



Faculté des Sciences et Technologies Département de Mathématiques

---

**Master** : Ingénierie, Statistique et Numérique - Data Science

**Projet de Recherche opérationnelle**

**Devoir 2 : Planification du fonctionnement d'une  
usine**

Réalisé par :

**Victor Vannobel et Youssef Roki-Dine**

**Année universitaire : 2023-2024**

# Table des matières

I	Introduction . . . . .	3
II	Partie 1 : Etude du problème . . . . .	4
	II.1 Présentation du problème . . . . .	4
	II.2 Problème en langage AMPL . . . . .	7
	II.3 Résultats . . . . .	12
III	Modification des données . . . . .	14
	III.1 Variations des données . . . . .	14
	III.2 Planning optimal pour la maintenance des machines . . . . .	17
	III.3 Achat de nouvelles machines . . . . .	20
IV	Conclusion . . . . .	23
V	Annexes . . . . .	24

# I Introduction

L'objectif dans la recherche opérationnelle consiste à développer des méthodes efficaces pour résoudre des problèmes de maximisation ou de minimisation. Il y a par exemple des problèmes de cheminement dont le but est de chercher l'itinéraire de longueur minimale pour aller d'un point à un autre, des problèmes de transport, des problèmes de distribution de ressources, ou encore des problèmes de planification. C'est d'ailleurs un problème du dernier type que nous allons traiter dans ce rapport.

AMPL est un logiciel qui permet de formuler mathématiquement des problèmes d'optimisation et de les résoudre. C'est ce logiciel que nous utiliserons au cours de ce projet.

Nous commencerons par expliquer plus en détails notre problème de maximisation des profits dans la partie II.1, puis nous discuterons dans la partie II.2 de la modélisation mathématique : les variables, les paramètres, la fonction objectif ainsi que les contraintes. Nous pourrions ensuite exposer dans la partie II.3 nos résultats qui vont définir de façon optimale la planification à suivre.

Nous étudierons dans la partie III.1 l'impact d'une perturbation des données sur les profits. Puis nous déterminerons le planning optimal de maintenance des machines dans la partie III.2. Enfin, nous étudierons dans la partie III.3 l'opportunité de l'achat de nouvelles machines et l'impact que cela aura sur les profits.

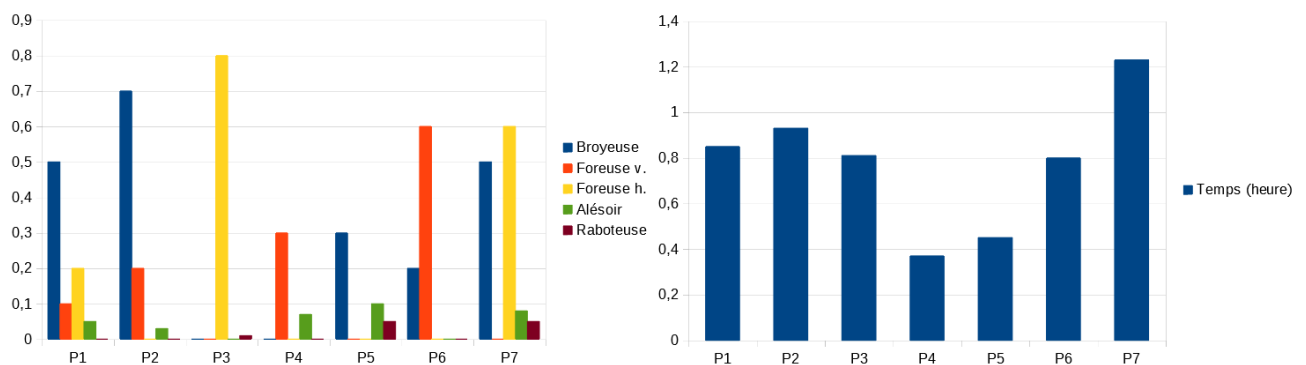
## II Partie 1 : Etude du problème

### II.1 Présentation du problème

Une usine produit sur six mois sept produits différents à l'aide de différentes machines : **quatre** broyeuses, **deux** foreuses verticales, **trois** foreuses horizontales, **un** alésoir et **une** raboteuse. Nous allons résoudre un problème de maximisation de profit pour cette usine en prenant en compte le temps d'utilisation des machines pour chaque produit, la quantité maximale de produits pouvant être vendue chaque mois, le stockage de produits et la maintenance nécessaire des machines au cours des six mois.

Nous disposons de diverses données et contraintes pour organiser la vente de nos produits. Cela implique de respecter les capacités maximales de vente et stockage des produits de notre usine, de ne pas dépasser pour une machine donnée le temps maximal d'utilisation sur un mois.

La planification se fait sur six mois, de janvier à juin. L'usine fonctionne vingt-quatre jours par mois, à raison de huit heures par jour. Il n'y a aucun problème d'ordonnement. Intéressons nous au temps d'utilisation nécessaire des machines pour produire les produits (figure 1).



(Figure 1) Temps d'utilisation de chaque machine pour une unité de chaque produit (gauche) et temps cumulé d'utilisation des machines pour une unité de chaque produit (droite).

Il est important de noter que certaines machines ne sont pas nécessaires à la production de certains produits. Les informations numériques sont présentées dans la figure 2.

Mach \ Prod	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
Broyeuse	0,5	0,7			0,3	0,2	0,5
Foreuse v.	0,1	0,2		0,3		0,6	
Foreuse h.	0,2		0,8				0,6
Alésoir	0,05	0,03		0,07	0,1		0,08
Raboteuse			0,01		0,05		0,05

(Figure 2) Tableau du temps d'utilisation en heures de chaque machine pour fabriquer une unité de chaque produit.

Chaque produit a un prix de vente unitaire fixé (figure 3). En fonction du mois, il est possible d'en vendre un certain nombre (figure 4). Il est également possible de stocker les produits pour un coût unitaire de stockage de 50 centimes par produits stockés par mois. Il n'est pas possible de stocker plus de 100 unités d'un même produit. De plus, le stock initial pour chaque produit est vide et on souhaite à la fin du mois de juin disposer d'un stock de 50 unités pour chaque produit.

	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
Prix de vente	10	6	8	4	11	9	3

(Figure 3) Prix de vente unitaire en euros pour chaque produit.

Mois \ Prod	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7
Janvier	500	1000	300	300	800	200	100
Février	600	500	200	0	400	300	150
Mars	300	600	0	0	500	400	100
Avril	200	300	400	500	200	0	100
Mai	0	100	500	100	1000	300	0
Juin	500	500	100	300	1100	500	60

(Figure 4) Tableau des capacités de ventes maximales par mois et pour chaque produit.

Au cours des six mois, toutes les machines à l'exception de deux broyeuses doivent être mises en maintenance. Un planning pour la maintenance est fourni :

- Janvier : 1 broyeuse
- Février : 2 foreuses horizontales
- Mars : 1 alésoir
- Avril : 1 foreuse verticale
- Mai : 1 broyeuse et 1 foreuse horizontale
- Juin : 1 raboteuse et 1 foreuse verticale

Avant d'entrer dans la modélisation et sa résolution, il est possible de tirer des enseignements des graphiques et tableaux précédents. D'après les figures 1 et 3, le produit 7

est le produit qui demande le plus de temps machine pour être produit à l'unité alors qu'il est également le produit rapportant le moins de bénéfices à l'unité. On s'attend donc à ce que le produit 7 soit moins fabriqué que les autres. De plus, d'après la figure 2, l'alésoir est nécessaire à la production de 5 des 7 produits et l'usine n'en possède qu'un seul. Puisque l'alésoir doit être en maintenance en mars, on s'attend à ce qu'il y ait globalement moins de produits fabriqués au mois de mars.

Après cette présentation et ces premières observations, nous pouvons passer à la section suivante de ce rapport, où nous allons débiter en exposant le modèle AMPL de ce problème.

## II.2 Problème en langage AMPL

### Les ensembles

Nous créons des ensembles qui permettent de ranger les machines, les produits, les mois et les machines étant nécessaires à la fabrication des produits (de dimension 2).

**set MOIS** circular :

Cet ensemble regroupe les mois : "Janvier", "Fevrier", "Mars", "Avril", "Mai" et "Juin". On souhaite définir un ordre parmi les mois, la planification se fait de janvier à juin, c'est pourquoi "circular" est ajouté lors de la définition de l'ensemble.

**set PRODUITS** ;

Cet ensemble regroupe les produits pouvant être créés : "P1", "P2", "P3", "P4", "P5", "P6" et "P7".

**set MACHINES** ;

Cet ensemble regroupe les machines dont l'usine dispose : broyeuse "bro", foreuse verticale "for\_v", foreuse horizontale "for\_h", alésoir "ale" et raboteuse "rab".

**set FABRIQUE** dimen 2 ;

Cet ensemble de dimension 2 regroupe les machines servant à la fabrication des produits. Il est de la forme (machine, produit). Un couple  $(k, p)$  dont la machine de type  $k$  ne sert pas à la fabrication du produit de type  $p$  ne sera pas dans l'ensemble.

Il contient : "(bro,P1)", "(bro,P2)", "(bro,P5)", "(bro,P6)", "(bro,P7)", "(for\_v,P1)", "(for\_v,P2)", "(for\_v,P4)", "(for\_v,P6)", "(for\_h,P1)", "(for\_h,P3)", "(for\_h,P7)", "(ale,P1)", "(ale,P2)", "(ale,P4)", "(ale,P5)", "(ale,P7)", "(rab,P3)", "(rab,P5)", "(rab,P7)".

### Les paramètres

Concernant les paramètres, nous créons plusieurs paramètres qui sont tous positifs et ils sont cités ci-dessous :

**param** nb\_mach {**MACHINES**} ;

qui représente pour chaque machine de type  $k$ , le nombre de machines de type  $k$  dont l'usine dispose.

**param** maint {**MOIS**, **MACHINES**} ;

qui représente pour chaque mois  $m$  et pour chaque machine de type  $k$ , le nombre de machines de type  $k$  en maintenance au mois  $m$ .

`param` vente\_max {MOIS, PRODUITS};

qui représente pour chaque mois  $m$  et pour chaque produit de type  $p$ , le nombre maximum de produits de type  $p$  qu'il est possible de vendre au mois  $m$ .

`param` prix {PRODUITS};

qui représente pour chaque produit de type  $p$ , le prix de vente unitaire en euros d'un produit de type  $p$ .

`param` heures\_fabrique {FABRIQUE};

qui représente pour chaque machine de type  $k$  et pour chaque produit de type  $p$  de sorte à ce que le couple  $(k, p)$  soit dans l'ensemble FABRIQUE, le temps d'utilisation nécessaire de la machine de type  $k$  pour la fabrication d'une unité de produit de type  $p$ .

`param` nb\_heures;

qui représente le nombre d'heures de fonctionnement de l'usine dans un jour.

`param` nb\_jours;

qui représente le nombre de jours de fonctionnement de l'usine dans un mois.

`param` cout\_stock;

qui représente le coût de stockage en euros d'une unité de produit.

`param` stock\_max;

qui représente le nombre maximal d'unités de chaque produit qu'il est possible de stocker.

`param` stock\_dep;

qui représente la quantité stockée pour chaque produit initialement.

`param` stock\_fin;

qui représente la quantité stockée pour chaque produit à la fin du mois de juin.

## Les variables

Pour les variables, nous créons 3 types de variables entières positives.

`var` qte\_prod {MOIS,PRODUITS};

qui représente pour chaque mois  $m$  et pour chaque produit de type  $p$ , la quantité produite



de produit de type  $p$  au mois  $m$ .

**var stock** {**MOIS**,**PRODUITS**} ;

qui représente pour chaque mois  $m$  et pour chaque produit de type  $p$ , la quantité stockée de produit de type  $p$  à la fin du mois  $m$ .

**var vendre** {**MOIS**,**PRODUITS**} ;

qui représente pour chaque mois  $m$  et pour chaque produit de type  $p$ , la quantité vendue de produit de type  $p$  au mois  $m$ .

### La fonction à maximiser

La fonction à maximiser est la suivante :

$$\sum_{m \in \text{MOIS}} \sum_{p \in \text{PRODUITS}} \text{vendre}[m,p] * \text{prix}[p] - \sum_{m \in \text{MOIS}} \sum_{p \in \text{PRODUITS}} \text{stock}[m,p] * \text{cout\_stock}$$

Cette fonction vise à maximiser le profit en considérant les ventes de produits et les coûts associés au stockage. Elle prend en compte les revenus générés par la vente de produits, représentés par le produit des quantités vendues de chaque produit par leur prix individuel. Cela est soustrait des coûts de stockage, calculés en multipliant les quantités de stock de chaque produit par leur coût de stockage respectif. L'objectif est d'optimiser le profit global en prenant en considération à la fois les revenus des ventes et les coûts liés au maintien du stock, afin d'atteindre une efficacité économique maximale. En langage AMPL, cette fonction objectif est exprimée comme suit :

**maximize** profit :

**sum**{**m in MOIS**, **p in PRODUITS**} **vendre**[**m,p**]\***prix**[**p**] - **sum**{**m in MOIS**, **p in PRODUITS**} **stock**[**m,p**]\***cout\_stock** ;

### Les contraintes

Il y'a 5 contraintes à appliquer aux variables afin de résoudre le problème :

**subject to** **contrainte\_vente\_max** {**m in MOIS**, **p in PRODUITS**} :

**vendre**[**m,p**] <= **vente\_max**[**m,p**] ;

Il s'agit de la contrainte pour ne pas dépasser le nombre maximal de produits d'un certain type qu'il peut être possible de vendre en fonction du mois.

`subject to contrainte_stock_max {m in MOIS, p in PRODUITS} :`

`stock[m,p] <= stock_max ;`

Il s'agit de la contrainte pour ne pas dépasser la quantité maximale de produits d'un certain type qu'il peut être possible de stocker.

`subject to contrainte_conservation_stock {m in MOIS, p in PRODUITS} :`

`qte_prod[m,p] = stock[m,p]-(if m != "Janvier" then stock[prev(m),p] else stock_dep)+vendre[m,p] ;`

Il s'agit de la contrainte pour avoir un équilibre au sein des variables. En effet, pour un mois  $m$  et un produit de type  $p$ , il est stocké à la fin du mois  $m$  : la quantité de produit de type  $p$  stockée à la fin mois précédent additionnée à la quantité de produit de type  $p$  produite durant le mois  $m$  et soustraite de la quantité vendue de produit de type  $p$  au mois  $m$ . C'est dans cette contrainte que l'ajout de "circular" prend effet.

On notera de plus que si  $m = \text{"Janvier"}$  alors le stock de produit de type  $p$  du mois précédent sera le paramètre `stock_dep`. Cela reviendrait en fait selon notre modélisation à prendre le stock de produit de type  $p$  à la fin du mois de décembre, fixé à la quantité `stock_dep`.

`subject to contrainte_stock_fin {p in PRODUITS} :`

`stock["Juin",p] = stock_fin ;`

Il s'agit de la contrainte pour fixer les quantités stockées de chaque produit à la fin du mois de juin à `stock_fin`.

`subject to contrainte_disponibilite1 {m in MOIS, k in MACHINES} :`

`sum{(k,p) in FABRIQUE} heures_fabrique[k,p]*qte_prod[m,p] <= nb_heures*nb_jours*(nb_mach[k]-maint[m,k]) ;`

Il s'agit de la contrainte pour ne pas que les machines d'un certain type disponibles à un certain mois dépassent le nombre d'heures de fonctionnement maximum par mois (pour les données par défaut, il s'agit de 192 heures par mois puisqu'il y a 24 jours de 8 heures). Il n'y a pas de problème d'ordonnancement ce qui signifie que si pour un mois donné, un nombre  $i$  de machines de type  $k$  est disponible, alors cela revient à dire qu'il n'y a qu'une seule machine de type  $k$  qui fonctionne au maximum  $i*192$  heures au cours du mois donné.

Enfin, nous tenions à dire qu'il s'agit d'une modélisation simplifiée et que le véritable problème ne peut pas être résolu avec la version d'AMPL qui nous est fournie : la contrainte de 8 heures de fonctionnement de l'usine par jour ne peut être respectée. La respecter impliquerait un trop grand nombre de variables et le logiciel AMPL ne saurait traiter le problème pour cette raison. Dans notre modélisation, pour une machine, il ne faut pas qu'elle fonctionne plus de 192 heures (données par défaut) par mois. La machine pourrait

alors fonctionner plus de 8 heures par jour tant qu'elle fonctionne moins de 192 heures par mois, c'est bon. Et c'est un problème.

## II.3 Résultats

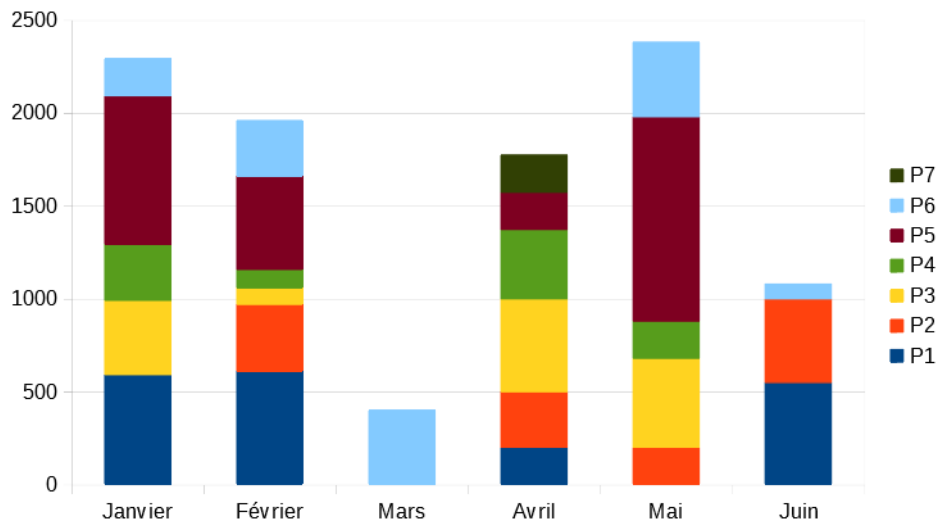
Après résolution du problème à l'aide du logiciel AMPL, on trouve un profit maximum de **81199** euros. Le planning optimal est le suivant : (les valeurs sont présentées en termes de nombres)

qte_prod [*,*] (tr)							vendre [*,*] (tr)						
:	Janvier	Fevrier	Mars	Avril	Mai	Juin	:	Janvier	Fevrier	Mars	Avril	Mai	Juin
P1	592	608	0	200	0	550	P1	500	600	100	200	0	500
P2	0	362	0	300	200	450	P2	0	362	0	300	100	500
P3	400	88	0	500	480	0	P3	300	188	0	400	500	30
P4	300	100	0	373	200	0	P4	300	0	0	473	100	50
P5	800	500	0	200	1100	0	P5	800	400	100	200	1000	50
P6	200	300	400	0	400	78	P6	200	300	400	0	300	128
P7	0	0	0	200	0	0	P7	0	0	0	100	0	50

stock [*,*] (tr)						
:	Janvier	Fevrier	Mars	Avril	Mai	Juin
P1	92	100	0	0	0	50
P2	0	0	0	0	100	50
P3	100	0	0	100	80	50
P4	0	100	100	0	100	50
P5	0	100	0	0	100	50
P6	0	0	0	0	100	50
P7	0	0	0	100	100	50

(Figure 5) Planning de production/vente/stockage optimal.



(Figure 6) Répartition des produits fabriqués par mois.

Les figures 5 et 6 montrent que la production des produits peut fortement varier d'un mois à l'autre, comme en témoigne la différence de production en février et mars. Néanmoins, nous nous étions déjà aperçus qu'au mois de mars l'alésoir était en maintenance or 5 des 7 produits ont besoin de cette machine pour être fabriqués, ce qui explique la faible production en mars. Il reste à voir s'il est optimal de mettre en maintenance l'alésoir en mars. De plus, étant donné l'importance de cette machine dans la production, il semble

intéressant d'obtenir un autre alésoir de manière à ce que lorsque l'un est en maintenance, l'autre est fonctionnel.

Intéressons nous au planning de stockage optimal. D'après la figure 5, on constate qu'il n'est pas toujours optimal de stocker des produits d'un mois à l'autre. En revanche lorsque c'est le cas, la capacité maximale de stockage (100 unités) est souvent atteinte. Augmenter la capacité maximale de stockage pourrait augmenter les profits.

Regardons maintenant le rapport entre les ventes effectuées et les ventes maximales possibles (figure 7).

	Janvier	Février	Mars	Avril	Mai	Juin
P1	100,00 %	100,00 %	33,00 %	100,00 %		100,00 %
P2	0,00 %	72,00 %	0,00 %	100,00 %	100,00 %	100,00 %
P3	100,00 %	94,00 %		100,00 %	100,00 %	30,00 %
P4	100,00 %			95,00 %	100,00 %	17,00 %
P5	100,00 %	100,00 %	20,00 %	100,00 %	100,00 %	5,00 %
P6	100,00 %	100,00 %	100,00 %		100,00 %	26,00 %
P7	0,00 %	0,00 %	0,00 %	100,00 %		83,00 %

(Figure 7) Tableau des rapports entre ventes effectuées et ventes maximales possibles.

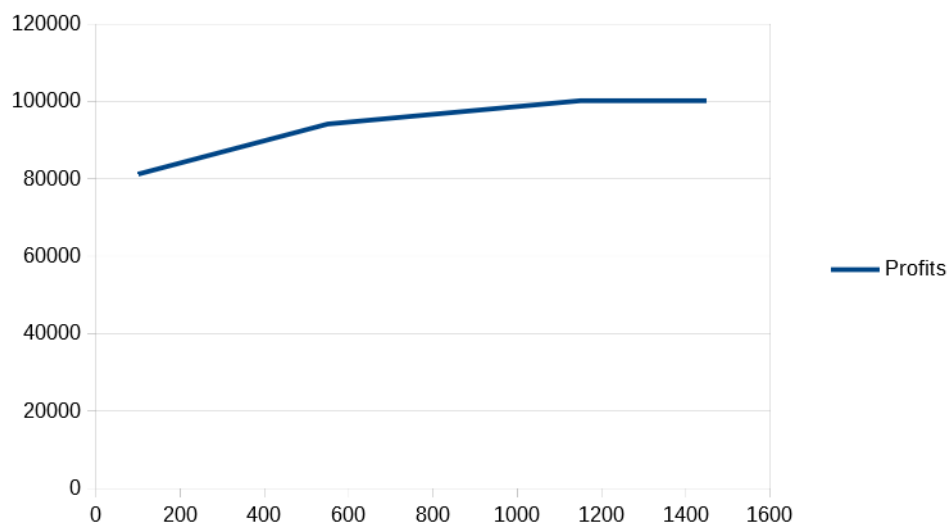
Pour un mois donné et un produit donné, une case vide signifie qu'il n'est pas possible de vendre ce produit au cours de ce mois. On remarque sur la figure 7 que la plupart du temps, les capacités maximales de ventes sont atteintes. Les augmenter améliorera donc les profits.

### III Modification des données

#### III.1 Variations des données

Nous allons discuter dans cette partie de l'impact d'un changement des capacités de ventes maximales et des capacités de stockage maximales sur les profits.

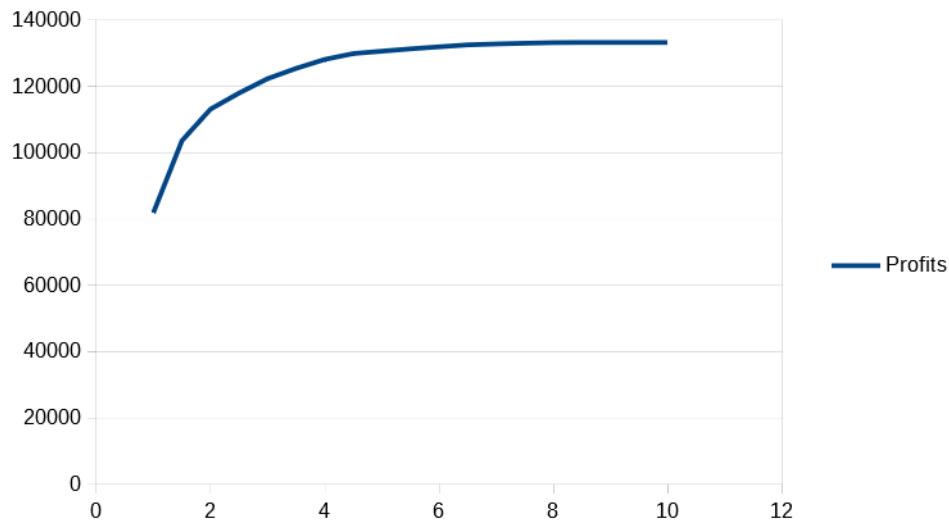
Commençons par augmenter progressivement la capacité de stockage maximale de l'usine.



(Figure 8) Evolution des profits optimaux en fonction de la capacité de stockage maximale.

On remarque d'après la figure 8 que la courbe faisant référence aux profits est concave et qu'effectivement les profits optimaux augmentent au fur et à mesure que la capacité de stockage maximale augmente, pour se stabiliser à **100166** euros de profits et réaliser une augmentation de 23%.

Intéressons nous maintenant à une augmentation simultanée des capacités de ventes maximales pour chaque produit et pour chaque mois (par un coefficient multiplicatif qui augmente linéairement).



(Figure 9) Evolution des profits optimaux en fonction de la valeur du coefficient multipliant les capacités de ventes maximales pour chaque produit et pour chaque mois.

La encore, la courbe d'évolution des profits est concave et les profits augmentent au fur et à mesure qu'il est possible de vendre plus de produits (figure 9). Les profits optimaux se stabilisent à **133245** euros soit une augmentation de 64% par rapport au profit de départ. Regardons le planning de vente optimal pour une augmentation des capacités de ventes maximales de x8.5.

vendre [*,*] (tr)						
:	Janvier	Fevrier	Mars	Avril	Mai	Juin
P1	0	184	0	382	0	1486
P2	0	0	0	0	0	0
P3	720	179	0	702	430	0
P4	412	0	0	0	412	78
P5	1631	1812	0	1690	1581	0
P6	433	609	640	0	483	0
P7	0	0	0	0	0	0

(Figure 10) Planning optimal des ventes pour une augmentation simultanée des capacités de ventes maximales de x8.5.

On constate d'après la figure 10 que le produit 5 est vendu en très grande quantité comparé aux autres produits. On sait aussi d'après la figure 3 que c'est le produit qui se vend le plus cher à l'unité. On s'aperçoit donc que le produit 5 permet d'augmenter significativement les profits. Il n'est pas plus demandeur en temps d'utilisation des machines que les autres produits, il suffit juste d'augmenter les capacités de ventes maximales pour ce produit. Voyons ce que cela donne : on passe uniquement les capacités de ventes maximales du produit 5 à 2000 unités pour tous les mois. On obtient le planning optimal des ventes suivant (figure 11) :

vendre [*,*] (tr)						
:	Janvier	Fevrier	Mars	Avril	Mai	Juin
P1	0	320	0	200	0	500
P2	0	0	0	146	0	500
P3	300	200	0	400	500	30
P4	191	0	0	0	100	50
P5	1786	1760	0	1736	1670	0
P6	200	300	740	0	300	95
P7	0	0	0	0	0	0

(Figure 11) Planning optimal des ventes pour une augmentation des capacités de ventes maximales du produit 5 à 2000 unités pour tous les mois.

On obtient des profits optimaux à **117507** euros soit une augmentation de 45% par rapport au profit de départ. Augmenter toutes les capacités de ventes maximales amène à une augmentation des profits de 64% alors qu'augmenter seulement celles du produit 5 amène à une augmentation des profits de 45%, ce qui montre l'importance de produire et vendre le produit 5 pour augmenter les profits.



### III.2 Planning optimal pour la maintenance des machines

On souhaite déterminer le meilleur planning possible pour la maintenance de chaque machine. Chaque machine doit être arrêtée pour maintenance un mois sur les six à l'exception des broyeuses : seulement deux sur quatre doivent être arrêtées un mois sur les six.

La modélisation va être légèrement modifiée.

Ajout des variables entières positives suivantes :

`var choix {MOIS,MACHINES} ;`

qui représente pour chaque mois  $m$  et pour chaque machine de type  $k$ , le nombre de machines de type  $k$  devant être en maintenance au mois  $m$ .

Suppression de la contrainte `contrainte_disponibilite1` pour la contrainte `contrainte_disponibilite2`.

`subject to contrainte_disponibilite2 {m in MOIS, k in MACHINES} :`

`sum{(k,p) in FABRIQUE} heures_fabrique[k,p]*qte_prod[m,p] <= nb_heures*nb_jours*(nb_mach[k]-choix[m,k]) ;`

Il s'agit toujours de la contrainte de disponibilité en temps des machines sauf qu'ici le nombre de machines d'un certain type en maintenance à un certain mois est maintenant une variable.

Ajout de deux contraintes :

`subject to contrainte_maint21 {k in MACHINES : k != "bro"} :`

`sum{m in MOIS}choix[m,k] = nb_mach[k] ;`

Il s'agit de la contrainte pour que toutes les machines à l'exception des broyeuses soient en maintenance une fois au cours des six mois.

`subject to contrainte_maint22 :`

`sum{m in MOIS}choix[m,"bro"] = 2 ;`

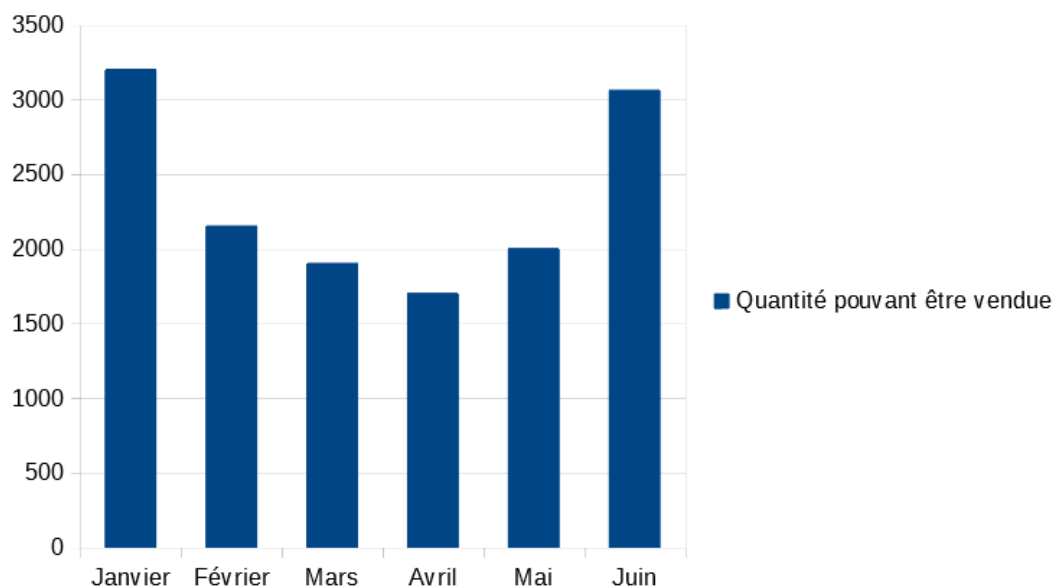
Il s'agit de la contrainte pour que deux des quatre broyeuses soient en maintenance une fois au cours des six mois.

Après résolution, on trouve un profit optimal de **99090** euros soit une augmentation de 22% par rapport au profit initial. Optimiser le planning de maintenance des machines permet donc d'augmenter les profits. Affichons le planning optimal de maintenance :

choix	[*,*]				
:	ale	bro	for_h	for_v	rab
Janvier	0	0	1	0	0
Février	0	0	0	0	0
Mars	0	0	2	0	0
Avril	1	2	0	2	1
Mai	0	0	0	0	0
Juin	0	0	0	0	0

(Figure 12) Planning optimal de maintenance des machines.

On lit sur la figure 12 que toutes les machines devant être en maintenance sont en maintenance en avril, à l'exception des foreuses horizontales où deux sont en maintenance en mars et une est en maintenance en janvier.



(Figure 13) Quantité globale de produits pouvant être vendue chaque mois.

D'après la figure 13, le mois d'avril est le mois où la quantité globale de produits pouvant être vendue est la plus faible, ce qui pourrait expliquer pourquoi la plupart des machines sont en maintenance au mois d'avril.

De plus d'après la figure 4, le mois d'avril est le mois où la quantité de produit 5 pouvant être vendue est la plus faible (200 unités) or il a été vu que la vente du produit 5 améliore significativement les profits, ce qui pourrait également expliquer pourquoi la plupart des machines sont en maintenance en avril.

Nous décidons de passer la capacité de vente maximale du produit 5 en avril à 400 unités pour étudier l'impact de cette perturbation.

```

choix [*,*]
:      ale bro for_h for_v rab
Janvier  0  0  0  0  0
Fevrier  0  0  0  0  0
Mars      1  2  3  1  1
Avril     0  0  0  1  0
Mai       0  0  0  0  0
Juin      0  0  0  0  0

```

(Figure 14) Planning optimal de maintenance des machines après augmentation de la capacité de vente maximale du produit 5 en avril à 400 unités.

On remarque sur la figure 14 que le planning est totalement différent et que cette fois-ci, toutes les machines devant être en maintenance sont en maintenance en mars (à l'exception d'une foreuse verticale en maintenance en avril). Le nouveau profit est de **99493** euros. L'augmentation n'est pas significative mais le changement du planning de maintenance est en revanche très intéressant.

Ce changement de planning de maintenance a eu lieu uniquement à cause d'une variation précise sur un paramètre en lien avec le produit 5, en l'occurrence la capacité de vente maximale du produit 5 au mois d'avril qui a varié de 200 à 400 unités, ce qui confirme d'avantage l'importance de la vente du produit 5 sur l'augmentation des profits.

### III.3 Achat de nouvelles machines

On souhaite dans un premier temps étudier l'opportunité de l'acquisition gratuite de nouvelles machines, qui doivent aussi être mises en maintenance pendant un mois. On part du principe qu'il y a toujours deux des quatre broyeuses qui n'ont pas besoin d'être en maintenance au cours des six mois.

La modélisation va être légèrement modifiée.

Ajout des variables entières positives suivantes :

`var mach {MACHINES} ;`

qui représente pour chaque machine de type  $k$ , le nombre de machines de type  $k$  acquises.

Suppression de la contrainte `contrainte_disponibilite2` pour la contrainte `contrainte_disponibilite3`.

`subject to contrainte_disponibilite3 {m in MOIS, k in MACHINES} :`

`sum{(k,p) in FABRIQUE} heures_fabrique[k,p]*qte_prod[m,p] <= nb_heures*nb_jours*`  
`(nb_mach[k]+mach[k]-choix[m,k]) ;`

Il s'agit toujours de la contrainte de disponibilité en temps des machines. Le nombre de machines de type  $k$  acquises est ajouté au nombre de machines de type  $k$  par défaut auquel est soustrait le nombre de machines de type  $k$  en maintenance à un certain mois.

Suppression de la contrainte `contrainte_maint21` pour la contrainte `contrainte_maint31`.

`subject to contrainte_maint31 {k in MACHINES : k != "bro"} :`

`sum{m in MOIS}choix[m,k] = nb_mach[k]+mach[k] ;`

Le nombre de machines de type  $k$  acquises est ajouté au nombre de machines de type  $k$  par défaut pour qu'elles soient bien toutes en maintenance au cours des 6 mois (les broyeuses ne sont pas soumises à cette contrainte).

Suppression de la contrainte `contrainte_maint22` pour la contrainte `contrainte_maint32`.

`subject to contrainte_maint32 :`

`sum{m in MOIS}choix[m,"bro"] = 2+mach["bro"] ;`

Les broyeuses acquises ainsi que deux des quatre broyeuses disponibles par défaut doivent être mises en maintenance.

Après résolution, on trouve un profit optimal de **116455** euros soit une augmentation de 43% par rapport au profit initial. Intéressons nous aux machines acquises :

```

mach [*]
  ale 1
  bro 3
  for_h 1
  for_v 2
  rab 1

```

(Figure 15) Tableau des machines acquises.

On lit sur la figure 15 que 3 broyeuses ont été acquises, 2 foreuses verticales ont été acquises, 1 foreuse horizontale a été acquise, 1 alésoir a été acquis et 1 raboteuse a été acquise.

Ce qui signifie que l'usine dispose désormais de 7 broyeuses, 4 foreuses verticales, 4 foreuses horizontales, 2 alésoirs et 2 raboteuses. Intéressons nous au planning optimal :

qte_prod [*,*] (tr)							vendre [*,*] (tr)						
:	Janvier	Fevrier	Mars	Avril	Mai	Juin	:	Janvier	Fevrier	Mars	Avril	Mai	Juin
P1	500	600	300	200	0	550	P1	500	600	300	200	0	500
P2	1000	500	600	300	100	550	P2	1000	500	600	300	100	500
P3	300	200	0	400	500	150	P3	300	200	0	400	500	100
P4	300	0	0	500	100	350	P4	300	0	0	500	100	300
P5	800	400	500	200	1000	1150	P5	800	400	500	200	1000	1100
P6	200	300	400	0	300	550	P6	200	300	400	0	300	500
P7	100	150	100	100	0	110	P7	100	150	100	100	0	60

stock [*,*] (tr)							choix [*,*]					
:	Janvier	Fevrier	Mars	Avril	Mai	Juin	:	ale	bro	for_h	for_v	rab
P1	0	0	0	0	0	50	Janvier	1	0	1	1	1
P2	0	0	0	0	0	50	Fevrier	0	0	0	0	0
P3	0	0	0	0	0	50	Mars	0	0	1	1	0
P4	0	0	0	0	0	50	Avril	1	4	1	0	1
P5	0	0	0	0	0	50	Mai	0	1	1	2	0
P6	0	0	0	0	0	50	Juin	0	0	0	0	0
P7	0	0	0	0	0	50						

(Figure 16) Planning optimal après acquisition gratuite de machines.

On lit sur la figure 16 que plus aucun produit n'est stocké mis à part en juin puisqu'on souhaite disposer d'un stock de 50 unités de chaque produit à la fin du mois de juin. Tout ce qui est produit est donc vendu dans la limite des capacités de ventes maximales. Au niveau de la maintenance c'est un peu plus réparti, mais c'est toujours en avril qu'il y a le plus de machines en maintenance.

On souhaite maintenant refaire cette étude pour l'acquisition de machines par achat de ces dernières. Nous fixons les prix unitaires des machines qui se veulent approximatifs :

- Broyeuse : 3000 euros
- Foreuse verticale : 8000 euros
- Foreuse horizontale : 6000 euros
- Alésoir : 1500 euros

- Raboteuse : 4000 euros

Pour cela on ajoute un paramètre :

`param` achat {**MACHINES**} ;

qui représente pour chaque machine de type  $k$ , le prix d'achat unitaire d'une machine de type  $k$ .

Et on modifie la fonction objectif :

`maximize` profit :

`sum{m in MOIS, p in PRODUITS} vendre[m,p]*prix[p] - sum{m in MOIS, p in PRODUITS} stock[m,p]*cout_stock - sum{k in MACHINES} mach[k]*achat[k] ;`

Après résolution, on trouve un profit optimal de **101880** euros soit une augmentation de 25% par rapport au profit initial. Intéressons nous aux machines acquises :

```
mach [*]
  ale  1
  bro  1
  for_h 0
  for_v 0
  rab  0
```

(Figure 17) Tableau des machines acquises.

On constate d'après la figure 17 que seulement deux machines ont été achetées : une broyeuse et un alésoir. On s'était aperçu qu'un deuxième alésoir pouvait être utile étant donné que l'alésoir est nécessaire à la production de 5 des 7 produits, dont le produit 5. Regardons le planning optimal de maintenance :

```
choix [*,*]
:      ale bro for_h for_v rab
Janvier 0  0  0  0  0
Fevrier 0  0  1  0  0
Mars     0  0  1  0  0
Avril    0  3  0  1  1
Mai      1  0  0  1  0
Juin     1  0  1  0  0
```

(Figure 18) Planning optimal de maintenance après achat de machines.

On lit sur la figure 18 que les deux alésoirs sont bien en maintenance sur deux mois différents. On retrouve également que la plupart des machines devant être en maintenance le sont au mois d'avril.

## IV Conclusion

Ce projet a permis d'utiliser la méthode du Simplex via le logiciel AMPL pour traiter un problème de planification du fonctionnement d'une usine. Le logiciel AMPL a été utile pour obtenir un large panel de données servant à la mise en œuvre de tableaux et de graphes permettant de faire des choix d'optimisation.

L'analyse en détail du problème a permis de montrer que certaines modifications judicieuses des paramètres pouvaient augmenter les profits, notamment les capacités de ventes maximales de l'usine.

La résolution du problème avec les données par défaut en partie II a mis en évidence un profit optimal de **81199** euros. Puis en partie III.1, diverses modifications de paramètres ont permis de trouver des résultats intéressants. En effet, une augmentation de la capacité de stockage a montré de meilleurs profits (profit de **100166** euros pour une capacité de stockage de 1150 unités). Une augmentation des capacités de ventes maximales a permis d'atteindre des profits allant jusqu'à **133245** euros tandis qu'une augmentation de la capacité de vente maximale du produit 5 seulement a permis de réaliser des profits allant jusqu'à **117507** euros, ce qui montre que la vente du produit 5 a un impact significatif sur les profits.

L'optimisation de la maintenance des machines (partie III.2) a permis d'obtenir un profit de **99090** euros et de constater qu'il était plus intéressant de mettre les machines en maintenance en avril, mois où les quantités maximales de produits pouvant être vendus sont les plus faibles.

Enfin, l'acquisition gratuite de 8 nouvelles machines (partie III.3) a permis de réaliser un profit optimal de **116455** euros. Nous nous sommes ensuite fixés pour chaque machine un prix d'achat unitaire. Un profit optimal de **101880** euros a été réalisé avec 2 machines achetées.

Au vu de cette étude, on peut conseiller de :

- optimiser la maintenance des machines
- augmenter les capacités de stockage maximales
- augmenter les capacités de ventes maximales du produit 5
- acquérir de nouvelles machines sur la base de leur prix unitaire d'achat

Pour appréhender de façon complète et précise la problématique, il faudrait connaître le prix d'achat unitaire des machines, le coût d'augmentation de la capacité de stockage maximale, les coûts d'augmentation des capacités de ventes maximales des produits.

## V Annexes

### Fichier .mod

```
set MOIS circular;
#ensemble des mois
set PRODUITS;
#ensemble des produits
set MACHINES;
#ensemble des machines
set FABRIQUE dimen 2;
#ensembles des couples (machine, produit) possibles

var stock{MOIS,PRODUITS} >= 0, integer;
#les quantites conservees en fin de mois
var qte_prod{MOIS,PRODUITS} >= 0, integer;
#les quantites produites par mois
var vendre{MOIS,PRODUITS} >= 0, integer;
#les quantites venudes par mois
#var choix{MOIS,MACHINES} >= 0 integer;
# Q2 et Q3, choix des machines a mettre en maintenance
#var mach{MACHINES} >= 0 integer;
# Q3, nombre de machines a acheter

param nb_mach{MACHINES} >= 0;
#nombre de machines par default
param maint{MOIS,MACHINES} >= 0;
#planning de maintenance par default
param vente_max{MOIS,PRODUITS} >= 0;
#capacites de ventes maximales
param prix{PRODUITS} > 0;
#prix de vente unitaire pour chaque produit
param heures_fabrique{FABRIQUE} > 0;
#temps d'utilisation d'une machine pour fabriquer un produit
param nb_jours;
#nombre de jours ou l'usine fonctionne dans un mois
param nb_heures;
#nombre d'heures ou l'usine fonctionne dans une journee
```



```

param cout_stock;
#cout du stockage d'une unite de produit
param stock_max;
#capacite de stockage maximale
param stock_dep;
#stock initial
param stock_fin;
#stock a la fin du mois de juin
param achat{MACHINES} >= 0;
# Q3 achat de machines, prix unitaire des machines

maximize profit: #fonction a maximiser
    sum{m in MOIS, p in PRODUITS} vendre[m,p]*prix[p] -
    sum{m in MOIS, p in PRODUITS} stock[m,p]*cout_stock;

#maximize profit: # Q3 achat de machines, nouvelle fonction a maximiser
#    sum{m in MOIS, p in PRODUITS} vendre[m,p]*prix[p] -
sum{m in MOIS, p in PRODUITS} stock[m,p]*cout_stock -
sum{k in MACHINES} mach[k]*achat[k];

subject to contrainte_vente_max {m in MOIS, p in PRODUITS}:
    vendre[m,p] <= vente_max[m,p];
#ne pas depasser les capacites de ventes maximales

subject to contrainte_stock_max {m in MOIS, p in PRODUITS}:
    stock[m,p] <= stock_max;
#ne pas depasser la capacite de stockage maximale

subject to contrainte_conservation_stock {m in MOIS, p in PRODUITS}:
    qte_prod[m,p] = stock[m,p] -
    (if m != "Janvier" then stock[prev(m),p] else stock_dep) + vendre[m,p];
#equilibre entre les variables de stockage, vente et production

subject to contrainte_stock_fin {p in PRODUITS}:
    stock["Juin",p] = stock_fin;
#on veut fixer les stocks a la fin du mois de juin

```

```
##### Question 1 #####
subject to contrainte_disponibilite1 {m in MOIS, k in MACHINES}:
    sum{(k,p) in FABRIQUE} heures_fabrique[k,p]*qte_prod[m,p]
    <= nb_heures*nb_jours*(nb_mach[k]-maint[m,k]);
#ne pas dépasser le temps d'utilisation maximum des machines

##### Question 2 #####
#subject to contrainte_disponibilite2 {m in MOIS, k in MACHINES}:
#    sum{(k,p) in FABRIQUE} heures_fabrique[k,p]*qte_prod[m,p]
#    <= nb_heures*nb_jours*(nb_mach[k]-choix[m,k]);
#ne pas dépasser le temps d'utilisation maximum des machines

#subject to contrainte_maint21 {k in MACHINES : k != "bro"}:
#    sum{m in MOIS} choix[m,k] = nb_mach[k];
#toutes les machines sauf les broyeuses doivent etre en maintenance

#subject to contrainte_maint22 :
#    sum{m in MOIS} choix[m,"bro"]=2;
#deux des quatre broyeuses doivent etre en maintenance

##### Question 3 #####
#subject to contrainte_disponibilite3 {m in MOIS, k in MACHINES}:
#    sum{(k,p) in FABRIQUE} heures_fabrique[k,p]*qte_prod[m,p]
#    <= nb_heures*nb_jours*(nb_mach[k]+mach[k]-choix[m,k]);
#ne pas dépasser le temps d'utilisation maximum des machines

#subject to contrainte_maint31 {k in MACHINES : k != "bro"}:
#    sum{m in MOIS} choix[m,k] = nb_mach[k]+mach[k];
#toutes les machines sauf les broyeuses doivent etre en maintenance

#subject to contrainte_maint32 :
#    sum{m in MOIS} choix[m,"bro"]=2+mach["bro"];
#toutes les broyeuses sauf deux doivent etre en maintenance
```

### Fichier .dat

```
set PRODUITS := P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7;
```

```

set MACHINES := bro for_v for_h ale rab;
set FABRIQUE :=(bro ,P1) (bro ,P2) (bro ,P5) (bro ,P6)
               (bro ,P7) (for_v ,P1) (for_v ,P2) (for_v ,P4)
               (for_v ,P6) (for_h ,P1) (for_h ,P3) (for_h ,P7)
               (ale ,P1) (ale ,P2) (ale ,P4) (ale ,P5)
               (ale ,P7) (rab ,P3) (rab ,P5) (rab ,P7);

```

```

param achat := bro 3000 for_v 8000 for_h 6000
ale 1500 rab 4000; # Q3 achat de machines

```

```

param nb_mach := bro 4 for_v 2 for_h 3 ale 1 rab 1;
param maint :=
:   bro for_v for_h ale rab :=
Janvier  1    0    0    0    0
Fevrier  0    0    2    0    0
Mars     0    0    0    1    0
Avril    0    1    0    0    0
Mai      1    0    1    0    0
Juin     0    1    0    0    1;

```

```

param vente_max :=
:   P1 P2 P3 P4 P5 P6 P7 :=
Janvier  500   1000   300   300   800   200   100
Fevrier  600   500   200   0   400   300   150
Mars     300   600   0    0   500   400   100
Avril    200   300   400   500   200   0   100
Mai      0    100   500   100   1000   300   0
Juin     500   500   100   300   1100   500   60;

```

```

param prix := P1 10 P2 6 P3 8 P4 4 P5 11 P6 9 P7 3;

```

```

param heures_fabrique :=
bro P1 0.5
bro P2 0.7
bro P5 0.3
bro P6 0.2
bro P7 0.5

```

```
for_v P1 0.1
for_v P2 0.2
for_v P4 0.3
for_v P6 0.6
```

```
for_h P1 0.2
for_h P3 0.8
for_h P7 0.6
```

```
ale P1 0.05
ale P2 0.03
ale P4 0.07
ale P5 0.1
ale P7 0.08
```

```
rab P3 0.01
rab P5 0.05
rab P7 0.05;
```

```
param nb_jours := 24;
```

```
param nb_heures := 8;
```

```
param cout_stock := 0.5;
```

```
param stock_max := 100;
```

```
param stock_dep := 0;
```

```
param stock_fin := 50;
```

### Fichier .run

```
# automatically generated on Mon Dec 04 2023 at 09:19:00 AM CET
reset;
model ../monampl/projet-m2/projet2/final.mod;
data ../monampl/projet-m2/projet2/final.dat;
option solver cplex;
```

```
solve;  
display stock;  
display qte_prod;  
display vendre;  
#display choix; # Q2 et Q3  
#display mach; # Q3  
display profit;
```