



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI FIRENZE

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INFORMATICA

---

Laboratorio di Algoritmi e Strutture Dati

---

**Autore:**  
Francesco Vici

**N° Matricola:**  
7047233

**Corso principale:**  
Algoritmi e Strutture Dati

**Docente corso:**  
Simone Marinai

## Contents

<b>1</b>	<b>Introduzione tecnica</b>	<b>2</b>
1.1	Esperimento assegnato . . . . .	2
1.2	Specifiche tecniche del dispositivo usato . . . . .	2
1.3	Come affrontare l'esperimento . . . . .	2
<b>2</b>	<b>Panoramica Teorica</b>	<b>3</b>
2.1	Introduzione al problema della Longest Common Subsequence (LCS) . . . . .	3
2.2	Diverse implementazioni della LCS . . . . .	3
2.3	Costi delle diverse implementazioni . . . . .	3

# 1 Introduzione tecnica

## 1.1 Esperimento assegnato

L'esperimento assegnato consiste nel confrontare vari modi per calcolare la LCS (Longest Common Subsequence) tra due stringhe:

- versione che utilizza l'algoritmo "forza-bruta"
- versione ricorsiva
- versione ricorsiva con memoization
- versione bottom-up

## 1.2 Specifiche tecniche del dispositivo usato

Poiché l'esperimento si incentrerà sui tempi di esecuzione degli algoritmi appena elencati, è indispensabile la descrizione delle specifiche hardware del computer usato per effettuare i test. Di seguito le specifiche:

**CPU** : Intel(R) Core(TM) i5-6400 CPU @ 2.70GHz,

**RAM** :

Manufacturer	Capacity (GB)	Speed (MHz)
Kingston	4	2133
Kingston	4	2133

**SSD** :

Manufacturer	Model	Size (GB)
Kingston	SUV400S37240G	240
Kingston	SA400S37960G	960

Mentre gli strumenti software utilizzati nella realizzazione del progetto e della relazione sono:

**Linguaggio di programmazione** : Python 3.13.x,

**IDE** : Visual Studio Code (latest release),

**Editor LaTeX** : TeXstudio (latest release),

**Compilatore LaTeX** : TeX Live 2023.

## 1.3 Come affrontare l'esperimento

La relazione dell'esperimento è costituita da 4 parti fondamentali:

- **Breve spiegazione teorica del problema:** oltre al testo dell'esercizio viene fornito un sommario delle principali caratteristiche teoriche del problema in esame, partendo dal materiale fornito durante il corso di Algoritmi e Strutture Dati ed ampliandolo con materiale esterno.
- **Documentazione del codice:** sono riportati i frammenti più importanti del codice Python insieme con uno schema UML di tutte le classi e una breve spiegazione delle strutture del progetto.
- **Descrizione dell'esperimento:** viene ripercorso lo svolgimento dell'esperimento con l'esposizione dei risultati ottenuti.
- **Analisi dei risultati e conclusioni:** i dati ottenuti nel corso dell'esperimento vengono messi in relazione con i risultati teorici attesi ed esposizione di una tesi conclusiva.

## 2 Panoramica Teorica

### 2.1 Introduzione al problema della Longest Common Subsequence (LCS)

L'algoritmo LCS, che sta per Longest Common Subsequence, consiste nel trovare la sottosequenza comune più lunga tra due stringhe qualsiasi,  $X$  e  $Y$ , date in input. Definiamo una sottosequenza di  $X$  come una stringa ottenuta eliminando 0 o più caratteri da  $X$  senza modificarne l'ordine. È importante sottolineare che l'ordine dei caratteri nelle sequenze di partenza è fondamentale; diversamente, si parlerebbe di sottoinsiemi e non di sottosequenze.

### 2.2 Diverse implementazioni della LCS

Esistono numerosi metodi per implementare l'algoritmo LCS. Quelli utilizzati in questo esperimento sono i seguenti:

**Versione con algoritmo 'Brute Force'** : Genera tutte le possibili sottosequenze (di qualsiasi lunghezza) di una delle due stringhe date in input e verifica la loro presenza nell'altra stringa.

**Versione ricorsiva** : Scomponi il problema iniziale in sottoproblemi più semplici, fino ad arrivare al caso base, ovvero quando una delle due stringhe ha lunghezza pari a zero.

**Versione con memoization** : Segue la stessa logica della versione ricorsiva, ma memorizza in una matrice i risultati dei sottoproblemi già risolti, evitando di ripetere calcoli già effettuati. Se per un dato input è già stata trovata una soluzione, questa viene riutilizzata senza ricalcolarla.

**Versione bottom-up** : Risolve il problema partendo dai casi più semplici (dimensione minima) e aumentando progressivamente la dimensione fino a risolvere il problema completo. La risoluzione avviene in maniera inversa rispetto alle altre versioni.

### 2.3 Costi delle diverse implementazioni

Ogni implementazione dell'algoritmo LCS ha un costo computazionale diverso, a seconda della strategia utilizzata per risolvere il problema. Qui di seguito vengono analizzati i principali costi associati alle diverse versioni dell'algoritmo:

**Versione con algoritmo 'Brute Force'** : Poiché vengono generate tutte le possibili sottosequenze di una stringa e verificate nella seconda stringa, il tempo di esecuzione è esponenziale. In particolare, se le due stringhe  $X$  e  $Y$  sono lunghe rispettivamente  $n$  e  $m$ , si dovranno controllare tutti i caratteri di  $X$  per ogni sottosequenza di  $Y$ , quindi il tempo di esecuzione complessivo sarà nell'ordine di  $\Theta(n) \cdot \Theta(2^m) = \Theta(n \cdot 2^m)$ .

**Versione ricorsiva** : La versione ricorsiva, mantiene il costo quadratico, infatti ha un costo computazionale di  $\Theta(2^{\min(n,m)})$ , dove  $n$  e  $m$  sono le lunghezze delle due stringhe  $X$  e  $Y$ . Questo algoritmo infatti è abbastanza efficiente su stringhe di dimensioni molto diverse tra loro, mentre causa una notevole inefficienza se gli sono sottoposte stringhe di lunghezza simile, entrambe molto lunghe.

**Versione con memoization** : L'uso della memoization migliora significativamente le prestazioni, riducendo il costo computazionale a  $\Theta(n \cdot m)$ , dove  $n$  e  $m$  sono le lunghezze delle due stringhe  $X$  e  $Y$ . La memoization evita di risolvere più volte gli stessi sottoproblemi, memorizzando i risultati in una matrice, il che riduce drasticamente il numero di calcoli necessari rispetto alla versione ricorsiva senza memoization.

**Versione bottom-up** : La versione bottom-up ha anch'essa un costo di  $\Theta(n \cdot m)$ , dove  $n$  e  $m$  sono le lunghezze delle due stringhe  $X$  e  $Y$ . La differenza principale rispetto alla versione con memoization è che in questa versione si costruisce la soluzione a partire dal caso base, riempiendo progressivamente una matrice con le soluzioni parziali. Questo approccio è generalmente più efficiente rispetto alla versione ricorsiva con memoization in termini di utilizzo della memoria.

In generale, le versioni con memoization e bottom-up sono le più efficienti in termini di tempo, mentre la versione brute force è altamente inefficiente e viene solitamente utilizzata solo per scopi didattici o con stringhe di piccole dimensioni.

Di seguito una tabella riassuntiva con costi di tempo e memoria dei diversi algoritmi:

Algoritmo	Costo (tempo)	Costo (memoria)
Brute force	$\Theta(n \cdot 2^m)$	medium
Recursive	$\Theta(n \cdot 2^m)$	low
Memoization	$\Theta(n \cdot 2^m)$	high
Bottom-up	$\Theta(n \cdot 2^m)$	low

Table 1: Costi dei diversi algoritmi LCS

tesst