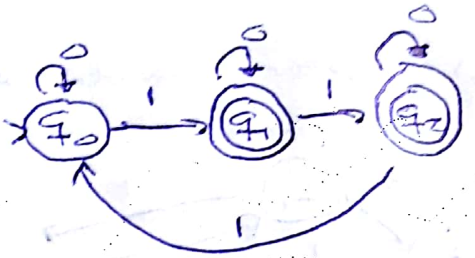
17.

AFD que reconozca el siguiente lenguaje

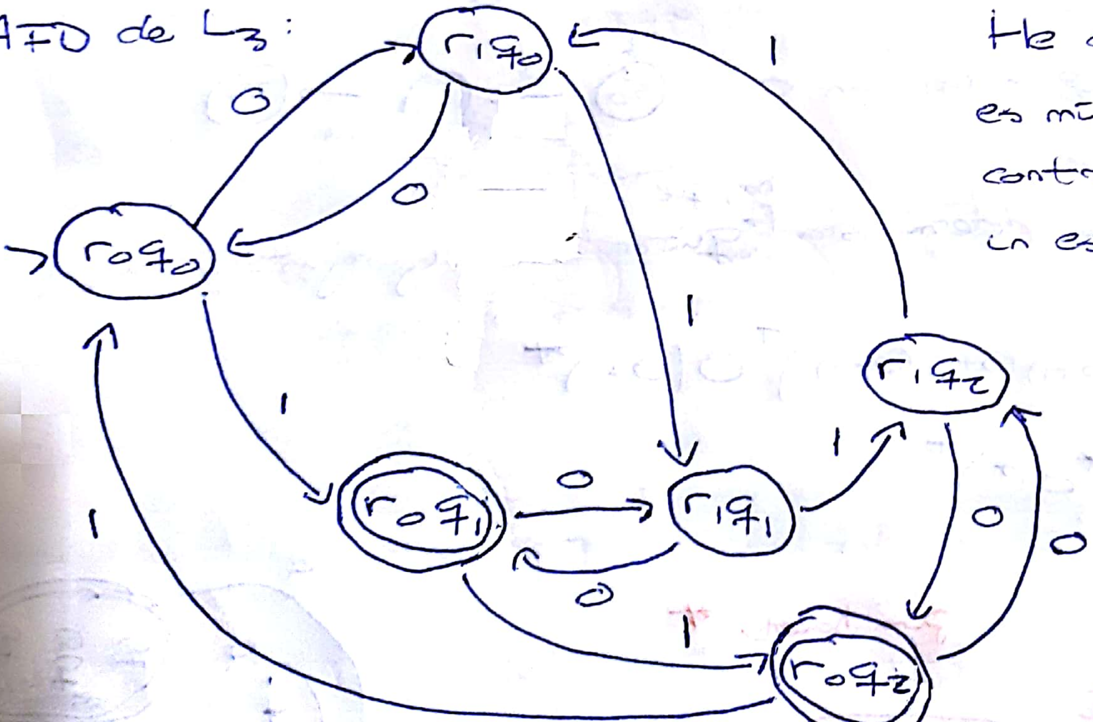
$L_3 = \{ u \in \{0,1\}^* \mid$ nº de 1's no es multiplo de 3 $\wedge$ nº de 0's es par$\}$

AFD del lenguaje con nº 1's no multiplo de 3



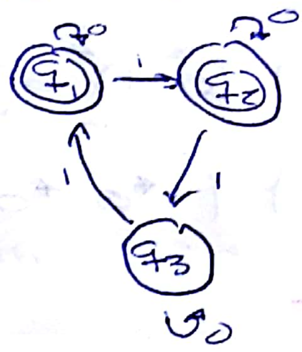
AFD del lenguaje con nº par de 0's

AFD de L_3:



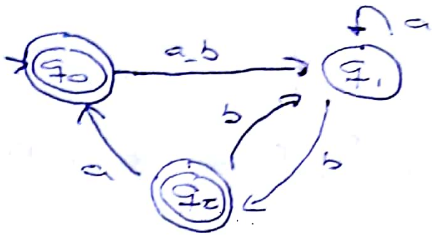
He considerado que 0 es múltiplo de 3, en caso contrario consideraríamos un estado q_3 no final

t.q



Scanned by CamScanner

22-



$$r_{ij}^{k} = r_{ij}^{k-1} + r_{ik}^{k-1}\left(r_{kk}^{k-1}\right)^* r_{kj}^{k-1}$$

$r_{00}^0 = \varepsilon$

$r_{01}^0 = a+b$

$r_{02}^0 = \emptyset$

$r_{10}^0 = \emptyset$

$r_{11}^0 = a$

$r_{12}^0 = b$

$r_{20}^0 = a$

$r_{21}^0 = b$

$r_{22}^0 = \varepsilon$

$$r_{00}^1 = r_{00}^0 + r_{00}^0\left(r_{00}^0\right)^* r_{00}^0 = \varepsilon + \varepsilon(\varepsilon)^*\varepsilon = \varepsilon$$

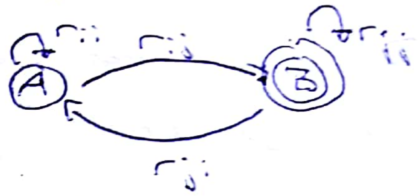
$$r_{01}^1 = r_{01}^0 + r_{01}^0\left(r_{11}^0\right)^* r_{11}^0 = (a+b) + (a+b)(a)^* a =$$

Proceso muy lento

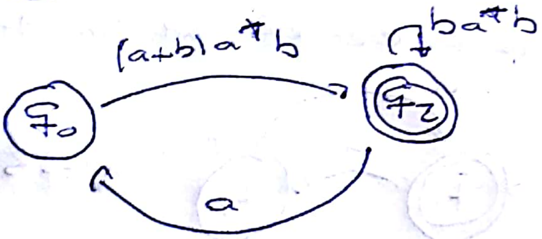
Vamos a obtener la exp. regular a través del método de eliminación de estados intermedios. Para cada estado final (q_0, q_2) construimos un AF equivalente con exp. regulares como transiciones

q_0:

$r_0 = \emptyset^* = \varepsilon$



q_2:



exp. regular:

$$(r_{ii} + r_{ij} r_{jj}^* r_{ji})^* r_{ij} r_{jj}^*$$

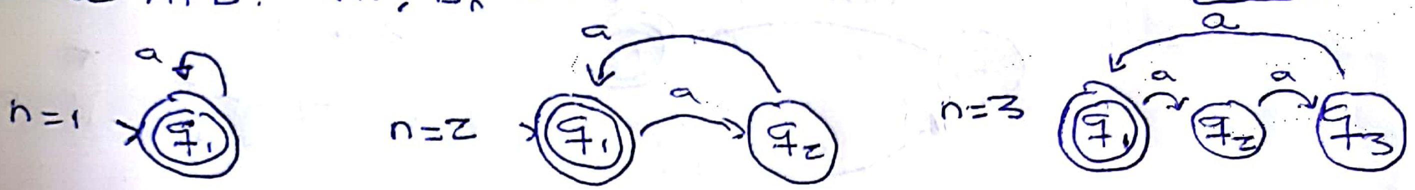
$$\boxed{r_2 = \left((a+b)a^*b(ba^*b)^*a\right)^* (a+b)a^*b(ba^*b)^*}$$

Expresión regular final $= r_0 + r_2 = \varepsilon + r_2 = r_2$

23-

$B_n = \{a^k \mid k \text{ multiplo de } n\}$ Dem. que B_n es regular $\forall n$

Para demostrar que un lenguaje es generado por una gramática regular, hay que demostrar que $\exists$ AFD que lo reconoce. Por lo tanto, definimos este AFD: $\forall n$, B_n va a tener asociado un AFD con $\boxed{n^{\circ}\ \text{estados} = n}$



Podría expresarse también con expresiones regulares $(\underbrace{a\ldots a}_{n})^*$

24-

u Prefijo de v $\Leftrightarrow \exists w$ t.q $uw = v$ propio si: $u \neq v \wedge u \neq \varepsilon$

a) $NOPREFIX(L) = \{u \in L \mid$ ningún prefix propio de $u \in L\}$

L es regular

Denotemos por $P = \{u \in L \mid$ prefix propios de $L\}$

¿P es regular? SI, $\forall u \in P \ \exists w$ t.q $uw = v^{\in L}$ regular $u \neq v \wedge u \neq \varepsilon$

Por tanto, podemos considerar que la gramática definida por P es lineal, que existe un AFD que lo reconoce y por lo tanto es regular

* Basándonos en las propiedades de cierre de lenguajes regulares

$\boxed{NOPREFIX(L) = L \setminus P}$ L, P regular $\Rightarrow L \setminus P$ regular

NOPREFIX(L) es regular $\blacksquare$

b) $NOEXTENSION(L) = \{ u \in L \mid u$ no es un prefijo propio de ninguna palabra de $L \}$

El procedimiento es similar, basándonos en las prop. de cierre de lenguajes regul.

Sea $t \in NOEXTENSION(L) \Rightarrow \forall v \in L \ \nexists w$ t.q $tw = v$

Anteriormente habíamos definido P como el cjto de prefix propios de L, y habíamos visto que era regular. Pues $\boxed{NOEXTENSION(L) = \overline{P}}$

Al ser P regular, $\overline{P}$ también lo es, por lo que $NOEXTENSION(L)$ es regular $\boxtimes$

25.-

Relación de equivalencia, clases de equivalencia (teoría de grupos)

a) $\equiv$ es una relación de equivalencia

Hay que ver propiedades reflexiva, simétrica y transitiva

Reflexiva: $u \in A^*$ $u \equiv u \Leftrightarrow \forall z \in A^*$ $uz \in L \Leftrightarrow uz \in L$ Trivial $\boxtimes$

Simétrica:

$u, v \in A^*$ suponemos $u \equiv v \Rightarrow \forall z \in A^*$ $uz \in L \Leftrightarrow vz \in L \Rightarrow vz \in L \Leftrightarrow uz \in L$

$\Downarrow$

$v \equiv u$ $\boxtimes$

Transitiva:

$u, v, w \in A^*$ t.q $u \equiv v \wedge v \equiv w \Rightarrow \forall z \in A^*$ $uz \in L \Leftrightarrow vz \in L \overset{*}{\Leftrightarrow} wz \in L$

$uz \in L \Leftrightarrow wz \in L$

$u \equiv w$ $\boxtimes$

Scanned by CamScanner

b) Las clases de equivalencia particionan L estableciendo una
c) relación de equivalencia. Basta encontrar esta para tener las clases equiv.

d) L aceptado por AFD $\Leftrightarrow$ nº clases equivalencia es finito
e)
Al fin y al cabo, las clases de equivalencia actuan sobre L
como los estados en un AFD. nº clases equivalencia = nº estados AFD
Por tanto, si hay nº finito de clases equiv. lo hay de estados, y viceversa

al menos del AF mínimo que acepta L