ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ + ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΔΗΜΟΚΡΑΤΙΑ
Εθνικόν και Καποδιστριακόν
Πανεπιστήμιον Αθηνών
ΙΔΡΥΘΕΝ ΤΟ 1837

Τεχνητή Νοημοσύνη Ι

Βασιλική Χριστοφιλοπούλου
1115202000216

Οκτώβριος 2024

Χειμερινό Εξάμηνο 2024-2025

Project 1

Table of Contents

1 Άσκηση 2

Απο την εκφώνηση της άσκησης προκύπτει ότι έχουμε ένα δέντρο, όπου κάθε κόμοβος έχει τρία παιδιά, και ο ζήτούμενος στόχος βρίσκετε στο τελευταίο επίπεδο.

Απο τα παραπάνω είναι φανερό ότι:

- **Βάθος 0 (ρίζα):** 1 κόμβος
- **Βάθος 1:** $3^1 = 3$ κόμβοι
- **Βάθος 2:** $3^2 = 9$ κόμβοι
- **Βάθος 3:** $3^3 = 27$ κόμβοι
- **Βάθος 4:** $3^4 = 81$ κόμβοι

Θα ελέγξουμε τους τρεις αλγόριθμους αναζήτησης προκειμένου να υπολογίσουμε θεωρητικά τον μικρότερο και το μεγαλύτερο αριθμό κόμβων που επεκτείνονται.

1.1 Αναζήτηση πρώτα κατά πλάτος (BFS)

Στην αναζήτη κατα πλάτος ξεκινάμε απο την ρίζα και επισκεπτόμαστε τους κόμβους κατα επίπεδα. Συνεπώς, θα χρειαστεί να διασχισθούν τα επίπεδα 0, 1, 2, 3 για να βρεθεί ο στόχος στο επίπεδο 4. Άρα οι κόμβοι που θα επεκταθούν είναι:

- **Στην καλύτερη περίπτωση** $1 + 3 + 9 + 27 + 1 = 41$ κόμβοι όταν ο στόχος βρίσκεται στο πρώτος στο τελευταίο επίπεδο.
- **Στην χειρότερη περίπτωση** $1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121$ κόμβοι όταν ο στόχος βρίσκεται τελευταίος στο τελευταίο επίπεδο. Επιπλέον, αν το δέντρο είναι άπειρο, ο BFS μπορεί να συνεχίσει να επεκτείνεται χωρίς τέλος, εξετάζοντας όλους τους κόμβους σε κάθε επίπεδο πριν προχωρήσει στο επόμενο.

1.2 Αναζήτηση πρώτα κατά βάθος (DFS)

Στην αναζήτη κατα βάθος ξεκινάμε διάσχιση ξεκινά από τη ρίζα και εξερευνάμε όσο το δυνατόν περισσότερο κατά μήκος κάθε κλαδί του δέντρου μέχρι να φτάσουμε σε αδιέξοδο. Επομένως οι κόμβοι που θα επεκταθούν είναι:

- **Στην καλύτερη περίπτωση** $1 + 1 + 1 + 1 + 1 = 5$ κόμβοι όταν ο στόχος βρίσκεται στο πρώτος στο τελευταίο επίπεδο.
- **Στην χειρότερη περίπτωση** $1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121$ κόμβοι όταν ο στόχος βρίσκεται τελευταίος στο τελευταίο επίπεδο. Εάν το δέντρο είναι άπειρο, ο DFS μπορεί να εξερευνά ατέρμονα χωρίς ποτέ να επιστρέψει στην επιφάνεια, επεκτείνοντας άπειρους κόμβους.

1.3 Αναζήτηση με επαναληπτική εκβάθυνση (IDS)

Ο αλγόριθμος IDS αναζητά τη λύση με τη λογική της DFS, αλλά περιορίζει το βάθος της αναζήτησης θέτοντας ένα μικρό βάθος στην αρχή ως όριο, το οποίο σταδιακά αυξάνεται με εμβάθυνση. Αυτό αποτελεί έναν τρόπο αντιμετώπισης του προβλήματος εύρεσης σωστού ορίου για το βάθος αναζήτησης. Συνήθως, η μέθοδος δοκιμάζει όλα τα πιθανά βάθη, αυξάνοντας προοδευτικά το βάθος κατά 1 αρχίζοντας από το βάθος 0, π.χ. 0, 1, 2, κτλ.

Ως χειρότερη θεωρείται η περίπτωση όπου για να βρεθεί η κατάσταση στόχου θα πρέπει να ελεγχθούν όλες οι πιθανές κατάστασεις. Στην αναζήτηση με εμβάθυνση, οι κόμβοι σε βάθος d επεκτείνονται μία φορά, αυτοί σε βάθος d -1 επεκτείνονται δύο φορές και ούτω καθεξής μέχρι τη ρίζα του δέντρου αναζήτησης, η οποία επεκτείνεται d+1 φορές.

Απο την θεωρία ξέρουμε πως για βάθος d και παράγοντα διακλάδωσης b, στην χειρότερη περίπτωση ο αριθμός των κόμβων θα είναι ο εξής:

$$(d + 1) + d \cdot b + (d - 1) \cdot b^2 + ... + 2 \cdot b^{d-1} + 1 \cdot b^d = \sum_{i=0}^{d} (d + 1 - i) \cdot b^i$$

Συνεπώς έχουμε για πεπερασμένο πλήθος κόμβων:

1. **Depth 0 (limit = 0):** 1 κόμβος
2. **Depth 1 (limit = 1):** $1 + 3 = 4$ κόμβοι
3. **Depth 2 (limit = 2):** $1 + 3 + 9 = 13$ κόμβοι
4. **Depth 3 (limit = 3):** $1 + 3 + 9 + 27 = 40$ κόμβοι
5. **Depth 4 (limit = 4):** $1 + 3 + 9 + 27 + 81 = 121$ κόμβοι

- **Στην καλύτερη περίπτωση** $4 + 3 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + \cdot 3^3 + 5 = 63$ κόμβοι όταν ο στόχος βρίσκεται στο πρώτος στο τελευταίο επίπεδο, αφού ελέγχονται τα επίπεδα 0, 1, 2, 3 και έπειτα ακολουθουν ξανά η ρίζα, το αριστερότερο της παίδι, ξανα το αριστερότερο παίδι, έως ότου φτάσουμε στο 4ο επίπεδο (συνολικά 5 κόμβοι ένας σε κάθε επίπεδο) όπου ο ζητούμενος κόμβος εντοπίζεται.

- **Στην χειρότερη περίπτωση** $5+4\cdot 3+3\cdot 3^2+2\cdot 3^3+3^4=179$ κόμβοι όταν ο στόχος βρίσκεται τελευταίος στο τελευταίο επίπεδο, αφουν αναγκαστικά ελέγχεται όλο το δέντρο. Εάν το δέντρο είναι άπειρο, ο IDS θα συνεχίσει να επεκτείνει κόμβους καθώς αυξάνεται το όριο του βάθους σε κάθε επανάληψη, με αποτέλεσμα να επεκτείνονται άπειροι κόμβοι.

Συγκεντρωτικά έχουμε:

Algorithm	**Best case**	**Worst case**
Breadth-first search (BFS)	41	121
Depth-first search (DFS)	5	121
Iterative Deepening Search (IDS)	63	179

Table 1: Results

2 Άσκηση 3

Στόχος είναι να βρεθεί η βέλτιστη διαδρομή από την αποθήκη στο σημείο παράδοσης χρησιμοποιώντας τον αλγόριθμο A*. Η μέθοδος αναζήτησης Άλφα-Άστρο (A*) είναι κατά βάσει BestFS, αλλά με ευρετική συνάρτηση:

$$f(n) = g(n) + h(n) \tag{1}$$

όπου έχουμε

- η g(n) δίνει την απόσταση της n από την αρχική κατάσταση, η οποία είναι πραγματική και γνωστή, και
- η h(n) η ευρετική εκτίμηση του κόστους από τον κόμβο n μέχρι τον στόχο (G), στην περίπτωση αυτή, χρησιμοποιούμε την Manhattan απόσταση δια δύο.
- Απόσταση Manhattan: $d_M((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = |x_1-x_2| + |y_1-y_2|$

Το 2D πλέγμα είναι το ακόλουθο:

	(0,0)	(0,1)	(0,2)	(0,3)	(0,4)	(0,5)	(0,6)	(0,7)	(0,8)	(0,9)
(0,0)	S	R	R	R	B	W	R	H	H	H
(1,0)	R	B	B	R	H	H	R	R	B	H
(2,0)	R	P	P	R	B	R	R	R	B	R
(3,0)	R	R	R	R	W	R	P	P	R	R
(4,0)	R	R	B	R	R	R	H	H	R	B
(5,0)	B	W	R	P	P	R	B	R	R	R
(6,0)	P	P	R	R	R	R	R	R	B	B
(7,0)	R	B	R	R	R	W	H	H	R	R
(8,0)	R	R	R	R	B	R	R	R	B	R
(9,0)	H	H	H	B	B	R	R	G	R	R

Εκτελούμε τον αλγόριθμο A* και έχουμε:

Σημείωση: με πρασίνο χρώμα σημειώνεται το g(n) και με κόκκινο το h(n).

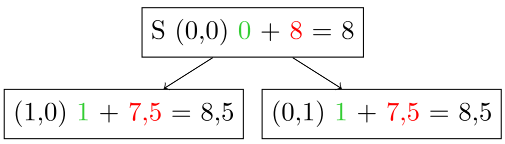

Figure 1: Πρώτη επανάληψη

Fringe : $S \rightarrow (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5}$

Έχει γίνει η παραδοχή ότι όταν ο A* δεν μπορεί να «διακρίνει» δύο κόμβους τότε επιλέγεται ο αριστερότερος στο δένδρο αναζήτησης, συνεπώς ο (1,0)

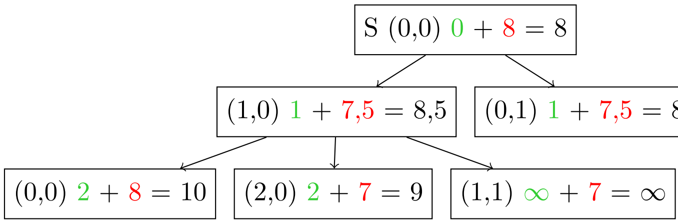

Figure 2: Δεύτερη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\rightarrow (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty}
\end{aligned}
$$

Παρακάτω, δίνονται και οι υπόλοιπες επαναλήψεις.

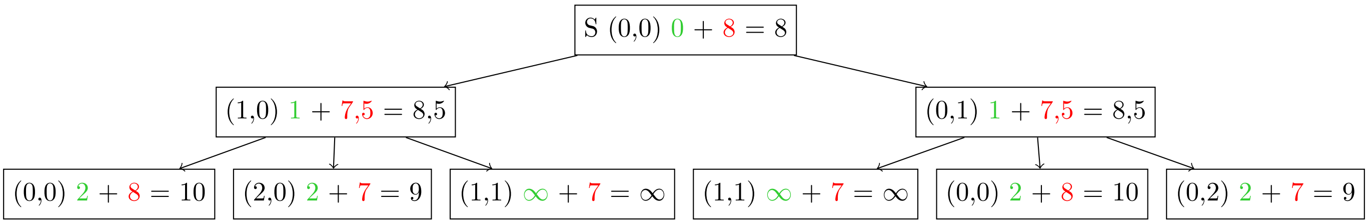

Figure 3: Τρίτη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\rightarrow (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\rightarrow (2,0)_{9}, (0,2)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty}
\end{aligned}
$$

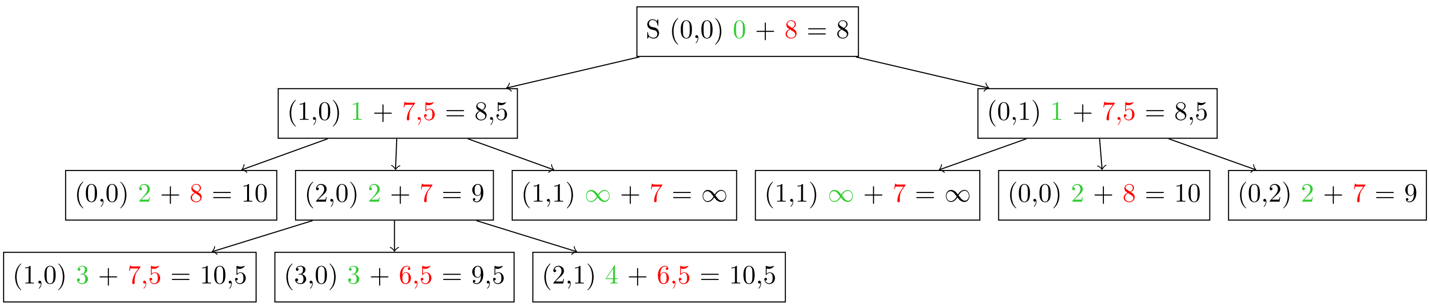

Figure 4: Τέταρτη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\rightarrow (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\rightarrow (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\rightarrow (2,0)_{9}, (0,2)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\rightarrow (0,2)_{9}, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty}
\end{aligned}
$$

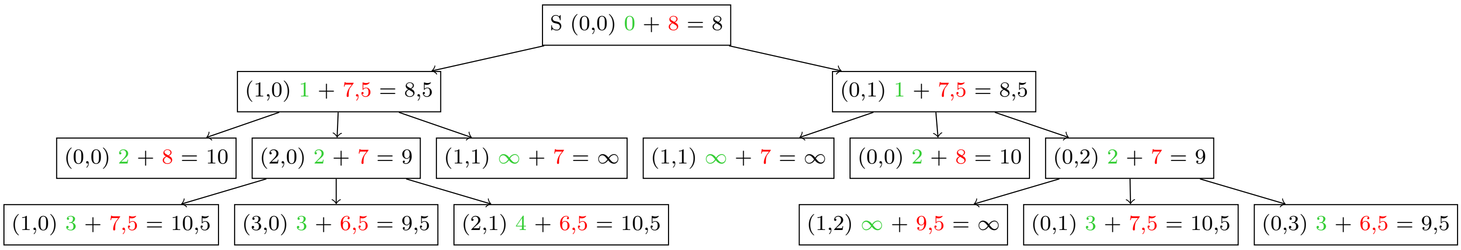

Figure 5: Πέμπτη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (2,0)_{9}, (0,2)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (0,2)_{9}, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5} (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5} (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}
\end{aligned}
$$

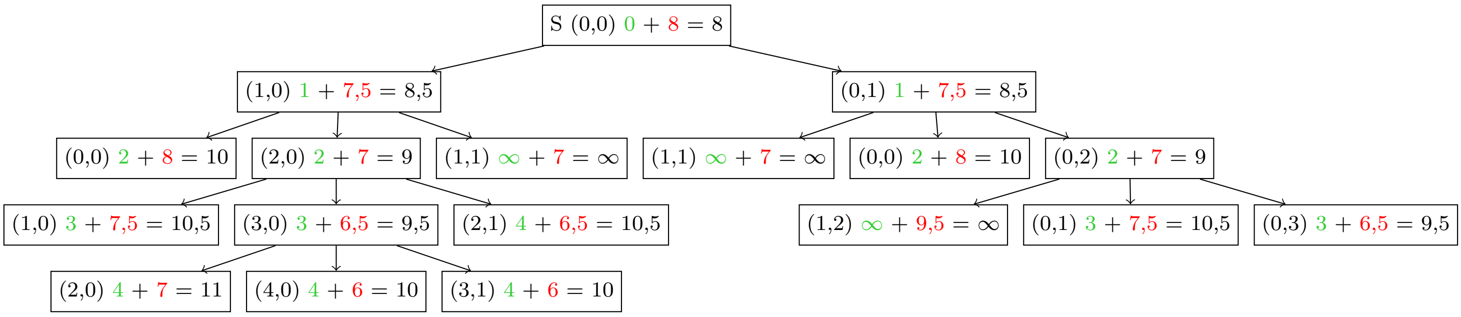

Figure 6: Έκτη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (2,0)_{9}, (0,2)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (0,2)_{9}, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5} (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5} (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,3)_{9,5} (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5} (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11} (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}
\end{aligned}
$$

Για τις επόμενες επαναλήψεις, προκειμένου να χωράει στην σελίδα το δέντρο, διατηρούνται μόνο τα τελικά αποτελέματα για τις προηγούμενες επαναλήψεις.

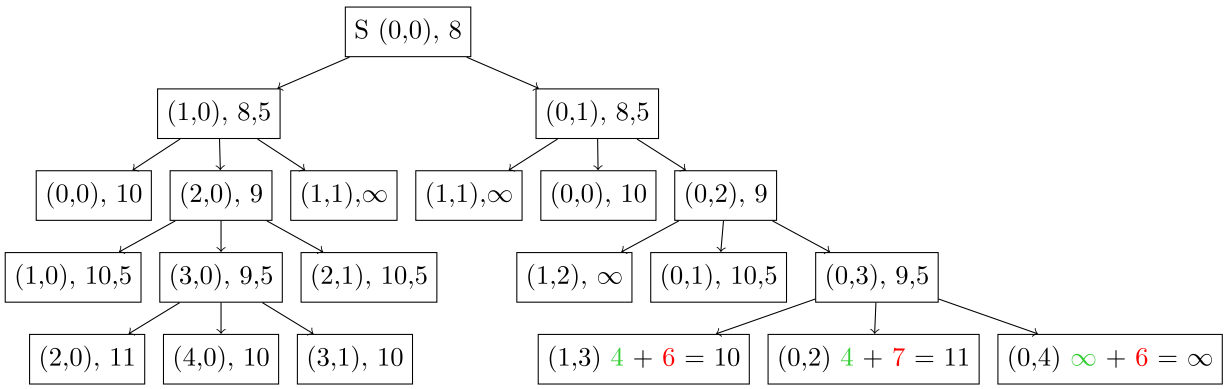

Figure 7: Έβδομη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (2,0)_{9}, (0,2)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (0,2)_{9}, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5} (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5} (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty}
\end{aligned}
$$

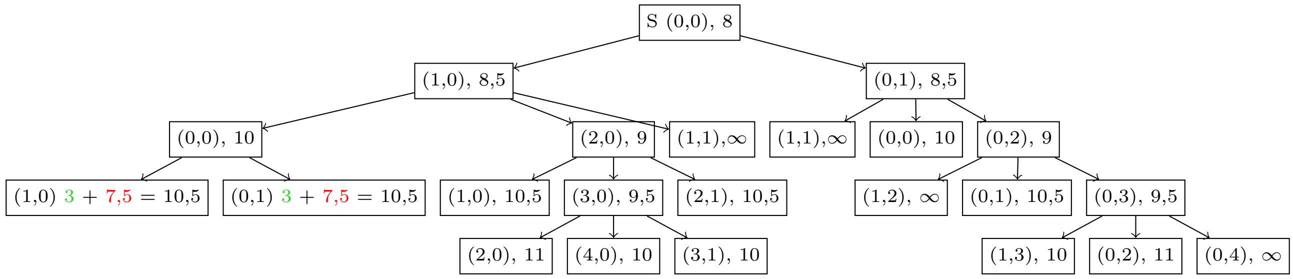

Figure 8: Όγδοη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (2,0)_{9}, (0,2)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (0,2)_{9}, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty} \\
&\to (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty}
\end{aligned}
$$

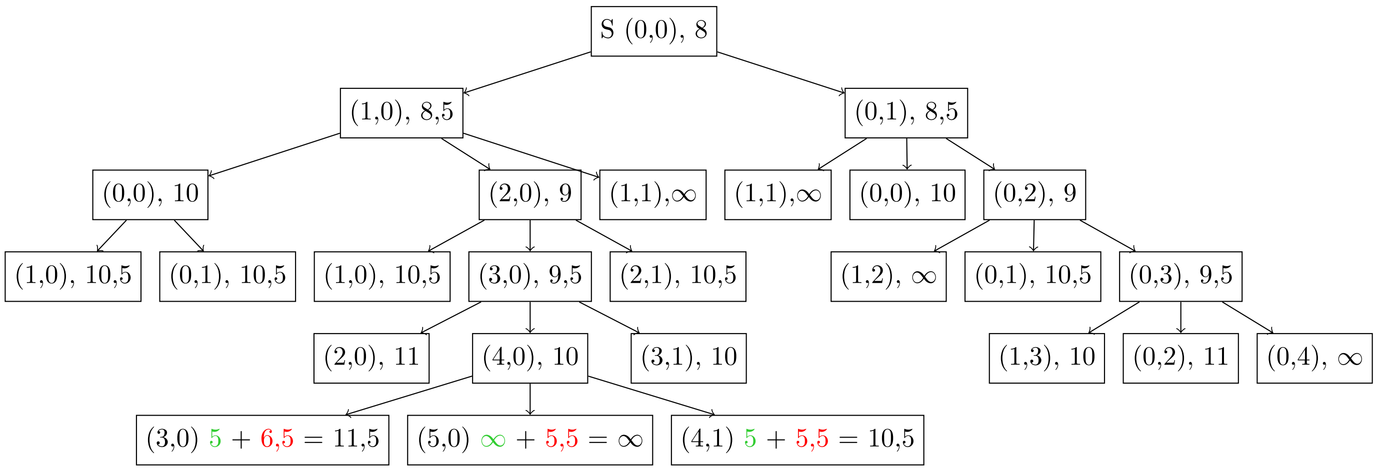

Figure 9: Ένατη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (2,0)_{9}, (0,2)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (0,2)_{9}, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty} \\
&\to (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty} \\
&\to (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty}, (5,0)_{\infty}
\end{aligned}
$$

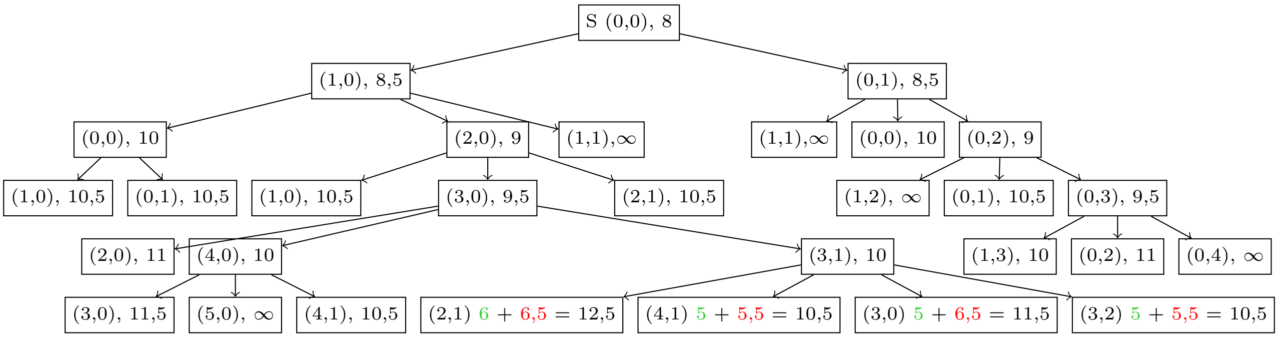

Figure 10: Δέκατη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (2,0)_{9}, (0,2)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (0,2)_{9}, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty} \\
&\to (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty} \\
&\to (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty}, (5,0)_{\infty} \\
&\to (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty}, (5,0)_{\infty}
\end{aligned}
$$

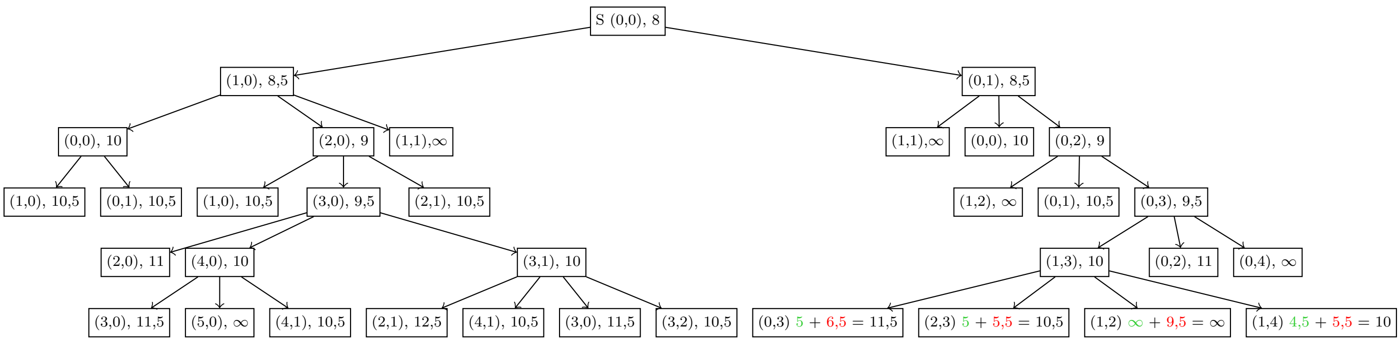

Figure 11: Ενδέκατη επανάληψη

Fringe :

$$
\begin{aligned}
S &\to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5} \\
&\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (2,0)_{9}, (0,2)_{9}, (0,0)_{10}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (0,2)_{9}, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty} \\
&\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty} \\
&\to (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty} \\
&\to (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty} \\
&\to (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty}, (5,0)_{\infty} \\
&\to (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty}, (5,0)_{\infty} \\
&\to (1,4)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_{\infty}, (1,2)_{\infty}, (0,4)_{\infty}, (5,0)_{\infty}
\end{aligned}
$$

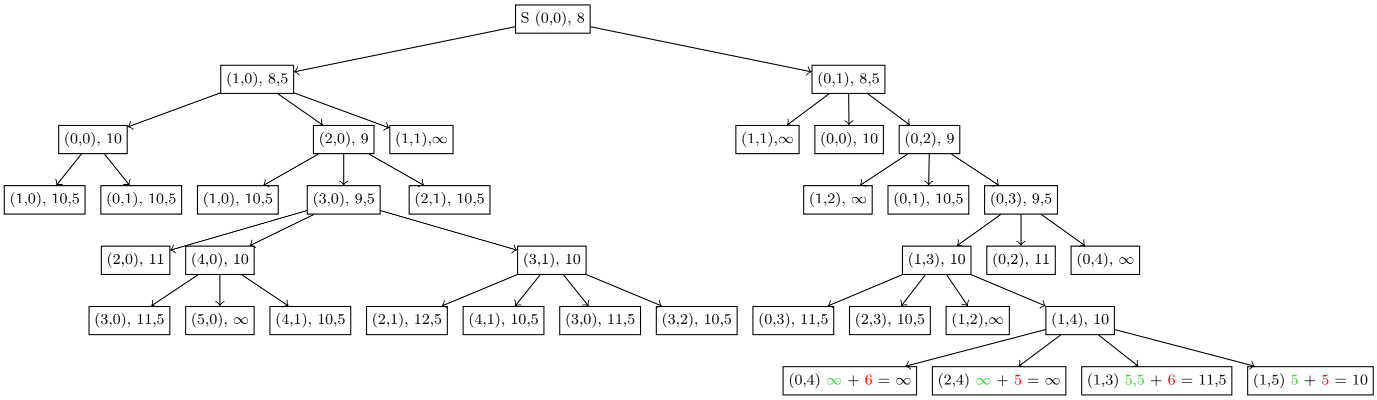

Figure 12: Δωδέκατη επανάληψη

Fringe :

$S \to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5}$

$\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_9, (0,0)_{10}, (1,1)_\infty$

$\to (2,0)_9, (0,2)_9, (0,0)_{10}, (1,1)_\infty$

$\to (0,2)_9, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_\infty$

$\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty$

$\to (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty$

$\to (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty$

$\to (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty$

$\to (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$

$\to (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$

$\to (1,4)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$

$\to (1,5)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty,$
$(5,0)_\infty, (2,4)_\infty$

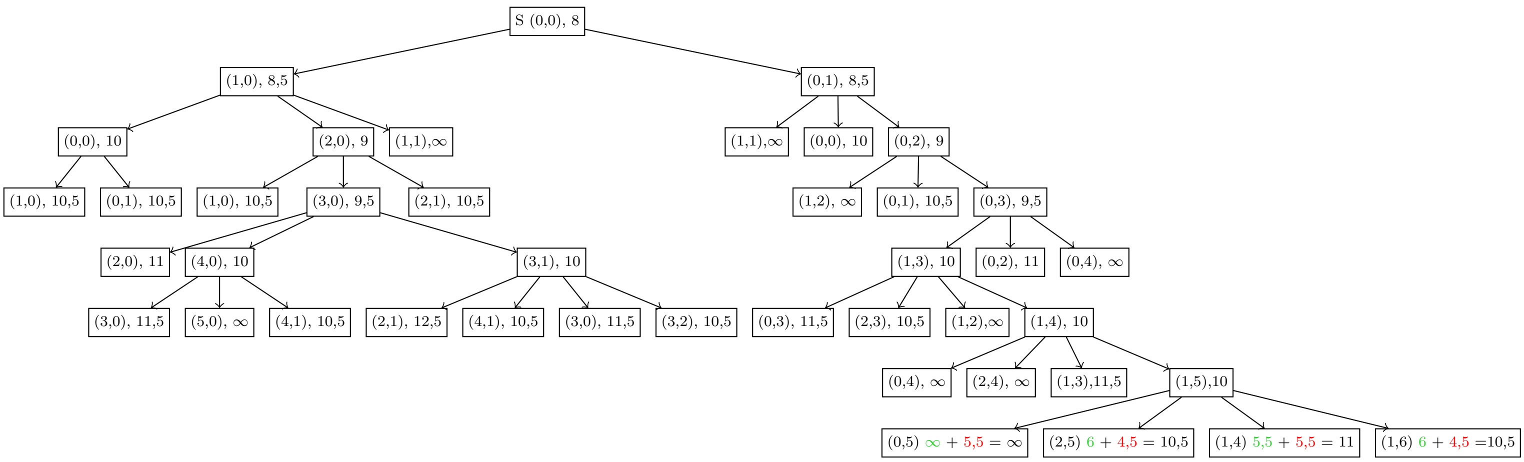

Figure 13: Δέκατη τρίτη επανάληψη

Fringe :

$S \to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5}$
$\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_9, (0,0)_{10}, (1,1)_\infty$
$\to (2,0)_9, (0,2)_9, (0,0)_{10}, (1,1)_\infty$
$\to (0,2)_9, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_\infty$
$\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty$
$\to (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty$
$\to (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty$
$\to (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty$
$\to (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$
$\to (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$
$\to (1,4)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$
$\to (1,5)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty, (2,4)_\infty$
$\to (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,5)_{10,5}, (1,6)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,4)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty, (2,4)_\infty, (0,5)_\infty$

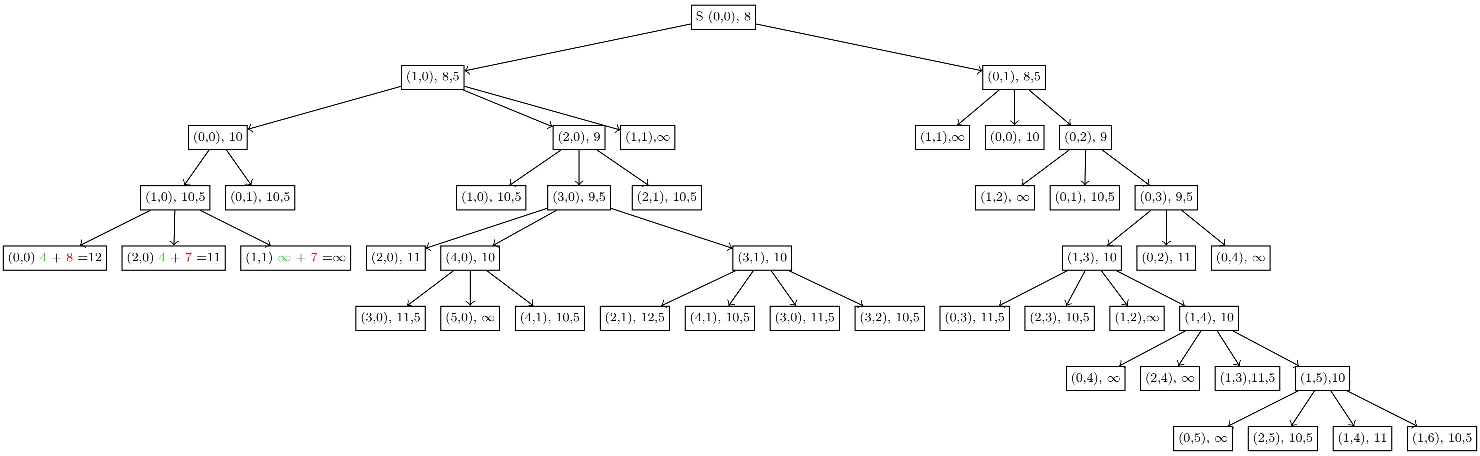

Figure 14: Δέκατη τέταρτη επανάληψη

Fringe :

$S \to (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5}$
$\to (0,1)_{8,5}, (2,0)_9, (0,0)_{10}, (1,1)_\infty$
$\to (2,0)_9, (0,2)_9, (0,0)_{10}, (1,1)_\infty$
$\to (0,2)_9, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_\infty$
$\to (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty$
$\to (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty$
$\to (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty$
$\to (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty$
$\to (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$
$\to (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$
$\to (1,4)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$
$\to (1,5)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty, (2,4)_\infty$
$\to (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,5)_{10,5}, (1,6)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,4)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty, (2,4)_\infty, (0,5)_\infty$
$\to (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,5)_{10,5}, (1,6)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,4)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (0,0)_{12}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty, (2,4)_\infty, (0,5)_\infty$

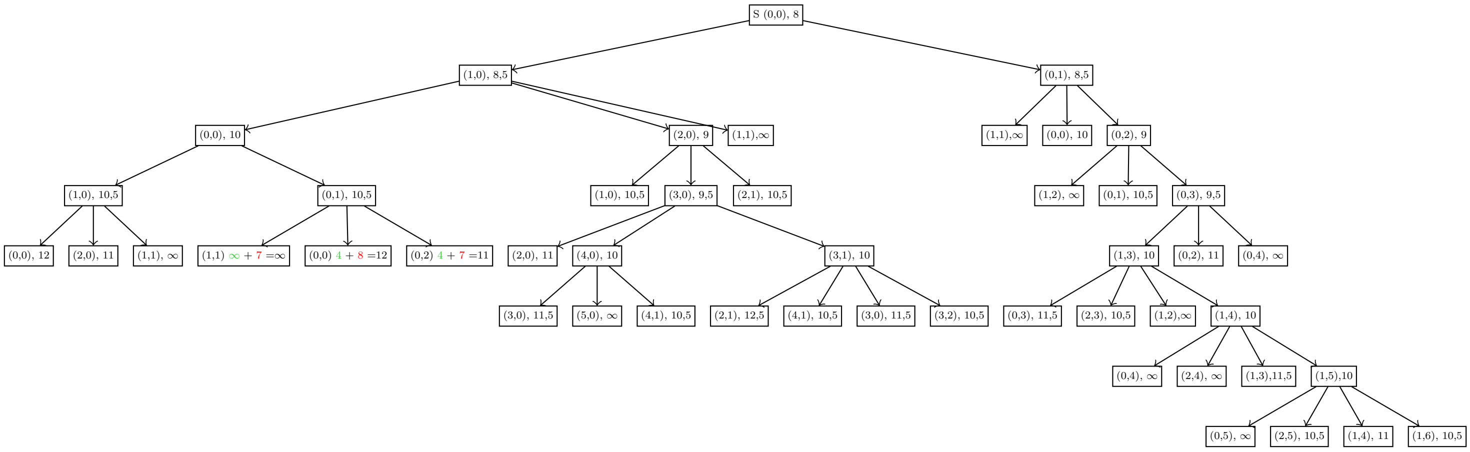

Figure 15: Δέκατη πέπτμη επανάληψη

Fringe :

$S \rightarrow (1,0)_{8,5}, (0,1)_{8,5}$
$\rightarrow (0,1)_{8,5}, (2,0)_9, (0,0)_{10}, (1,1)_\infty$
$\rightarrow (2,0)_9, (0,2)_9, (0,0)_{10}, (1,1)_\infty$
$\rightarrow (0,2)_9, (3,0)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_\infty$
$\rightarrow (3,0)_{9,5}, (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty$
$\rightarrow (0,3)_{9,5}, (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty$
$\rightarrow (0,0)_{10}, (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty$
$\rightarrow (4,0)_{10}, (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty$
$\rightarrow (3,1)_{10}, (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$
$\rightarrow (1,3)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$
$\rightarrow (1,4)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty$
$\rightarrow (1,5)_{10}, (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty, (0,4)_\infty,$
$(5,0)_\infty, (2,4)_\infty$
$\rightarrow (1,0)_{10,5}, (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,5)_{10,5}, (1,6)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,4)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (1,1)_\infty,$
$(1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty, (2,4)_\infty, (0,5)_\infty$
$\rightarrow (0,1)_{10,5}, (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,5)_{10,5}, (1,6)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,4)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (0,0)_{12}, (1,1)_\infty,$
$(1,2)_\infty, (0,4)_\infty, (5,0)_\infty, (2,4)_\infty, (0,5)_\infty$
$\rightarrow (2,1)_{10,5}, (4,1)_{10,5}, (3,2)_{10,5}, (2,3)_{10,5}, (2,5)_{10,5}, (1,6)_{10,5}, (2,0)_{11}, (0,2)_{11}, (1,4)_{11}, (3,0)_{11,5}, (1,3)_{11,5}, (0,0)_{12}, (1,1)_\infty, (1,2)_\infty,$
$(0,4)_\infty, (5,0)_\infty, (2,4)_\infty, (0,5)_\infty$

Οι επαναλήψεις συνεχίζονται έως ότου βρεθεί το βέλτιστο μονοπάτι, αλλά για την έυρεση του χρειάζονται συνολικά 50 expansions που δεν είναι εφικτό να αποτυπωθούν σε latex.

Το βέλτιστο μονοπάτι με κόστος 12,5 είναι:

$\{(0,0), \rightarrow (0,1), \rightarrow (0,2), \rightarrow (0,3), \rightarrow (1,3), \rightarrow (1,4), \rightarrow (1,5), \rightarrow (2,5), \rightarrow (3,5), \rightarrow (4,5), \rightarrow (4,6), \rightarrow (4,7), \rightarrow (5,7), \rightarrow (6,7), \rightarrow (7,7),$

Απο την θεωρία ξέρουμε ότι μια ευρετική συνάρτηση είναι παραδεκτή όταν δεν υπερεκτιμά το πραγματικό κόστος εύρεσης λύσης. Δηλαδή, μια ευρετική συνάρτηση δίνει πάντα ένα (θετικό) κάτω φράγμα στο πραγματικό κόστος. Δυο παραδείγματα εναλλακτικών ευρετικών είναι:

1. **Ευκλείδια απόσταση**
   Η ευκλειδια απόσταση ορίζεται ως $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ και είναι παραδεκτή, διότι η ευθεία γραμμή που συνδέει δύο σημεία είναι πάντα μικρότερη ή ίση με την πραγματική διαδρομή που θα πρέπει να διανύσει το ρομπότ, ακόμα και αν η κίνηση περιορίζεται σε ορθές γωνίες (όπως στο πλέγμα). Επιπλέον, η ευκλείδεια απόσταση είναι συνήθως μικρότερη από την απόσταση Manhattan ή ίση όταν τα δύο σημεία βρίσκονται είτε στην ίδια γραμμή είτε στην ίδια στήλη.

2. **Απόσταση Μεγίστου (Chebyshev Distance)**
   Η απόσταση μεγίστου ορίζεται ώς $h(x, y) = \max(|x_1 - x_2|, |y_1 - y_2|)$ και μετράει την ελάχιστη απαιτούμενη κίνηση που χρειάζεται για να φτάσουμε από το σημείο (x_1, y_1) στο σημείο (x_2, y_2) θεωρώντας ότι μπορούμε να κινηθούμε σε ορθές γωνίες. Είναι παραδεκτή για αυτό το πρόβλημα, επειδή η απόσταση μεγίστου μετράει την ελάχιστη διαδρομή που απαιτείται για να φτάσουμε από ένα σημείο στο άλλο, δεν θα υπερεκτιμήσει ποτέ το πραγματικό κόστος αν ληφθούν υπόψη τα εμπόδια και το κόστος κίνησης.

3 Άσκηση 4

Απο την θεωρία ξέρουμε ότι

Algorithm	**Πλήρης**	**Βέλτιστος**
Breadth-first search (BFS)	Ναι, αν ο παράγοντας διακλάδωσης b είναι πεπερασμένος	Ναι, αν όλες οι ενέργειες έχουν το ίδιο μη αρνητικό κόστος
Αναζήτηση περιορισμένου βάθους (DLS)	Ναι, αν $l \geq d$ όπου l είναι το όριο βάθους και d το βάθος της λύσης	Όχι
Iterative Deepening Search (IDS)	Ναι, υπό τις προυποθέσεις του BSF	Ναι, υπό τις προυποθέσεις του BSF
A*	Ναι	Ναι
Αμφίδρομη αναζήτηση	Ναι, αν ο παράγοντας είναι πεπερασμένος και αμφότερες οι αναζητήσεις χρησιμοποιούν BFS	Ναι, αν οι αναζητήσεις χρησιμοποιούν BFS και ισχύουν οι προυποθέσεις βέλτιστης συμπεριφοράς για τον BFS

Table 2: Algorithms

Συνεπώς πρέπει να ελέγξουμε κάθε ζευγάρι αμφίδρομης αναζήτησης ξεχωριστά.

3.1 Αναζήτηση πρώτα σε πλάτος και αναζήτηση περιορισμένου βάθους

- **Πλήρης :** Η αναζήτηση BFS είναι πλήρης, επειδή εξετάζει όλα τα επίπεδα του δέντρου με συστηματικό τρόπο και τελικά θα βρει τον στόχο, εφόσον υπάρχει. Ωστόσο, η αναζήτηση περιορισμένου βάθους (DLS) δεν είναι πλήρης εάν το βάθος περιορισμού είναι μικρότερο από το βάθος της λύσης. Άρα, ο συνδυασμός αυτός δεν είναι εγγυημένα πλήρης, καθώς η DLS μπορεί να μην φτάσει στο ζητούμενο βάθος για να βρει τη λύση.

- **Βέλτιστος :** Η BFS είναι βέλτιστη, αν όλες οι ενέργειες έχουν το ίδιο μη αρνητικό κόστο ενώ η DLS δεν είναι βέλτιστη, καθώς μπορεί να βρει λύση που δεν είναι η καλύτερη. Συνεπώς, ο συνδυασμός αυτών των δύο δεν είναι εγγυημένα βέλτιστος.

- **Έλεγχος Συνάντησης :** Ο έλεγχος μπορεί να γίνει αποδοτικά χρησιμοποιώντας εναν πίνακα αναζήτησης όπου καθώς οι κόμβοι επεκτείνονται στο BFS, διατηρούμε έναν hash table με το αν έχουμε επισκεφτεί ή όχι τον κόμβο. Η DLS μπορεί να ελέγξει αυτόν τον πίνακα για να δει αν φτάνει σε κατάσταση που έχει ήδη επισκεφτεί το BFS. Εάν η DLS φτάσει σε έναν κόμβο που υπάρχει ήδη στον πίνακα BFS, η αναζήτηση μπορεί να τερματιστεί και να επιστραφεί η λύση.

3.2 Αναζήτηση με επαναληπτική εκβάθυνση και αναζήτηση περιορισμένου βάθους

- **Πλήρης :** Η IDS είναι πλήρης, καθώς σταδιακά εξετάζει όλα τα επίπεδα του δέντρου χωρίς να περιορίζεται σε συγκεκριμένο βάθος. Ωστόσο, όπως αναφέρθηκε και στην περίπτωση (α), η DLS μπορεί να μην είναι πλήρης. Συνεπώς, και εδώ η πληρότητα δεν είναι εγγυημένη.

- **Βέλτιστος :** IDS είναι βέλτιστη, όμως η DLS δεν είναι βέλτιστη, και ως εκ τούτου ο συνδυασμός δεν είναι εγγυημένα βέλτιστος.

- **Έλεγχος Συνάντησης :** Καθώς η IDS επεκτείνει τους κόμβους επίπεδο προς επίπεδο, η DLS θα πρέπει επίσης να ελέγχει τις καταστάσεις που έχουν ήδη επισκεφθεί με παρόμοιο τρόπο όπως αναφέρεται στο 3.1. Εάν η DLS συναντήσει έναν κόμβο με ίσο ή χαμηλότερο κόστος, τότε βρέθηκε το σημείο τομής.

3.3 A* και αναζήτηση περιορισμένου βάθους

- **Πλήρης :** Ο αλγόριθμος A* είναι πλήρης, υπό την προϋπόθεση ότι η συνάρτηση εκτίμησης h(n) είναι αποδεκτή. Η DLS, οπως παρατηρήθηκε νωρίτερα δεν είναι πλήρης, άρα, η πληρότητα δεν είναι εγγυημένη σε αυτόν τον συνδυασμό.

- **Βέλτιστος :** Ο A* είναι βέλτιστος και η DLS δεν είναι βέλτιστη, οπότε ο συνδυασμός δεν εγγυάται βελτιστοτητα.

- **Έλεγχος Συνάντησης :** Ο A* παράγει κόμβους με βάση την εκτίμηση $f(n) = g(n) + h(n)$. Ο έλεγχος μπορεί να γίνει κοιτώντας την ουρά προτεραιότητας του A*, όπου η DLS ελέγχει έαν υπάρχει κοινός κόμβος. Εάν η DLS φτάσει σε έναν κόμβο που έχει εξερευνήσει και ο A*, συγκρίνετε το κόστος διαδρομής τους για να προσδιορίσετε την πιο αποτελεσματική διαδρομή.

3.4 A* και A*

- **Πλήρης :** Ο αλγόριθμος A* είναι πλήρης, συνεπώς και ο συνδυασμός με τον εαυτό του.

- **Βέλτιστος :** Ο αλγόριθμος A* είναι βέλτιστος, άρα ο αλγόριθμος αμφίδρομης αναζήτησης θα είναι επίσης βέλτιστος.

- **Έλεγχος Συνάντησης :** Ο έλεγχος της συνάντησης γίνεται αποδοτικά συγκρίνοντας τους κόμβους που επεξεργάζεται ο A* στην προς τα εμπρός αναζήτηση με αυτούς στην προς τα πίσω αναζήτηση. Η διασταύρωση μπορεί να ελεγχθεί αποτελεσματικά διατηρώντας μια ουρά προτεραιότητας για τις δύο αναζητήσεις A*. Όποτε επεκτείνεται ένας κόμβος σε μία από τις αναζητήσεις, ελέγχουμε αν έχει ήδη επεκταθεί στην άλλη αναζήτηση.