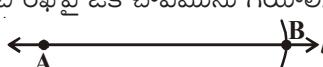
l అనే రేఖను గీయాలి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి A అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానము 2 : వృత్తలేఖిని యొక్క లోహపు ముల్లును స్నేలు యొక్క '0' సెం.మీ స్థానములో ఉంచి పెన్సిల్ ముల్లును 5.3 సెం.మీ ల వద్ద నుంచాలి.



సోపానము 3 :

వృత్తలేఖిని యొక్క లోహపు ముల్లును రేఖ l పై నున్న బిందువు A వద్ద నుంచి రేఖపై ఒక చాపమును గీయాలి. చాపము, రేఖ యొక్క ఖండిత బిందువును B అని పేరు పెట్టాలి.



సోపానము 4 : రేఖపై మనము కోరిన 5.3 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాభండము నిర్మితమయినది.



అభ్యాసం - 13.1

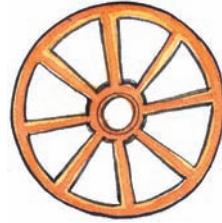
1. 6.9 సెం.మీ. పొడవు గల రేఖాభండమును నిర్మించండి. స్నేలు మరియు వృత్తలేఖిని ఉపయోగించండి.
2. స్నేలు సహాయముతో 4.3 సెం.మీ. పొడవు గల రేఖాభండమును నిర్మించండి.
3. 6 సెం.మీ పొడవుగల MN అనే రేఖాభండమును నిర్మించండి. దానిపై O అనే బిందువును గుర్తించి MO, ON మరియు MN పొడవులను కొలవండి. మీరు ఏమి గమనించారు.
4. $\overline{AB} = 12$ సెం.మీ రేఖాభండమును నిర్మించండి. \overline{AB} పై C అనే బిందువును $\overline{AC} = 5.6$ సెం.మీ. అయ్యే విధముగా గుర్తించండి. రేఖాభండము \overline{CB} యొక్క పొడవు ఎంతపుతుంది? దానియొక్క పొడవును కొలవండి.
5. $AB = 12$ సెం.మీ. అని ఇవ్వబడినది $A \bullet B \bullet C \bullet D \bullet E$
 - \overline{CD}
 - \overline{DB}
 - \overline{EA}
 - \overline{AD}

(అ) పై పటములో ఈ కింది వానియొక్క పొడవులను కొలవండి.

(అ) $\overline{AE} - \overline{CE} = \overline{AC}$ అవుతుందా?
6. $AB = 3.8$ సెం.మీ. $MN = 3AB$ అయ్యే విధంగా వృత్తలేఖిని నుపయోగించి MN రేఖాభండమును గీయుము. స్నేలు నుపయోగించి సరిచూడండి.

13.3 వృత్తమును నిర్మించడం

ప్రక్కనివ్వబడిన చక్రమును పరిశేలించండి. దానియొక్క పరిధిపై నున్న బిందువులన్నియూ కేంద్రం నుండి సమాన దూరంలో ఉన్నవి. ఈ విధంగా ఉన్న మరికొన్ని ఆకారాలను చెప్పండి. గాజు, గిస్నెయొక్క పైభాగము, కంచం మొదలగు ఆకారములు చక్రమును పోలియుంటాయి. ఈ ఆకారములన్నియు నిర్ధిష్ట పరిమాణమును కల్గి యున్నాయి. నిర్ధిష్ట వ్యాసార్థము గల వృత్తమును గియడానికి వృత్త లేఖిని నుపయోగిస్తారు.



నిర్మాణము

సోపానము 1 : వృత్తలేఖిని యొక్క రెండు ముల్లుల మధ్య దూరమును అవసరమైనంతగా పెంచాలి. వాటిమధ్య దూరం ఉదాహరణకు 3.7 సెం.మీ. ఉండే విధముగా తీసుకొండాం.

సోపానము 2 : పెన్సిల్ ముల్లుతో ఒక బిందువును గుర్తించి దానికి O గా పేరు పెడదాము.

సోపానము 3 : వృత్తలేఖిని యొక్క లోహపు ముల్లును O పై నుంచాలి.

సోపానము 4 : లోహపు ముల్లు కదలకుండా పెన్సిల్ ముల్లును నెమ్ముదిగా చుట్టూ కదపాలి. (వృత్తమును గియడము ఒకే ప్రయత్నములో జరగాలి)

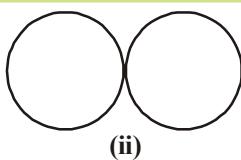
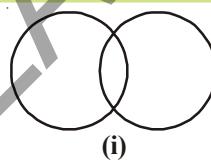


ప్రయత్నించడి



రెండు వృత్తములు ఈ కింద సూచించబడిన విధంగా వివిధ వ్యాసార్థములతో గియండి.

- రెండు బిందువుల వద్ద ఖండించుకొనే వృత్తములు
- బాహ్యముగా స్పర్శించుకొనే రెండు వృత్తములు.



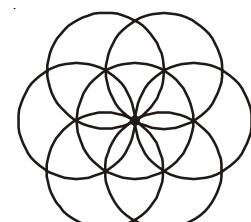
(i)

(ii)



అభ్యాసం - 13.2

- 4 సెం.మీ వ్యాసార్థం, M కేంద్రముగా గల వృత్తమును నిర్మించండి.
- X కేంద్రముగా, 10 సెం.మీ వ్యాసముగా గల వృత్తమును నిర్మించండి.
- 2 సెం.మీ, 3 సెం.మీ, 4 సెం.మీ మరియు 5 సెం.మీ॥ వ్యాసార్థములుగా గల నాలుగు వృత్తములను 'P' కేంద్రముగా గియండి.
- ఒక వృత్తమును గియండి. మూడు బిందువులు A,B మరియు C లను ఈ క్రింద సూచించిన విధముగా గుర్తించండి.
 - A వృత్తముపై ఉండాలి.
 - B వృత్తము లోపల ఉండాలి.
 - C వృత్త బాహ్యములో ఉండాలి.



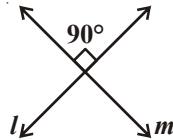
కృత్యము : మీరు కోరిన వ్యాసార్థముతో వృత్తమును గియాలి. దానిపై ఒక బిందువును గుర్తించి వృత్తలేఖిని సహాయముతో వ్యాసార్థమును మార్చకుండా వృత్తమును గియాలి. అది మొదటి వృత్తపరిధిని రెండు బిందువుల వద్ద ఖండిస్తుంది. ఈ రెండు బిందువుల నుండి మరల వృత్తములను గియాలి. ఈ విధమును కొనసాగిస్తే మనకు అందమైన చిత్రము వస్తుంది. వాటికి రంగులు వేయండి.

13.4 లంబరేఖలు

రెండు రేఖలు (లేదా కిరణాలు లేదా రేఖాఖండాలు) ఖండించుకొన్నపుడు, వాటి మధ్య కోణం లంబకోణం అయితే అవి ఒక దానికాకటి లంబంగా ఉన్నాయని అంటాం కదా!

ప్రక్క పటంలో l మరియు m రేఖలు లంబంగా ఉన్నాయి.

ఒక సాధారణ పూర్తి తెల్లకాగితం లేదా మీ నోటు పుస్తకం యొక్క అంచులు, వాటి మూలల వద్ద కలిసే లంబరేఖలుగా ఉంటాయి. ఇదే విధంగా ఇతర వస్తువులలో లంబ రేఖలను గుర్తించడానికి ప్రయత్నించండి.

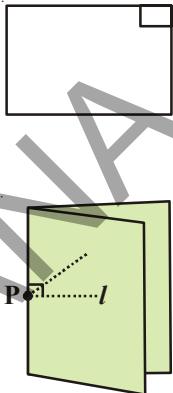


1. ఇచ్చిన రేఖకు ఒక బిందువు ద్వారా లంబమును గీయుట

కృతము

ఒక స్లిపోర కాగితమును తీసుకొని దాని మీద ' l ' అను రేఖను గీయండి.

ఆ రేఖ మీద P అను బిందువును గుర్తించండి. ఇప్పుడు మనకు కావలసిన లంబమును l అను రేఖ మీద P బిందువు ద్వారా గీయాలి.



P కి ఇరువైపులా గల రేఖాఖండములు ఒకదానితో మరొకటి ఏకీభవించుట్లుగా P వద్ద కాగితాన్ని నిలుపుగా మడవండి.

కాగితమును తెరిచి చూడగా P వద్ద ఏర్పడిన మడత, గీచిన l అను రేఖకు లంబంగా ఉండునని గమనించండి.

ఆలోచించి, చర్చించి మరియు రాయండి

లంబరేఖను ఏ విధముగా పరిశీలిస్తారు? ఆ రేఖ P బిందువు గూండాపోతూ ఉండాలి.

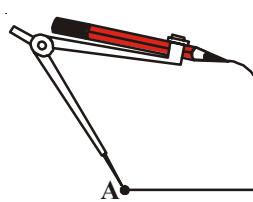


13.4.1 ఇచ్చిన రేఖాఖండమునకు లంబ సమద్విఖండన రేఖను నిర్మించుట

నిర్మాణ సోపానాలు

సోపానము 1 : \overline{AB} అనే రేఖాఖండమును అని గీయాలి. 

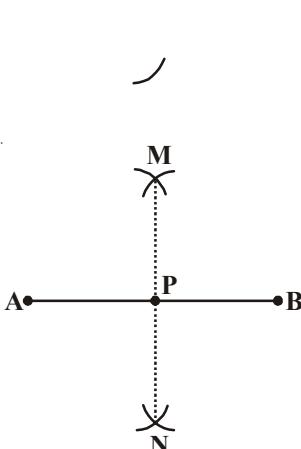
సోపానము 2 : AB యొక్క పొడవులో సగము కంటే ఎక్కువ పొడవును వ్యాసార్థముగా తీసుకోవాలి.



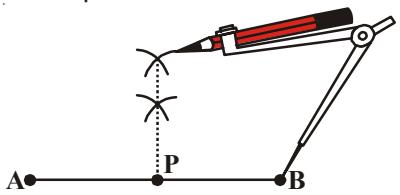
సోపానము 3 : A ను కేంద్రముగా తీసుకొని రేఖాఖండము మైన, క్రింద రెండు చాపములను వృత్తలేఖినితో గీయాలి.

సోపానము 4 : అంతే వ్యాసార్థముతో B కేంద్రముగా చేసుకొని వృత్తలేఖినితో రేఖా ఖండమును మైన క్రింద భాగములలో చాపములను ముందు గీచిన చాపములను ఖండించే విధముగా గీయాలి. ఖండన బందువులను M, N అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానము 5 : M, N బిందువులను కలపుతూ ఒక రేఖను గీయాలి. MN, AB ను P వద్ద ఖండిస్తుంది.



మరో పథ్థతిని పరిశీలించండి.



ఇవి చేయండి

AP మరియు BP రేఖాఖండముల పొడవులను

కొలవండి. రెండూ సమానంగా ఉన్నాయా?



ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

రేఖాఖండమునకు లంబ సమద్విఖండనరేఖ గీచే విధానములో సోపానము-2లో సగము కంటే ఎక్కువ పొడవును తీసుకొని చాపములు గీచాము. AB యొక్క పొడవులో సగము కంటే తక్కువ పొడవును తీసుకొంటే ఏం జరుగుతుంది.



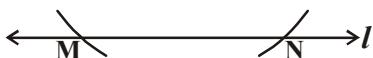
13.4.2 ఇచ్చిన రేఖకు, రేఖపై లేని బిందువు నుండి లంబరేఖను గీయాలి

నిర్మాణ సోపానములు :

సోపానము 1 : l అనే రేఖను గీచి, A అనే బిందువును రేఖ పై భాగములో గుర్తించాలి.

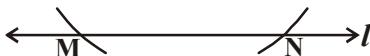
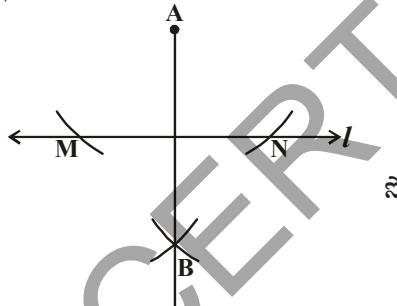
A

సోపానము 2 : A కేంద్రముగా 1 సు ఖండించేటట్లు రెండు చాపములను గీయాలి. రేఖ చాపముల ఖండన బిందువులను, M మరియు N లుగా గుర్తించాలి.



A

సోపానము 3 : అంతే వ్యాసార్థముతో M, N బిందువుల నుండి మరో రెండు చాపములను ఖండించేటట్లు గీచి ఖండన బిందువుకు B అని పేరు పెట్టాలి.



A

సోపానము 4 : A మరియు B లను కలపాలి.

AB అనునది ఇచ్చిన రేఖ l యొక్క లంబరేఖ.



అభ్యాసం - 13.3

1. $PQ = 5.8$ సెం.మీ రేఖాఖండమును గీయము. స్క్యూలు, వృత్తలేఖిని నిపట్టి నిర్మించము. లంబ సమద్విఖండన రేఖను నిర్మించము.
2. రవి, 8.6 సెం.మీ పొడవు గల రేఖాఖండమును నిర్మించాడు. బిందువు C వద్ద సమద్విఖండన రేఖను గీచాడు. అయిన AC మరియు BC ల యొక్క పొడవులను కనుగొనడి.
3. స్క్యూలు మరియు వృత్తలేఖిని ని ఉపయోగించి $AB = 6.4$ సెం.మీ రేఖా ఖండమును గీయండి దీనికి మధ్యబిందువును కనుగొనము.



13.5 కోణమని సుపయోగించి కోణమను గీయుట

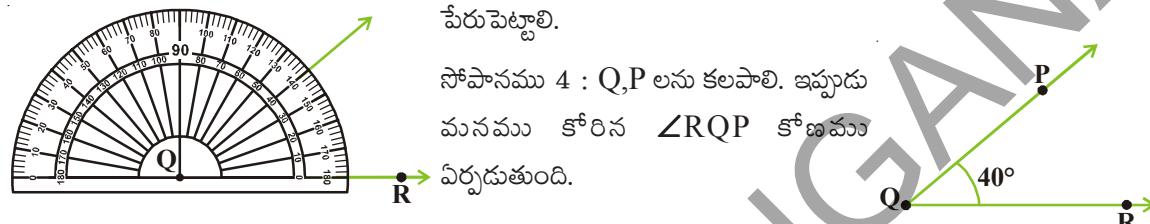
$\angle PQR = 40^\circ$. కోణమను నిర్మించుము. Q \rightarrow R

నిర్మాణ సోపానములు :

సోపానము 1 : కొంత పొడవు కళ్లన \overline{QR} అనే కిరణమను గీయుము.

సోపానము 2 : కోణమనిని యొక్క మధ్యభిందువును Q వద్ద ఉంచాలి.

సోపానము 3 : Q కు సమీపములో యొన్న 'O' నుంచి ప్రారంభించి 40° వద్ద బిందువును గుర్తించాలి. ఆ బిందువుకు P అనే పేరు పెట్టాలి.



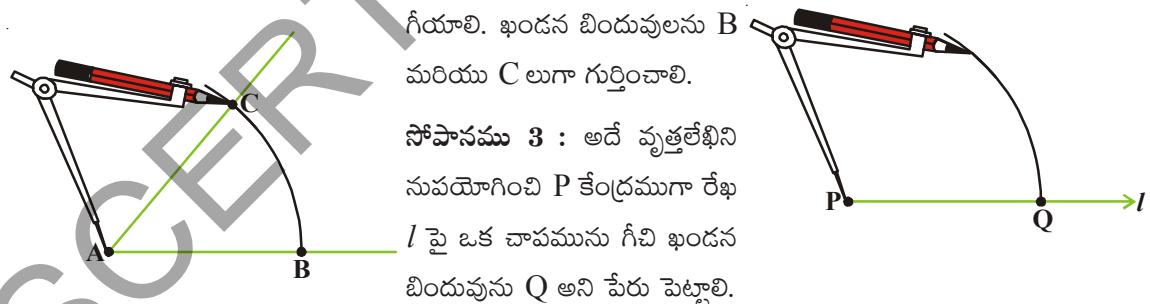
13.6 కొలత తెలియని కోణమనకు సమానమైన కోణమను నిర్మించుట

మనకు కొలత తెలియని కోణము ఇచ్చారు అనుకొందాం. ఆ కోణమనకు సమానము అయిన కోణమను వృత్తలేఖని సేక్కలు సుపయోగించి మనము నిర్మించాలి

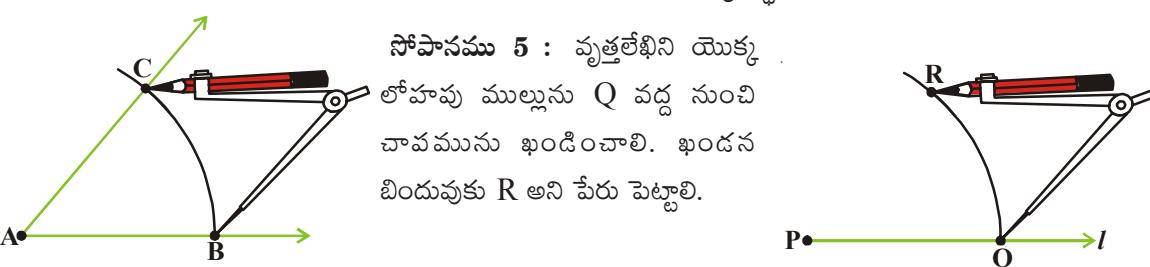
(కొలత తెలియని) $\angle A$ కోణము ఇవ్వబడింది.

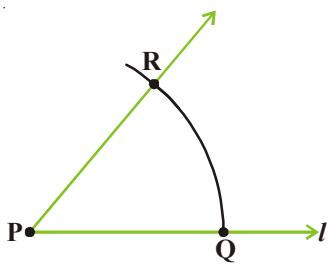
సోపానము 1 : l అనే రేఖను గీచి దానిపై P అనే బిందువు నుంచాలి.

సోపానము 2 : A బిందువు వద్ద వృత్తలేఖని యొక్క లోహపు ముల్లు నుంచి కోణము యొక్క దెండు భుజములను ఖండిస్తూ చాపమను



సోపానము 4 : BC పొడవును వ్యాసార్థముగా తీసుకోవాలి.





సోపానము 6 : P మరియు R లను కలపాలి. మనకు కోరిన కోణము $\angle P$ నిర్మితమవుతుంది. $\angle QPR$ మరియు $\angle ABC$ కోణముల ఒకే కొలతలను కల్గి యుంటాయి.

13.7 ఇచ్చిన కోణము యొక్క సమద్విభండన రేఖను నిర్మించుట

ఒక కాగితమును తీసుకొని దానిపై 'O' అనే బిందువును గుర్తించాలి. 'O' బిందువు గుండా \overrightarrow{OA} మరియు \overrightarrow{OB} అను కిరణములను గీయాలి. మనకు $\angle AOB$ కోణము నిర్మితమవుతుంది. O బిందువు వద్ద \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} లు ఏకీభవించేటట్లు కాగితమును మడవాలి. మడవబడిన ప్రాంతములో ఒక రేఖను గీయాలి. దాని \overrightarrow{OC} గా గుర్తించాలి.

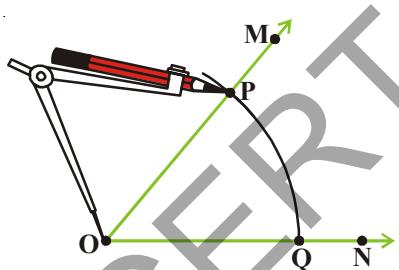
\overrightarrow{OC} , $\angle AOB$ యొక్క సౌష్టవరేఖ

$\angle AOC$ మరియు $\angle COB$ లు సమానమేనా? \overrightarrow{OC} , $\angle AOB$ యొక్క సౌష్టవరేఖ. దానిని మనము కోణసమద్విభండన రేఖగా గుర్తిస్తాము.

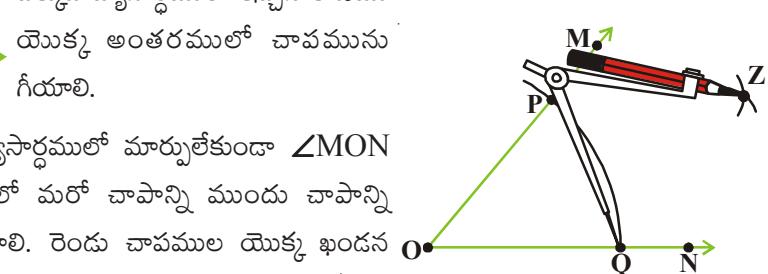
$\angle MON$ కోణమును తీసుకొండాం.

నిర్మాణ క్రమం

సోపానము 1 : O ను కేంద్రముగా చేసుకొని మనకు సౌలభ్యమైన వ్యాసార్థముతో చాపము PQ ను గీయాలి. చాపము OM , ON లను P మరియు Q వద్ద ఖండిస్తుంది.



సోపానము 2 : P కేంద్రముగా PQ యొక్క పొడవులో సగము కంటే కొంచెము ఎక్కువ వ్యాసార్థముతో ఇచ్చిన కోణము యొక్క అంతరములో చాపమును గీయాలి.



సోపానము 3 : Q కేంద్రముగా, వ్యాసార్థములో మార్గులేకుండా $\angle MON$ యొక్క అంతరములో మరో చాపాన్ని ముందు చాపాన్ని ఖండించేటట్లు గీయాలి. రెండు చాపముల యొక్క ఖండన బిందువుకు Z అని పేరు పెట్టాలి. \overrightarrow{OZ}

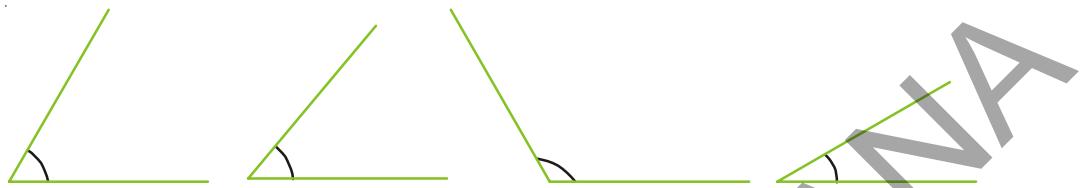
అనునది $\angle MON$ యొక్క కోణ సమద్వి భండనరేఖ.

సోపానము 4 : \overrightarrow{OZ} , $\angle MON$ యొక్క కోణ సమద్విభండన రేఖ $\angle MOZ = \angle NOZ$ గమనించండి.



అభ్యాసం - 13.4

- కోణమానిని ఉపయోగించి ఈ కింది కోణములను గీయండి.
 - $\angle ABC = 65^\circ$
 - $\angle PQR = 136^\circ$
 - $\angle Y = 45^\circ$
 - $\angle O = 172^\circ$
- ఈ కింద ఇవ్వబడిన కోణములను మీ నోట్ పుస్తకములో గీచి వాటి యొక్క కోణ సమద్విఖండన రేఖలను గీయుము.



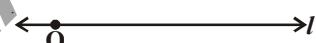
13.8 ప్రత్యేక కొలతలు గల కోణాల నిర్మాణం

కోణమానిని సహాయము లేకుండా కొన్ని కోణములను ప్రత్యేక పద్ధతులలో నిర్మించవచ్చు వాటిని ఇప్పుడు పరిశీలించాం.

మనము కోణమాని నుపయోగించి కోణములను నిర్మించడము నేర్చుకొన్నాం కదా! వృత్తలేఖిని సహాయముతో కోణములను నిర్మించడము ఎలా? అన్నదానిని నేర్చుకొండాం.

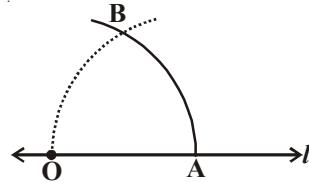
13.8.1 60° కోణమును నిర్మించుట

సోపానము 1 : l రేఖను గీచి దానిపై “0” బిందువును గుర్తించండి.



సోపానము 2 : వృత్తలేఖిని తీసుకొని కొంత వ్యాసార్థముతో ‘O’ కేంద్రముగా l ను ఖండించేటట్లు ఒక చాపము గీచి, ఖండన బిందువుకు A అని పేరు పెట్టాలి.

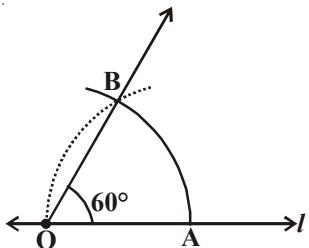
సోపానము 3 : A ను కేంద్రముగా చేసుకొని, వ్యాసార్థమును మార్చుకుండా మరో చాపమును ‘O’ గుండా వెళ్లేలా గీయాలి. చాపముల ఖండన బిందువుకు B అని పేరు పెట్టాలి.



సోపానము 4 : OB లను కలపాలి. మనకు 60° కోణము నిర్మితమవుతుంది.

$$\angle AOB = 60^\circ.$$

కోణమానిని ఉపయోగించి 60° కోణమును గీయండి. రెండు కోణములను పోల్చండి. రెండునూ సమానంగా ఉన్నాయా?

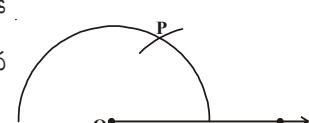


13.8.2 120° కోణమును నిర్మించుట

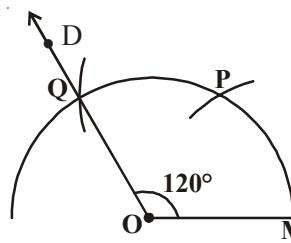
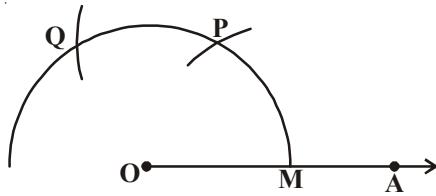
120° కోణము, 60° కోణమునకు రెట్టింపు కదా! అందుచే 120° కోణమును ఈ క్రింది విధముగా నిర్మించవచ్చు.

సోపానము 1 : \overrightarrow{OA} కిరణమును గీయండి.

సోపానము 2 : వృత్తలేఖిని O వద్ద నుంచి ‘O’ కేంద్రముగా కొంత వ్యాసార్థముతో ఒక చాపమును OA ను ఖండించేటట్లు గీచి OA ను ఖండన బిందువును M గా పేరు పెట్టాలి.



సోపానము 3 : M ను కేంద్రముగా తీసుకొని వ్యాసార్థములో (OM) మార్పులేకుండా మందు చాపమును ఖండించేటట్లు మరో చాపమును గీచి, చాపముల ఖండన బిందువును P అని పేరు పెట్టాలి.



సోపానము 4: P ను కేంద్రముగా చేసుకొని, $OM = OP$ వ్యాసార్థములో మార్పులేకుండా మరో చాపమును గీచి ఖండన బిందువును Q అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానము 5 : O, Q బిందువులను కలిపి D వరకు పొడిగించాలి. మనము కోరిన $\angle AOD = 120^\circ$ కోణము నిర్మితమవుతుంది.

ఇవి చేయండి

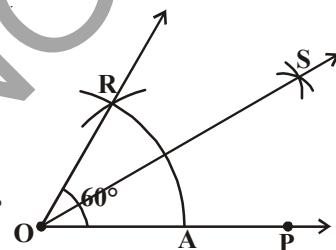


$180^\circ, 240^\circ, 300^\circ$ కోణములను నిర్మించండి.

13.8.3 వృత్తలేఖిని సహాయముతో 30° కోణమును నిర్మించుట

నిర్మాణ సోపానములు :

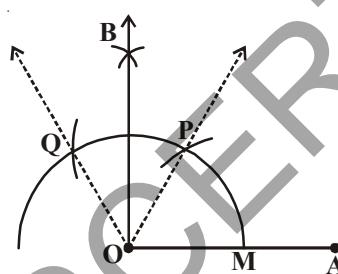
60° కోణమును గీయడం నేర్చుకున్నాము కదా! దానికి $\angle AOR = 60^\circ$ పేరు పెట్టాండి.



ఇప్పుడు ఈ 60° కోణమును మందు నేర్చుకున్న విధానం ద్వారా సమద్విఖండన చేసి 30° కోణంను ఏర్పరచండి.

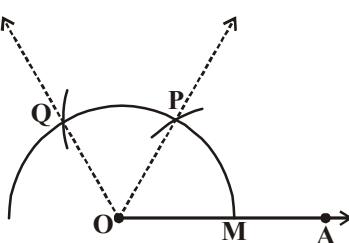
13.8.4 వృత్తలేఖిని సహాయముతో 90° కోణమును నిర్మించుట :

ఇచ్చిన పట్టాన్ని చూడండి



$\angle AOP = 60^\circ$ $\angle POQ = 60^\circ$
మరియు $\angle AOQ = 120^\circ$ మనం 90°
కోణాన్ని నిర్మించాలి కదా! మరియు $90^\circ = 60^\circ + 30^\circ$ అని మనకు తెలుసు. ఇంకా $90^\circ = 120^\circ - 30^\circ$, అంటే 30°

నిర్మించడానికి $\angle POQ$ ను సమద్విఖండన చేయాలి. $\angle BOP = 30^\circ$ మరియు $\angle AOB = 90^\circ$ ఇంకా ఏ విధంగా 90° కోణాన్ని నిర్మించవచ్చే ఆలోచించండి.



సోపానము 1 : P ను కేంద్రముగా చేసుకొని మనకు నచ్చిన వ్యాసార్థము ఒక చాపమును చాపము PQ పై భాగములో గీయాలి.

సోపానము 2 : Q ను కేంద్రముగా చేసుకొని అంతే వ్యాసార్థముతో మరో చాపము గీచి, ఖండిన బిందువును B అని పేరు పెట్టాలి.

సోపానము 3 : OB కిరణమును గీయాలి.

మనము కోరిన $\angle AOB = 90^\circ$ కోణము నిర్మితమయినది.

చేయండి



1. వృత్తిలేఖని ఉపయోగించి 45° కోణమును నిర్మించండి.



అభ్యాసము - 13.5

- కోణమానిని ఉపయోగించకుండా $\angle ABC = 60^\circ$ కోణమును నిర్మించండి.
- కోణమానిని, వృత్తిలేఖనినుపయోగిస్తూ 120° కోణములను నిర్మించండి.
- ఇవ్వబడిన కోణములను స్నేలు, వృత్తిలేఖని సహాయముతో నిర్మించండి. వాటియొక్క నిర్మాణ సోపానములు రాయము.
 - i) 75°
 - ii) 15°
 - iii) 105°
- కోణమానిని ఉపయోగించి పై కోణములను గీయండి.
- $\angle ABC = 50^\circ$ కోణమును నిర్మించి $\angle ABC$ నకు సమానము అయిన $\angle XYZ$ కోణమాని నుపయోగించకుండా నిర్మించాలి.
- $\angle DEF = 60^\circ$ ను నిర్మించండి. దీనిని సమద్విభండన చేయండి.

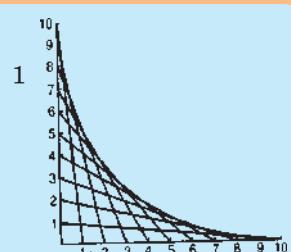
మనం నేర్చుకున్నవి

ఈ అధ్యాయములో జ్ఞానితీయ ఆకారముల నిర్మాణ పద్ధతులను నేర్చుకొన్నాం.

- జ్ఞానితీయ నిర్మాణమునకు ఈ కింది పరికరముల నుపయోగిస్తాం.
 - i) స్నేలు
 - ii) వృత్తిలేఖని
 - iii) విభాగిని
 - iv) కోణమానిని
 - v) మూలముట్టములు
 - స్నేలు, వృత్తిలేఖని సహాయముతో ఈ కింది నిర్మాణములు చేయవచ్చు.
 - i) ఇచ్చిన వ్యాసార్థముతో వృత్తము నిర్మించుట
 - ii) ఇచ్చిన పొడవుతో రేఖాఖండమును నిర్మించుట
 - iii) రేఖాఖండము యొక్క నకలును నిర్మించుట
 - iv) లంబరేఖను గీయడము
 - ఇచ్చిన రేఖపై ఉన్న బిందువు నుండి బి. ఇచ్చిన రేఖపై లేని బిందువు నుండి విభాగిని నిర్మించుట
 - vi) ఇచ్చిన రేఖాఖండము యొక్క లంబ సమద్విభండన రేఖను గీయడం
 - vii) ఇచ్చిన కొలత కట్టిన కోణమును నిర్మించడం
 - viii) ఇచ్చిన కోణము యొక్క నకలును గీయడం.
 - ix) ఇచ్చిన కోణము యొక్క సమద్విభండన రేఖ గీయడం
- గ. 90° ఆ. 45° ఇ. 60° ఈ. 30°

వక్రాలతో తమాపా

ప్రత్కు పటంలో చూపిన విధంగా లంబంగా ఉన్న రెండు రేఖలపై సెం.మీ విభాగంగా 10 బిందువులను గుర్తించండి. 1 మరియు 10, 2 మరియు 9, 3 మరియు 8 ఇలా అన్ని బిందువులను మొత్తము 11 వచ్చేట్లు కలపండి. ఫలితం ఒక వక్రము. ఇటువంటి మరి కొన్ని పటాలను ప్రయత్నించండి.



త్రిమితీయ - ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన

14.1 పరిచయం

కొన్ని వస్తువుల చిత్రాలు కింద ఇవ్వబడినవి



పీటి ఆకారాలను జాగ్రత్తగా పరిశీలించండి. ఆకారాలను బట్టి వాటిని వద్దికరించి కింద పట్టిక పూరించండి.

పట్టిక 14.1

ఆకారము	వస్తువు
అగ్గిపెట్టివలె ఉండేవి	
బంతివలె ఉండేవి	
కొయ్యుదూలము వలె ఉండేవి	
పాచికల వలె ఉండేవి	
బోపి ఆకారములో ఉండేవి	

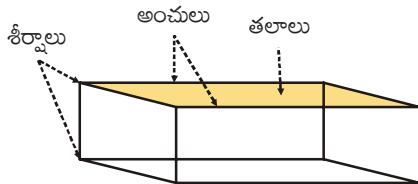
14.2 త్రిమితీయ ఆకారాలు

కింది తరగతుల్లో త్రిభుజాలు, చతురస్రాలు, దీర్ఘచతురస్రాలు మొదలగు వాటి గురించి నేర్చుకున్నాం. ఈ ఆకారాలన్నీ రెండు దిశలలో మాత్రమే విస్తరణను కలిగి ఉంటాయి. పీటినే ద్విమితీయ ఆకారాలు లేక 2D ఆకారాలు అంటాం.

పైన ఇవ్వబడిన అన్ని ఘనాకార వస్తువులు పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తు లేక లోతులు అనే మూడు కొలతలు కలిగి ఉంటాయి. పీటినే త్రిమితీయ ఆకారాలు లేక 3D ఆకారాలు అంటాం. ఇప్పుడు మనం వివిధ త్రిమితీయ లేక 3D ఆకారాల గురించి నేర్చుకుండాం.

14.2.1 దీర్ఘఫునము (CUBOID)

అగ్గిపెట్టే వంటి ఆకారములో గల వస్తువులు దీర్ఘఫునమునకు ఉదాహరణలు. అగ్గిపెట్టే పై భాగమును నీ చేతితో తాకుము. ఈ భాగాన్ని అగ్గిపెట్టే తలం అంటారు అగ్గిపెట్టేకు ఎన్ని తలాలుంటాయి?



ఈ తలాల భుజాలే అంచులు. అగ్గిపెట్టేకు ఎన్ని అంచులు ఉంటాయి? అంచుల మూలలనే శీర్షాలంటాం. అగ్గిపెట్టేకు ఎన్ని శీర్షాలుంటాయి?

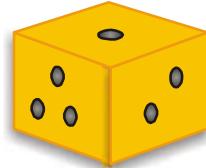
ఇప్పుడు ఒక ఇటుకను చేతితో తాకి అది కూడా అగ్గిపెట్టే ఆకారంలో ఉంటుందని గ్రహించండి. దాని తలాలను అంచులను, శీర్షాలను పరిశీలించండి.

అగ్గిపెట్టే ఇటుక కూడా అదే సంఖ్యలో గల తలాలను, అంచులను, శీర్షాలను కలిగి ఉంటుండా? ఇది నిజమని తెలుస్తుంది.

అగ్గిపెట్టే, ఇటుక మొదలగునవి దీర్ఘఫునము ఆకారంలో ఉండి 6 తలాలను, 12 అంచులను, 8 శీర్షాలను కలిగి ఉంటాయి.

14.2.2 సమఫునము (CUBE)

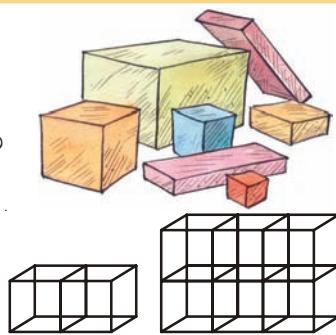
పాచిక ఆకారంలోని వస్తువులు సమఫునమునకు ఉదాహరణలు. ఒక పాచిక తలాలను, అంచులను, శీర్షాలను పరిశీలించి లెక్కించండి? పాచికలకు ఎన్ని తలాలు, అంచులు, శీర్షాలు ఉంటాయో చెప్పండి.



దీర్ఘఫునమునకు వలే దీనికి 6 ముఖాలు, 12 అంచులు, 8 శీర్షాలు ఉంటాయని నీవు కనుగొంటావు. మరి సమఫునమునకు, దీర్ఘఫునమునకు గల తేడా లేమిటి? ఒక సమఫునము యొక్క పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తులు సమానమని, అదే దీర్ఘఫునమునకైతే అవి సమానము కాదని నీవు కనుగొనగలవు. పెన్విల్ రబ్బరు, పాచికల పొడవు, వెడల్పు, ఎత్తులను కొలచి సరిచూడండి.

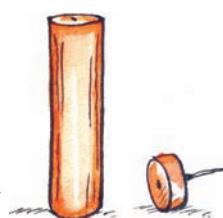
ప్రయత్నించండి

1. i) సమఫునము యొక్క ముఖ ఆకారమేమి?
ii) దీర్ఘఫునము యొక్క ముఖ ఆకారమేమి?
2. రమేష్ అతని గదితోని కొన్ని పెట్టేలను ఎన్నుకున్నాడు. వాటి చిత్రములు ప్రక్కన ఇవ్వబడినవి. వాటిలో సమఫునాలైన్ని, దీర్ఘఫునాలైన్ని?
3. అజిత్ 2 సె.మీ భుజం గల సమ ఫునాలతో దీర్ఘఫునాన్ని తయారుచేశాడు. మరి ఆ దీర్ఘఫునము యొక్క పొడవు, వెడల్పు మరియు ఎత్తులను కనుగొనము.

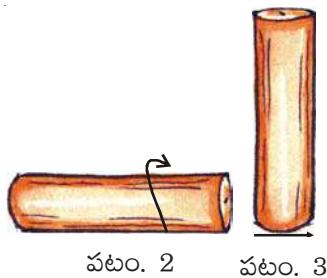


14.2.3 సూపము (CYLINDER)

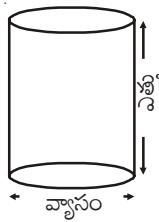
వైపుముక్క కొయ్య దూలము, కొవ్వొత్తి, ట్యూబ్టెల్ట్, నీళ్ళబాటీల్ మొదలగు వస్తువులు సూపాకారంలో ఉంటాయి. ఒక కొవ్వొత్తిని తీసికాని పటము-1 లో చూపిన విధంగా పై భాగములో కట్టిరించుము. చిన్నముక్కను పారవేసి మిగిలిన కొవ్వొత్తిని పటము -2 చూపినట్లు అడ్డంగా నేలపై ఉంచి దొర్లించుము.



పటం. 1



వ తలం పై క్రొవ్వోత్తి దొర్లుతుందో, ఆ తలాన్ని దాని “వక్రతలం” అంటారు. అది దొర్లేని తలాన్ని “భూమి” అంటారు.
పటంలో చూపినట్లు దాని ఎత్తు, వెడల్పు (వ్యాసము) లను చూడండి.

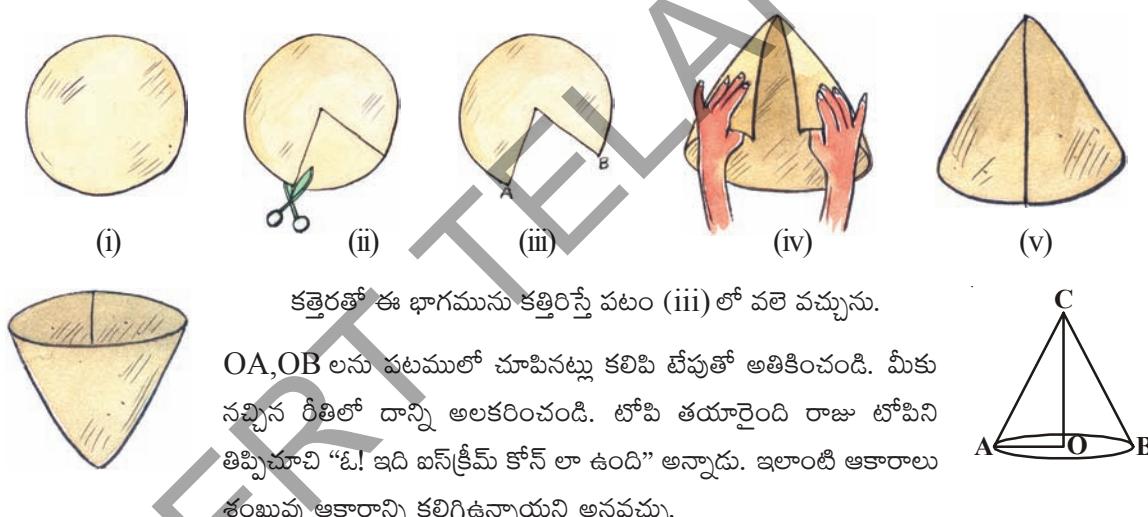


14.2.4 శంఖువు (CONE)

రాజు అతని పుట్టినరోజున ఒక ప్రత్యేకమైన టోపిని కొనదలచినాడు. లీలను తనతో రమ్మని అడిగాడు. లీల అతనితో “దాని కోసం దుకాణమునకు వెళ్ళసవసరం లేదు, మనమే ఆ టోపిని తయారుచేసుకొనవచ్చు” అన్నది.

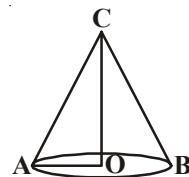
మీరు కూడా అలాంటి టోపిని తయారుచేయాలనుకుంటున్నారా? అయితే ప్రయత్నించాం!

ఒక చార్పు కాగితము పై వృతలేభిని సహాయింతో ఒక వృత్తాన్ని గీయండి. వృత్త కేంద్రము నుండి దాని పరిధిని కలుపు రెండు రేఖలను పటం (ii) లో చూపినట్లు గీయాలి.



కత్తెరతో ఈ భాగమును కత్తిరిస్తే పటం (iii) లో వలె వచ్చును.

OA, OB లను పటములో చూపినట్లు కలిపి టోపతో అతికించండి. మీకు నచ్చిన రీతిలో దాన్ని అలకరించండి. టోపి తయారైంది రాజు టోపిని తిప్పిచూచి “ఓ! ఇది ఐస్ట్రిక్మ్ కోన్ లా ఉంది” అన్నాడు. ఇలాంటి ఆకారాలు శంఖువు ఆకారాన్ని కలిగించాయని అనవచ్చు.



శంఖువు ఆకారాన్ని ప్రక్క పటంలో చూడవచ్చు. OA ని వృత్తాకార భాగ వ్యాసార్థమని, OC ని శంకువు ఎత్తు అని అనవచ్చు.

ఆలోచించి, చర్చించి రాయండి

స్ఫూర్మయునకు, శంఖువునకు గల ముఖాలు, అంచులు, శీర్శాల సంఖ్యను బట్టి వాటి బేధాలను మీ మిత్రులతో చర్చించి కనుగొనండి.



14.2.5 గోళము (SPHERE)

బంతులు, లడ్డులు, గోళీలు మొదలగునవి గోళాకారంలో ఉంటాయి. ఇవి అన్ని వైపుల నుంచి సులువుగా దొర్లగలవు. నిత్యజీవితంలో నీవు నిమ్మకాయను చూచి ఉంటావు. దానిని అడ్డకోత కోస్తే పటంలో వలే కనిపిస్తుంది. ఇది దాదాపు అర్ధ గోళము వలె ఉంటుంది.



ఇవి చేయండి

కింది పట్టికను నింపండి.

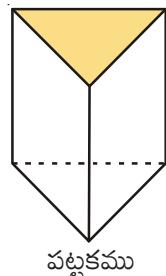


క్ర. సంఖ్య	వస్తువు	ఆకారము	కేవలం జరుగుతుంది	కేవలం దొర్లుతుంది	జరుగును మరియు దొర్లును
1.	బ్యాటరీ	స్ఫూషాకారం	×	×	✓
2.	బంధి				
3.	నూనె డబ్బు				
4.	బిస్కిట్ ప్యాకెట్				
5.	నాణిము				
6.	గోళీ				
7.	నారింజ పండు				

స్ఫూషము, శంకువు మరియు గోళము తిన్నని అంచులు (Straight edges) కలిగి యుండవు. శంకువు యొక్క భూమి ఏ ఆకారములో ఉంటుంది? వృత్తాకారమేనా? స్ఫూషమునకు రెండు భూములు ఉంటాయి. దాని భూమి ఏ ఆకారంలో ఉంటుంది. మరి, గోళమునకు ఎటువంటి తలాలు ఉండవు. ఆలోచించండి.

14.2.6 పట్టకము (PRISM)

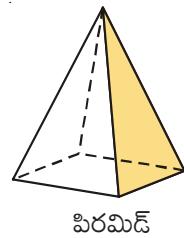
ప్రక్కన పట్టకము పటము ఇవ్వబడినది. ప్రయోగశాలలో దీనిని చూచి ఉంటావు. దీని రెండు ముఖాలు త్రిభుజాకారంలో ఉంటాయి. మిగిలిన ముఖాలు దీర్ఘచతురస్రాకారంలో గాని, చతురస్రాకారంలో గాని ఉంటాయి. ఇదే త్రిభుజాకార పట్టకము.



ఒక పట్టకమునకు భూమి దీర్ఘచతురస్రాకారంలో ఉన్న దాన్ని దీర్ఘచతురస్రాకార పట్టకము అంటారు. దీర్ఘచతురస్రాకార పట్టకానికి మరొక పేరు చెప్పగలవా?

14.2.7 పిరమిడ్ (PYRAMID)

ఒకే భూమి కలిగి, మిగిలిన ముఖాలు త్రిభుజాకారంలో ఉంటే అది పిరమిడ్ అవుతుంది. దాని త్రిభుజాకార తలాలన్నీ శీర్షము వద్ద కలుసుకుంటాయి.

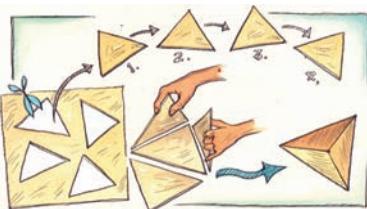


ఇక్కడ చతురస్రాకార పిరమిడ్ ఇవ్వబడినది. దీని భూమి చతురస్రం.

త్రిభుజాకార పిరమిడ్ను ఊహించి గీయడానికి ప్రయత్నించండి.

కృత్యము

ఒక చార్పు కాగితము పై సమాన భుజాలు గల ఒక త్రిభుజమును గీయండి. దానిని కత్తిరించి వేరు చేయండి. ఈ త్రిభుజాన్ని పయోగించి ఇదే కొలతలు గల ఇంకా మూడు త్రిభుజాలను కత్తిరించండి. ఆ త్రిభుజాల అంచులను ఒకదానితో ఒకటి అతికించి ఒక సంవృత ఆకృతిని పొందండి. ఈ ఆకృతి ఒక చతుర్మాఫి' లేక 'త్రిభుజాకార పిరమిడ్.'





అభ్యసం - 14.1

1. ఒక త్రిభుజాకార పిరమిడ్ భూమి త్రిభుజము. దినే చతుర్భుజి అంటాం. దినిలోని

తలాల సంఖ్య : _____

అంచుల సంఖ్య : _____

శీర్షాల సంఖ్య : _____

2. ఒక చతురస్రాకార పిరమిడ్ భూమి చతురస్రం. దినిలోని

తలాల సంఖ్య : _____

అంచుల సంఖ్య : _____

శీర్షాల సంఖ్య : _____

3. కింది పట్టికను పూరింపుము

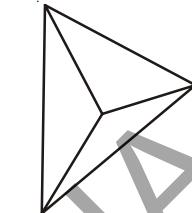
ఆకారము	వక్రతలాల సంఖ్య	సమతలాల సంఖ్య	శీర్షాల సంఖ్య

4. ఒక త్రిభుజాకార పట్టకము ఒక కెలిడియాస్ట్రిప్స్‌లా ఉంటుంది. దానిలో త్రిభుజాకార ముఖాలు ఎన్ని ఉంటాయి? దిన్ఫ్స్ చతురస్రాకార ముఖాలు ఎన్ని ఉంటాయి?

తలాల సంఖ్య : _____

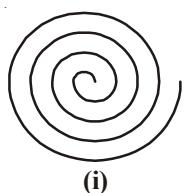
అంచుల సంఖ్య : _____

శీర్షాల సంఖ్య : _____

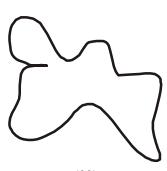


14.3 జవుభుజాలు

‘ప్రాథమిక జ్ఞానితీయ భావనలు’ అనే అధ్యాయంలో సంవృత పటాలు, అసంవృత (వివృత) పటాలు గురించి నేర్చుకున్నాం. కింద ఇవ్వబడిన పటాలను పరిశీలించి ఏవి సంవృత పటాలో? ఏవి అసంవృత పటాలో తెల్పండి?



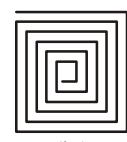
(i)



(ii)



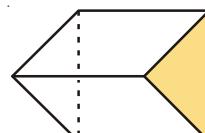
(iii)



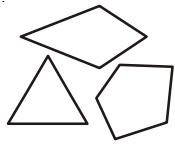
(iv)



(v)



రేఖాభండాలచే ఏర్పడే సరళ సంవృత పటాలను బహుభుజాలు అని అంటారు. కొన్ని ఉదాహరణలు చిత్రంలో చూపబడినవి.



జవి చేయండి

1. మీ నోట్ పుస్తకంలో 10 వివిధ రకాల బహుభుజాలు గీయండి.
2. అగ్గిపుల్లలను గాని, చీపురుపుల్లలను కాని ఉపయోగించి సంవృత పటాలను తయారుచేయండి.
 - i) ఆరు పుల్లలతో
 - ii) ఐదు పుల్లలతో
 - iii) నాలుగు పుల్లలతో
 - iv) మూడు పుల్లలతో
 - v) రెండు పుల్లలతో



వి సందర్భములో బహుభుజి ఏర్పడదు? ఎందుకు?

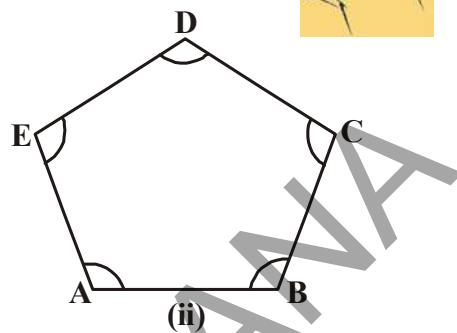
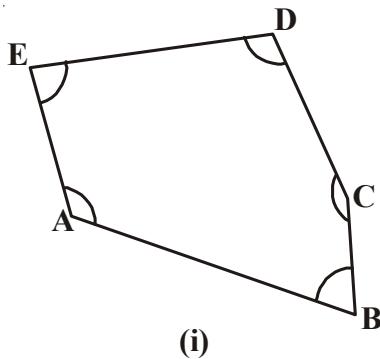
రెండు పుల్లలతో బహుభుజిని నిర్మించలేదని గ్రహించగలవు. ఒక బహుభుజికి కనీసం మూడు భుజాలు ఉండాలి. మూడు భుజాలు కల ఒక బహుభుజిని త్రిభుజమంటాం. క్రింది పట్టిక ద్వారా వివిధ రకాల బహుభుజాలను తెలుసుకొనవచ్చు.

పట్టికలో ఖాళీలను పూరించండి.

వివిధ బహుభుజాలు	భుజాల సంఖ్య	బహుభుజి పేరు
	3	త్రిభుజము
	4	చతుర్భుజము
	-	షంచభుజి
	-	పద్ధుజి
	7	సప్తభుజి
	-	ఆప్టభుజి

ప్రయత్నించండి

కింద ఇవ్వబడిన పటాల మధ్య తేడాలను కనుగొనండి.

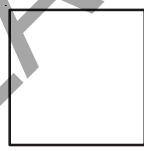
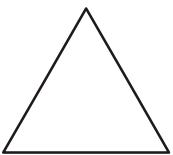


(i) మరియు (ii) పటాలలో భుజాల పొడవులను, కోణాలను, కొలవండి. నీవేమి కనుగొన్నావు.

14.3.1 క్రమబహుభుజి

అన్ని భుజాల కొలతలు, అన్ని కోణాల కొలతలు సమానంగా గల బహుభుజినే క్రమ బహుభుజి అంటాం.

ఉదాహరణ :



సమబాహు త్రిభుజము : అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమాన కొలతలు గల త్రిభుజము

చతురస్రము : అన్ని భుజాలు, అన్ని కోణాలు సమాన కొలతలు గల చతుర్భుజము

ఈక పంచభుజి, షడ్భుజి, సప్తభుజి, అష్టభుజిలలో భుజాల కొలతలు, కోణాల కొలతలు సమానమైన వాటిని వరుసగా క్రమ పంచభుజి, క్రమషడ్భుజి, క్రమసప్తభుజి, క్రమ అష్టభుజి అంటాం.

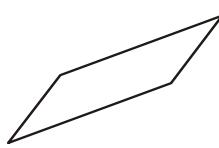


అభ్యాసం - 2

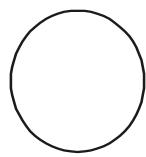
- కింద వానిలో ఏవి బహుభుజాలో పరిశీలించుము. ఏదైనా బహుభుజి కానిచో ఎందుకో తెల్పుము?



(i)

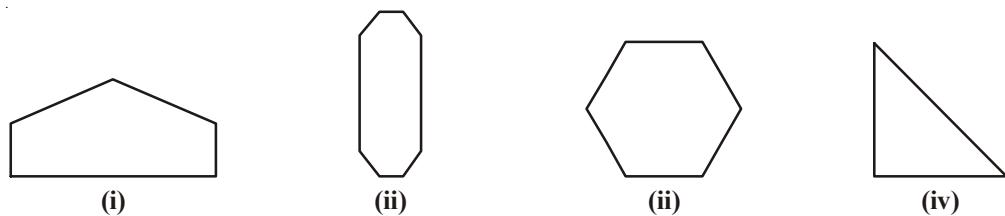


(ii)

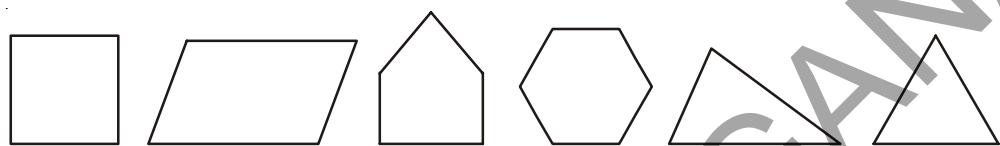


(iii)

2. కింది పట్టాలలో భుజాల సంఖ్యను తెలిపి అది ఏ రకమైన బహుభుజో తెల్పాము.



3. కింది పట్టాలలో క్రమ బహుభుజాలను గుర్తించుము.



మనం నేర్చుకున్నవి

1. సాధారణంగా వివిధ ఆట్టపెట్టేలు ఫునము లేక దీర్ఘఫునం ఆకారంలో ఉంటాయి.

ఆకారం	ముఖాలు	అంచులు	శీర్షాలు
	6	12	8
	6	12	8

2. కోన్ ఐస్‌క్రిమ్ కప్, జోకర్ టోపి మొదలగునవి శంఖువు ఆకారంలో ఉంటాయి.
3. పైపులు, టీన్సులు, ఆయిల్ డ్రమ్ములు, కొయ్యదూలాలు మొదలగునవి స్కూపాకారంలో ఉంటాయి.
4. బంతి, లడ్డులు మొదలగునవి గోళాకారంలో ఉంటాయి.
5. ఒక బహుభుజి అనేది సరళరేఖలచే ఏర్పడిన సంవృత పటము.
6. అన్ని భుజాల కొలతలు, కోణాల కొలతలు సమానమైనట్టి బహుభుజిని, క్రమబహుభుజి అంటాం.



జవాబులు



అభ్యాసం - 1.1

1. అతి పెద్ద సంఖ్య అతి చిన్న సంఖ్య
 - i 15892
 - ii 25800
 - iii 44687
 - iv 75671
 - v 34899
2. i 375, 1475, 4713, 15951 i 9347, 12300, 19035, 22570
3. i 89715, 89254, 45321, 1876 i 18500, 8700, 3900, 3000
4. i < ii > iii > iv >
5. i డబ్బు రెండు వేల ఆరువందల నలభై రెండు.
ii యాభై ఐదు వేల మూడు వందల నలభై ఐదు.
iii అరవై ఆరువేల ఆరు వందలు
iv ముప్పై వేల మూడు వందల ఒకటి
6. i 40270 ii 14064 iii 9700 iv 60000
7. i పెద్ద సంఖ్య 7430 ii చిన్న సంఖ్య 3047
8. i 1000 ii 9999 iii 10000 iv 99999



అభ్యాసం - 1.2

1. i 90 ii 420 iii 3950
iv 4410
2. i 700 ii 36200 iii 13600 iv 93600
3. i 3000 ii 70000 iii 9000 iv 4000
4. i 3407 ii 12351 iii 30525 iv 99999
5. i $4000 + 300 + 40 + 8$
iii $20000 + 2000 + 200 + 20 + 2$ ii $30000 + 200 + 10 + 4$
iv $70000 + 5000 + 20 + 5$



అభ్యాసం - 1.3

1. i 1,12,45,670 ii 2,24,02,151
iii 3,06,08,712 iv 19,03,08,020
2. i ముప్పై నాలుగు వేల ఇరవై ఐదు

- | | | | | |
|----|-----|---|----|-------------------------------------|
| | i | ఏడు లక్షల తొమ్మిది వేల ఒక వంద పదిహేను. | | |
| | iii | నలభై ఏడు కోట్ల అరవై లక్షల మూడు వందల పదిహేడు | | |
| | iv | ఆరుకోట్ల పద్ధనిమిది లక్షల ఏడువేలు | | |
| 3. | i | 4,57,400 | i | 60,02,775 |
| | iii | 2,50,40,303 | iv | 60,60,60,600 |
| 4. | i | $600000 + 40000 + 100 + 50 + 6$ | | |
| | i | $6000000 + 300000 + 20000 + 500$ | | |
| | iii | $10000000 + 2000000 + 500000 + 30000 + 200 + 70 + 5$ | | |
| | iv | $700000000 + 50000000 + 8000000 + 10000 + 9000 + 200 + 2$ | | |
| 5. | i | 54, 28, 524 | i | 6, 43, 20, 501 |
| | iii | 3, 03, 07, 881 | iv | 7, 70, 07, 070 |
| 6. | i | $18, 71, 964 > 4, 67, 612$ | i | $14, 35, 10, 300 > 14, 25, 10, 300$ |
| 7. | i | $99, 999 < 2, 00, 015$ | i | $13, 49, 785 < 13, 50, 050$ |



ಅಭ್ಯಾಸಂ - 1.4

- | | | | | |
|-------------------------------|-------------------------|---|----|------------------|
| 1. | i | 97, 645, 315 | i | 20, 048, 421 |
| | iii | 476, 356 | iv | 9, 490, 026, 834 |
| 3. | హిందూ - అరబ్ సంఖ్యామానం | | | |
| | i | వన్నెండు కోట్ల ముపై ఒకటి లక్షల పదిహేను వేల ఇరవై ఏడు. | | |
| | i | ఎనిమిది కోట్ల తొంటై ఆరు లక్షల నలభై మూడువేల తొంటై రెండు. | | |
| అంతర్జాతీయ (ఆంగ్ల) సంఖ్యామానం | | | | |
| | i | ఒక వంద ఇరవై మూడు మిలియన్ల ఒక వంద పదిహేను వేల ఇరవై ఏడు. | | |
| | i | ఎనభై తొమ్మిది మిలియన్ల ఆరువందల నలభై మూడు వేల తొంటై రెండు. | | |
| 4. | i | 2 | i | 4 |
| | iii | 0 | iv | మూడు వందల రెండు |



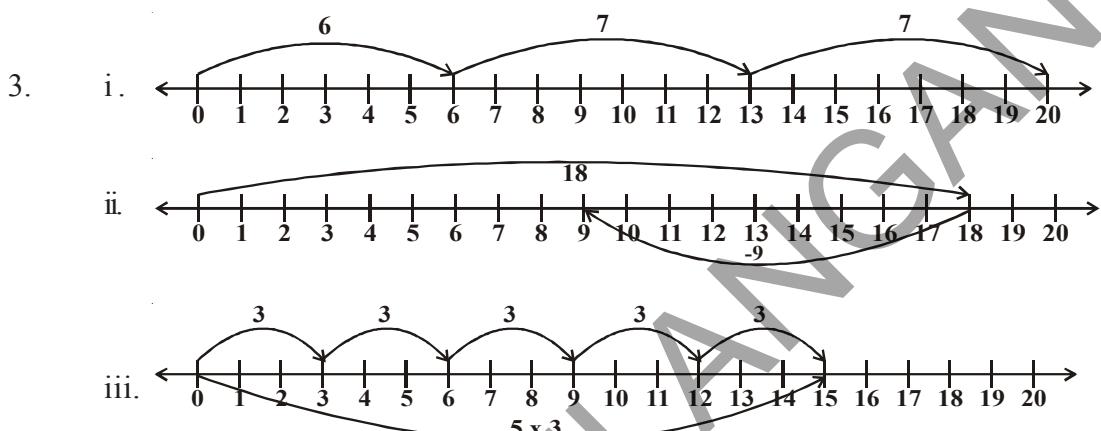
ପ୍ରକାଶନୀ - 15

- | | | | |
|----|--|----|---------------------------|
| 1. | 54,284 | 2. | 2,34,732 |
| 3. | ಅತಿ ಪೆದ್ದ ಸಂಖ್ಯ = 75430 | | |
| | ಅತಿ ಚಿನ್ನ ಸಂಖ್ಯ = 30457 | | |
| | ತೇಡಾ = 44973 | | |
| 4. | 96875 ಸೈಕಿಟ್ಟು | 5. | 2400 ಕಿ.ಮೀ, 24,00,000 ಮೀ. |
| 6. | 1680 ಗ್ರಾಮುಲು; 1 ಕಿ.ಗ್ರಾ. 680 ಗ್ರಾಮುಲು | 7. | 22 ಕಿ.ಮೀ 500 ಮೀ. |
| 8. | 22 ಷರ್ಟುಲು ; 40 ಸೆ.ಮೀ ಬಟ್ಟ ಮಿಗುಲುನು | 9. | ₹ 45000 |

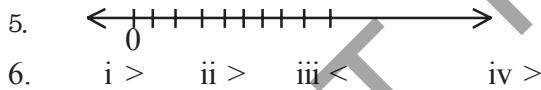


అభ్యాసం - 2.1

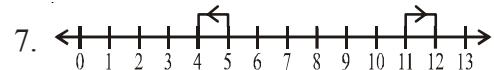
1. i T
iii F సహజ సంఖ్యలన్నీ పూర్తాంకాలు
v F సంఖ్య రేఖపై ఎడమ వైపున గల పూర్తాంకం దాని కుడివైపున గల సంఖ్య కంటే చిన్నది
vi F సంఖ్యారేఖ పై కనిష్ట పూర్తాంకాన్ని సూచించవచ్చు
vii F సంఖ్యారేఖపై గరిష్ట పూర్తాంకాన్ని సూచించలేదు
2. 18



4. i 239 కి కుడి పక్కన 895 ఉంటుంది
iii 284013 కు కుడిపక్కన 10015678 ఉంటుంది



6. i > ii > iii < iv >



అభ్యాసం - 2.2

1. i 532 ii 47 iii C iv 100 v 85 vi d
2. i. 1095 ii 600 3. i 196300 ii 1530000
4. i 11040 ii 388710 5. i 407745 ii 2000955
6. ₹ 3000 7. ₹ 330
8. i c ii e iii b iv a v d



అభ్యాసం - 2.3

$$1. 123456 \times 8 + 6 = 987654$$

$$1234567 \times 8 + 7 = 9876543$$

$$12345678 \times 8 + 8 = 98765432$$

$$123456789 \times 8 + 9 = 987654321$$

2. $91 \times 11 \times 4 = 4004$
 $91 \times 11 \times 5 = 5005$
 $91 \times 11 \times 6 = 6006$
 $91 \times 11 \times 7 = 7007$
 $91 \times 11 \times 8 = 8008$
 $91 \times 11 \times 9 = 9009$
 $91 \times 11 \times 10 = 10010$



ಅಭ್ಯಾಸಂ - 3.1

1. 2వే నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- ii, iii, iv, v vi, viii
3వే నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- i, ii, iii, iv, v, vii
6వే నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- ii, iii, iv, v

2. 5వే నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- 25, 125, 250, 1250, 10205, 70985, 45880
10వే నిశ్చేషంగా భాగించబడేవి -- 250, 1250, 45880

5. 3,5 లక్షే 12345 నిశ్చేషంగా భాగించబడును
54321 కేవలం 3వే నిశ్చేషంగా భాగించబడును



ಅಭ್ಯಾಸಂ - 3.2

1. i 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 ii 1, 23
 iii 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96 iv 1, 5, 23, 115

2. i, ii 3. 19

4. ప్రథానసంఖ్యలు - 11, 13, 17, 19, 23, 29
 సంయుక్త సంఖ్యలు - 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 22, 24, 25, 26, 27, 28

5. 13-31, 79-97 6. (3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19)

7. 5 మరియు 7 8. 13, 23

9. 90 మండి 96 10. (31, 11, 11); (13, 17, 23); (3, 19, 31) మొఱవి

11. (3, 13); (7, 17); (23, 13) మొఱవి 12. (2, 3); (3, 7); (7, 13) మొఱవి



ಅಭ್ಯಾಸಂ - 3.3

- The diagram shows two binary search trees, labeled i and ii.

Tree i: A root node with value 90 has left child 10 and right child 9. Node 10 has left child 2 and right child 5. Node 9 has left child 3 and right child 3.

```

graph TD
    90((90)) --- 10((10))
    90 --- 9((9))
    10 --- 2((2))
    10 --- 5((5))
    9 --- 3((3))
    9 --- 3((3))
  
```

Tree ii: A root node with value 90 has left child 30 and right child 3. Node 30 has left child 10 and right child 3. Node 10 has left child 2 and right child 5.

```

graph TD
    90((90)) --- 30((30))
    90 --- 3((3))
    30 --- 10((10))
    30 --- 3((3))
    10 --- 2((2))
    10 --- 5((5))
  
```

- $2 \times 2 \times 3 \times 7$
 - నాల్గంకెల అతి పెద్ద సంఖ్య - 9999
ప్రథాన కారణాంకాల లబ్ధం - $101 \times 11 \times 3 \times 3$
 - $కఁ సంఖ్య 210 \text{ ఎందుకనగా } 210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$



ಅಭ್ಯಾಸಂ - 3.4

1. i 9 ii 53 iii 5 iv 32



ಅಬ್ಯಾಸಂ - 3.5

1. i. 60 ii. 75 iii. 42 iv. 54 v. 1008 vi. 182
2. i. 2352 ii. 2142 iii. 1980
3. 247
4. i. 900 ii. 904
5. 13வது பாடம்



ಅಭ್ಯಾಸಂ - 3.6

- | | | | | |
|-----|----|------------------------------|-----|------------------------------|
| 1. | i | ક.સો.ગુ = 120
ગ.સો.ભા = 3 | ii | ક.સો.ગુ = 200
ગ.સો.ભા = 1 |
| iii | | ક.સો.ગુ = 48
ગ.સો.ભા = 12 | | |
| 2. | 36 | 3 | 546 | 4. 18 |



ಅಭ್ಯಾಸ ० - ३.७

1. i, ii, iii, iv 2. ii, iv, v

3. i కాదు ii అవును iii అవును

4. 4వే నిశ్చేషంగా భాగింపబడేవి - i, ii, iii, iv

5. 8వే నిశ్చేషంగా భాగింపబడేవి - i, ii, iii

6. 1

7. 1001, 1012, 1023, 1034, 1045, 1056, 1067, 1078, 1089

8. 1243 9. 104



అభ్యాసం - 4.1

1. i. \overline{AB} , \overline{BC} , \overline{AC} ii. \overline{PQ} , \overline{QR} , \overline{RS} , \overline{ST} , \overline{PT}
3. i. లక్ష్మింపలేనన్ని / చాలా ii. ఒకటి
4. iii. రేఖా ఖండం
5. i. రెండు ii. ఒకటి iii. లేవు
6. i. T ii. T iii. F iv. F v. T



అభ్యాసం - 4.2

1. i., ii. iv
2. వివృత (i., v) సంవృత (ii., iii., iv)
3. అంతరం (A, B, E, G, I), సరిహద్దు (K, F, C), బాహ్యం (J, D)



అభ్యాసం - 4.3

1. ii. $\angle BOC$, O, \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} iii. $\angle COD$, O, \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD}
iv. $\angle DOA$, O, \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OD}
2. $\angle BAD$, $\angle ABC$, $\angle BCD$, $\angle ADC$

4. i., iii.



అభ్యాసం - 4.4

2. i. \overline{PS} ii. $\angle R$ iii. \overline{PS} మరియు \overline{QR} iv. $\angle P$ మరియు $\angle R$
3. i. S, R ii. A, B, C, D, E iii. T, P, Q



అభ్యాసం - 4.5

3. i. T ii. T iii. T iv. F v. F



అభ్యాసం - 5.1

4. రేపు గుర్తించినది స్వర్ణనది.



అభ్యాసం - 5.2

1. i సత్యం
 - ii అనత్యం లంబకోణం కొలత 90°
 - iii అనత్యం సరళకోణం కొలత 180°
 - iv సత్యం
 - v సత్యం
2. అల్పకోణాలు $\angle 1, \angle 3$
అధిక కోణాలు $\angle 2, \angle 4$
3. $\angle ABC = 60^\circ$
 $\angle FED = 120^\circ$
 $\angle RQP = 90^\circ$
 $\angle FED$ అతి పెద్ద కోణం
4. i లంబకోణం
 - ii సరళ కోణం
 - iii శూన్య కోణం
 - iv అధిక కోణం
 - v పరావర్తన కోణం
5. అల్ప కోణం 45°
లంబ కోణం 90°
అధిక కోణం 150°
పరావర్తన కోణం 270°
సరళ కోణం 180°



అభ్యాసం - 5.3

1. i సమాంతర రేఖలు
 - ii సమాంతర రేఖలు
 - iii ఏది కాదు
 - iv సమాంతర రేఖలు
 - v లంబ రేఖలు
3. సమాంతర రేఖలు $AB \parallel CD, AD \parallel BC$
లంబాలు $AD \perp AB, AB \perp BC, BC \perp CD, CD \perp DA$
ఖండన రేఖల జత AC, BD

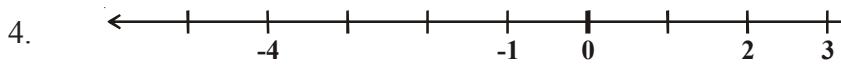


అభ్యాసం - 6.1

1. i. + 3000 మీటర్లు ii. -10 మీటర్లు
 iii. + 35°C iv. 0°C
 v. -36°C vi. -500 మీటర్లు
 vii. -19°C viii. +18°C

2. (-1, -2, -3, -4, -5 ... మొదలగునవి)

3. (1, 2, 3, 4, 5 ... మొదలగునవి)



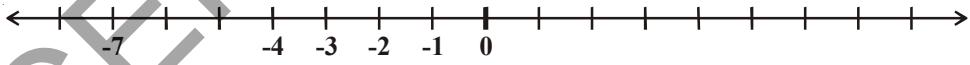
5. i. [ఆసత్యం, ఎడమవైపు] ii. [ఆసత్యం]
 iii. [సత్యం] iv. [సత్యం]



అభ్యాసం - 6.2

1. i. < ii. > iii. < iv. > v. < vi. <
2. i. (-7, -3, 5) ii. (-1, 0, 3)
 (5, -3, -7) (3, 0, -1)
 iii. (-6, 1, 3) iv. (-5, -3, -1)
 (3, 1, -6) (-1, -3, -5)
3. i. (సత్యం) ii. (ఆసత్యం -12 బుణపూర్ణ సంఖ్య మరియు + 12 ధనపూర్ణ సంఖ్య)
 iii. (సత్యం) iv. (సత్యం)
 v. (ఆసత్యం -100 < +100) vi. (ఆసత్యం, -1 > -8)

4. i. 0 ii. -4, -3, -2, -1
 iii. -7 iv. -1, -2



5. కుట్టి (-6°C < 4°C)



అభ్యాసం - 6.3

- | | | | | | | | |
|-------|------|-----|------|------|-----|-----|-----|
| 1. i. | 1 | ii. | -10 | iii. | -9 | | |
| iv. | 0 | v. | -16 | vi. | 3 | | |
| 2. i. | 7 | ii. | 6 | iii. | 0 | | |
| iv. | -115 | v. | -132 | vi. | 6 | | |
| 3. i. | -154 | ii. | -40 | iii. | 199 | iv. | 140 |
| 4. i. | 6 | ii. | -78 | iii. | -64 | iv. | 25 |



అభ్యాసం - 6.4

1.	i.	18	ii.	-14	iii.	-33		
	iv.	-33	v.	44	vi.	19		
2.	i.	<	ii.	>	iii.	>	iv.	=
3.	i.	13	ii.	0	iii.	-9	iv.	-6
4.	i.	-13	ii.	21	iii.	-33	iv.	88



అభ్యాసం - 7.1

1. ii, iii
2. iv, v $\frac{13}{2}$ భిన్నం 6,7 ల మధ్య ఉంటుంది.
3. ii, iv $\frac{7}{3}$ భిన్నం 2,3 ల మధ్య ఉంటుంది.
4. i. $2\frac{1}{3}$ ii. $5\frac{1}{2}$ iii. $2\frac{1}{4}$ iv. $6\frac{3}{4}$ 5. i. $\frac{9}{7}$ ii. $\frac{26}{8} = \frac{13}{4}$ iii. $\frac{92}{9}$ iv. $\frac{79}{9}$



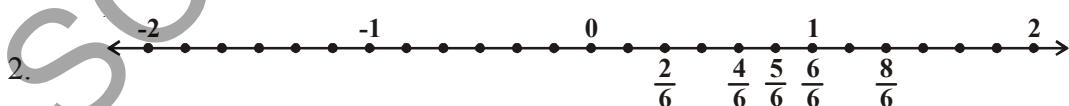
అభ్యాసం - 7.2

1. i, ii
3. i. $\left(\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{4}{6} = \frac{2}{3}\right)$ ii. $\frac{3}{5}$ మరియు $\frac{2}{5}$ iii. $\left(\frac{7}{8}, \frac{2}{8}\right)$



అభ్యాసం - 7.3

1. అరోహణ క్రమం అవరోహణ క్రమం
- i. $\frac{1}{8} < \frac{3}{8} < \frac{4}{8} < \frac{6}{8}$ or $\frac{6}{8} > \frac{4}{8} > \frac{3}{8} > \frac{1}{8}$
- ii. $\frac{3}{9} < \frac{4}{9} < \frac{6}{9} < \frac{8}{9}$ అవరోహణ క్రమంగా మీ సాంతంగా తెలుపండి



$$\frac{2}{6} < \frac{4}{6} < \frac{5}{6} < \frac{6}{6} < \frac{8}{6}$$

3. i $\frac{1}{6} \square \frac{1}{3}$ ii $\frac{3}{4} \square \frac{2}{6}$ iii $\frac{2}{3} \square \frac{2}{4}$
 iv $\frac{6}{6} \square \frac{3}{3}$ v $\frac{5}{6} \square \frac{5}{5}$
4. i $\frac{1}{2} \square \frac{1}{5}$ ii $\frac{2}{4} \square \frac{3}{6}$ iii $\frac{3}{5} \square \frac{2}{3}$
 iv $\frac{3}{4} \square \frac{2}{8}$ v $\frac{3}{5} \square \frac{6}{5}$ vi $\frac{7}{9} \square \frac{3}{9}$
5. i కాదు ఎందుకనగా $\frac{5}{9}$ కన్నా $\frac{4}{5}$ పెద్దది
 ii కాదు $\frac{5}{9}$ కన్నా $\frac{9}{16}$ పెద్దది
- iii అవును $\frac{4}{5} = \frac{16}{20}$; $\frac{4}{20} = \frac{4}{5}$
 iv కాదు $\frac{1}{15}$ కన్నా $\frac{4}{30}$ పెద్దది; $\frac{4}{30} = \frac{2}{15} > \frac{1}{15}$
6. వర్షిత తక్కువగా చదివింది, ఎందుకనగా లలిత 100 లో $\frac{2}{5}$ భాగం అనగా 40 పేజీలు చదివింది.
7. i + ii - iii +
8. i $\frac{2}{18} = \frac{1}{9}$ ii $\frac{11}{15}$ iii $\frac{2}{7}$ iv $\frac{22}{22} = 1$
 v $\frac{5}{15}$ vi $\frac{8}{8} = 1$ vii $\frac{1}{3}$ viii $\frac{1}{4}$ ix $\frac{3}{5}$
 viii $\frac{4}{10}$ vii $\frac{8}{21}$ viii $\frac{9}{6}$ viii $\frac{7}{27}$
9. 10. మొత్తం గోడ 11. $\frac{2}{7}$ 12. $\frac{5}{8}$
13. స్నిగ్ధ తక్కువ సమయాన్ని తీసుకొంది. అమెకు పారశాల గ్రోండు చుట్టూ నడిచి రావడానికి $\frac{9}{20}$ నిమిషాలు తక్కువ సమయం పట్టింది.



అభ్యాసం - 7.4

1. i. $\frac{8}{10}$ ii. 15 iii. 7 iv. పదవది $\frac{8}{10}$ v. దశాంశ బిందువు
2. i. 125.4 ii. 20.2 iii. 8.6
3. i. 0.16 ii. 0.278 iii. 0.06 iv. 3.69
v. 0.016 vi. 34.5
4. i. 4 ii. $\frac{8}{100}$ iii. $\frac{9}{10}$ iv. $\frac{5}{10}$
v. $\frac{3}{100}$ vi. $\frac{7}{10}$
5. i. 0.4 ii. 70.7 iii. 6.6 iv. 7.4 v. 0.8
6. i. $0.04 < 0.14 < 1.04 < 1.14$ ii. $0.99 < 1.1 < 7 < 9.09$
7. i. $88 > 8.6 > 8.59 > 8.09$ ii. $8.68 > 8.66 > 8.06 > 6.8$



అభ్యాసం - 7.5

1. i. ₹1.25 ; ₹0.75 ; ₹3.75
2. i. 28.91 ii. 17.09 iii. 10.46 iv. 21.24 v. 6.32
3. 8 కి.మీ. 845 మీ.
4. 12 మీ.



అభ్యాసం - 9.1

1. i. $2x$ ii. $4x$ iii. $3x$
2. $3n$
3. i. $2s$ ii. $3s$
4. $7n$ 5. $90m$ 6. ₹23
7. $(x-2)$ 8. $2y+3$ 9. $6z$
10. (i) 8, 11, 14, 17, 29, 12 (ii) 14, 29, 34, 44, 39, 10
11. i. 19 ii. $3+2(n-1)=2n+1$



అభ్యాసం - 9.2

1. i. $5q$ ii. $\frac{y}{4}$ iii. $\frac{pq}{4}$ iv. $3z+5$
- v. $9n+10$ vi. $2y-16$ vii. $10y+x$
3. $3p$ 4. $x+3$ 5. $5n$



అభ్యాసం - 9.3

1. i, iv, v, viii, x, xi, xii
2. i L.H.S = $x - 5$ R.H.S = 6
ii L.H.S = $4y$ R.H.S = 12
iii L.H.S = $2z + 3$ R.H.S = 7
iv L.H.S = $3p$ R.H.S = 24
v L.H.S = 4 R.H.S = $x - 2$
vi L.H.S = $2a - 3$ R.H.S = -5
3. i $x = 2$ ii $y = 9$ iii $a = 8$
iv $p = 3$ v $n = 5$ vi $z = 9$



అభ్యాసం - 10.1

1. 230 సెం.మీ, 48 సెం.మీ, 24 సెం.మీ, 40 సెం.మీ.
2. చుట్టూకొలత 120 సెం.మీ., 120 సెం.మీ, 120 సెం.మీ, 144 సెం.మీ. మరియు తీగ ఖరీదు ₹ 1800, ₹1800, ₹1800, ₹2160 మొదలగునవి
3. $(1,11)(2,10)(3,9)(4,8), (5,7), (6,6)$ 4. ₹ 840
5. i 20 సెం.మీ ii 15 సెం.మీ iii 10 సెం.మీ iv 12 సెం.మీ
6. బంటీ; 60 మీ 7. పొడవు = 16 సెం.మీ వెడల్పు = 8 సెం.మీ 8. 10 సెం.మీ
9. i 12 సెం.మీ ii 27 సెం.మీ iii 22 సెం.మీ



అభ్యాసం - 10.2

1. i 1000 సెం.మీ^2 ii 2925 మీ^2 iii 400 సెం.మీ^2 133 కి.మీ 2
2. i 676 మీ^2 ii 289 కి.మీ^2 iii 2704 సెం.మీ^2 iv 64 సెం.మీ^2
3. 45 సెం.మీ 4. 1800 మీ^2
5. భుజం పొడవు = 10 సెం.మీ వైశాల్యం = 100 సెం.మీ 2
6. 200 మీ 7. 24 మీ^2 ; ₹ 5760
8. చతురస్రం; 64 మీ^2 9. 4.7 సెం.మీ; చతురస్రం
10. రాహుల్ పొలం కంచెకు అయిన ఖర్చు = ₹ 1,80,000
రాము పొలం కంచెకు అయిన ఖర్చు = ₹ 1,80,000
రాము ఎక్కువ చెట్లును నాటవచ్చు. 1000 చెట్లు ఎక్కువ నాటవచ్చు.
11. 80 మీ 12. ₹ 26,400
13. ₹ 5,04,000
14. i వైశాల్యం 4 రెట్లు పెరుగును ii వైశాల్యం 6 రెట్లు పెరుగును
15. i వైశాల్యం 4 రెట్లు పెరుగును ii మొదటి వైశాల్యంలో $\frac{1}{4}$ భాగం ఉంటుంది.



ಅಭ್ಯಾಸಂ - 11.1



ಅಭ್ಯಾಸಂ - 11.2



ಅಭ್ಯಾಸಂ - 11.3

1. i 15 ii 10

2. $A X = 6 \text{ సం.మీ}$ $XB = 8 \text{ సం.మీ}$

3. గీత = ₹ 450, లక్ష్మీ = ₹ 600

4. సత్య = ₹ 1350, సిరి = ₹ 2250

6. సంఖ్యలు 60 మరియు 72

7. రాబడి = ₹ 6534, పొదుపు = ₹ 1188



ಅಬ್ಯಾಸಂ - 11.4

12.

వెడల్పు	10	20	40	
షాడవు	25	50	100	
13. i. $3 : 1$ ii. $1 : 4$ iii. $3 : 4$
14. i. $5 : 4$ ii. $4 : 5$
15.

పసుపు	2	4	6	8	10
ఆకుపచ్చ	6	12	18	24	30
మొత్తం	8	16	24	32	40

 i. $3 : 1$ ii. 24 iii. 8 iv. 30 v. 64
16.

బాలికలు	4	8	12	16	20
బాలురు	5	10	15	20	25
మొత్తం	9	18	27	36	45

 i. $4 : 5$ ii. 12 iii. 30 iv. 25



అభ్యాసం - 12.2

3. i. 4 ii. 1 iii. 2 iv. 0
 v. 4 vi. 2
5. i. 3 ii. 1 iii. 0 iv. 2
 v. 6 vi. లెక్కించలేము. ఎందుకంటే వృత్త కేంద్రం గుండా పోయే అన్ని రేఖలు కూడ సొష్టవరేఖలే.



అభ్యాసం - 14.1

1. తలాలు-4; అంచులు-6; శీర్శాలు-4
 2. తలాలు-4; అంచులు-8; శీర్శాలు-5
 3. శంఖం 1 1 1
 సూపం 1 2 లేవు
 గోళం 1 లేవు లేవు
 4. తలాలు-5; అంచులు-9; శీర్శాలు-6



అభ్యాసం - 14.2

1. i. కాదు, ఎందుకనగా బహుభుజి సరళరేఖలతో ఏర్పడిన సరళ సంవృత పటం.
 iii. కాదు, పై జవాబును పరిశీలించి తెలుసుకొనుము.
2. i. పంచభుజి ii. అష్టభుజి iii. షాస్ట్రభుజి iv. త్రిభుజం

ఉపాధ్యాయులకు సూచనలు

ప్రియమైన ఉపాధ్యాయునీ, ఉపాధ్యాయులకు,

విద్యాభివందనాలు మరియు నూతనంగా అభివృద్ధి పరచిన నూతన గణిత పాత్యపుస్తకాలలోకి స్వాగతం .

- ప్రాథమికోన్నత స్థాయి విద్యకోసం SCF - 2011 మౌళిక సూత్రాలు, గణిత ఆధార పత్రం, నిర్ణంధ ఉచిత విద్యాపుక్కు చట్టం - 2009 ఆధారంగా సిలబస్సు తయారుచేసుకొని ప్రస్తుత పాత్యపుస్తకాలను రూపొందించారు.
- గణితంలోని వివిధ శాఖలైన అంకగణితం, బీజగణితం, రేఖాగణితం, క్షేత్రమితి మరియు సాంఘ్యక శాస్త్రాలకు సంబంధించిన విషయాలను 14 అధ్యాయాల్లో పొందుపరచారు.
- ఈ అధ్యాయాలు గణితంలో నిర్ధారించిన విషయ నైపుణ్యాలు, సమస్య పరిష్కారం, హేతుకీకరణ, నిరూపణలు, వివిధ విషయాల మధ్య సంబంధాలను ఏర్పరచడం, ప్రాతినిధ్యం వంటి విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలు సాధించడానికి దోహదపడుతాయి.
- అమరికల పరిశీలన (observation of patterns), ఆగమనం ద్వారా సాధారణీకరించడం, అనుగమన అలోచనలు, తార్కిక అలోచనలు, వివిధ పద్ధతులలో సమస్యలను పరిష్కరించడం, ప్రశ్నించడం, పరస్పర చర్చలు, వంటి నైపుణ్యాలను విద్యార్థులలో అభివృద్ధిపరచే దిశగా అధ్యాయాలు రూపొందించారు.
- ప్రాథమిక స్థాయిలో పిల్లలు అభ్యసించిన సామర్థ్యాలను ఆధారంగా చేసుకొని ఉదాహరణలు, కృత్యాలు, సన్నిహితాలను ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచారు. దీని వల్ల పిల్లలు ఉత్సాహంగా కృత్యాల్లో పాల్గొని గణిత అధ్యయనంలో ఆనందాన్ని పొందుతారు.
- ఈ పుస్తకంలో పొందుపరచిన విద్యా ప్రమాణాలను పిల్లలందరూ సాధించడానికి అధ్యాయాలలో సూచించిన విధంగా చర్చల్లో, కృత్యాలలో విద్యార్థులు నిరంతరం పాల్గొనేలా ఉపాధ్యాయులు కృషి చేయాలి.
- ప్రతీ అధ్యాయంలోని ప్రత్యుత్తమ గురించి పిల్లలందరూ ఆలోచించడానికి, సమాధానాలు కనుక్కొడానికి తగు ప్రోత్సాహం ఇవ్వాలి. ఇటువంటి ప్రత్యుత్తమ విద్యార్థుల్లో తార్కిక, ఆగమన, నిగమన విధానాలలో ఆలోచించే విధంగా దోహదపడుతాయి.
- గణిత విషయాలను నేర్చుకోవడంలో అర్థంచేసుకోవడం, వాటిని సాధారణీకరించడం ప్రధానమైనవి. విద్యార్థులు మొదట నేర్చుకొనే విషయం ఆవ్యక్తతను గుర్తించడం, తర్వాత అవగాహన చేసుకోవడం ద్వారా సమస్యలను తమకు తాముగా పరిష్కరించి అందులోని సత్యాలను సాధారణీకరించుకొంటారు. ప్రతీ అధ్యాయంలో పిల్లలు భావనలు ఏర్పరచుకొనేలా, వాటిని అర్థం చేసుకుని తదుపరి అభ్యసనంలో వినియోగించేలా ప్రతి అధ్యాయంలో దృష్టి పెట్టాలి.
- సందర్భానుసారంగా వివరణలు, పొందుపరిచిన చిత్రాలు నరైన అవగాహన కల్పించి అపోహాలను తొలగించడానికి దోహదపడుతాయి.

- భావనలపై అవగాహన కల్పించిన తర్వాత వాటికి సంబంధించిన “ఇవి చేయండి”, “ప్రయత్నించండి” లాంటి అభ్యసాలను విస్తృతంగా ఇచ్చారు. “ఇవి చేయండి” అనేది రెండు మూడు భావనలు నేర్చించిన తర్వాత వెనువెంటనే అభ్యసం కోసం ఉద్దేశించినది. వీటిని పిల్లలతో తమకు తాముగా గాని, జట్లలో గాని చేయించాలి. “ప్రయత్నించండి” అనే అభ్యసాలు పిల్లల్లో సత్యాలకు సంబంధించిన సాధరణీకరణలు చేసుకోవడానికి, సరిచూసుకోవడానికి దోహదం చేస్తాయి. ఈ క్రమంలో అవసరం మేరకు సహాయ సహకారాలను ఉపాధ్యాయులు పిల్లలకు అందించాలి. ఇలా చేయడం వల్ల పిల్లలు ఏ మేరకు నేర్చుకున్నారో తెలుసుకోవచ్చు.
- అధ్యాయాల్లో చివరగా పొందపరచిన “మనం నేర్చుకొన్నవి” అనే శీర్షిక కింద ఉన్న అంశాలు విద్యా ప్రమాణాలను దృష్టిలో పెట్టుకొని క్రోడీకరించబడ్డాయి. కాబట్టి వీటిని పిల్లలందరూ సంపూర్ణంగా సాధించాలి. ఇలా నేర్చుకొన్న నైపుణ్యాలన్నింటిని పిల్లలందరూ ప్రదర్శించగలరని నిర్ధారించుకొన్న తర్వాతనే తదుపరి అధ్యాయం ప్రారంభించాలి.
- అధ్యాయాల్లో ఇచ్చిన అభ్యసాలతోబాటు ఉపాధ్యాయుడు కూడా మరికాన్ని సమస్యలను సాంతంగా తయారుచేసుకోవాలి. అలాగే పిల్లలు కూడా నిత్య జీవితంలో ఎదురుచ్చే సమస్యలను గట్టితాన్ని ఉపయోగించి సాధించేట్లు, సాంతంగా సమస్యలు తయారు చేసేట్లు ప్రోత్సహించాలి.
- వై అంశాల్ని విజయవంతంగా అమలు చేయడానికి ఉపాధ్యాయులు తప్పని సరిగా గణిత పుస్తకాన్ని సమూలంగా, సమగ్రంగా, విమర్శనాత్మకంగా అధ్యయనం చేయాలి. ఇందుకోసం పుస్తకంలోని అభ్యసాలలోని అన్ని సమస్యలను తాను చేసిచూడాలి. ఆ తర్వాతనే బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించాలి.
- ఉపాధ్యాయుల మార్గదర్శనం కోసం బోధనాభ్యసన వ్యాపోలను, ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలను, తరగతి వారీగా, విషయం వారీగా, సిలబన్ వారీగా కరదీపిక రూపంలో తయారుచేసి పారశాలలకు అందివ్యదం జరిగింది. ఈ కరదీపిక సహాయంతో ఉపాధ్యాయులు ఉత్తమ బోధనాభ్యసన ప్రక్రియలను నిర్వహించి తద్వారా విద్యార్థులందరూ ఆశించిన అభ్యసన ఫలితాలు సాధించేలా కృషి చేయాలి.

6వ తరగతి సిలబెస్

ఆధ్యాయాలు

- సంఖ్య వ్యవస్థ**
- (60 గంటలు)**
- (i) సంఖ్యల పరిచయం**
- (ii) పూర్ణాంకాలు**
- (iii) సంఖ్యలతో అడుకోవడం**
- (iv) పూర్ణ సంఖ్యలు**
- (v) భిన్నాలు**
- మరియు దశాంశ భిన్నాలు**

విషయ వివరణ

(i) సంఖ్యల పరిచయం

- 99,999 వరకు సంఖ్యల స్వభావాన్ని అవగాహన చేసుకొనుట. సంఖ్యలను అంచనా చేయటం. సంఖ్యలను పోల్చుటం. స్థానవిలువలు - పునశ్చరణ, విస్తరణ. సంయోజకాలు, సంజ్లల వినియోగం (=, <, >)
- చతుర్పిధ ప్రక్రియలపై పద సమస్యలు. (గరిష్టంగా 6-అంకెల సంఖ్యలు వచ్చే వరకు). పొడవు, బరువుల ప్రమాణాల మార్పిడి.
- చతుర్పిధ ప్రక్రియలలోని సమాధానాలను అంచనా చేయడం. (పద సమస్యల ద్వారా)
- పెద్ద సంఖ్యల పరిచయం. (అ) ఒక లక్ష మరియు పది లక్షల వరకు (ఆ) ఒక కోటి మరియు పది కోటి వరకు • అంతర్జాతీయ సంఖ్య మానము (మిలియన్లు)

(ii) పూర్ణాంకాలు

- సహజ సంఖ్యలు, పూర్ణాంకాలు.
- సంఖ్యల ధర్మాలు (సంవృత, స్థిత్యంతర, సహచర, విభాగ స్వాయాములు, సంకలన తత్సమాంశము, గుణకార తత్సమాంశము).
- సంఖ్యారేఖ : సంఖ్య క్రమాలను పరిశీలించటం. సూత్రాలను గుర్తించటం, తయారు చేయటం.
- చతుర్పిధ ప్రక్రియలలోని ధర్మాల వినియోగం.

(iii) సంఖ్యలతో అడుకోవడం

- 2,3,5,6,9 మరియు 10ల భాజనీయతా సూత్రాలను క్రోడీకరించటం.
- క్రమాలను పరిశీలించుట ద్వారా 4, 8 మరియు 11ల భాజనీయతా సూత్రాలను కనుగొనటం.
- గుణిజాలు, కారణాంకాలు. సరి, బేసి సంఖ్యలు. ప్రధాన, సంయుక్త సంఖ్యలు. పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యలు.
- ప్రధాన కారణాంక విభజన. ఒకటి కన్నా పెద్దదైన ప్రతి సంఖ్యను ప్రధాన కారణాంకాల లబ్ధింగా లొయటం.
- గ.సా.భా మరియు క.సా.గు. కారణాంక విభజన పద్ధతి, భాగాఫర పద్ధతి.
- ధర్మం : రెండు సంఖ్యల లబ్ధము = వాటి క.సా.గు. × గ.సా.భా.
- పరస్పర ప్రధాన సంఖ్యల క.సా.గు మరియు గ.సా.భా.

(iv) పూర్ణ సంఖ్యలు

- బుఱ సంఖ్యల ఆవశ్యకత. బుఱ సంఖ్యల నమూనాలు. బుఱ సంఖ్యలకు నిత్య జీవిత అవసరాలకు గల సంబంధం.
- బుఱ సంఖ్యల క్రమానుగతం. సంఖ్య రేఖాపై బుఱ సంఖ్యలను గుర్తించటం. సంఖ్య క్రమాలను పరిశీలించటం. సూత్రాలను గుర్తించటం, తయారు చేయటం.
- పూర్ణ సంఖ్యల నిర్వచనాన్ని అవగాహన చేసుకొనటం. సంఖ్య రేఖాపై పూర్ణసంఖ్యలను గుర్తించటం.
- పూర్ణ సంఖ్యల సంకలన, వ్యవకనాలు. సంఖ్య రేఖాపై ఈ ప్రక్రియలను సూచించటం. బుఱ పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యలకు కలిపితే వాటి విలువ తగ్గుతుండని అవగాహన చేసుకొనటం.
- పూర్ణ సంఖ్యలను పోల్చుటం, క్రమంలో ఉంచటం.

	<p>(v) భిన్నాలు మరియు దశాంశ భిన్నాలు</p> <ul style="list-style-type: none"> • భిన్నం అంటే ఏమిటో పునర్విమర్చ చేయటం. భిన్నాన్ని మొత్తంలో కొంత భాగంగా చెప్పటం • సంఖ్యారేఖపై వట సవోయింతో భిన్నాలను సూచించటం • భిన్నాన్ని ఒక భాగాపోరంగా చెప్పటం. క్రమ, అపక్రమ, మిక్రమ భిన్నాలు • సమాన భిన్నాలు. సజ్ఞాతి, విజ్ఞాతి భిన్నాలు. భిన్నాలను పోలుడం • భిన్నాల సంకలన, వ్యవక్నాలు • పద సమస్యలు (క్లిప్ప మరియు పెద్ద గణనలు లేకుండా) • సామీప్యత పరిమాణాన్ని అంచనా చేయడం ($\frac{1}{4}, \frac{3}{4}....$) • దశాంశ భిన్నాల స్థాన విలువలు • దశాంశ భిన్నాలు, సామాన్య భిన్నాల పరస్పర మార్పిడి (ఆవృత దశాంశాలు తప్ప) • దశాంశాలపై సంకలన, వ్యవకలనాలతో పద సమస్యలు (రెండు ప్రక్రియలపై) (ద్రవ్య, భార, దైర్ఘ్యాలపై సమస్యలు)
శీజ గణితం (15 గంటలు) శీజ గణిత పరిచయం	<p>శీజ గణిత పరిచయం</p> <ul style="list-style-type: none"> • సంఖ్య క్రమాలు, పద సమస్యలు మరియు సాధారాషీకరణల ద్వారా బీజాల (చరరాశుల) పరిచయం. (ఉదా : $5 \times 1 = 5$ మోంచిని). • తగినన్ని ఉదాహరణలతో అమరికలు క్రమాలు తయారు చేయడం. • ఉదాహరణల ద్వారా అవ్యక్తాశుల పరిచయం (ఒకే ఒక ప్రక్రియతో కూడినట్టివి) • సరి, బేసి సంఖ్యల సాధారణ రూపాలు ($2n, 2n+1$). • యత్నదోష పద్ధతి ద్వారా సమీకరణాల సాధన
నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము (15 గంటలు)	<p>నిష్పత్తి మరియు అనుపాతము</p> <ul style="list-style-type: none"> • అనుపాతాన్ని రెండు నిష్పత్తుల సమానత్వంగా సూచించడం • ఏకవస్తు మార్గము (అనులోమాను పాతం మాత్రమే) • పద సమస్యలు • అంక గణితంలో నిష్పత్తి, అనుపాతాలను అవగాహన చేసుకొనటం.
రేఖా గణితం (65 గంటలు) (i) ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు	<p>ప్రాథమిక జ్యామితి భావనలు</p> <ul style="list-style-type: none"> • జ్యామితి పరిచయం. నిత్యజీవిత సంబంధం మరియు అన్వయం. • సరళరేఖ, రేఖాఖండం మరియు కిరణం. సంవృత మరియు వివృత పటాలు. • సంవృత పటాల అంతరం మరియు బాహ్యం • రేఖీయ, వక్రరేఖీయ అంచులు. • కోణం, శీర్షం, కోణ భూజం. • కోణ అంతరం, కోణ బాహ్యం • త్రిభుజము - శీర్షాలు, భూజాలు, కోణాలు. త్రిభుజ అంతరం, త్రిభుజ బాహ్యం. • చతుర్భుజం. భూజాలు, శీర్షాలు, కర్ణాలు. ఆనస్న భూజాలు, అభీముఖ భూజాలు / కుంభాకార చతుర్భుజాలకు మాత్రమే). చతుర్భుజ అంతరం - బాహ్యం. • వృత్తం కేంద్రం - వ్యాసార్థం - వ్యాసం. వృత్త అంతరం - బాహ్యం. చాపము - జ్యా. సెక్షట్ (త్రిజ్యాంతరం). వృత్త ఖండం - అర్ధవృత్తం. వృత్త పరిధి.

<p>(ii) రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు</p> <p>(iii) సౌష్టవము (పరావర్తనం)</p>	<p>రేఖలు మరియు కోణముల కొలతలు</p> <ul style="list-style-type: none"> • రేఖా ఖండం కొలత • కోణాల కొలతలు • కోణాల రకాలు. అల్ప - అధిక, లంబ, సరళ, పరావర్తన మరియు సంపూర్ణ కోణాలు; శూన్య కోణం • ఖండన రేఖలు, లంబ రేఖలు, సమాంతర రేఖలు
<p>(iv) ప్రాయోగిక జ్యామితి</p> <p>(v) త్రిమితీయ ద్విమితీయ ఆకృతుల అవగాహన</p>	<p>సౌష్టవము (పరావర్తనం)</p> <ul style="list-style-type: none"> • పరావర్తన సౌష్టవానికి తగిన ద్విమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం మరియు పరిశేలించటం. • పరావర్తన ప్రక్రియలు. సాధారణ ద్విమితీయ ఆకృతులు ప్రతిబింబాలు పట్టడం • పరావర్తన సౌష్టవాన్ని గుర్తించడం (అక్షాలను గుర్తించుట)
	<p>ప్రాయోగిక జ్యామితి (నిర్మాణాలు)</p> <ul style="list-style-type: none"> • రేఖాఖండ నిర్మాణం. (న్యూలు, వృత్త లేభిని, కోణమానిని సహాయించే) • వృత్తం గీయుటం • లంబ సమద్వి ఖండన రేఖ • కోణం నిర్మించుట (కోణమానినిపో) • 60°, 120° లను వృత్త లేభినిపో నిర్మించుట • కోణ సమద్విఖండన రేఖలు (30°, 45° మరియు 90° ఏర్పడునట్లు, వృత్తి లేభినిపో) • వృత్త లేభినిపో ఇచ్చిన కోణానికి సమానమైన కోణాన్ని నిర్మించుట • ఇచ్చిన రేఖకు లంబ రేఖలను గీయుటం <ul style="list-style-type: none"> అ) రేఖపై గల బిందువు వద్ద ఆ) రేఖపై లేనట్టి బిందువు నుండి
<p>త్రిమితీయ, ద్విమితీయ ఆకృతుల అవగాహన</p>	<ul style="list-style-type: none"> • సాధారణ బహుభుజాలు - పరిచయం, క్రమ, క్రమేతర పంచభజుల వరకు. • త్రిమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం, సమఫునం, దీర్ఘ ఫునం, స్క్రాపము, గోళము, శంఖువు, పట్టకం (త్రిభుజాకార), పిరమిడ్ (త్రిభుజాకార, చతురస్ర) లను పరిసరాలలో గుర్తించడం. • త్రిమితీయ ఆకృతుల (ఫునాల) మూలకాలు, ముఖాలు, అంచులు, శీర్శాలు • సమఫునం, దీర్ఘఫునం, శంఖువుల వలచిత్రాలు
<p>శైత గడితం (15 గంటలు)</p> <p>SCHEMATIC</p>	<p>చుట్టుకొలత భావన, మరియు వైశాల్యం</p> <ul style="list-style-type: none"> • వివిధ ఆకారాల ద్వారా చుట్టుకొలత భావన పరిచయం, అవగాహన • ఒకే చుట్టుకొలత కళ్లిన వివిధ ఆకారాలు • వైశాల్యం భావన. చతురస్ర వైశాల్యం, దీర్ఘ చతురస్ర వైశాల్యం • దీర్ఘ చతురస్రం చుట్టుకొలత, చతురస్రం యొక్క చుట్టుకొలత ప్రత్యేక సందర్భంగా • దీర్ఘచతురస్రం చతురస్రం చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల సూత్రాలను ఉదాహరణల ద్వారా సాధారణీకరించడం
<p>దత్తాంశ నిర్వహణ (10 గంటలు)</p>	<p>దత్తాంశ నిర్వహణ</p> <ul style="list-style-type: none"> • దత్తాంశం అంటే ఏమిటి? • దత్తాంశ సేకరణ మరియు నిర్వహణ. దత్తాంశ నిర్వహణ - గణన చిహ్నాలు - పట్టికలకు ఉదాహరణ. • పట చిత్రాలు. పట చిత్రాలలో “స్నేహి” ఆవశ్యకత. పట చిత్రాల నిర్మాణము మరియు, వివరణ. • కమ్మి రేఖా చిత్రాలను ఇచ్చిన దత్తాంశానికనుగణంగా నిర్మించటం కమ్మిరేఖ చిత్రాల వివరణ.

6వ తరగతి విద్యా ప్రమాణాలు

అధ్యాయాలు

విషయ వివరణ

సంఖ్య వ్యవస్థ

- మన సంఖ్యలను తెలుసుకొండాం

సమస్యా సాధన

- సమాధానం గరిష్టంగా 5 అంకెల సంఖ్యల వచ్చేట్లు సంఖ్యా ప్రక్రియల పై పద సమన్యలు.
- మితి, ద్రవ్యరా�ి ప్రమాణాల మార్పిడి

కారణాలు చెప్పడం

- సంఖ్య ప్రక్రియలలో ఘలితాన్ని అంచనా వేయడం.
- స్థాన విలువల భావనతో పెద్ద సంఖ్యలను పోల్చడం
- ఇచ్చిన అంకెలతో వేర్పేరు సంఖ్యలను తయారు చేసి పెద్ద సంఖ్యను ఎన్నుకొనడం, చిన్న సంఖ్యను ఎన్నుకొనడం.

ప్యాక్టపరచడం

- 5 అంకెల సంఖ్య సంఖ్యను వ్రాసి వాక్యరూపంలో చెప్పడం. వాక్యరూపంలోని సంఖ్యను సంజ్ఞరూపంలో రాయడం
- 5 అంకెల సంఖ్యలను $<$, $>$, $=$, గుర్తుల సహాయంతో పోల్చడం.

సంధాన చేయడం

- నిత్య జీవితంలో పెద్ద సంఖ్యల వినియోగాన్ని అర్థం చేసుకోవడం.
- ఉదాహరణకు క్రామ జనాభా, ఆదాయం మొంది.

ప్రాతినిధ్య పరచడం

- సంఖ్యలను విస్తరణ రూపంలోనూ, సంక్లిష్ట రూపంలోనూ తెలపడం
- ఒకట్లు, పదులు, వందలు, వేల సముదాయాలతో సంఖ్యలను సూచించడం.

పూర్ణాంకాలు

సమస్యా సాధన

- _____

కారణాలు చెప్పడం

- సంవృత, సహచర, స్థిత్యంతర, తత్త్వమాంశము, విభాగ న్యాయాలను పూర్ణాంకాలలో $+$, $-$, \times ల పరంగా సరిచూడడం

ప్యాక్టపరచడం

- సహజ సంఖ్యలకు బదులుగా పూర్ణాంకాల ఆవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొనడం

సంధాన చేయడం

- నిత్య జీవితంలో పూర్ణాంకాల వినియోగాన్ని కనుగొనడం.
- N మరియు W ల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనుట.

ప్రాతినిధ్య పరచడం

- పూర్ణాంకాలను సంఖ్యారేఖలై గుర్తించుట

సంఖ్యలతో అడుకొండాం

సమస్యా సాధన

- భాజనీయతా సూత్రాలను సమీకరించడం.
- క.సా.గు మరియు గ.సా.భాలను వివిధ సందర్భాలలో ఆవగాహన చేసుకొనుట.
- క.సా.గు., గ.సా.భాలను కారణాంక విభజన ద్వారా భాగాపోరం ద్వారా కనుగొనుట.

	<p>కారణాలు చెప్పడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • భాజనీయతా సూత్రాల వెనుక గల తార్కికతను కనుగొనును. <p>నిరూపణలు చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • క.సా.గు. గ.సా.భాల మరియు ఇచ్చిన రెండు సంఖ్యల మధ్యగల సంబంధాన్ని సరిచాచును. రెండు సంఖ్యల కన్నా ఎక్కువ సంఖ్యలను తీసుకొని ఈ సంబంధాన్ని పరిశీలించును.
	<p>ప్రక్రపరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • చతుర్భుజ ప్రక్రియలలో కుండలీకరణాలను వినియోగించును.
	<p>సంధాన చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • కారణాంకాల మధ్య సంబంధాన్ని ఏర్పరుచును • నిత్యజీవితంలో క.సా.గు. మరియు గ.సా.భాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. • గుణకార, భాగాహార పట్టికలలో క్రమాన్ని కనుగొనుము.
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • _____
	<p>పూర్ణ సంఖ్యలు</p> <p>సమస్యా సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> • పూర్ణసంఖ్యల సంకలన, వ్యవకలన, గుణకార సమస్యలను సాధించును.
	<p>కారణాలు చెప్పడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • పూర్ణ సంఖ్యలను పోల్చును, పూర్ణ సంఖ్యలను క్రమంలో ఉంచును. <p>నిరూపణలు చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • N మరియు Z ల మధ్య తేడాలను చెప్పును.
	<p>ప్రక్రపరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • పూర్ణసంఖ్యల సమితి అవశ్యకతను అవగాహన చేసుకొనును.
	<p>సంధాన చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • N, W మరియు Z ల అనుసంధానమును కనుగొనును.
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • పూర్ణ సంఖ్యలను సంఖ్యారేఖపై గుర్తించును. • సంకలనం, వ్యవకలనం, గుణకారాలను సంఖ్యారేఖపై చూపును.
	<p>భిన్నాలు</p> <p>సమస్యా సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> • సజ్ఞాతి, విజ్ఞాతి, భిన్నాల కూడికలు, తీసివేతలు చేయును (చిన్న లెక్కలు). • భిన్నాలను దశాంశ భిన్నాలను పరస్పరం మార్పిపెట్టి చేయును. • దశాంశములతో సంకలన, వ్యవకలనాలతో సంకలన, వ్యవకనాలతో కూడిన పద సమస్యలను సాధించును. (మితి, ద్రవ్యరాశి ద్రవ్యము మరియు ఉష్ణోగ్రత).
	<p>కారణాలు చెప్పడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • _____ <p>నిరూపణలు చేయడం</p>
	<p>ప్రక్రపరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> • _____

	<p>సంధాన చేయడం • భిన్నాలు, దశాంశములు, దశాంశ భిన్నముల మధ్య సంధానాలు.</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • _____</p>
బీజ గణిత పరిచయం	<p>సమస్యా సాధన • చరరాశి విలువను ప్రతిక్రీపించడం ద్వారా సమాసముల విలువలను కనుగొనును. (ఈకే ప్రత్రియతో కూడిన సరళ సమాసములు).</p>
	<p>కారణాలు చెప్పడం • ఇచ్చిన క్రమాలను సాధారణీకరించి బీజీయ సమాసంగా వ్యక్తపరచును. నిరూపణలు చేయడం</p>
	<p>వ్యక్తపరచడం • నిత్య జీవిత సందర్భాలను (సరళమైన) బీజీయ సమాస రూపంలోనూ, బీజీయ సమాసాలను నిత్య జీవిత సమస్యల రూపంలోను వ్యక్తపరచును.</p>
	<p>సంధాన చేయడం • రాశుల విలువ తెలియనష్టుడు బీజీయ సమాసాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. • తేలిక సందర్భాల ద్వారా సంభ్యా వ్యవస్థను, బీజీయ వ్యవస్థను పరస్పరం సంధానించును.</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • సరి, బేసి సంఖ్యల సాధారణ రూపాలను $2n, 2n+1$ లుగా తెల్పును.</p>
నిష్పత్తి - అనుపాతము	<p>సమస్యా సాధన • విలోచ నిష్పత్తులను కనుగొనును. • ఏకవస్తు మార్గముపై పద సమస్యలను సాధించును.</p>
	<p>కారణాలు చెప్పడం • ఇచ్చిన నిష్పత్తులను పోల్చును. నిరూపణలు చేయడం • నిష్పత్తుల అనుపాత ధర్మాన్ని సరిచూచును. • నిష్పత్తులను కనుగొనుటలో రాశులు ఒకే ప్రమాణంలో ఎందుకు ఉండాలో వివరించును.</p>
	<p>వ్యక్తపరచడం • నిష్పత్తులను సంజ్ఞారూపంలో ప్రాయిను మరియు వాటి సమ భిన్నాలను ప్రాయిను.</p>
	<p>సంధాన చేయడం • అనుపాత ధర్మాన్ని అనుసరించి కాలము పని, కాలము - దూరము, ప్రాయటం, చదవడం మధ్యగల సంబంధాలను పరిశీలించును. • నిత్యజీవిత సమస్యలలో నిష్పత్తి - అనుపాతముల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును.</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • _____</p>

**ప్రాథమిక జ్యోతిషి
భావనలు**

<p>సమస్యా సాధన</p>	<ul style="list-style-type: none"> • _____
	<p>కారణాలు చెప్పడం • ప్రాథమిక జ్యోతిషి ఆకారం తేడాలను (త్రిభుజం, వృత్తం, చతుర్భుజం) చెప్పును.</p> <p>నిరూపణలు చేయడం • త్రిభుజం, చతుర్భుజాలను పోల్చును, తేడాలు చెప్పును.</p>
	<p>ఘృతపరచడం • పరిసరాల నుండి ప్రాథమిక జ్యోతిషీలు ఆకారాలకు ఉదాహరణలు ఇచ్చును.</p>
	<p>సంధాన చేయడం • పరిసరాల నుండి జ్యోతిషీలు ఆకారాలను దృగ్గొచరం చేయును. • వృత్తం యొక్క విభిన్న భాగాల మర్యాదల పరపుర సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. (వృత్తం, అర్ధ వృత్తం, సెక్టర్, వ్యాసం, వ్యాసార్థం, జ్యో మ్యూఅనవి).</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • ప్రాథమిక జ్యోతిషీలు ఆకారాలను పటరూపంలో ప్రదర్శించును.</p>
<p>రేఖలు, కోణముల కొలతలు</p>	<p>సమస్యా సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> • నిచ్చిన రేఖాభండంను కొలుచును
	<p>కారణాలు చెప్పడం • రేఖా ఖండాల పొడవులను అంచనా వేయును, సరిచూచును.</p> <p>నిరూపణలు చేయడం • ఇచ్చిన కోణాలను వర్గీకరించును • ఇచ్చిన రేఖల జతను ఖండన రేఖలుగా, లంబ రేఖలుగా విభజించును. • కోణాలను పోల్చును • అంచనా ద్వారా కోణాల కొలతలను సవరించును</p>
	<p>ఘృతపరచడం • పరిసరాలలో ప్రాథమిక ఆకారాల వినియోగాన్ని, కొలతలను కనుగొనును.</p>
	<p>సంధాన చేయడం • ఇచ్చిన కొలతతో రేఖాఖండాన్ని గీయును. • పరికరాల ద్వారా ఇచ్చిన కోణాలను గీయును.</p>
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం • _____</p>

సౌష్టవము

సమస్య సాధన

- ద్విమితీయ ఆకృతుల సౌష్టవాలను కనుగొనును.

కారణాలు చెప్పడం

- సౌష్టవ, అసౌష్టవ ఆకారాల మధ్య తేడాలను వివరించును.
- నిరూపణలు చేయడం
- ఇచ్చిన ద్విమితీయ ఆకారపు పరావర్తన సౌష్టవాన్ని వివరించును.

ప్రైక్సెప్టపరచడం

- ద్విమితీయ పటాలో పరావర్తన సౌష్టవాన్ని వాటి సౌష్టవ అక్షాలతో వివరించును.

సంధాన చేయడం

- పరిసరాలలో పరావర్తన సౌష్టవాన్ని గుర్తించును, పరిశీలించును.
- ప్రకృతిలోని పరావర్తన సౌష్టవాన్ని అభినందించును

ప్రాతినిధ్య పరచడం

- ఇచ్చిన ద్విమితీయ పటాలలోని సౌష్టవ అక్షాలను గీయును.

ప్రాయోగిక జ్యోతిషి

సమస్య సాధన

- _____

కారణాలు చెప్పడం

- ఇచ్చిన రేఖల జతలు లంబాలో కాదో అంచనా వేయును.

నిరూపణలు చేయడం

- ఇచ్చిన రేఖల, కోణ సమద్విఖండన రేఖల అగునో కాదో అంచనా వేయును.

ప్రైక్సెప్టపరచడం

- _____

సంధాన చేయడం

- _____

ప్రాతినిధ్య పరచడం

- రేఖాఖండం, వృత్తం, లంబ సమద్విఖండన రేఖ, కోణం మరియు కోణ సమద్విఖండన రేఖలను గీయును.

తీమితీయ, ద్విమితీయ ఆకారాల అవగాహన

సమస్య సాధన

- _____

కారణాలు చెప్పడం

- క్రమబహుభుజి, సాధారణ బహుజిల మధ్య భేదాలను వివరించును. ఇచ్చిన

నిరూపణలు చేయడం

- బహుభుజి క్రమమో కాదో కారణాలు చెప్పును.

ప్రైక్సెప్టపరచడం

- _____

<p>త్రిమితీయ ఆకృతులను గుర్తించటం</p>	<p>సంధాన చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> బహుభుజాలకు, వాటి పేర్లకు మధ్య సంబంధాలను నెలకొల్పాను. పరిసరాలలో క్రమబహుభుజి ఆకారాల ముఖాలు గల వస్తువులను పరిశీలించును.
	<p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> క్రమబహుభుజాలను గీయడానికి సరియైన వస్తువులను ఎన్నుకొనును. తన ఎంపికకు కారణాలు చెప్పాను.
	<p>సమస్యా సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> _____
	<p>కారణాలు చెప్పడం</p> <ul style="list-style-type: none"> త్రిమితీయ ఆకృతుల ముఖాలు, అంచులు శీర్షాల పరంగా వర్గీకరించును. <p>నిరూపణలు చేయడం</p> <p>(సమఫునం, దీర్ఘ ఫునం, స్క్రాపం, గోళం, శంఖువు పట్టకం, పిరమిడ్)</p>
	<p>ప్రక్రపరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> _____
	<p>సంధాన చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> పరిసరాలలో నున్న ఫునాలను వాటి పేర్లతో గుర్తించును. నమ ఫునం, దీర్ఘ ఫునం మరియు స్క్రాపాలను వాటి వలన చిత్రాల మధ్య సంబంధాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. <p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> త్రిమితీయ ఆకృతులను ద్విమితీయ పటాలుగా కాగితంపై ప్రదర్శించును.
	<p>చుట్టుకొలత భావన మరియు వైశాల్యం పరిచయం</p> <p>సమస్యా సాధన</p> <ul style="list-style-type: none"> చతురస్ర మరియు దీర్ఘ చతురప్ర చుట్టుకొలతల వైశాల్యాల సమయాలను సాధించును. పద సమయాలను సాధించును. <p>కారణాలు చెప్పడం</p> <ul style="list-style-type: none"> బక పటం యొక్క చుట్టుకొలత, వైశాల్యాల తేడాను వివరించును. <p>నిరూపణలు చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> ఇచ్చిన పటం యొక్క చుట్టుకొలతను కనుగొనును. బకే వైశాల్యం కలిగి వేరు వేరు చుట్టుకొలత కలిగిన చతురప్రాలకు, దీర్ఘ చతురప్రాలకు ఉండావారణలిచ్చును. ఇచ్చిన పటాలలో ఒకే చుట్టుకొలత కలిగిన పటాలను గుర్తించును. చుట్టుకొలత వైశాల్యాలను కనుగొనుటలో దోషాలను గుర్తించి సవరించును. <p>ప్రక్రపరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> చతురస్ర, దీర్ఘచతురప్రం, చుట్టుకొలత మరియు వైశాల్యాలకు సూత్రాలను వివరించును. <p>సంధాన చేయడం</p> <ul style="list-style-type: none"> వైశాల్యాల ప్రమాణాలు మరియు మధ్య సంబంధాన్ని నెలకొల్పాను. <p>ప్రాతినిధ్య పరచడం</p> <ul style="list-style-type: none"> బహుభుజి వైశాల్యాన్ని పేడ్ చేయట ద్వారా సూచించును.

దత్తాంశ నిర్వహణ

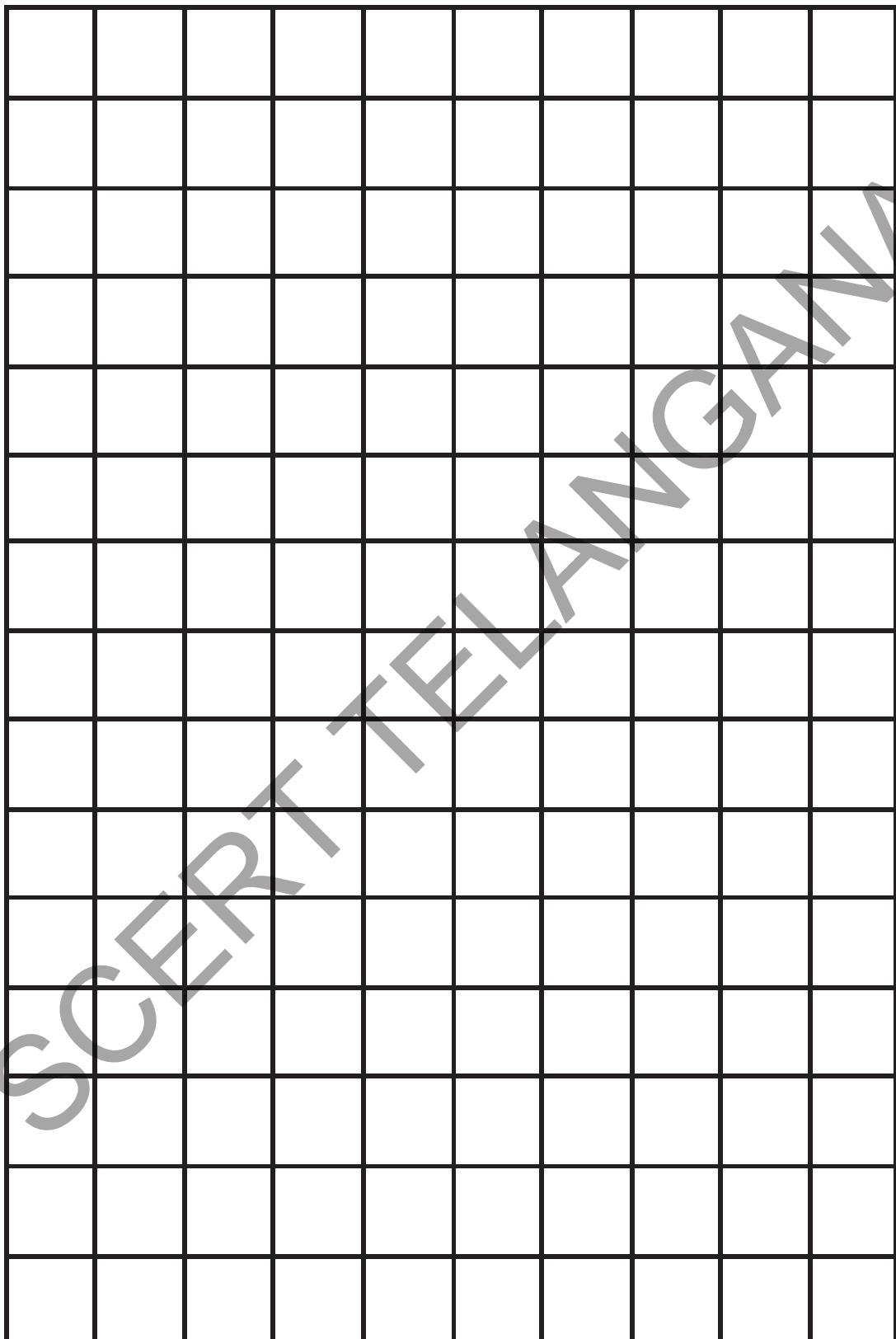
సమస్య సాధన	• అవగ్రీకృత దత్తాంశాన్ని వర్గీకృత దత్తాంశంగా నిర్మించును.
కారణాలు చేపడం	• పట్టికలోని సమాచారాన్ని పదాలలో వివరించును. నిరూపణలు చేయడం
వ్యక్తపరచడం	• దిమ్మ చిత్రాల, పటచిత్రాల గుణ-దోషాలను పోల్చును, వివరించును.
సంధాన చేయడం	• నిత్యజీవితంలో దిమ్మ చిత్రాల, వట చిత్రాల వినియోగాన్ని అవగాహన చేసుకొనును. (సంాల వారీ జనాభా, వారిక ఆదాయ - వ్యయాల పట్టిక, వ్యయసాయ ఉత్పత్తులు మొానవి).
ప్రాతినిధ్య పరచడం	• దత్తాంశాన్ని గుణ చిహ్నాల ద్వారా సూచించును. దత్తాంశాన్ని పట్టికల ద్వారా సూచించును. దత్తాంశాన్ని వట చిత్రాలు, దిమ్మచిత్రాలలో సూచించును.



గ్రాఫ్ కాగితం

SCERT TELANGANA

గళ్ళ కాగితం



పిల్లలూ! మీ కోసమే ఈ సూచనలు...

- ◆ పార్యపుస్తకంలో ప్రతి భావన అవగాహన కోసం సందర్భం లేదా ఉడాహరణలు లేదా సమస్యలు లేదా ఆటలు మొదలగునవి దానికి సంబంధించిన బొమ్మలు/పటాలు ఇవ్వబడినవి. సందర్భాన్ని పటంతో/బొమ్మతో పాటుచదివి భావనను అవగాహన చేసుకొనుటకు ప్రయత్నించాలి.
- ◆ భావనలు అవగాహన చేసుకోవడానికి నిర్వహిస్తున్న కృత్యాలలో పాల్గొంటున్న సందర్భంలో మీకు వచ్చే అనుమానాలను వెంటనే మీ ఉపాధ్యాయులను అడిగి తెలుసుకోవాలి.
- ◆ భావన అవగాహన అయినది అని తెలుసుకొనుటకు “ఇవి చేయండి”లోని సమస్యలను మీరు స్వంతంగా సాధించాలి. ఒకవేల సాధించలేకపోతే మాదిరి సమస్యను పరిశీలించి అవగాహన పొందాలి. లేదా ఉపాధ్యాయున్ని అడిగి తెలుసుకోవాలి.
- ◆ “ప్రయత్నించండి” శీర్షిక కింద ఉన్న సమస్యలు మీ ఆలోచనలను పదునుపెట్టడానికి ఉపయోగపడతాయి. అనగా మీకు ఆలోచన సైపుణ్యాలను పెంపొందిస్తాయి. వీటిని స్వయంగా సాధించలేనపుడు తోటివిద్యార్థులతో కలిసి జట్లలో సాధించడానికి ప్రయత్నించాలి. లేదా ఉపాధ్యాయులతో చర్చించి సాధనను తెలుసుకోవాలి.
- ◆ “ఆలోచించండి-చర్చించండి”లోని కృత్యాలు మీరు భావనను మరింత లోతుగా విస్మితంగా అవగాహన చేసుకోవడానికి దోహదపడతాయి. కావున వీటిని మీ మిత్రులతో కలిసి చర్చిస్తూ, ప్రశ్నిస్తూ అవగాహన పొందండి.
- ◆ అధ్యాయం చివరన ఇచ్చిన అభ్యాసంలోని సమస్యలు మీరు అధ్యాయంలో నేర్చుకున్న అన్ని భావనలకు సంబంధించినవి. ఈ సమస్యలన్ని ఒకే విధంగా ఉండవు. వీటిని మీరు స్వయంగా ఇంచిపనిగా గాని లేదా విరామ సమయంలో గాని సాధించవచ్చు.
- ◆ “ఇవి చేయండి” “ప్రయత్నించండి”లోని సమస్యలు మాత్రం పారశాలలోనే ఉపాధ్యాయుల సమక్షంలో తప్పక సాధించాలి.
- ◆ పార్యపుస్తకంలో ఎక్కడాతే ప్రాజెక్టులు ఇవ్వబడినవో వాటిని మీరు జట్లలో చేయవలసి ఉంటుంది. అయితే వీటి నివేదికలు మీరు వ్యక్తిగతంగా రాసివ్యవలసి ఉంటుంది.
- ◆ భావన అవగాహన కోసం నిర్వహించే కృత్యాలు, అభ్యాసాలలో ఉండే సమస్యలలో మీ ప్రతిస్పందనలను పార్యపుస్తకంలోనే రాయవలసి ఉంటే వాటిని అక్కడే రాయాలి.
- ◆ మీరు ఏరోజు సాధించవలసిన సమస్యలను ఆ రోజే పూర్తిచేసి మీ ఉపాధ్యాయునితో తప్పక సరిచేయించుకోవాలి.
- ◆ పార్యపుస్తకంలో మీరు నేర్చుకున్న భావనలకు సంబంధించిన సమస్యలను మరికొన్నింటిని సేకరించి లేదా మీరు స్వయంగా తయారుచేసి గాని మీ ఉపాధ్యాయునికి, తోటి విద్యార్థులకు చూపించండి. అందరు కలిసి వాటిని సాధించండి.
- ◆ గటిత భావనలకు సంబంధించి పార్యపుస్తకంలో ఇచ్చిన అటలు, పజిల్సు, ఆసక్తికరమైన విషయాలు అవగాహన చేసుకొని అటాంటివి మరికొన్ని సేకరించి సాధించాలి.
- ◆ పార్యపుస్తకం ద్వారా తరగతిగదిలో నేర్చుకున్న భావనలను తరగతిగదికే పరిమితం చేయకుండా జీవితంలో (తరగతి బయట) వివిధ సందర్భాలకు వాటిని జోడించడం, ఉపయోగించడం వంటివి చేయాలి.
- ◆ గటితంలో మీరు ముఖ్యంగా సమస్యసాధన, కారణాలు చెప్పడం-నిరూపణలు చేయడం, గటితభాషలో వ్యక్తపరచడం, గటిత భావనలను, అవగాహనను వివిధ సందర్భంలో, విషయాలలో, నిత్య జీవితంలో అనుసందానం చేయడం, ప్రాతినిధ్యపరచడం వంటి సామర్థ్యాలను సాధించాలి.
- ◆ పై గటిత సామర్థ్యాలను సాధించడంలో భావనల అవగాహన పరంగా ఏవైనా ఇఖ్యందులు ఎదురైతే ఎప్పటికప్పుడు ఉపాధ్యాయుల సహకారం తీసుకోవాలి.

మధ్యాహ్న భోజన పద్ధతం

ప్రాథమికోన్నత తరగతులు (VI - VIII)

1. భోజన పదార్థాల సూచి (Menu) :

రోజు (Day)	భోజన పదార్థాల సూచి (Menu)
సోమవారం	గుడ్డ, సాంబారు
మంగళవారం	కూరగాయలు
బుధవారం	పప్పు, కూరగాయలు, గుడ్డ
గురువారం	గుడ్డ, సాంబారు
శుక్రవారం	కూరగాయలు, గుడ్డ
శనివారం	ఆకుకూరలతో పప్పు

2. ఆహార ప్రమాణాలు (Food Norms) :

క్రమ సంఖ్య	ఆహార వివరాలు (Food Items)	ప్రాథమికోన్నత (Upper Primary)		
		పరిమాణం (గ్రా. లలో)	క్యాలరీలు	ప్రాచీనులు (గ్రా. లలో)
1	ఆహారధాన్యాలు (గోధుమ/బియ్యం) (Food Grains)	150	510	12
2	పప్పులు (Pulses)	30	100	4
3	కూరగాయలు (Vegetables)	75	30	-
4	సూనెలు (Oil & Fat)	7.5	55	4
5	ఇతరములు (గుడ్డ/అరటిపండు) (Any other item [Egg/Banana])	వారానికి రెండు సొర్లు	160	12

3. వంటకయ్యె ఖర్చు

ప్రాథమికోన్నత (Upper Primary)		
కేంద్రం	రాష్ట్రం	మొత్తం
₹ 3.71	₹ 2.47	₹ 6.18

4. వయస్సు ప్రకారం బాల బాలికల యొక్క పొడుగు మరియు బరువు

(Age-wise Height and Weight for Boys and Girls) :

క్రమ సంఖ్య	తరగతి	బాలురు		వయస్సు (సంగతిలలో)	బాలికలు	
		పొడవు (సెం.మీ.)	బరువు (కి.గ్రా. లలో)		పొడవు (సెం.మీ.)	బరువు (కి.గ్రా. లలో)
1	VI	137.5	31.4	11	138.3	32.5
2	VII	140.0	32.2	12	142.2	33.5
3	VIII	147.0	37.0	13	148.0	38.7

Distribution of Population and Sex Ratio: Census 2011

State / UT Code	India / State / Union Territory	Total Population			Sex ratio (females per 1000 males)
		Persons	Males	Female	
1	2	3	4	5	6
	INDIA	1,210,193,422	623,724,248	586,469,174	940
1	Jammu & Kashmir	12,548,926	6,665,561	5,883,365	883
2	Himachal Pradesh	6,856,509	3,473,892	3,382,617	974
3	Punjab	27,704,236	14,634,819	13,069,417	893
4	Chandigarh	1,054,686	580,282	474,404	818
5	Uttarakhand	10,116,752	5,154,178	4,962,574	963
6	Haryana	25,353,081	13,505,130	11,847,951	877
7	NCT of Delhi	16,753,235	8,976,410	7,776,825	866
8	Rajasthan	68,621,012	35,620,086	33,000,926	926
9	Uttar Pradesh	199,581,477	104,596,415	94,985,062	908
10	Bihar	103,804,637	54,185,347	49,619,290	916
11	Sikkim	607,688	321,661	286,027	889
12	Arunachal Pradesh	1,382,611	720,232	662,379	920
13	Nagaland	1,980,602	1,025,707	954,895	931
14	Manipur	2,721,756	1,369,764	1,351,992	987
15	Mizoram	1,091,014	552,339	538,675	975
16	Tripura	3,671,032	1,871,867	1,799,165	961
17	Meghalaya	2,964,007	1,492,668	1,471,339	986
18	Assam	31,169,272	15,954,927	15,214,345	954
19	West Bengal	91,347,736	46,927,389	44,420,347	947
20	Jharkhand	32,966,238	16,931,688	16,034,550	947
21	Orissa	41,947,358	21,201,678	20,745,680	978
22	Chhattisgarh	25,540,196	12,827,915	12,712,281	991
23	Madhya Pradesh	72,597,565	37,612,920	34,984,645	930
24	Gujarat	60,383,628	31,482,282	28,901,346	918
25	Daman & Diu	242,911	150,100	92,811	618
26	Dadra & Nagar Haveli	342,853	193,178	149,675	775
27	Maharashtra	112,372,972	58,361,397	54,011,575	925
28	Andhra Pradesh	84,665,533	42,509,881	42,155,652	992
29	Karnataka	61,130,704	31,057,742	30,072,962	968
30	Goa	1,457,723	740,711	717,012	968
31	Lakshadweep	64,429	33,106	31,323	946
32	Kerala	33,387,677	16,021,290	17,366,387	1,084
33	Tamil Nadu	72,138,958	36,158,871	35,980,087	995
34	Puducherry	1,244,464	610,485	633,979	1,038
35	Andaman & Nicobar Islands	3,79,944	202,330	177,614	878