MATEMÁTICA

NESTA PROVA SERÃO UTILIZADOS OS SEGUINTES SÍMBOLOS E CONCEITOS COM OS RESPECTIVOS SIGNIFICADOS:

log x : logaritmo de x na base 10

Re(z) : eixo real do plano complexo

Im(z) : eixo imaginário do plano complexo

Círculo de raio $r > 0$: conjunto dos pontos do plano cuja distância a um ponto fixo do plano é igual a r

26. O custo de uma embalagem é diretamente proporcional à superfície do sólido que se deseja embalar. Se o custo para embalar um cubo de 40 cm de aresta é R$10,00, a embalagem de um cubo de 80 cm de aresta custa, em reais,

(A) 15.

(B) 20.

(C) 25.

(D) 40.

(E) 80.

---

27. Em texto publicado na *Folha de S. Paulo*, em 16/09/2007, o físico Marcelo Gleiser escreveu que "átomos têm diâmetros de aproximadamente um décimo de bilionésimo de metro".

Escrito em potência de 10, um décimo de bilionésimo é

(A) 10^{-8}.

(B) 10^{-9}.

(C) 10^{-10}.

(D) 10^{-11}.

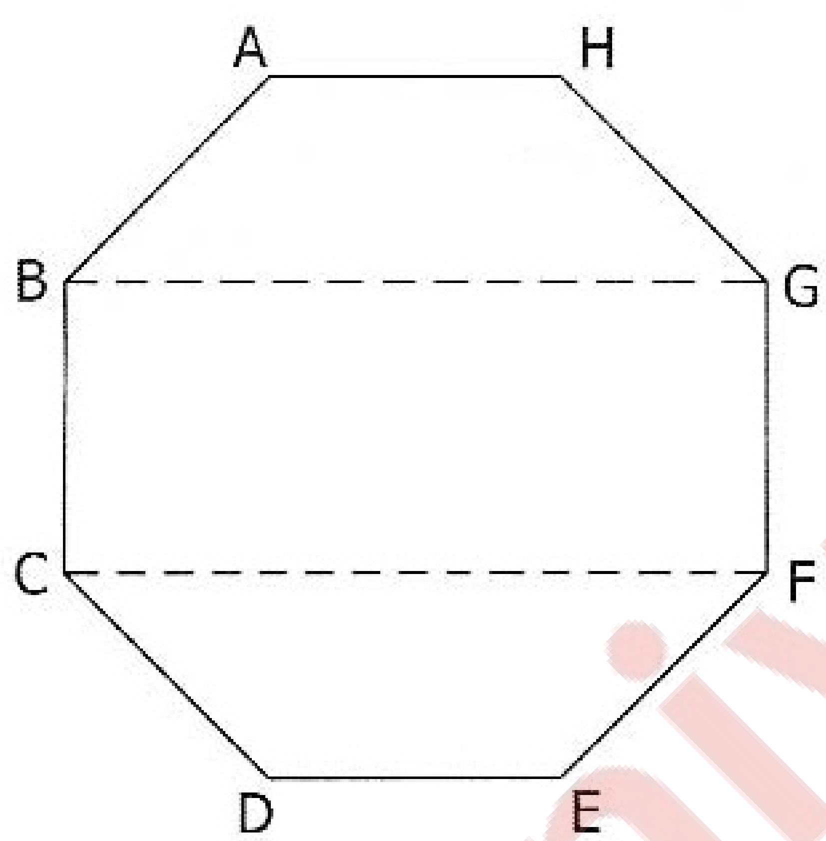
(E) 10^{-12}.

28. Em março de 2007, o menor preço oferecido por uma companhia telefônica para uma ligação do Brasil para os Estados Unidos era de R$0,95 o minuto. O mesmo serviço pela internet custava R$0,05 o minuto e mais R$0,10 da taxa de conexão da chamada. Em ambas as situações, o preço por segundo correspondia a $\frac{1}{60}$ do preço por minuto.

Nessas condições, para que uma ligação telefônica, do Brasil para os Estados Unidos, tivesse um custo menor via companhia telefônica do que via internet, a duração dessa ligação deveria ser, em número inteiro de segundos, no máximo, de

(A) 6.
(B) 7.
(C) 8.
(D) 9.
(E) 10.

29. Observe o octógono regular ABCDEFGH representado na figura abaixo.



Nesse octógono, a razão entre a área do trapézio ABGH e a área do retângulo BCFG é

(A) $\frac{1}{2}$.

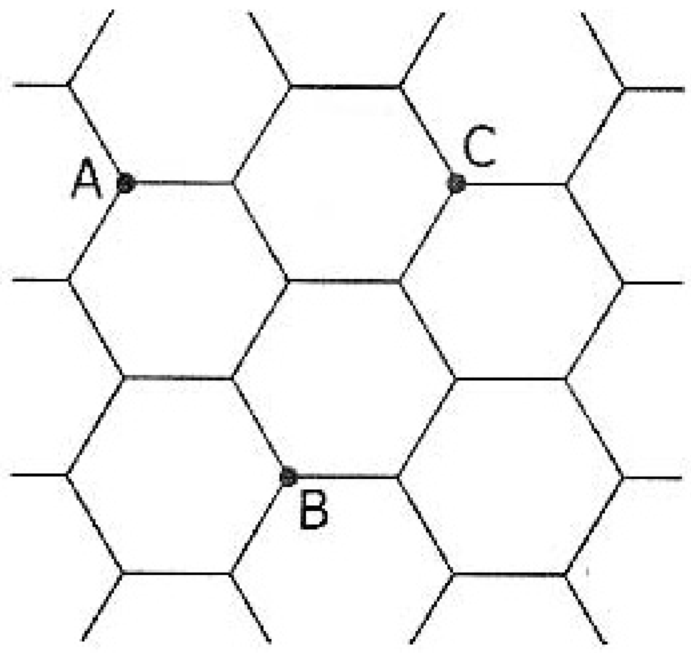
(B) $\frac{3}{4}$.

(C) $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$.

(D) $\frac{1+\sqrt{2}}{1+2\sqrt{2}}$.

(E) 1.

30. Na figura abaixo, A, B e C são vértices de hexágonos regulares justapostos, cada um com área 8.

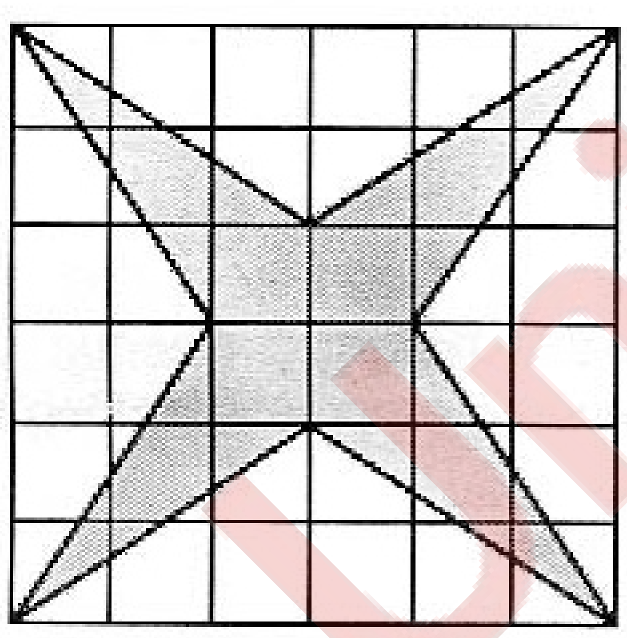


Segue-se que a área do triângulo cujos vértices são os pontos A, B e C é

(A) 8.
(B) 12.
(C) 16.
(D) 20.
(E) 24.

---

31. Na figura abaixo, a malha quadriculada é formada por quadrados de área 1. Os vértices do polígono sombreado coincidem com vértices de quadrados dessa malha.



A área do polígono sombreado é

(A) 10.
(B) 12.
(C) 13.
(D) 15.
(E) 16.

32. A tabela abaixo, veiculada na imprensa local em 19/08/2007, apresenta os principais destinos das exportações gaúchas entre janeiro e julho de 2007. Para cada destino, a tabela apresenta o valor das exportações, em milhões de reais; sua variação em relação ao período de janeiro a julho de 2006; e o percentual de participação no total de exportações gaúchas.

Principais destinos das exportações gaúchas entre janeiro e julho de 2007 (em R$ milhões)

País	Total	Variação*	Participação
Estados Unidos	1.058	0	13%
Argentina	735	21%	9%
China	634	50%	8%
Rússia	429	22%	5%
Alemanha	254	20%	3%

** Em relação ao período de janeiro a julho de 2006*

Fonte: Fiergs

Com base nos dados da tabela, considere as seguintes afirmações.

I - Entre janeiro e julho de 2007, o valor das exportações gaúchas ficou entre 7,6 bilhões e 8,6 bilhões de reais.

II - Os números da primeira e da terceira colunas são valores aproximados de grandezas diretamente proporcionais.

III - De janeiro a julho de 2006, o valor das exportações gaúchas para a China foi de 317 milhões de reais.

Quais estão corretas?

(A) Apenas I.
(B) Apenas III.
(C) Apenas I e II.
(D) Apenas I e III.
(E) I, II e III.

33. Um hexágono regular tem lado de comprimento 1. A soma dos quadrados de todas as suas diagonais é

(A) 6.

(B) 12.

(C) 18.

(D) 24.

(E) 30.

34. Se $x = 0{,}949494\ldots$ e $y = 0{,}060606\ldots$, então $x + y$ é igual a

(A) 1,01.

(B) 1,11.

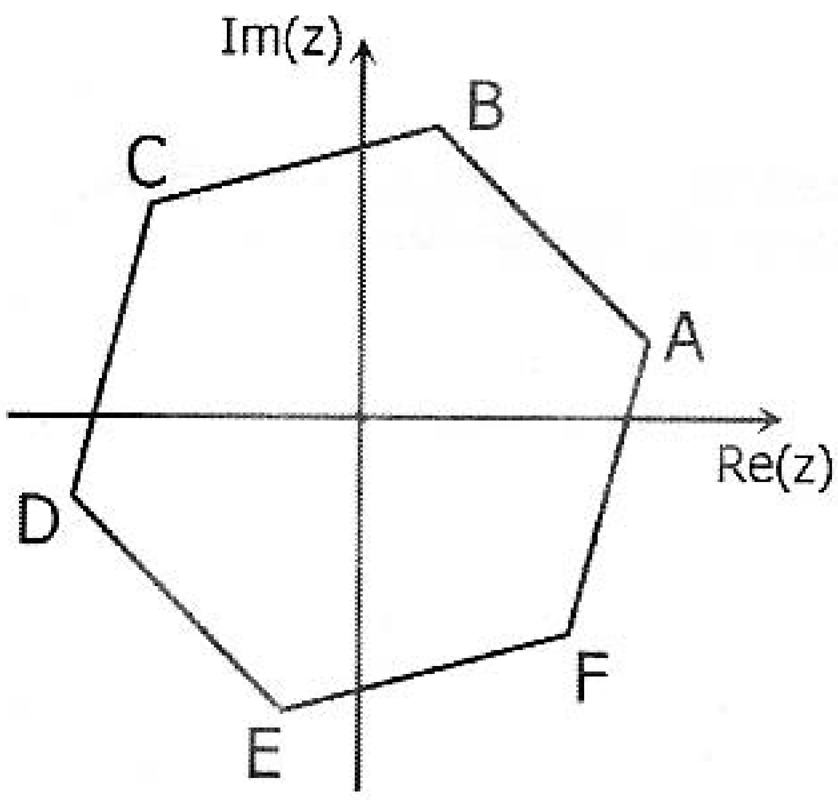
(C) $\frac{10}{9}$.

(D) $\frac{100}{99}$.

(E) $\frac{110}{9}$.

---

35. Os vértices do hexágono da figura abaixo representam geometricamente as raízes sextas de um número complexo.



Sabendo-se que o vértice C representa geometricamente o número complexo $-1+i$, o vértice A representa geometricamente o número complexo

(A) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} - i\ \text{sen}\ \frac{\pi}{12}\right)$.

(B) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\ \text{sen}\ \frac{\pi}{12}\right)$.

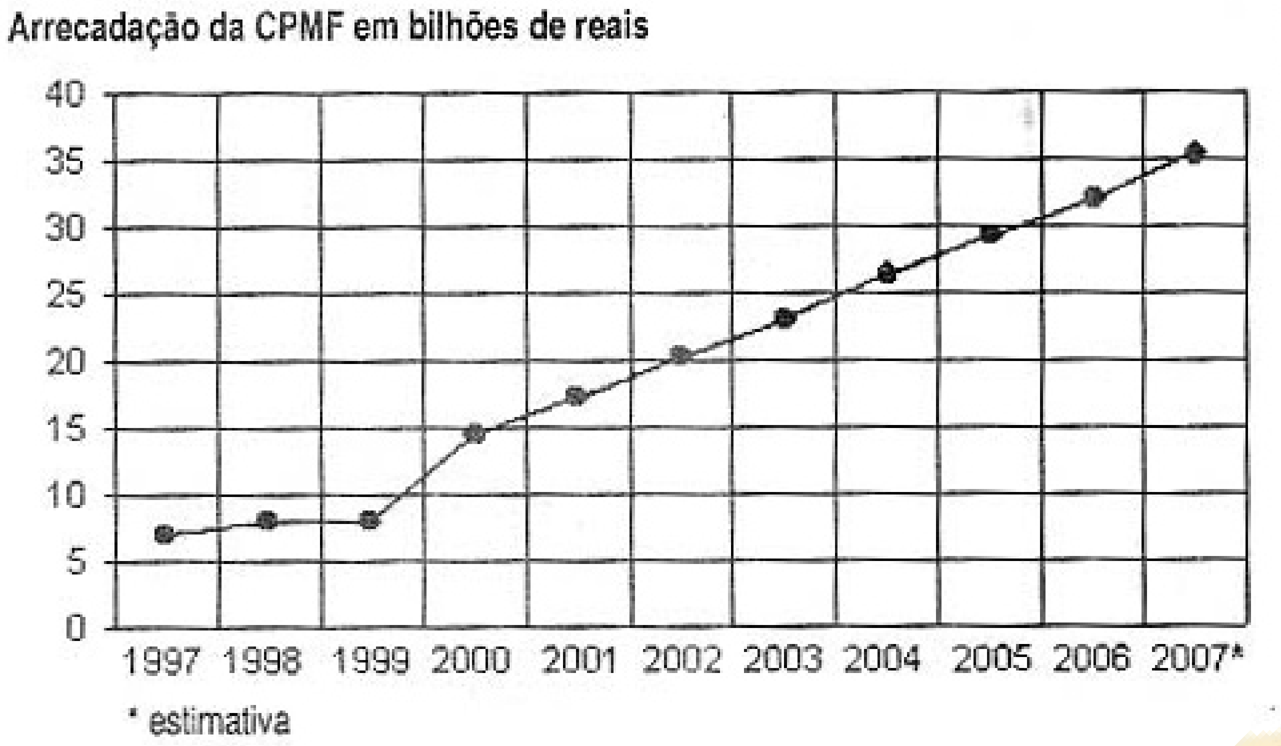
(C) $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} - i\ \text{sen}\ \frac{\pi}{6}\right)$.

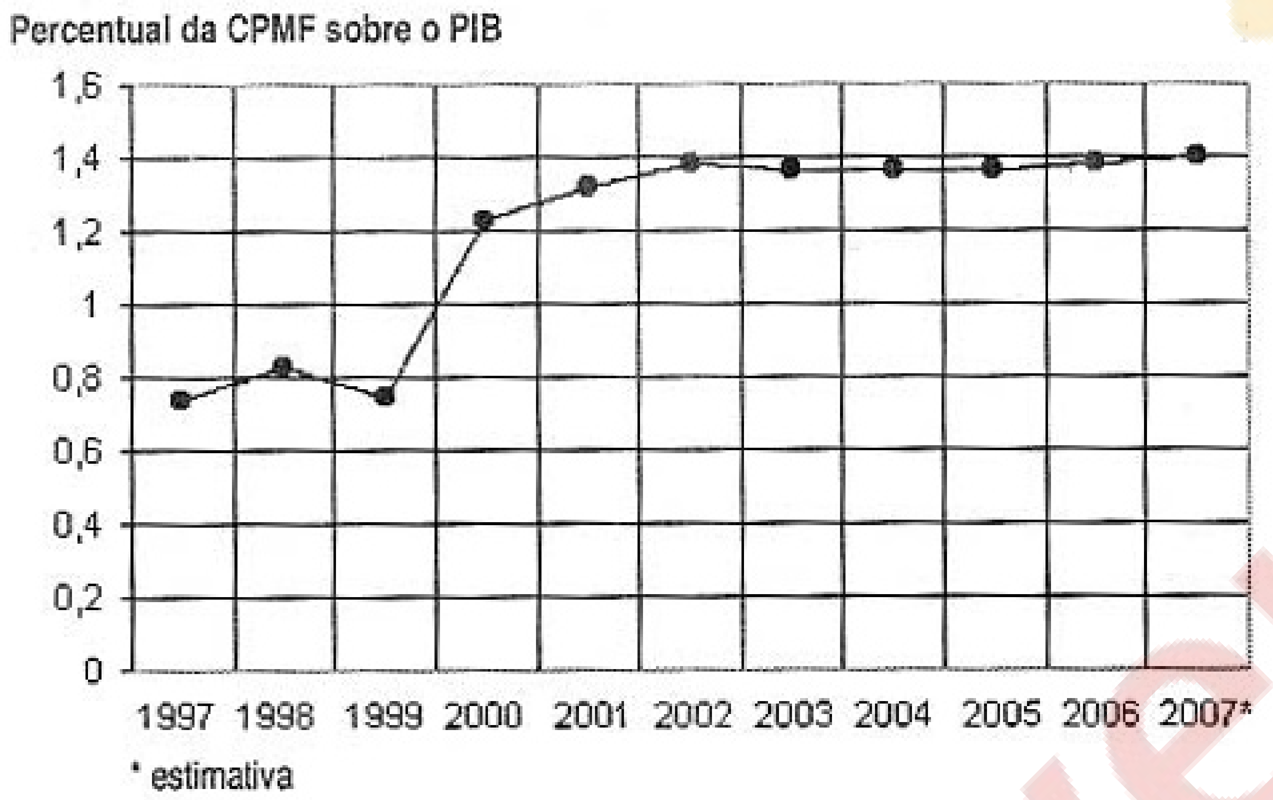
(D) $2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\ \text{sen}\ \frac{\pi}{6}\right)$.

(E) $2\left(\cos\frac{\pi}{4} - i\ \text{sen}\ \frac{\pi}{4}\right)$.

36. Em grande parte das operações bancárias, é pago um imposto chamado Contribuição Provisória sobre Movimentação Financeira (CPMF).

Os gráficos abaixo referem-se à arrecadação da CPMF e ao seu percentual sobre o Produto Interno Bruto (PIB).



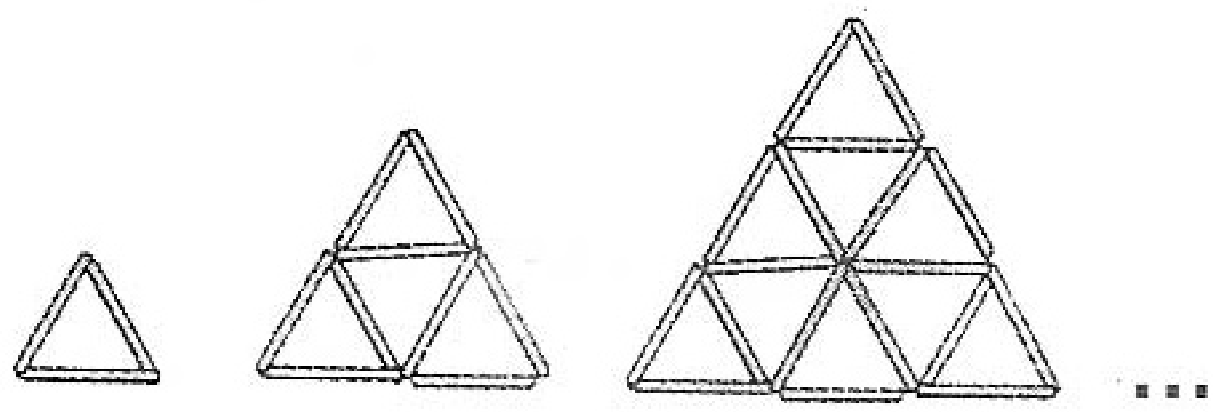


Fonte: IBPT, 2007.

De acordo com as informações desses gráficos, a estimativa para o PIB brasileiro, em 2007, em trilhões de reais, está entre

(A) 1,1 e 2.
(B) 2,1 e 3.
(C) 3,1 e 4.
(D) 4,1 e 5.
(E) 5,1 e 6.

37. Sobre uma superfície plana são dispostos palitos formando figuras, como mostrado abaixo.



Contando os palitos de cada uma dessas figuras e denotando por a_n o número de palitos da n-ésima figura, encontra-se

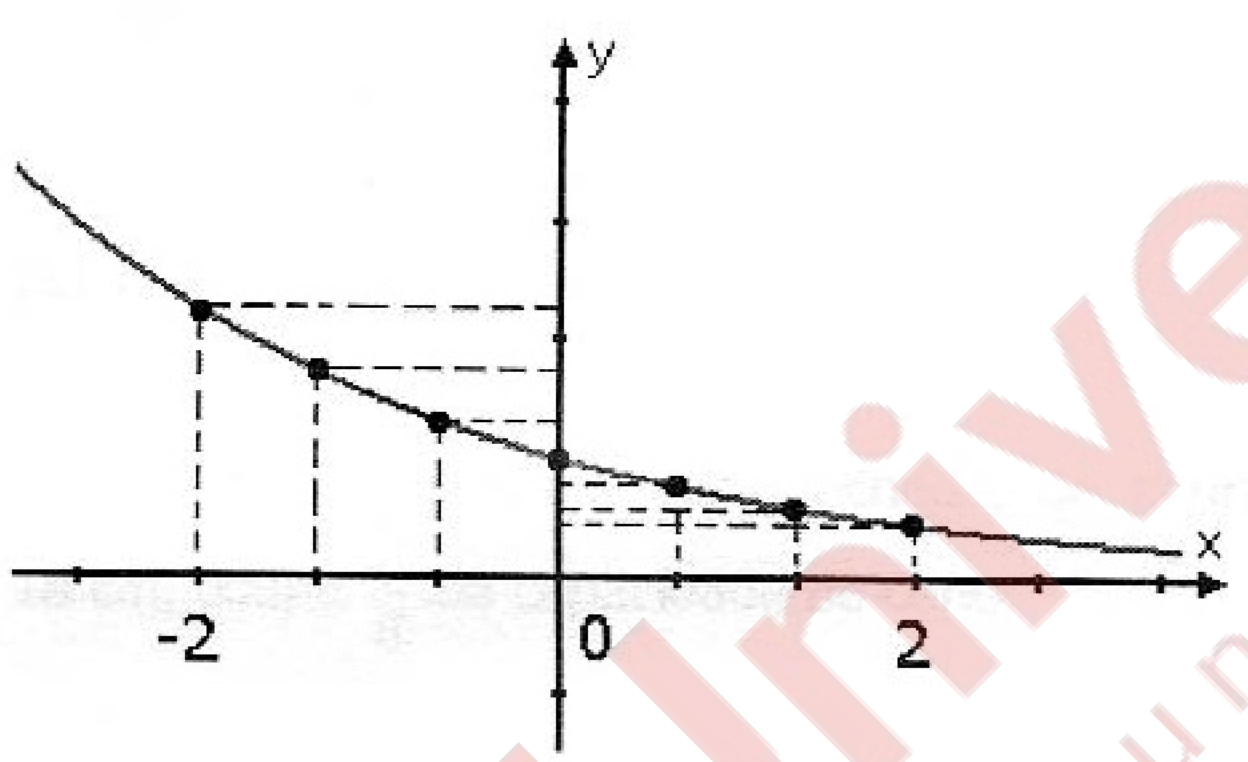
$$a_1 = 3, \quad a_2 = 9, \quad a_3 = 18, \ldots$$

Então, a_{100} é igual a

(A) 15 150.
(B) 15 300.
(C) 15 430.
(D) 15 480.
(E) 15 510.

---

38. Uma seqüência de pontos foi tomada sobre o gráfico da função exponencial de base **a**, como indica a figura abaixo.



Considerando-se que as abscissas dos pontos da seqüência estão em progressão aritmética crescente, suas ordenadas estão em progressão

(A) aritmética de razão a.

(B) aritmética de razão $\frac{2}{3}a$.

(C) geométrica de razão $\frac{2}{3}$.

(D) geométrica de razão $\frac{2}{3}a$.

(E) geométrica de razão $a^{\frac{2}{3}}$.

39. A solução da equação $(0{,}01)^x = 50$ é

(A) $-1 + \log\sqrt{2}$.

(B) $1 + \log\sqrt{2}$.

(C) $-1 + \log 2$.

(D) $1 + \log 2$.

(E) $2 \log 2$.

---

40. Numa seqüência de quadrados, o primeiro tem lado igual a 1, e o lado de cada um dos seguintes é igual à diagonal do quadrado anterior.

A soma das áreas dos dez primeiros quadrados dessa seqüência é

(A) 1023.
(B) 1024.
(C) 2047.
(D) 2048.
(E) 4096.

---

41. Se $\cos x - \text{sen } x = \frac{1}{2}$, então sen (2x) é igual a

(A) 0,125.
(B) 0,25.
(C) 0,5.
(D) 0,75.
(E) 1.

---

42. A altura de um triângulo equilátero é igual ao diâmetro do círculo de equação $x^2 + y^2 = 3y$.

Dois dos vértices do triângulo pertencem ao eixo das abscissas, e o outro, ao círculo.

A equação da reta que tem inclinação positiva e que contém um dos lados do triângulo é

(A) $y = 3x + \sqrt{3}$.

(B) $y = \sqrt{3}x + 3$.

(C) $y = \sqrt{3}x + 1$.

(D) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x - 3$.

(E) $y = \frac{\sqrt{3}}{3}x + 3$.

43. Sendo os pontos $A = (-1, 5)$ e $B = (2, 1)$ vértices consecutivos de um quadrado, o comprimento da diagonal desse quadrado é

(A) 2.
(B) $2\sqrt{2}$.
(C) $3\sqrt{2}$.
(D) 5.
(E) $5\sqrt{2}$.

---

44. Traçando-se os gráficos das funções definidas por $f(x) = 2\,\text{sen}\,x$ e $g(x) = 16 - x^2$ num mesmo sistema de coordenadas cartesianas ortogonais, pode-se verificar que o número de soluções da equação $f(x) = g(x)$ é

(A) 0.
(B) 1.
(C) 2.
(D) 3.
(E) 4.

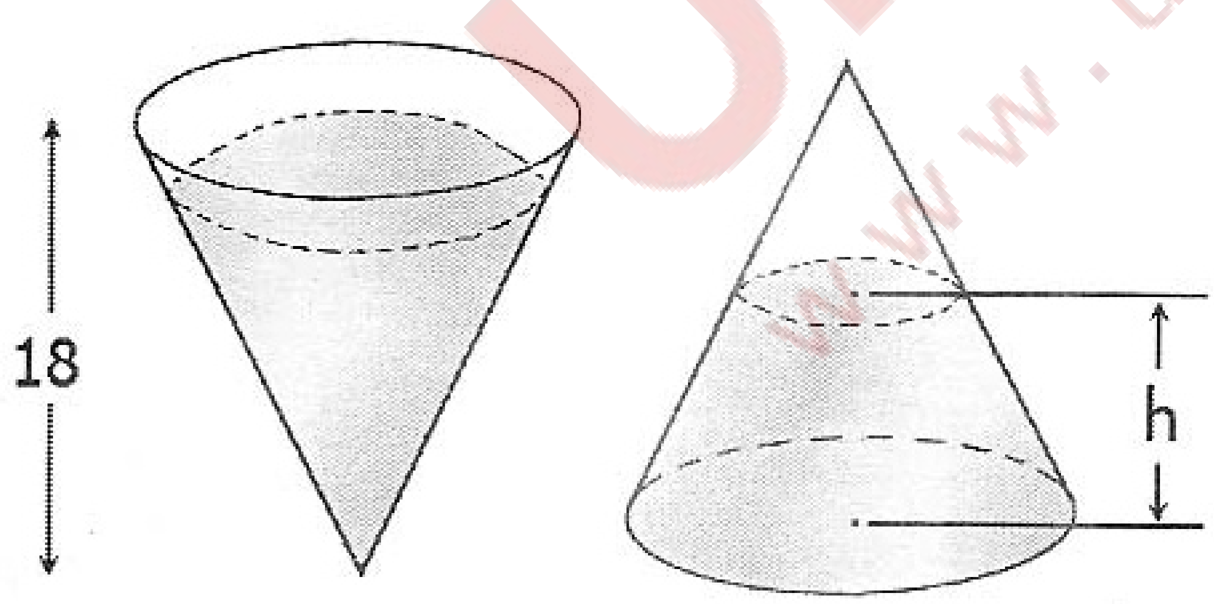
---

45. O polinômio $p(x) = x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1$ tem

(A) apenas duas raízes reais distintas.
(B) apenas duas raízes positivas.
(C) todas as raízes positivas.
(D) quatro raízes iguais.
(E) quatro raízes distintas.

---

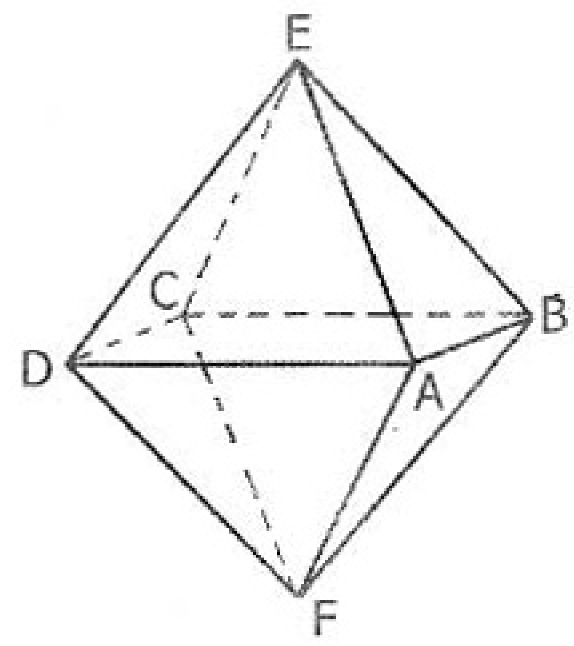
46. A areia contida em um cone fechado, de altura 18 cm, ocupa $\frac{7}{8}$ da capacidade do cone.

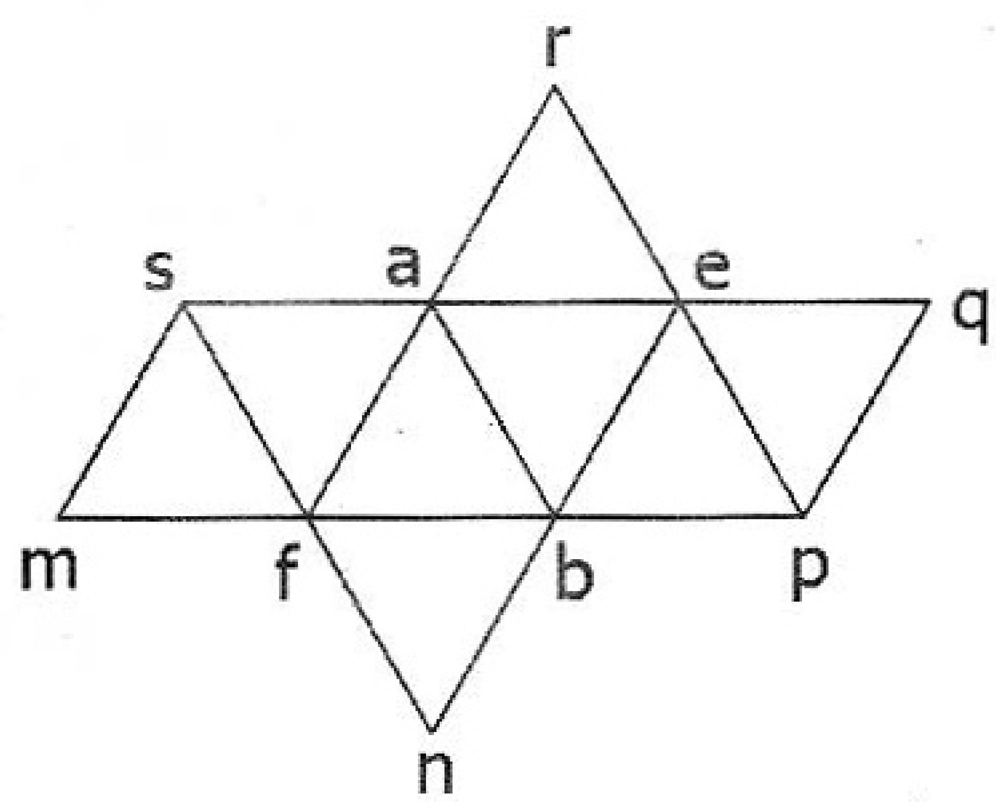


Voltando-se o vértice do cone para cima, conforme indica a figura, a altura h do tronco de cone ocupado pela areia, em centímetros, é

(A) 7.
(B) 8.
(C) 9.
(D) 10.
(E) 11.

47. As figuras abaixo representam um octaedro regular e uma de suas planificações.





Aos vértices A, B, E, F do octaedro correspondem, respectivamente, os pontos a, b, e, f da planificação. Ao vértice D do octaedro correspondem, na planificação, os pontos

(A) m, n, p.

(B) n, p, q.

(C) p, q, r.

(D) q, r, s.

(E) r, s, m.

---

48. O sistema abaixo admite mais de uma solução.

$$\begin{cases} x + ay = 1 \\ 3x - y = b \end{cases}$$

Então, segue-se que

(A) $a \neq -3$ e $b = \frac{1}{3}$.

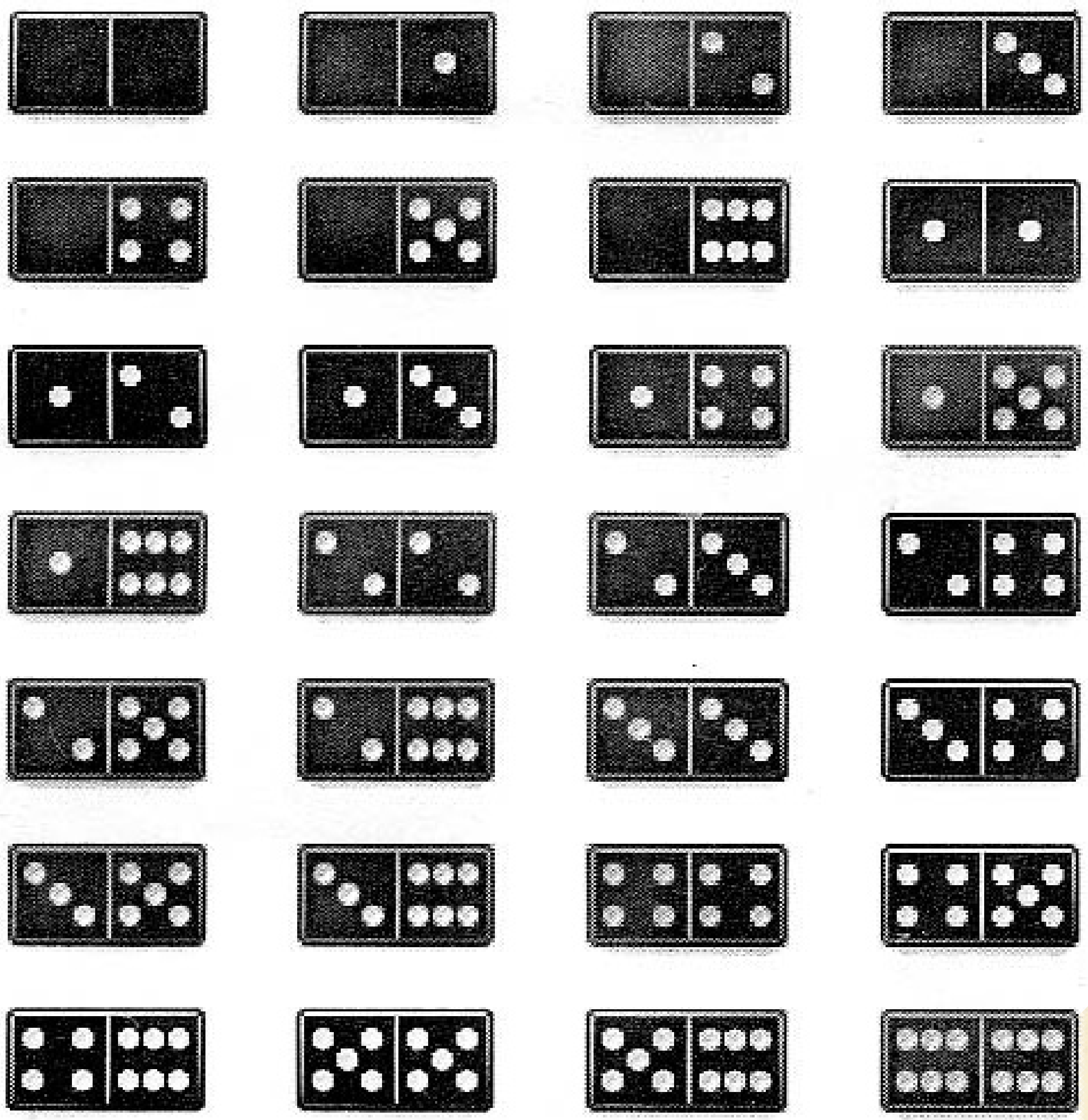
(B) $a = -3$ e $b \neq \frac{1}{3}$.

(C) $a = -\frac{1}{3}$ e $b \neq 3$.

(D) $a \neq -\frac{1}{3}$ e $b \neq 3$.

(E) $a = -\frac{1}{3}$ e $b = 3$.

49. Abaixo, estão representadas as peças de um jogo de dominó.



Cada peça do dominó apresenta um par de conjuntos de pontos, não necessariamente distintos. O número de pontos de cada conjunto varia de 0 a 6, e cada possível par de conjuntos aparece numa única peça do dominó.

Retirando-se, ao acaso, duas peças desse dominó, a probabilidade de que os quatro conjuntos de pontos que figuram nessas peças sejam diferentes é

(A) $\frac{7}{36}$.

(B) $\frac{2}{9}$.

(C) $\frac{5}{18}$.

(D) $\frac{1}{3}$.

(E) $\frac{7}{18}$.

50. Se uma partida de futebol termina com o resultado de 5 gols para o time A e 3 gols para o time B, existem diversas maneiras de o placar evoluir de 0×0 a 5×3. Por exemplo, uma evolução poderia ser

$$\begin{array}{|c|c|}\hline A & B \\ \hline 0 & 0 \\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline A & B \\ \hline 1 & 0 \\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline A & B \\ \hline 1 & 1 \\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline A & B \\ \hline 2 & 2 \\ \hline\end{array} \rightarrow$$

$$\rightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline A & B \\ \hline 3 & 2 \\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline A & B \\ \hline 4 & 2 \\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline A & B \\ \hline 4 & 3 \\ \hline\end{array} \rightarrow \begin{array}{|c|c|}\hline A & B \\ \hline 5 & 3 \\ \hline\end{array}$$

Quantas maneiras, no total, tem o placar de evoluir de 0×0 a 5×3?

(A) 16.
(B) 24.
(C) 36.
(D) 48.
(E) 56.