法律声明

- 本课件包括演示文稿、示例、代码、题库、视频和声音等内容，小象学院和主讲老师拥有完全知识产权的权利；只限于善意学习者在本课程使用，不得在课程范围外向任何第三方散播。任何其他人或机构不得盗版、复制、仿造其中的创意及内容，我们保留一切通过法律手段追究违反者的权利。

- 课程详情请咨询
  - 微信公众号：小象
  - 新浪微博：ChinaHadoop

海量数据处理与系统设计

邹博

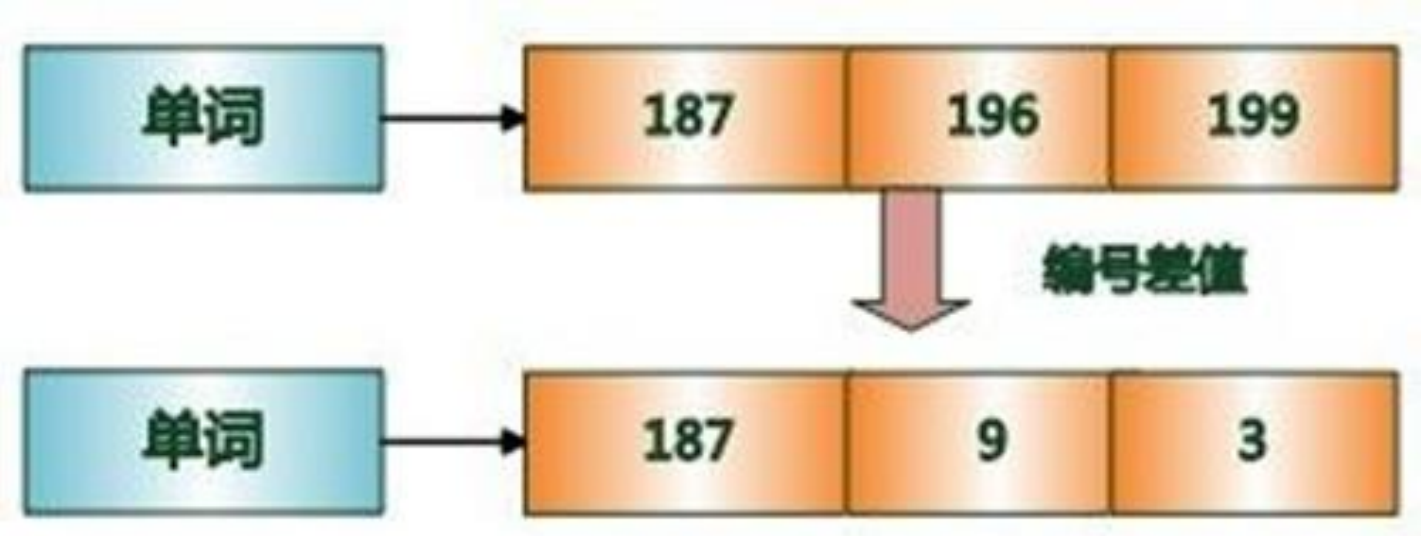
主要内容

- 倒排索引
  - POI
- Trie树
  - Darts
  - 统计回文对
- Bloom Filter
  - 如何降低错误率
- 跳跃表
  - 代码实现/思考：红黑树
- MD5
  - 应用？

倒排索引

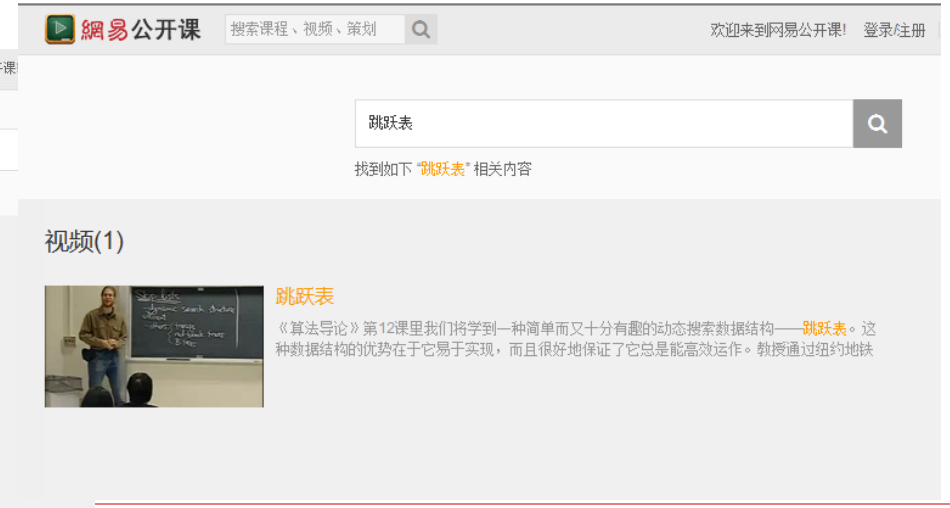
- 倒排索引的索引表中的每一项都包括一个属性值和具有该属性值的各记录的地址。
- 因为不是由记录来确定属性值，而是由属性来确定记录，因而称为倒排索引(inverted index)。
- 带有倒排索引的文件称为倒排索引文件，简称倒排文件(inverted file)。

倒排列表



POI

- 跳跃链表、跳跃表、跳表；
- POI(Point of Interest)查询
  - 部分匹配：小象学院，简称小象
  - 跳跃匹配：中国科学院、中科院



POI信息点搜索总框架

```
void CFileObject::Search(LPCTSTR lpszContent, int nIndex)
{
    if(!lpszContent || !lpszContent[0])
        return;
    CreateSearchTree(nIndex);

    SearchFuzzy(lpszContent, nIndex);
}
```

建立查找树

```
bool CFileObject::CreateSearchTree(int nIndex)
{
    int nSymbolType = VerdictType();
    vector<CDataType*>* pAF = GetAF(nSymbolType);
    if(!pAF)
        return false;
    int size = (int)pAF->size();
    if((nIndex < 0) || (nIndex >= size))
        return false;

    if(IsSearchIndexValid(nIndex))
        return true;

    CSearchIndex* pSI = GetSearchIndex(nIndex);
    DWORD dwStart = GetTickCount();
    switch(m_iSymbolType)
    {
        case FO_SYMBOL:
        {
            CreateST(pSI, nIndex, m_vecAcnode);
            break;
        }
        case FO_ROUTE:
        case FO_THREAD:
        {
            CreateST(pSI, nIndex, m_vecRoute);
            break;
        }
        case FO_REGION:
        {
            CreateST(pSI, nIndex, m_vecTopology);
            break;
        }
    }
    return true;
}
```

建立查找树

```
bool CFileObject::CreateST(CSearchIndex* pSI, int nIndex, vector<CStamp*>& vecSymbol)
{
    vector<CStamp*>::iterator itEnd = vecSymbol.end();
    CStamp* pSymbol = NULL;
    CSimpleData* pData = NULL;
    LPCTSTR lpszString;
    for(vector<CStamp*>::iterator it = vecSymbol.begin(); it != itEnd; it++)
    {
        pSymbol = *it;
        if(pSymbol && !pSymbol->IsDelete())
        {
            pData = pSymbol->GetAttribute(nIndex);
            if(pData)
            {
                lpszString = pData->GetString();
                pSymbol->SetData(0);
                pSI->AddSymbol(lpszString, pSymbol);
            }
        }
    }

    pSI->SetValid(true);
    return true;
}
```

处理Hash冲突

```
bool CSearchIndex::AddSymbol(int nIndex, CStamp* pSymbol)
{
    ASSERT(nIndex >= 0);
    ASSERT(nIndex < SI_COUNT);
    if((nIndex < 0) || (nIndex >= SI_COUNT))
        return false;
    if(!m_dtSI[nIndex])
    {
        m_dtSI[nIndex] = new CBalanceTree<CStamp*>;
    }
    bool bInsert = m_dtSI[nIndex]->Insert(pSymbol);
    return bInsert;
}
```

Hash查找

```
bool CSearchIndex::Search(int nIndex, CBalanceTree<CStamp*>& avlTree)
{
    ASSERT(nIndex >= 0);
    ASSERT(nIndex < SI_COUNT);
    if((nIndex < 0) || (nIndex >= SI_COUNT))
        return false;
    CBalanceTree<CStamp*>* pTreeSymbol = m_dtSI[nIndex];
    if(!pTreeSymbol)
        return false;
    pTreeSymbol->InOrder(SearchSetData, &avlTree);
    return true;
}
```

该复合结构可用性分析

- 假定POI总数为100万，每个POI平均字数为10个，那么，问题总规模为1000万；
- 假定常用汉字为1万个，那么，Hash之后，1万个汉字对应的槽slot平均含有1000个POI信息；
- log1000=9.9658：即，将1000万次搜索，降到10次搜索。
  - 注：以上只是定性考虑，非准确分析

Trie树

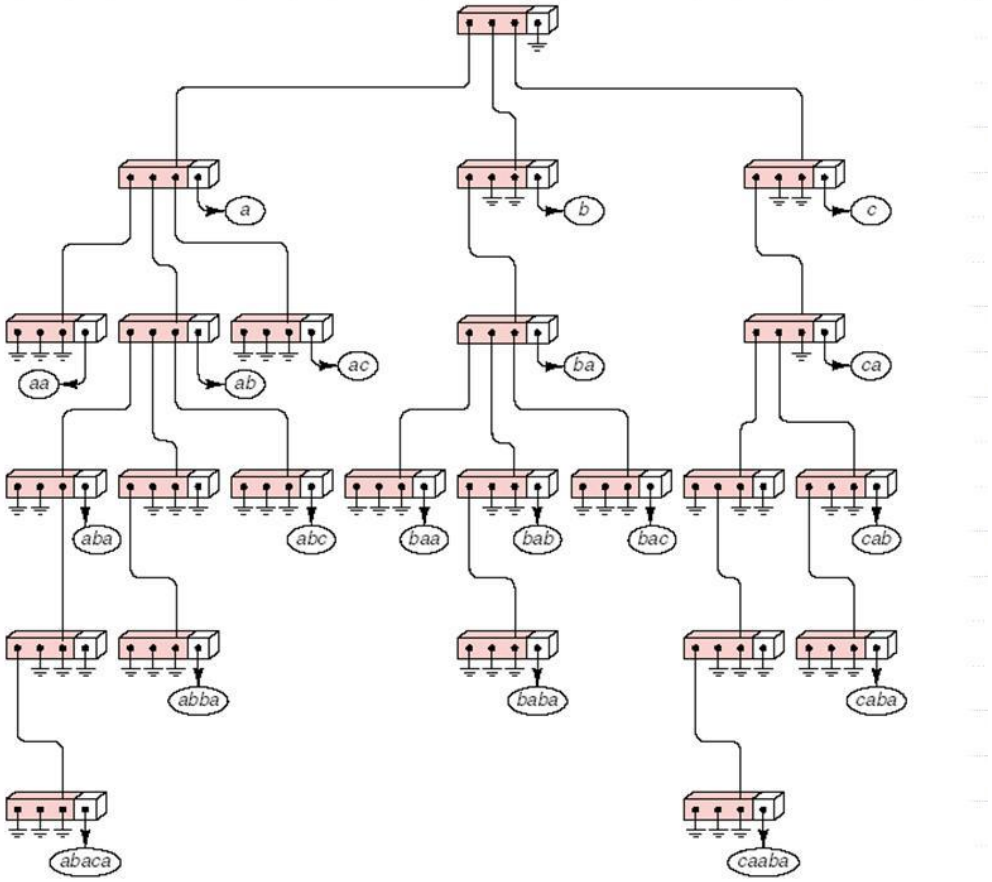
- Trie树是一种哈希多叉树，又称字典树、单词查找树或前缀树，用于在大量字符串中快速检索。
  - 英文字母的字典树是一个26叉树
  - 数字的字典树是一个10叉树。

Trie数的特点及性质

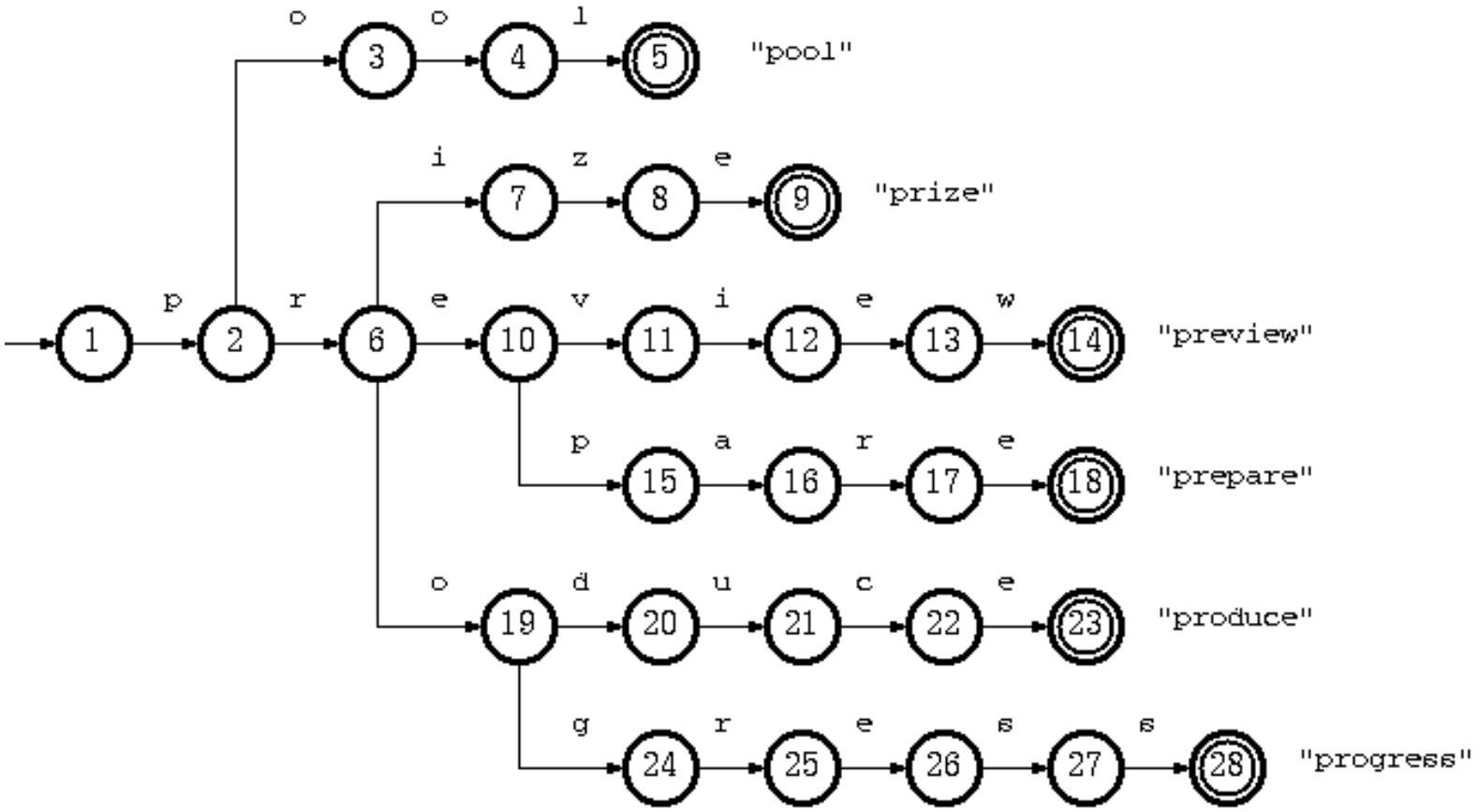
- 典型应用：统计和排序大量的字符串(但不仅限于字符串)，所以经常被文字处理系统用于文本词频统计。
  - 优点：利用字符串的公共前缀来节约存储空间,最大限度地减少无谓的字符串比较，查询效率比哈希表高。
  - 缺点：如果存在大量字符串且这些字符串基本没有公共前缀，则相应的Trie树将非常消耗内存。
- 三个基本性质：
  - 根结点不包含字符，除根结点外每一个结点都只包含一个字符。
  - 从根结点到某一结点，路径上经过的字符连接起来，为该结点对应的字符串。
  - 每个结点的所有子结点包含的字符都不相同。

Trie树举例

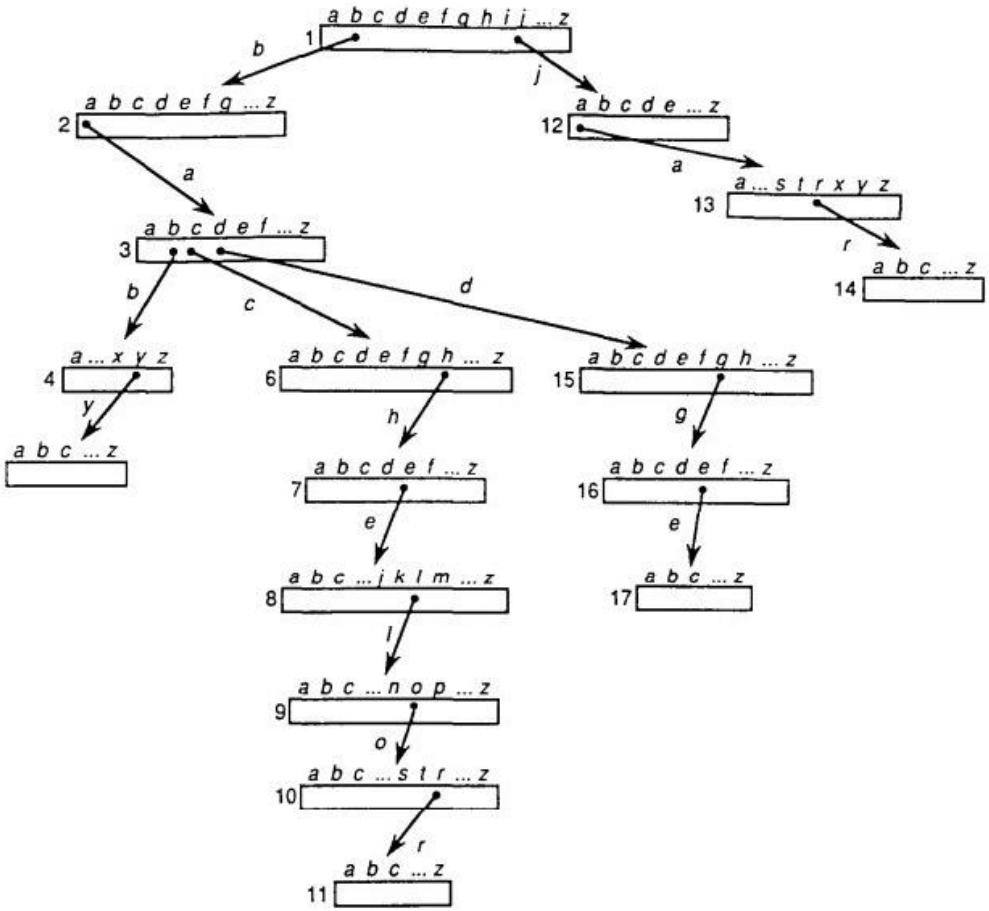
- 词典：
- a、b、c、aa、ab、ac、ba、ca、aba、abc、baa、bab、bac、cab、abba、baba、caba、abaca、caaba

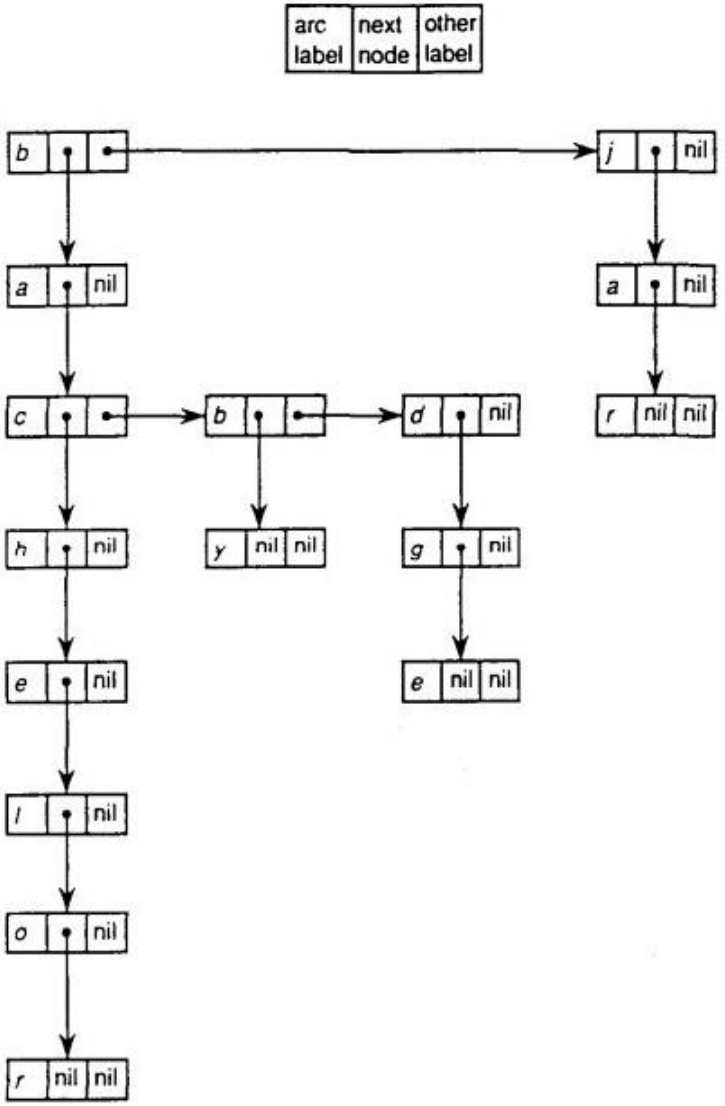


Trie树举例


o
o
l
3
4
5
"pool"
i
z
e
7
8
9
"prize"
p
r
e
v
i
e
w
1
2
6
10
11
12
13
14
"preview"
p
a
r
e
15
16
17
18
"prepare"
o
d
u
c
e
19
20
21
22
23
"produce"
g
r
e
s
s
24
25
26
27
28
"progress"

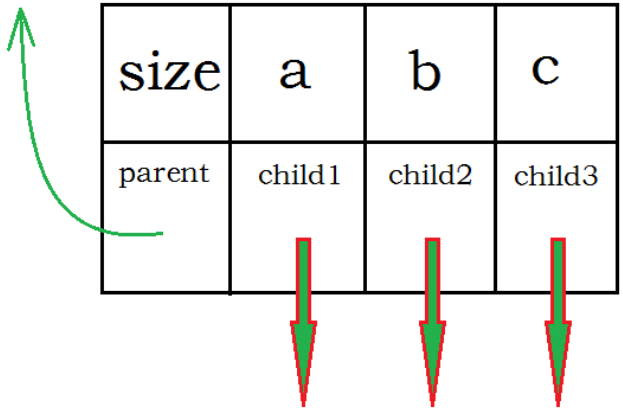
压缩：左孩子-右兄弟


a b c d e f g h i j ... z
1
b
j
a b c d e f g ... z
2
a b c d e ... z
12
a
a
a ... s t r x y z
13
a b c d e f ... z
3
r
a b c ... z
14
b
c
d
a ... x y z
4
a b c d e f g h ... z
6
a b c d e f g h ... z
15
y
h
g
a b c ... z
a b c d e f ... z
7
a b c d e f ... z
16
e
e
a b c ... j k l m ... z
8
a b c ... z
17
l
a b c ... n o p ... z
9
o
a b c ... s t r ... z
10
r
a b c ... z
11


arc label
next node
other label
b
j
nil
a
nil
a
nil
c
b
d
nil
r
nil
nil
h
nil
y
nil
nil
g
nil
e
nil
e
nil
nil
l
nil
o
nil
r
nil
nil

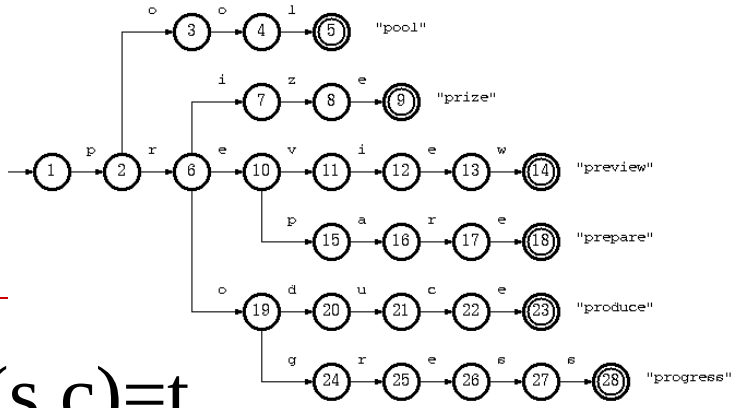
对左孩子-右兄弟表示法的思考

- 只记录有效索引指针，形成如下结构

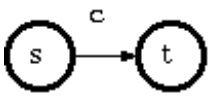


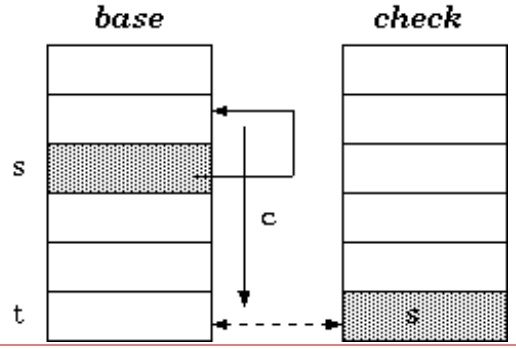
- 利用“左孩子-右兄弟”表示方法，如何将一颗树转换成二叉树？
  - 如何将N颗树(森林)转换成二叉树？

空间复杂度的简化



- Trie树的状态转移函数：g(s,c)=t
- s表示当前状态，c表示转移条件，t表示下一个可接受状态：(DFA的状态转移)
  - base数组中的每一个元素相当于Trie树的一个节点，其值做状态转移的基值，check数组相当于校验值，用于检查该状态是否存在。
  - base[s]+c=t
  - check[t]=s



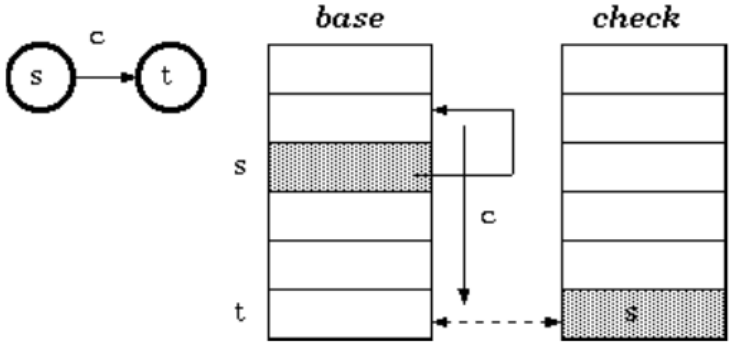


Trie树的双数组表示法

下标	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
base	−1	1	1	0	1	−6	1	−8	−9	−1	−11
check	0	0	0	0	2	2	2	3	5	7	10
状态	啊	阿	埃		阿根	阿胶	阿拉	埃及	阿根廷	阿拉伯	阿拉伯人

编码(C): 啊-1，阿-2，埃-3，根-4，胶-5，拉-6，及-7，廷-8，伯-9，人-10

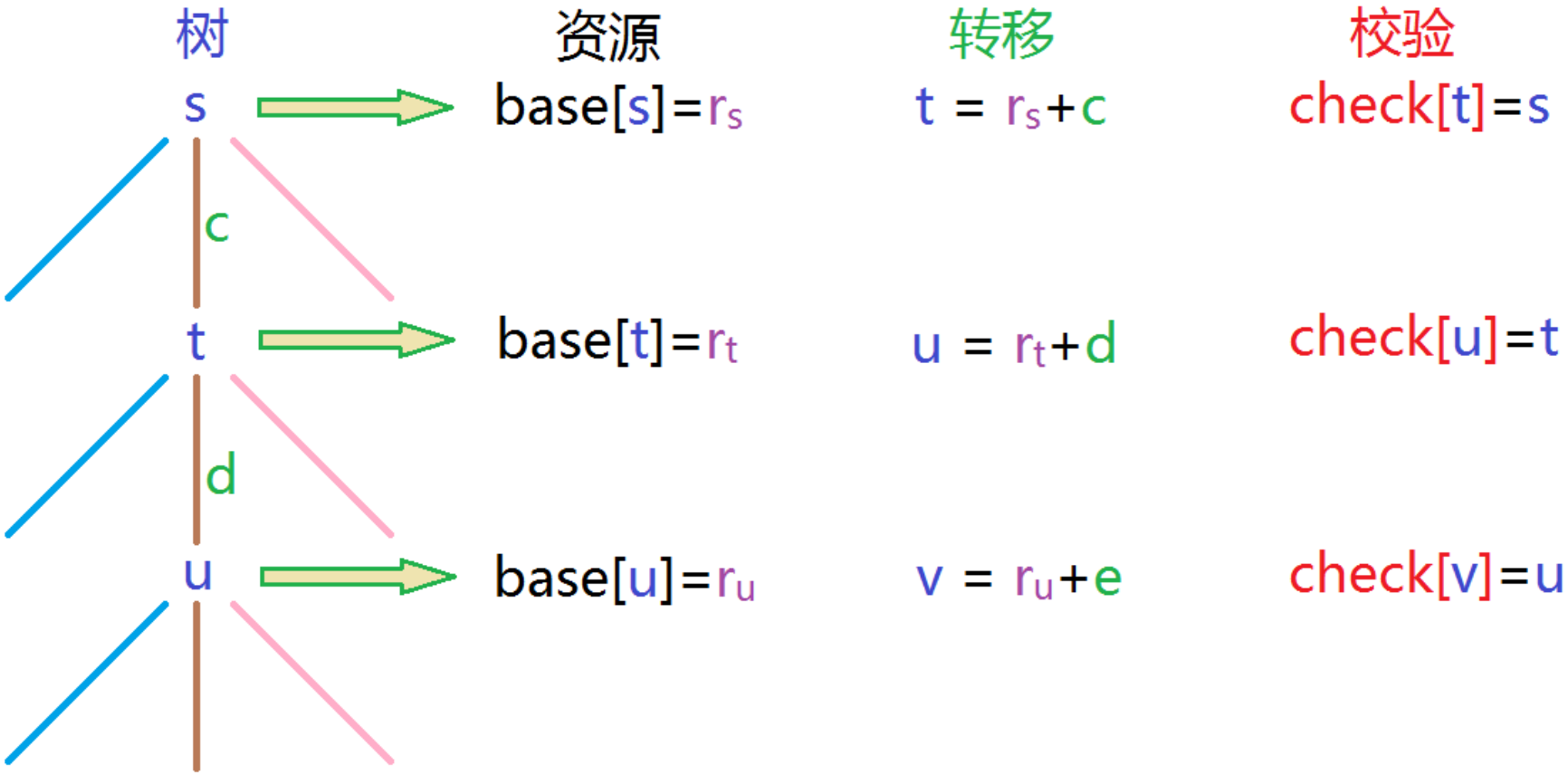
词表：啊，阿根廷，阿胶，阿拉伯，阿拉伯人，埃及



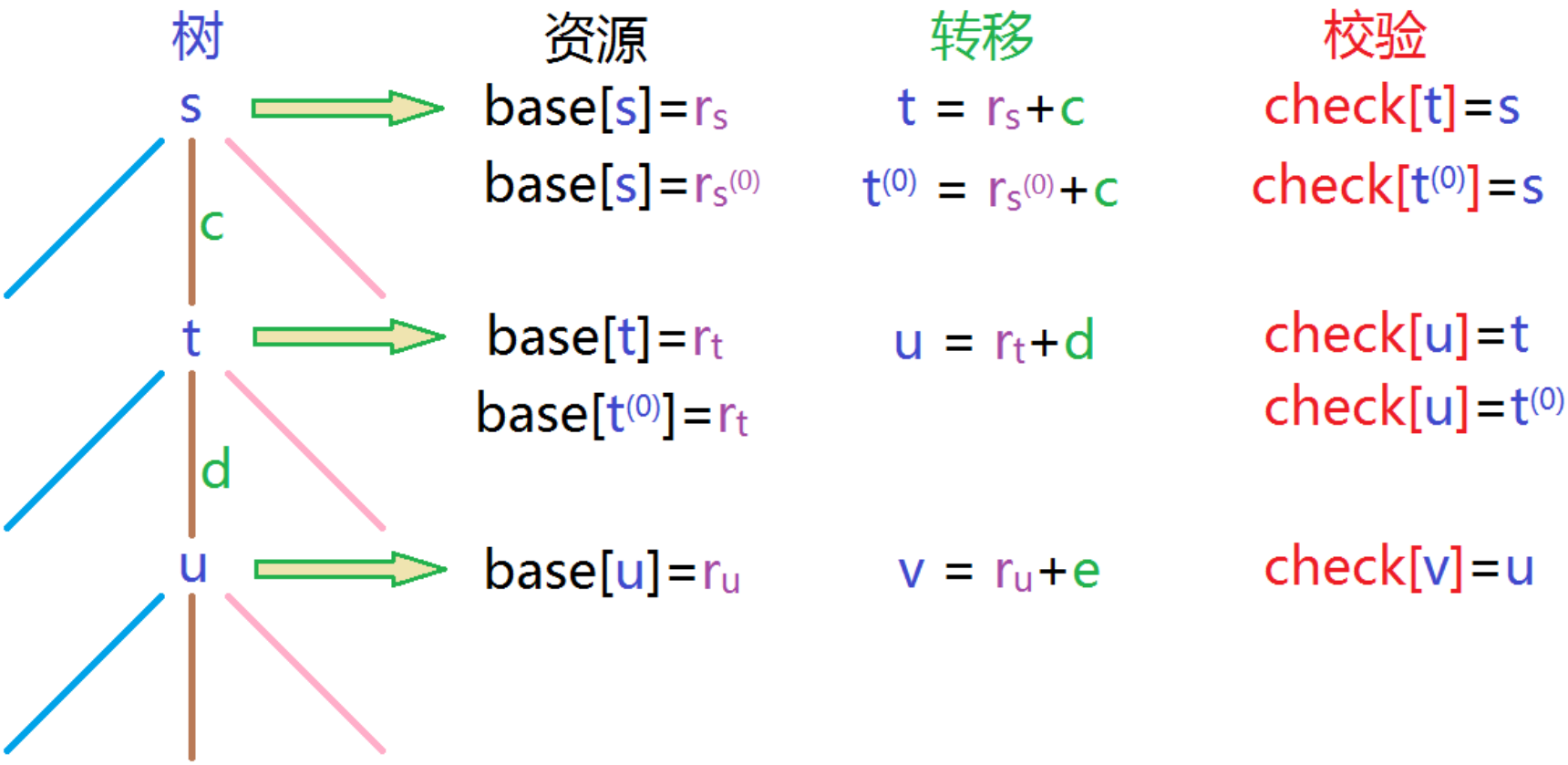
$$base[s] + c = t$$

$$check[t] = s$$

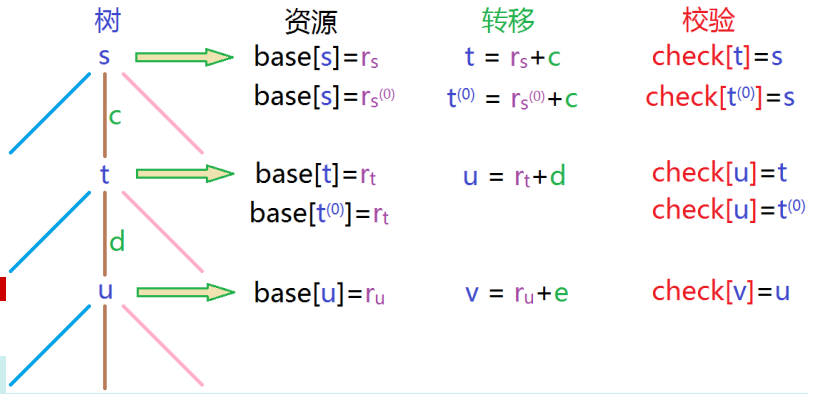
Trie树逻辑结构


树
资源
转移
校验
s
base[s]=rs
t = rs+c
check[t]=s
c
t
base[t]=rt
u = rt+d
check[u]=t
d
u
base[u]=ru
v = ru+e
check[v]=u

Trie树的资源号修改

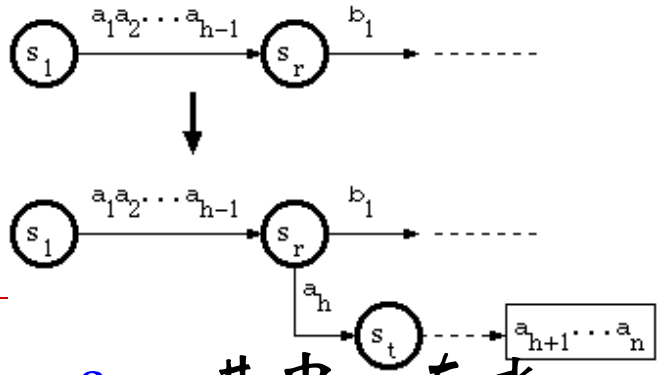


资源号修改伪代码



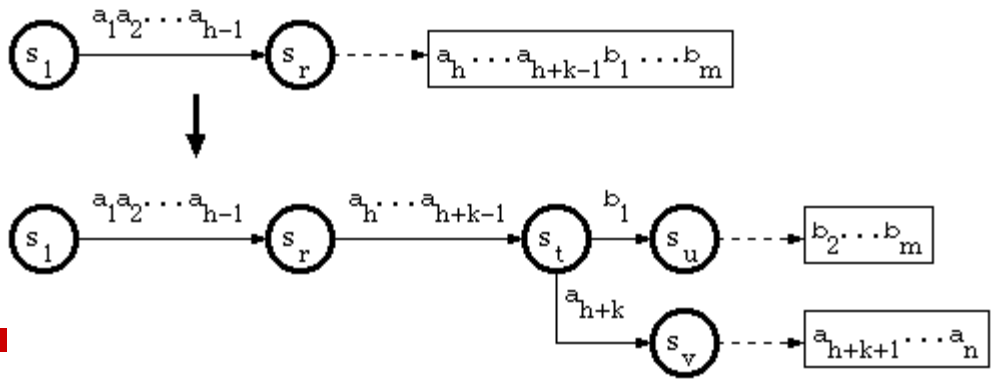

```
Procedure Relocate(s : state; b : base_index)
{ Move base for state s to a new place beginning at b }
begin
    foreach input character c for the state s
    { i.e. foreach c such that check[base[s] + c]] = s }
    begin
        check[b + c] := s;      { mark owner }
        base[b + c] := base[base[s] + c];      { copy data }
        { the node base[s] + c is to be moved to b + c;
          Hence, for any i for which check[i] = base[s] + c, update check[i] to b + c }
        foreach input character d for the node base[s] + c
        begin
            check[base[base[s] + c] + d] := b + c
        end;
        check[base[s] + c] := none      { free the cell }
    end;
    base[s] := b
end
```

字符串的插入



- 记待插入字符串为$a_1a_2\ldots a_{h-1}a_ha_{h+1}\ldots a_n$，其中，在当前Trie树中找到了前缀$a_1a_2\ldots a_{h-1}$，而$a_h$是第一个未找到的字符，记Trie树中字符$a_{h-1}$转移得到的结点为$s_r$。
- 算法：
  - 以s_r为根，插入新结点s_t；s_t由a_h转移得到
  - 将s_t指向尾后缀$a_{h+1}\ldots a_n$
- 这里，将后缀串$a_{h+1}\ldots a_n$直接加入后缀池，减少不必要的分支，进一步降低空间复杂度。
  - 由于后缀池的引入，如果插入的字符串最后查找成功的字符没有分支，而是在后缀池中，如何操作？

字符串的插入



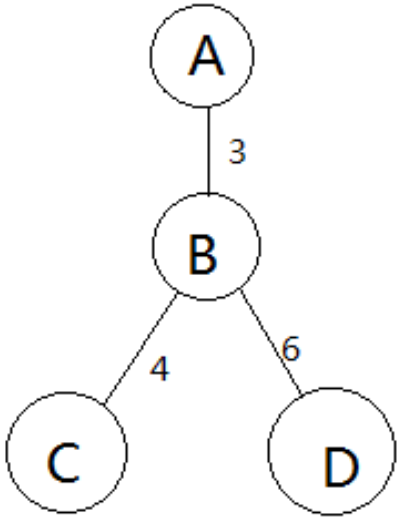
- 记待插入字符串为$a_1a_2\ldots a_{h-1}a_h\ldots a_{h+k-1}a_{h+k}\ldots a_n$，其中，在当前Trie树中找到了前缀$a_1a_2\ldots a_{h-1}$，而$a_h\ldots a_{h+k-1}b_1\ldots b_m$是在后缀池中，记Trie树中最后一个分支结点为$s_r$，即字符$a_{h-1}$转移得到$s_r$。
- 算法：
  - 以s_r为根，插入新结点s_t：s_t由$a_h\ldots a_{h+k-1}$转移得到
  - 以s_t为根，插入新结点s_u：s_u由b_1转移得到
  - 将s_u指向后缀池中的$b_2\ldots b_m$
  - 以s_t为根，插入新结点s_v：s_v由a_{h+k}转移得到
  - 将s_v指向后缀池中的$a_{h+k+1}\ldots a_n$

双数组Trie树结构总结

- Trie树逻辑结构清晰简练，优雅自然，在海量数据中查找某数据，和海量数据规模无关，只和待查找数据长度本身有关，时间复杂度为O(len)，常常可以认为是O(1)。
  - 可以看做是以数据元素为关键字的多Hash结构；
  - 海量数据的复杂度分析未考虑内存调度等问题。
- 双数组的存储结构晦涩难懂，增删困难。实践中，往往离线将海量数据建立Trie树双数组结构，少量删除时可以继续使用。若大量删除，则离线建立新的Trie树双数组结构，适时替换。

思考：Trie树应用

- 给定一颗边的权值都是正整数的树，求某两个结点间的路径S，使得该路径所包含的所有边权的异或值最大。
  - A-B-C 3^4=7(最优解)
  - A-B-D 3^6=5
  - C-B-D 4^6=2



回文对 Palindrome Pairs

- 给定若干单词组成的词典words，找到词典中的所有单词对(i,j)，使得words[i]+words[j]是回文串。
  - 如：给定词典words=["abcd", "dcba", "lls", "s", "sssll", "sss"]，则应返回(0,1),(1,0),(3,2),(2,4)，即回文串是："dcbaabcd", "abcddcba", "slls", "llssssll", "ssss", "ssslsss", "ssss"。

回文问题分析

- 若str1与str2可以构成回文串，则
  - 要么str1的全部与str2的后缀构成回文串，且str2的前缀本身是回文串。如： str1="lls", str2="sssll";
  - 要么str1的前缀与str2的全部构成回文串，且str1的后缀本身是回文串。如： str1="sssll", str2="sss";
  - 若str1的全部和str2的全部构成回文串，因空串是回文串，因此可看成以上两者的特殊情况。

算法思路

- 将词典中的所有词逆序存放到Trie树中。
- 枚举词典中的所有词，若某词str1与Trie树中的单词str2发生部分匹配：
  - 若str1部分剩余，则计算str1的剩余部分是否是回文串；
  - 若str1完全匹配，则计算以str1匹配结束的Trie树结点为根的子树中是否存在回文串，若存在，则str1与其可以构成回文串。
- 总时间复杂度为O(N*len)，其中N为单词数目，len为单词长度。

Code

```
class CTrieNode
{
public:
    int nIndex; //原字符串在字典中的位置
    map<char, CTrieNode*> child;
public:
    CTrieNode() : nIndex(-1) {}
};
```

```
class CTrieTree
{
private:
    CTrieNode* m_pRoot;              //树根
    const vector<string>& m_words;   //词典
    list<pair<int, int> > m_pair;    //回文对

    void Destroy(CTrieNode* m_pRoot);
    void InsertR(int nIndex);   //将m_words[nIndex]逆序插入Tree
    void CalcPair(int nIndex);  //计算m_words[nIndex]是否与Tree中的字符串构成回文串
    void Palindrome(CTrieNode* node, string& str, int nIndex);  //从node开始的字符串是否是回文串
    bool IsPalindrome(const string& str) const; //判断str是否是回文串
public:
    CTrieTree(const vector<string>& words);
    ~CTrieTree() { Destroy(m_pRoot); }
    void PalindromePair();
    void PrintPair();
};
```

Code

```
CTrieTree::CTrieTree(const vector<string>& words) : m_words(words)
{
    m_pRoot = new CTrieNode();
    for(int i = 0; i < (int)words.size(); i++)
        InsertR(i);
}

void CTrieTree::InsertR(int nIndex)
{
    CTrieNode* node = m_pRoot;
    const string& str = m_words[nIndex];
    for(auto it = str.rbegin(); it != str.rend(); it++)
    {
        if(!node->child[*it])
            node->child[*it] = new CTrieNode();
        node = node->child[*it];
    }
    node->nIndex = nIndex;
}
```

Code

```
void CTrieTree::Palindrome(CTrieNode* node, string& str, int nIndex)
{
    if(!node)
        return;
    if((node->nIndex != -1) && (node->nIndex != nIndex)) //node是单词且非当前词
    {
        if(IsPalindrome(str))
            m_pair.push_back(make_pair(nIndex, node->nIndex));
    }
    for(auto c = node->child.begin(); c != node->child.end(); c++)
    {
        str.push_back(c->first);
        Palindrome(c->second, str, nIndex);
        str.pop_back();
    }
}

void CTrieTree::CalcPair(int nIndex)
{
    CTrieNode* node = m_pRoot;
    const string& str = m_words[nIndex];
    for(auto p = str.begin(); p != str.end(); p++)
    {
        if(!node)
            return;
        if((node->nIndex != -1) && IsPalindrome(string(p, str.end())))
            m_pair.push_back(make_pair(nIndex, node->nIndex));
        node = node->child[*p];
    }
    string s;
    Palindrome(node, s, nIndex);    //以node为根的所有的回文串都是解
}
```

Code

(0, 1)	abcd	dcba
(1, 0)	dcba	abcd
(2, 4)	lls	sslll
(3, 2)	s	lls
(3, 5)	s	sss
(4, 5)	sslll	sss
(5, 3)	sss	s

```
void CTrieTree::PalindromePair()
{
    for(int i = 0; i < (int)m_words.size(); i++)
        CalcPair(i);
}

int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    vector<string> words(6);
    words[0] = "abcd";
    words[1] = "dcba";
    words[2] = "lls";
    words[3] = "s";
    words[4] = "sssll";
    words[5] = "sss";
    CTrieTree t(words);
    t.PalindromePair();
    t.PrintPair();
    return 0;
}
```

算法思路2

- 枚举词典中的所有词：
  - str分成<left – right>两部分，若left是回文串，且right的翻转串T在词典中，则<T – left – right>构成回文串。
  - str分成<left – right>两部分，若right是回文串，且left的翻转串T在词典中，则<left – right – T>构成回文串。
  - 若str是回文串，且str的翻转串T在词典中，则<T – str>构成回文串。若认为str的前缀串可为空，则该分支可隶属于第1种情况。
- 计算字符串的前后缀是否回文，可使用Manacher算法，时间复杂度仅为O(len)。
- 该问题总时间复杂度为O(N*len)，其中N为单词数目，len为单词长度；与Trie树的解决方案相同，但代码容易实现。

Manacher

```
void Manacher(const char* str, list<int>& prefix, list<int>& suffix)
{
    int size = strlen(str);
    int N = 2*size+1;
    int* p = new int[N];
    p[0] = 1;
    int mx = 1;
    int id = 0;
    int i;
    for(i = 1; i < N; i++)
    {
        if(i < mx)
            p[i] = min(p[2*id-i], mx-i);
        else
            p[i] = 1;
        while((i != p[i]) && (((i+p[i]) % 2 == 1)
            || (str[(i+p[i])/2-1] == str[(i-p[i])/2-1])))
            p[i]++;
        if(mx < i + p[i])
        {
            mx = i + p[i];
            id = i;
        }
    }
    for(i = 2; i < N; i++)
    {
        if(p[i] == i)
            prefix.push_back(i-1);
        if(i+p[i] == N+1)
            suffix.push_back(p[i]-1);
    }
    delete[] p;
}
```

Code

(0, 1)	abcd	dcba
(1, 0)	dcba	abcd
(3, 2)	s	lls
(2, 4)	lls	sssll
(4, 5)	sssll	sss
(3, 5)	s	sss
(5, 3)	sss	s

```
void PalindromePair(const vector<string>& words, list<pair<int, int> >& result)
{
    hash_map<string, int> dict;
    int size = (int)words.size();
    int i,s;
    for(i = 0; i < size; i++)
        dict[words[i]] = i;
    list<int> prefix, suffix;
    string word, str;
    for(i = 0; i < size; i++)
    {
        prefix.clear();
        suffix.clear();
        word = words[i].c_str();
        s = (int)words[i].size();
        Manacher(word.c_str(), prefix, suffix); //计算word的前缀/后缀的回文串
        for(auto p = prefix.begin(); p != prefix.end(); p++)    //前缀串
        {
            str = words[i].substr(*p, s - *p);
            reverse(str.begin(), str.end());
            if(dict.find(str) != dict.end())
            {
                result.push_back(make_pair(dict[str], i));
            }
        }
        for(auto p = suffix.begin(); p != suffix.end(); p++)    //后缀串
        {
            str = words[i].substr(0, s-*p);
            reverse(str.begin(), str.end());
            if(dict.find(str) != dict.end())
            {
                result.push_back(make_pair(i, dict[str]));
            }
        }
        reverse(word.begin(), word.end());  //全串
        if(dict.find(word) != dict.end())
        {
            if(dict[word] != i)
                result.push_back(make_pair(i, dict[word]));
        }
    }
}
```

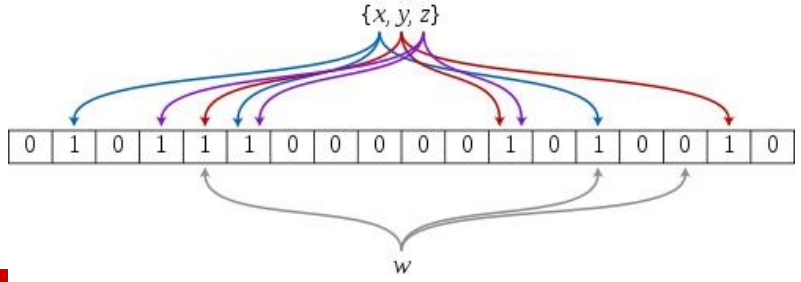
Bloom Filter

- 布隆过滤器(Bloom Filter)是由Burton Howard Bloom于1970年提出的，它是一种空间高效(space efficient)的概率型数据结构，用于判断一个元素是否在集合中。在垃圾邮件过滤的黑白名单、爬虫(Crawler)的网址判重等问题中经常被用到。
- 哈希表也能用于判断元素是否在集合中，但是Bloom Filter只需要哈希表的1/8或1/4的空间复杂度就能完成同样的问题。Bloom Filter可以插入元素，但不可以删除已有元素。集合中的元素越多，误报率(false positive rate)越大，但是不会漏报(false negative)。

Bloom Filter

- 如果想判断一个元素是不是在一个集合里，一般想到的是将所有元素保存起来，然后通过比对来判定是否在集合内：链表、树等数据结构都是这种思路。但是随着集合中元素数目的增加，我们需要的存储空间越来越大，检索速度也越来越慢(O(n),O(logn))。
- 可以利用Bitmap：只要检查相应点是不是1就知道可以集合中有没有某个数。这就是Bloom Filter的基本思想。

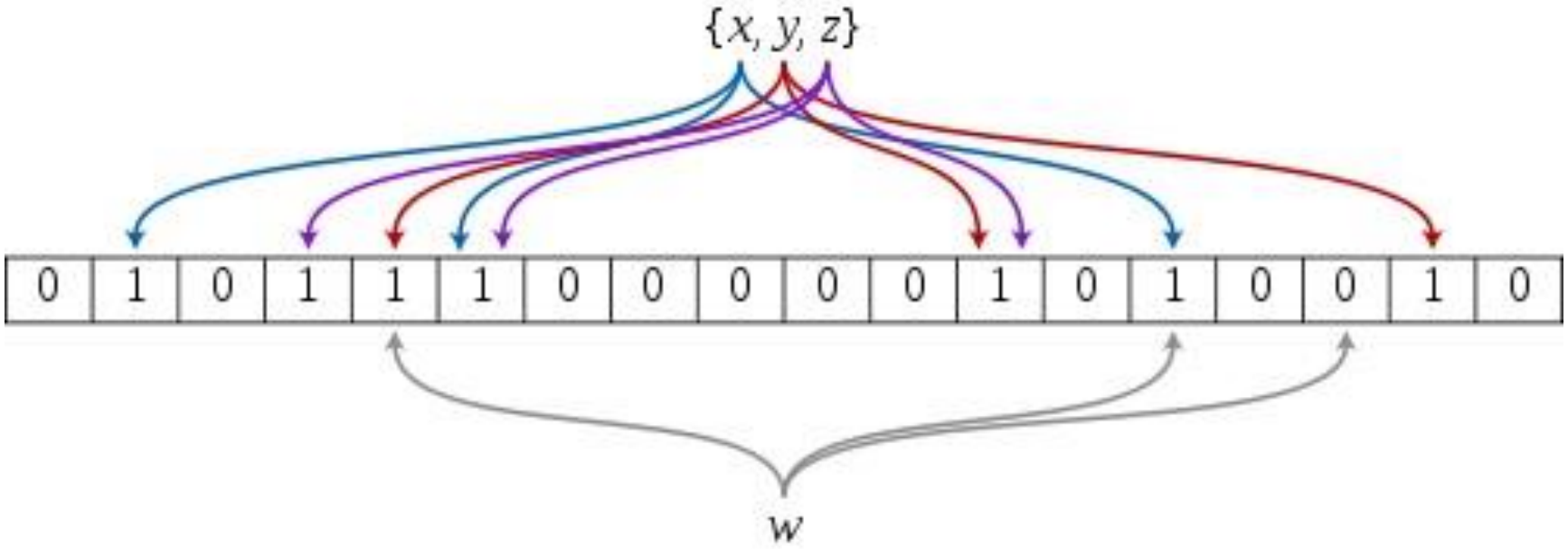
Bloom Filter算法描述



- 一个空的Bloom Filter是一个有m位的位向量B，每一个bit位都初始化为0。同时，定义k个不同的Hash函数，每个Hash函数都将元素映射到m个不同位置中的一个。
  - 记：n为元素数，m为位向量B的长度(位：槽slot)，k为Hash函数的个数。
- 增加元素x
  - 计算k个Hash(x)的值$(h_1,h_2 \ldots h_k)$，将位向量B的相应槽$B[h_1,h_2 \ldots h_k]$都设置为1；
- 查询元素x
  - 即判断x是否在集合中，计算k个Hash(x)的值$(h_1,h_2 \ldots h_k)$。若$B[h_1,h_2 \ldots h_k]$全为1，则x在集合中；若其中任一位不为1，则x不在集合中；
- 删除元素x
  - 不允许删除！因为删除会把相应的k个槽置为0，而其中很有可能有其他元素对应的位。

Bloom Filter 插入查找数据

- 插入x,y,z
- 判断w是否在该数据集中



BloomFilter的特点

- 不存在漏报：某个元素在某个集合中，肯定能报出来；
- 可能存在误报：某个元素不在某个集合中，可能也被认为存在：false positive；
- 确定某个元素是否在某个集合中的代价和总的元素数目无关
  - 查询时间复杂度：O(1)

Bloom Filter参数的确定

- 单个元素某次没有被置位为1的概率为：$1-\frac{1}{m}$
- k个Hash函数中没有一个对其置位的概率为：$\left(1-\frac{1}{m}\right)^{k}$
- 如果插入n个元素，仍未将其置位的概率为：$\left(1-\frac{1}{m}\right)^{kn}$
- 因此，此位被置位的概率为：$1-\left(1-\frac{1}{m}\right)^{kn}$

Bloom Filter参数的确定

- 查询中，若某个待查元素对应的k位都被置位，则算法会判定该元素在集合中。因此，该元素被误判的概率(上限)为：

$$q(k)=\left(1-\left(1-\frac{1}{m}\right)^{kn}\right)^{k}$$

- 考虑到：

$$\left(1-\frac{1}{m}\right)^{kn}=\left(1+\frac{1}{-m}\right)^{-m\cdot\frac{-kn}{m}}=\left(\left(1+\frac{1}{-m}\right)^{-m}\right)^{-\frac{kn}{m}}\approx e^{-\frac{kn}{m}}$$

- 从而：

$$P(k)\approx\left(1-e^{-\frac{kn}{m}}\right)^{k}$$

Bloom Filter参数的确定

- P(k)为幂指函数，取对数后求导：

$$P(k)=\left(1-e^{-\frac{kn}{m}}\right)^k \xrightarrow{令b=e^{\frac{n}{m}}} \left(1-b^{-k}\right)^k$$

$$\Rightarrow \ln P(k)=k\ln\left(1-b^{-k}\right)$$

$$\xrightarrow{取关于k的导数} \frac{1}{P(k)}P'(k)=\ln\left(1-b^{-k}\right)+k\frac{b^{-k}\ln b}{1-b^{-k}}$$

$$\ln\left(1-b^{-k}\right)+k\frac{b^{-k}\ln b}{\left(1-b^{-k}\right)}=0$$

$$\Rightarrow \left(1-b^{-k}\right)\ln\left(1-b^{-k}\right)=b^{-k}\ln b^{-k}$$

$$\Rightarrow 1-b^{-k}=b^{-k} \Rightarrow b^{-k}=\frac{1}{2} \Rightarrow e^{-\frac{kn}{m}}=\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow k=\ln 2\cdot\frac{m}{n}\approx 0.693\cdot\frac{m}{n}$$

$$P(k)=\left(1-\frac{1}{2}\right)^k=2^{-k}=2^{-\ln 2\frac{m}{n}}\approx 0.6185^{\frac{m}{n}}$$

参数m、k的确定

- m的计算公式：
  - 由 $$P(k)=\left(1-\frac{1}{2}\right)^{k}=2^{-k}=2^{-\ln 2\frac{m}{n}}\approx 0.6185^{\frac{m}{n}}$$
  - 得 $$P=2^{-\ln 2\frac{m}{n}}\Rightarrow \ln P=\left(\ln 2\cdot\frac{m}{n}\right)\ln 2\Rightarrow m=\frac{\ln P^{-1}}{(\ln 2)^{2}}\cdot n$$
- 此外，k的计算公式：$$k=\ln 2\cdot\frac{m}{n}=\frac{\ln P^{-1}}{\ln 2}$$
- 至此，任意先验给定可接受的错误率，即可确定参数空间m和Hash函数个数k。

Bloom Filter参数的讨论

- 1.442695041
- 若接收误差率为10^{-6}时，需要位的数目为29*n。

$$\begin{cases} m = \dfrac{\ln P^{-1}}{(\ln 2)^2} \cdot n \\ k = \ln 2 \cdot \dfrac{m}{n} = \dfrac{\ln P^{-1}}{\ln 2} \end{cases}$$

p	m/n	k
0.5	1.442695041	1
2^-2	2.885390082	2
2^-3	4.328085123	3
2^-4	5.770780164	4
2^-5	7.213475204	5
2^-6	8.656170245	6
2^-7	10.09886529	7
2^-8	11.54156033	8
2^-9	12.98425537	9
2^-10	14.42695041	10
2^-20	28.85390082	11
2^-30	43.28085123	12
2^-40	57.70780164	13
2^-50	72.13475204	14

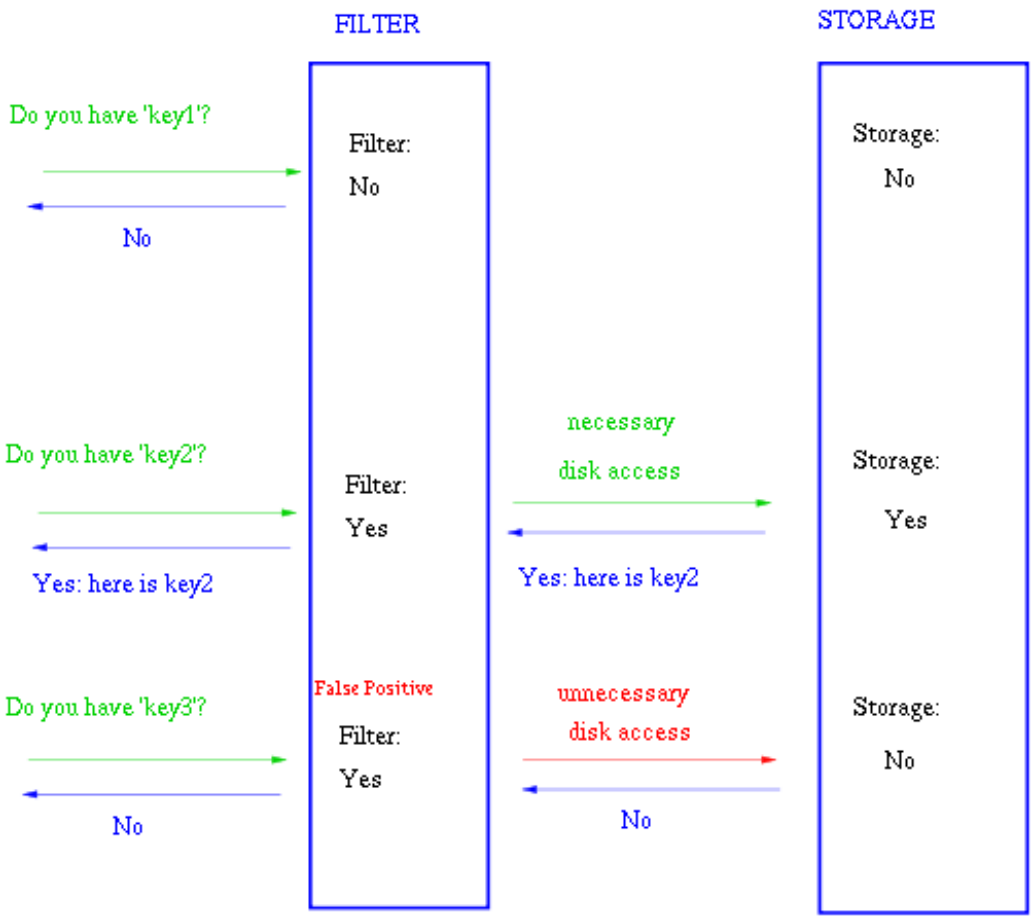
Bloom Filter的特点

- 优点：相比于其它的数据结构，Bloom Filter在空间和时间方面都有巨大的优势。Bloom Filter存储空间是线性的，插入/查询时间都是常数。另外，Hash函数相互之间没有关系，方便由硬件并行实现。Bloom Filter不存储元素本身，在某些对保密要求非常严格的场合有优势。
- 很容易想到把位向量变成整数数组，每插入一个元素相应的计数器加1，这样删除元素时将计数器减掉就可以了。然而要保证安全的删除元素并非如此简单。首先我们必须保证删除的元素的确在BloomFilter里面。这一点单凭这个过滤器是无法保证的。另外计数器下溢出也会造成问题(槽的值已经是0了，仍然执行删除操作)。

BloomFilter用例

- Google著名的分布式数据库Bigtable使用了布隆过滤器来查找不存在的行或列，以减少磁盘查找的IO次数；
- Squid网页代理缓存服务器在cachedigests中使用了BloomFilter；
- Venti文档存储系统采用BloomFilter来检测先前存储的数据；
- SPIN模型检测器使用BloomFilter在大规模验证问题时跟踪可达状态空间；
- Google Chrome浏览器使用BloomFilter加速安全浏览服务；
- 在很多Key-Value系统中也使用BloomFilter来加快查询过程，如Hbase，Accumulo，Leveldb。
  - 一般而言，Value保存在磁盘中，访问磁盘需要花费大量时间，然而使用BloomFilter可以快速判断某个Key是否存在，因此可以避免很多不必要的磁盘IO操作；另外，引入布隆过滤器会带来一定的内存消耗。

Bloom Filter + Storage结构



排序的目的

- 排序本身：得到有序的序列
- 方便查找
  - 长度为N的有序数组，查找某元素的时间复杂度是多少？
  - 长度为N的有序链表，查找某元素的时间复杂度是多少？
    - 单链表、双向链表
    - 如何解决该问题？

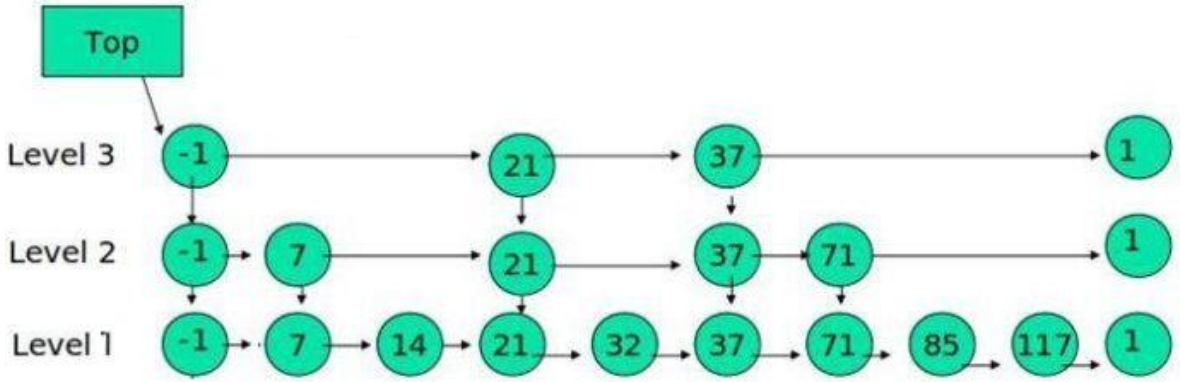
跳跃链表(Skip List)

- Treaps/RB-Tree/BTree
- 跳跃链表是一种随机化数据结构，基于并联的链表，其效率与RBTree相当。具有简单、高效、动态(Simple、Effective、Dynamic)的特点。
- 跳跃链表对有序的链表附加辅助结构，在链表中的查找可以快速的跳过部分结点(因此得名)。
  - 查找、增加、删除的期望时间都是O(logN)
    - with high probability(W.H.P. ≈1-1/(n^α))

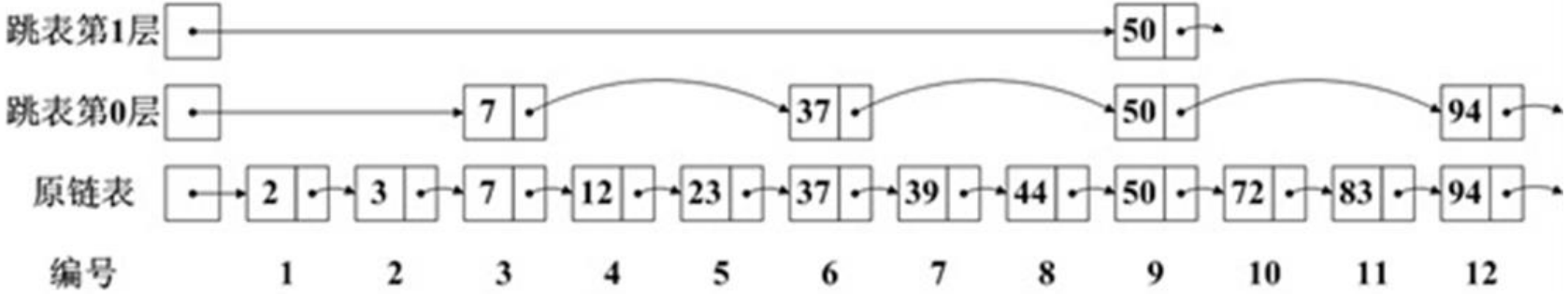
跳跃链表(Skip List)

- 跳跃列表在并行计算中非常有用，数据插入可以在跳表的不同部分并行进行，而不用全局的数据结构重新平衡。
- 跳跃列表是按层建造的。底层是一个普通的有序链表。每个更高层都充当下面列表的“快速跑道”，这里在层i中的元素按某个固定的概率p出现在层i+1中。平均起来，每个元素都在1/(1-p)个列表中出现。
  - 思考：为什么是1/(1-p)?

跳跃表示例

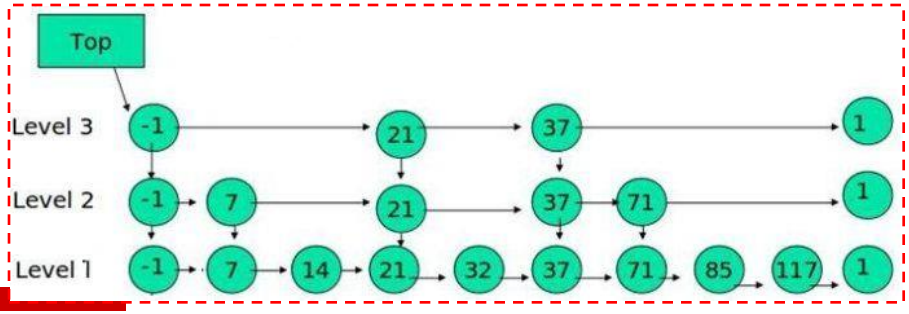


跳跃表：跳跃间隔(Skip Interval) 为 3，层次(Level)共2层



注：各个文献中对于“层”、“间隔”的定义略有差别

双层跳表时间计算

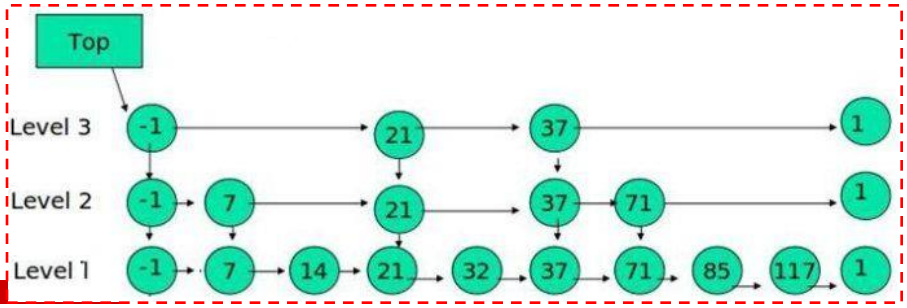


- 粗略估算查找时间：T=L1 + L2/L1(L1是稀疏层，L2是稠密层)
  - 在L2上均匀取值，构成L1；则L2/L1是L1上相邻两个元素在L2上的平均长度
  - L1：在稀疏层的最差查找次数
  - L1/L2：在稀疏层没有找到元素，跳转到稠密层需要找的次数
- 若基本链表的长度为n，即|L2|=n，|L1|为多少，T最小呢？
  - T(x)=x+n/x，对x求导，得到x=sqrt(n)
  - min(T(x))=2sqrt(n)

时间复杂度分析

- 粗略估算查找时间：T=L1 + L2/L1 + L3/L2(L1是稀疏层，L2是稠密层，L3是基本层)
  - 在L3上均匀取值，构成L2；在L2上均匀取值，构成L1；则L2/L1是L1上相邻两个元素在L2上的平均长度， L3/L2是L2上相邻两个元素在L3上的平均长度
- 若基本链表的长度为n，即|L3|=n，|L1|、|L2|为多少，T最小呢？
  - T(x,y)=x+y/x+n/y，对x,y求偏导，得到x= $\sqrt[3]{n}$
  - min(T(x,y))= $3*\sqrt[3]{n}$

跳表最优时间分析



- 建立k层的辅助链表，可以得到最小时间 $T(n) = k * \sqrt[k]{n}$
- 问题：在n已知的前提下，k取多大最好呢？
- 显然，当k=logN时，T(n)=logN * n^(-logN)
  - 问：n^(-logN)等于几？
- 一个很容易在实践中使用的结论是：
  - 当基本链表的数目为N时，建立k=logN个辅助链表，每个上层链表的长度取下层链表的一半，则能够达到O(logN)的时间复杂度。
- 理想跳表：ideal skip list

插入元素

- 随着底层链表的插入，某一段上的数据将不满足理想跳表的要求，需要做些调整。
  - 将底层链表这一段上元素的中位数在拷贝到上层链表中；
  - 重新计算上层链表，使得上层链表仍然是底层链表的1/2；
  - 如果上述操作过程中，上层链表不满足要求，继续上上层链表的操作。
- 新的数据应该在上层甚至上上层链表中吗？因为要找一半的数据放在上层链表(为什么是一半？)，因此：抛硬币！

插入元素后的跳表维护

- 考察待需要提升的某段结点。
- 若抛硬币得到的随机数p>0.5，则提升到上层，继续抛硬币，直到p>0.5；
  - 或者到了顶层仍然p>0.5，建立一个新的顶层

删除元素

- 在某层链表上找到了该元素，则删除；如果该层链表不是底层链表，跳转到下一层，继续本操作。

进一步说明的问题

- 若多次查找，并且相邻查找的元素有相关性(相差不大)，可使用记忆化查找进一步加快查找速度。
- 对关于k的函数$T(n)=k*\sqrt[k]{n}$求导，可计算得到k=lnN处函数取最小值，最小值是elnN。
  - 对于N=10000，k取lnN和logN，两个最小值分布是：25.0363和26.5754。
- 强调：编程方便，尤其方便将增删改查操作扩展成并行算法。
- 跳表用单链表可以实现吗？用双向链表呢？

进行10^6次随机操作后的统计结果

P	平均操作时间	平均列高	总结点数	每次查找跳跃次数（平均值）	每次插入跳跃次数（平均值）	每次删除跳跃次数（平均值）
2/3	0.0024690 ms	3.004	91233	39.878	41.604	41.566
1/2	0.0020180 ms	1.995	60683	27.807	29.947	29.072
1/e	0.0019870 ms	1.584	47570	27.332	28.238	28.452
1/4	0.0021720 ms	1.330	40478	28.726	29.472	29.664
1/8	0.0026880 ms	1.144	34420	35.147	35.821	36.007

进行10^6次随机操作后的统计结果

Code：Structure

```
typedef struct tagSSkipNode
{
    int value;
    tagSSkipNode* pNext;
    tagSSkipNode* pNextLayer;

    tagSSkipNode(int v) : value(v), pNext(NULL), pNextLayer(NULL) {}
}SSkipNode;
```

```
class CSkipList
{
private:
    SSkipNode* m_pHead;
    int m_nSize;

public:
    CSkipList()
    {
        m_pHead = new SSkipNode(0);
        m_nSize = 0;
    }

    SSkipNode* Find(int value) const;
    bool Insert(int value);
    bool Delete(int value);
    SSkipNode* FindIndex(int n);
    int GetSize() const {return m_nSize;}
    bool IsEmpty() const {return (m_nSize <= 0);}
    void Print() const;
private:
    void PrintLayer(const SSkipNode* pNode) const;
    bool IsSuccess() const
    {
        return rand() > RAND_MAX * 0.36787944117;
    }
};
```

Code：Find

```
SSkipNode* CSkipList::Find(int value) const
{
    if(!m_pHead)
        return NULL;
    SSkipNode* pre = m_pHead;
    SSkipNode* cur = m_pHead->pNext;
    while(true)
    {
        while(cur && (cur->value < value))  //当前值小，则遍历下一个
        {
            pre = cur;
            cur = cur->pNext;
        }
        if(cur && cur->value == value)
            return cur;
        if(!pre->pNextLayer)
            break;
        pre = pre->pNextLayer;
        cur = pre->pNext;
    }
    return NULL;
}
```

Code： Insert

```
bool CSkipList::Insert(int value)
{
    if(!m_pHead->pNext)
    {
        m_pHead->pNext = new SSkipNode(value);
        m_nSize = 1;
        return true;
    }
    SSkipNode* pre = m_pHead;
    SSkipNode* cur = m_pHead->pNext;
    stack<SSkipNode*> path;
    while(true)
    {
        while(cur && (cur->value < value))  //当前值小，则遍历下一个
        {
            pre = cur;
            cur = cur->pNext;
        }
        if(cur && cur->value == value)  //已经存在
            return false;
        path.push(pre); //记录插入点
        if(!pre->pNextLayer)
            break;
        pre = pre->pNextLayer;
        cur = pre->pNext;
    }
    //插入到pre的后面，cur的前面
    SSkipNode* now = new SSkipNode(value);
    now->pNext = cur;
    pre->pNext = now;
    //随机上升
    SSkipNode* nowInLayer;
    SSkipNode* pLayerHead;
    while(!path.empty())
    {
        if(!IsSuccess())
            break;
        path.pop();
        //得到层的插入位置
        if(path.empty())
            pre = m_pHead;
        else
            pre = path.top();

        //生成结点
        nowInLayer = new SSkipNode(value);
        nowInLayer->pNextLayer = now;
        if(path.empty())    //说明顶层后仍然成功，则新建层
        {
            pLayerHead = new SSkipNode(0);  //生成层的新头指针
            pLayerHead->pNext = m_pHead->pNext;
            pLayerHead->pNextLayer = m_pHead->pNextLayer;
            m_pHead->pNextLayer = pLayerHead;   //退化到下一层
            m_pHead->pNext = nowInLayer;
        }
        else
        {
            nowInLayer->pNext = pre->pNext;
            pre->pNext = nowInLayer;
        }

        //为下次上升做准备
        now = nowInLayer;
    }
    m_nSize++;
    return true;
}
```

Insert part1

```
bool CSkipList::Insert(int value)
{
    if(!m_pHead->pNext)
    {
        m_pHead->pNext = new SSkipNode(value);
        m_nSize = 1;
        return true;
    }
    SSkipNode* pre = m_pHead;
    SSkipNode* cur = m_pHead->pNext;
    stack<SSkipNode*> path;
    while(true)
    {
        while(cur && (cur->value < value))  //当前值小，则遍历下一个
        {
            pre = cur;
            cur = cur->pNext;
        }
        if(cur && cur->value == value)  //已经存在
            return false;
        path.push(pre); //记录插入点
        if(!pre->pNextLayer)
            break;
        pre = pre->pNextLayer;
        cur = pre->pNext;
    }
    //插入到pre的后面，cur的前面
    SSkipNode* now = new SSkipNode(value);
    now->pNext = cur;
    pre->pNext = now;
```

Insert part2

```
    //随机上升
    SSkipNode* nowInLayer;
    SSkipNode* pLayerHead;
    while(!path.empty())
    {
        if(!IsSuccess())
            break;
        path.pop();
        //得到层的插入位置
        if(path.empty())
            pre = m_pHead;
        else
            pre = path.top();

        //生成结点
        nowInLayer = new SSkipNode(value);
        nowInLayer->pNextLayer = now;
        if(path.empty())    //说明顶层后仍然成功，则新建层
        {
            pLayerHead = new SSkipNode(0);  //生成层的新头指针
            pLayerHead->pNext = m_pHead->pNext;
            pLayerHead->pNextLayer = m_pHead->pNextLayer;
            m_pHead->pNextLayer = pLayerHead;   //退化到下一层
            m_pHead->pNext = nowInLayer;
        }
        else
        {
            nowInLayer->pNext = pre->pNext;
            pre->pNext = nowInLayer;
        }

        //为下次上升做准备
        now = nowInLayer;
    }
    m_nSize++;
    return true;
}
```

Code：Delete

```
bool CSkipList::Delete(int value)
{
    if(!m_pHead)
        return false;
    SSkipNode* pre = m_pHead;
    SSkipNode* cur = m_pHead->pNext;
    SSkipNode* pHeadPre = NULL;
    SSkipNode* pHead = m_pHead;
    bool bDelete = false;
    while(true)
    {
        while(cur && (cur->value < value))  //当前值小，则遍历下一个
        {
            pre = cur;
            cur = cur->pNext;
        }
        if(cur && cur->value == value)
        {
            bDelete = true;
            pre->pNext = cur->pNext;
            delete cur;
            if(!pHead->pNext)   //该层没有元素，则删除该层
            {
                if(pHead == m_pHead)    //顶层
                {
                    SSkipNode* pNL = m_pHead->pNextLayer;
                    m_pHead->pNextLayer = pNL ? pNL->pNextLayer : NULL;
                    m_pHead->pNext = pNL ? pNL->pNext : NULL;
                    delete pNL;
                }
                else
                {
                    pHeadPre->pNextLayer = pHead->pNextLayer;
                    delete pHead;
                    pHead = pHeadPre;
                }
                pre = pHead;
                cur = pre->pNext;
                continue;   //删除该层后，pre/cur已经向下移动了一层
            }
        }
        if(!pre->pNextLayer)
            break;
        pre = pre->pNextLayer;
        cur = pre->pNext;

        pHeadPre = pHead;
        pHead = pHead->pNextLayer;
    }
    m_nSize--;
    return bDelete;
}
```

Delete part

```
if(!m_pHead)
    return false;
SSkipNode* pre = m_pHead;
SSkipNode* cur = m_pHead->pNext;
SSkipNode* pHeadPre = NULL;
SSkipNode* pHead = m_pHead;
bool bDelete = false;
```

```
m_nSize--;
return bDelete;
```

```
while(true)
{
    while(cur && (cur->value < value))  //当前值小，则遍历下一个
    {
        pre = cur;
        cur = cur->pNext;
    }
    if(cur && cur->value == value)
    {
        bDelete = true;
        pre->pNext = cur->pNext;
        delete cur;
        if(!pHead->pNext)   //该层没有元素，则删除该层
        {
            if(pHead == m_pHead)    //顶层
            {
                SSkipNode* pNL = m_pHead->pNextLayer;
                m_pHead->pNextLayer = pNL ? pNL->pNextLayer : NULL;
                m_pHead->pNext = pNL ? pNL->pNext : NULL;
                delete pNL;
            }
            else
            {
                pHeadPre->pNextLayer = pHead->pNextLayer;
                delete pHead;
                pHead = pHeadPre;
            }
            pre = pHead;
            cur = pre->pNext;
            continue;   //删除该层后，pre/cur已经向下移动了一层
        }
    }
    if(!pre->pNextLayer)
        break;
    pre = pre->pNextLayer;
    cur = pre->pNext;

    pHeadPre = pHead;
    pHead = pHead->pNextLayer;
}
```

Code：Test

```
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    CSkipList sl;
    int i;
    for(i = 0; i < 100; i++)     //随机插入数据
        sl.Insert(rand() % 100);
    sl.Print();
    while(!sl.IsEmpty())     //随机删除数据
    {
        SSkipNode* p = sl.FindIndex(rand()%sl.GetSize());
        if(p)
        {
            int num = p->value;
            if(sl.Delete(num))
                cout << "Delete " << num << endl;
            else
                cout << "No Delete " << num << endl;
            sl.Print();
            cout<< "================\n";
        }
    }
    return 0;
}
```

Test

→ 3↓ 44↓ 69↓ 82↓

→ 3↓ 5↓ 44↓ 69↓ 82↓

→ 3↓ 5↓ 44↓ 47↓ 58↓ 69↓ 82↓

→ 0↓ 3↓ 5↓ 11↓ 44↓ 47↓ 58↓ 69↓ 82↓ 91↓

→ 0 3 5 11 24 27 41 44 47 53 58 61 67 69 82 91 95

==========

→ 3↓ 44↓ 69↓ 82↓

→ 3↓ 5↓ 44↓ 69↓ 82↓

→ 3↓ 5↓ 44↓ 47↓ 69↓ 82↓

→ 0↓ 3↓ 5↓ 11↓ 44↓ 47↓ 69↓ 82↓ 91↓

→ 0 3 5 11 24 27 41 44 47 53 61 67 69 82 91 95

MD5

- MD5(Message Digest Algorithm)，消息摘要算法，为计算机安全领域广泛使用的一种散列函数，用以提供消息的完整性保护。
  - 文件号RFC 1321(R.Rivest,MIT Laboratory for Computer Science and RSA Data Security Inc. April 1992)
- 对于任意长度的信息，经过MD5算法，得到长度为128bit的摘要。

MD5的框架理解

- 对于长度为512bit的信息，可以通过处理，得到长度为128bit的摘要。
- 初始化摘要：
  0x0123456789ABCDEFFEDCBA9876543210
  - A=0x01234567　　B=0x89ABCDEF
  - C=0xFEDCBA98　　D=0x76543210
- 现在的工作，是要用长度为512位的信息，变换初始摘要。

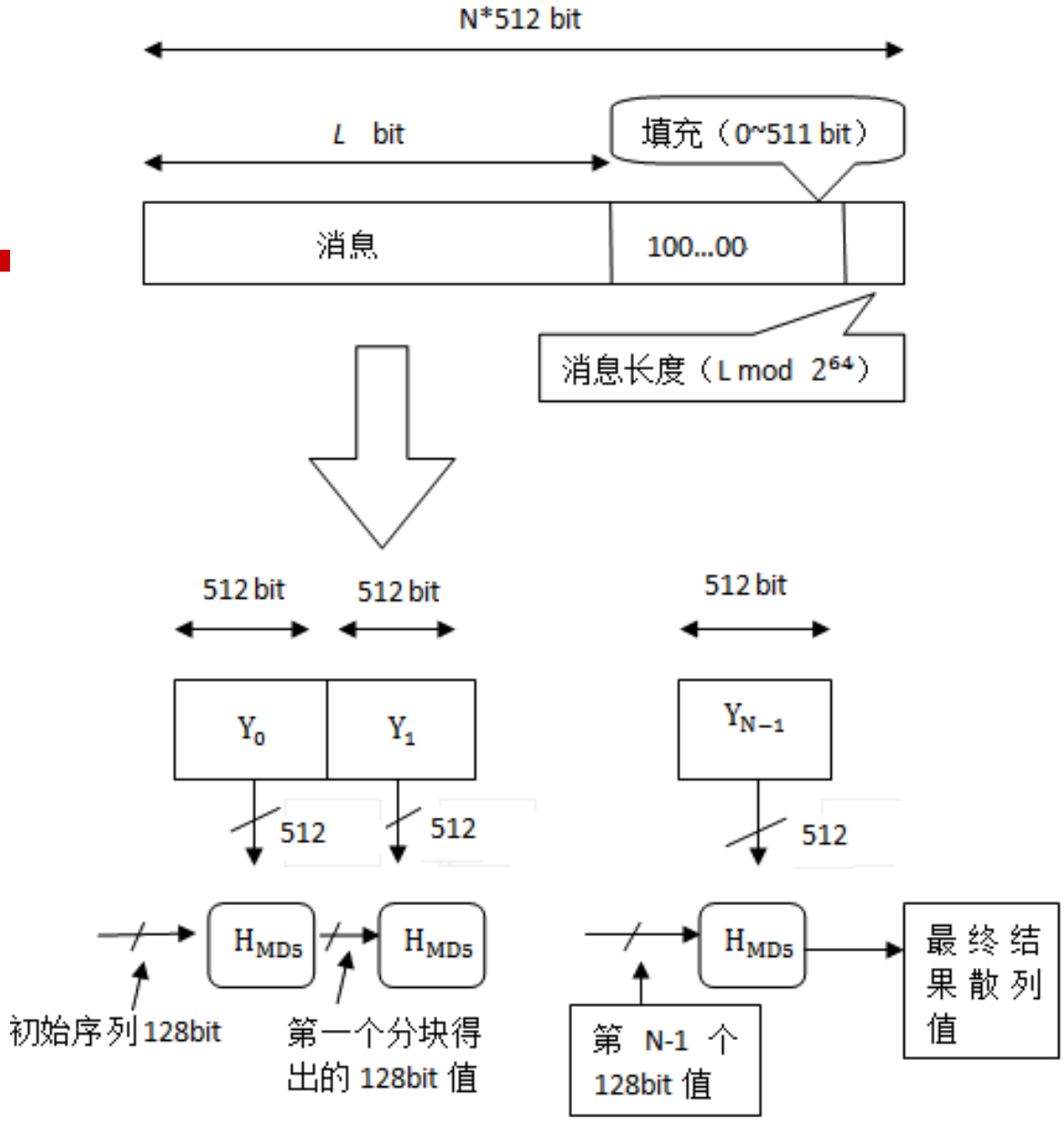
MD5的总体理解

- 定义变量a,b,c,d,分别记录A,B,C,D;
- 将512bit的信息按照32bit一组，分成16组；分别记为M_j (0≤j≤15)；
- 取某正数s、t_k，定义函数：
  $FF(a,b,c,d,M_j,s,t_k)=(a+F(b,c,d)+M_j+t_k)<<s$
- 利用M_j分别进行信息提取，将结果保存到a
  - 其中，F(X,Y,Z) =(X & Y) | (~X & Z)

MD5的总体理解

- 经过以上16次变换，a,b,c,d带有了M_j的信息
- 事实上经过四轮这样的变换(4轮*16次=64次)
- 经过64次变换后，将a,b,c,d累加给A,B,C,D
- 此时，完成了512bit信息的提取；进行下一个512bit信息的相同操作

MD5框架


N*512 bit
L bit
填充（0~511 bit）
消息
100...00
消息长度（L mod 2^64）
512 bit
512 bit
512 bit
Y0
Y1
YN−1
512
512
512
HMD5
HMD5
HMD5
初始序列128bit
第一个分块得出的128bit值
第 N-1 个128bit值
最终结果散列值

MD5细致算法

- 在算法中，首先需要对信息进行填充，使其长度对512求余的结果等于448。
- 填充的方法如下，在信息的后面填充一个1和若干个0，直到满足上面的条件。然后，在这个结果后面附加一个以64位二进制表示的原始信息长度Length。
- 经过这两步的处理，数据总长度为N*512+448+64=(N+1)*512，即长度恰好是512的整数倍。

MD5的细致算法

- 定义四个非线性函数：
  - F(X, Y, Z)=(X&Y)|((~X)&Z)　　H(X, Y, Z)=X^Y^Z
  - G(X, Y, Z)=(X&Z)|(Y&(~Z))　　I(X, Y, Z)=Y^(X|(~Z))
- M_j表示数据的第j个子分组(0≤j≤15，循环表示)，常数t_k是2^{32}*abs(sin(k))的整数部分，1≤k≤64，单位是弧度。
- FF(a,b,c,d,M_j,s,t_k)=(a+F(b,c,d)+M_j+t_k)<<s
- GG(a,b,c,d,M_j,s,t_k)=(b+G(b,c,d)+M_j+t_k)<<s
- HH(a,b,c,d,M_j,s,t_k)=(b+H(b,c,d)+M_j+t_k)<<s
- II(a,b,c,d,M_j,s,t_k)=(b+I(b,c,d)+M_j+t_k)<<s

64次操作

第一轮
FF(a, b, c, d, M0, 7, 0xd76aa478)
FF(d, a, b, c, M1, 12, 0xe8c7b756)
FF(c, d, a, b, M2, 17, 0x242070db)
FF(b, c, d, a, M3, 22, 0xc1bdceee)
FF(a, b, c, d, M4, 7, 0xf57c0faf)
FF(d, a, b, c, M5, 12, 0x4787c62a)
FF(c, d, a, b, M6, 17, 0xa8304613)
FF(b, c, d, a, M7, 22, 0xfd469501)
FF(a, b, c, d, M8, 7, 0x698098d8)
FF(d, a, b, c, M9, 12, 0x8b44f7af)
FF(c, d, a, b, M10, 17, 0xffff5bb1)
FF(b, c, d, a, M11, 22, 0x895cd7be)
FF(a, b, c, d, M12, 7, 0x6b901122)
FF(d, a, b, c, M13, 12, 0xfd987193)
FF(c, d, a, b, M14, 17, 0xa679438e)
FF(b, c, d, a, M15, 22, 0x49b40821)

第二轮
GG(a, b, c, d, M1, 5, 0xf61e2562)
GG(d, a, b, c, M6, 9, 0xc040b340)
GG(c, d, a, b, M11, 14, 0x265e5a51)
GG(b, c, d, a, M0, 20, 0xe9b6c7aa)
GG(a, b, c, d, M5, 5, 0xd62f105d)
GG(d, a, b, c, M10, 9, 0x02441453)
GG(c, d, a, b, M15, 14, 0xd8a1e681)
GG(b, c, d, a, M4, 20, 0xe7d3fbc8)
GG(a, b, c, d, M9, 5, 0x21e1cde6)
GG(d, a, b, c, M14, 9, 0xc33707d6)
GG(c, d, a, b, M3, 14, 0xf4d50d87)
GG(b, c, d, a, M8, 20, 0x455a14ed)
GG(a, b, c, d, M13, 5, 0xa9e3e905)
GG(d, a, b, c, M2, 9, 0xfcefa3f8)
GG(c, d, a, b, M7, 14, 0x676f02d9)
GG(b, c, d, a, M12, 20, 0x8d2a4c8a)

第三轮
HH(a, b, c, d, M5, 4, 0xfffa3942)
HH(d, a, b, c, M8, 11, 0x8771f681)
HH(c, d, a, b, M11, 16, 0x6d9d6122)
HH(b, c, d, a, M14, 23, 0xfde5380c)
HH(a, b, c, d, M1, 4, 0xa4beea44)
HH(d, a, b, c, M4, 11, 0x4bdecfa9)
HH(c, d, a, b, M7, 16, 0xf6bb4b60)
HH(b, c, d, a, M10, 23, 0xbebfbc70)
HH(a, b, c, d, M13, 4, 0x289b7ec6)
HH(d, a, b, c, M0, 11, 0xeaa127fa)
HH(c, d, a, b, M3, 16, 0xd4ef3085)
HH(b, c, d, a, M6, 23, 0x04881d05)
HH(a, b, c, d, M9, 4, 0xd9d4d039)
HH(d, a, b, c, M12, 11, 0xe6db99e5)
HH(c, d, a, b, M15, 16, 0x1fa27cf8)
HH(b, c, d, a, M2, 23, 0xc4ac5665)

第四轮
II(a, b, c, d, M0, 6, 0xf4292244)
II(d, a, b, c, M7, 10, 0x432aff97)
II(c, d, a, b, M14, 15, 0xab9423a7)
II(b, c, d, a, M5, 21, 0xfc93a039)
II(a, b, c, d, M12, 6, 0x655b59c3)
II(d, a, b, c, M3, 10, 0x8f0ccc92)
II(c, d, a, b, M10, 15, 0xffeff47d)
II(b, c, d, a, M1, 21, 0x85845dd1)
II(a, b, c, d, M8, 6, 0x6fa87e4f)
II(d, a, b, c, M15, 10, 0xfe2ce6e0)
II(c, d, a, b, M6, 15, 0xa3014314)
II(b, c, d, a, M13, 21, 0x4e0811a1)
II(a, b, c, d, M4, 6, 0xf7537e82)
II(d, a, b, c, M11, 10, 0xbd3af235)
II(c, d, a, b, M2, 15, 0x2ad7d2bb)
II(b, c, d, a, M9, 21, 0xeb86d391)

思考

新浪微博长URL的压缩（存储、查找相关）

取消关注 | 14 ...

【题目】

新浪微博发布内容要求字符不超过140，但是用户如果在发布内容中有很长的url时，会认为是很多字符。所以新浪上发布内容包含一个URL时，时把他压缩成一个TinyURL(缩小)。比如：

(因为无法发站外链接，所以去掉了链接中的http://头)

输入：zhidao.baidu.com/search?ct=17&pn=0&tn=ikaslist&rn=10&word=helloworld&ie=utf-8&fr=wwwt

实际显示：//asdfa.cn/ak78ss

前面asdfa.cn是对应域名zhidao.baidu.com，后面长长的字符串被压缩成ak78ss。

【问题】

现在让你来设计TinyURL的实现，以下问题要怎么设计：

(1)：域名后面的编码如何实现?

(2)：对于已经映射过的一个URL，怎么查找已存在的TinyUrl?

(3)：有10亿个url，一个服务上存不下，需要多台服务器，怎么设计实现

(4)：让你来设计这样一个服务，最大的问题是什么?

【探讨】

暂时的思路(根据网友的回答汇总)，欢迎探讨：

(1)：两种思路，一种是把真实网址存数据库，然后取自增id，做个哈希或者进制转换之类的，生成短网址，用的时候查一下就行了；另一种是直接真实网址哈希然后截取特定位数，6位的话 `（26+26+10）^6` 种组合，应该够用了，实在不行再做一次碰撞检测

(2)：直接key-value存储查询

(3)：二次哈希， 根据ak78ss这样的值映射到不同机器上，hash或者字母序层次下去

(4)：查询速度？响应时间？还有过期的url在浪费存储空间？

海量数据系统设计小结

- 相信理论，重视实践
  - O(NlogN)优于$O(N^2)$
  - $O(N^{2.81})$ VS $O(N^3)$
  - 内存命中、并行开销
- 融会贯通，适度改造
  - POI结构/R树变体

思考：这段代码什么作用？

```
int HammingWeight(unsigned int n)
{
    n = (n & 0x55555555) + ((n & 0xaaaaaaaa)>>1);
    n = (n & 0x33333333) + ((n & 0xcccccccc)>>2);
    n = (n & 0x0f0f0f0f) + ((n & 0xf0f0f0f0)>>4);
    n = (n & 0x00ff00ff) + ((n & 0xff00ff00)>>8);
    n = (n & 0x0000ffff) + ((n & 0xffff0000)>>16);
    return n;
}
```

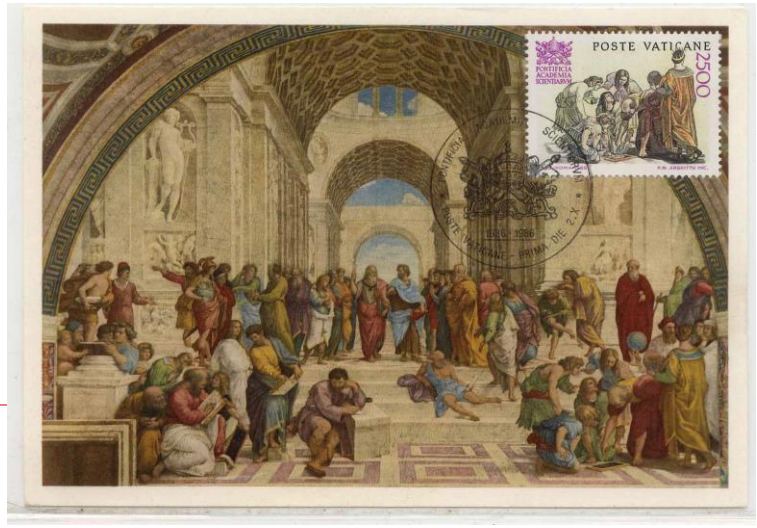
思考：这段代码在做什么？

```
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    const int N = 100;
    int M = 32;
    unsigned a[N];
    a[0] = 0;
    for(int i = 0; i < N; i++)
    {
        a[i] = ((a[i>>1]) >> 1) | ((i&1) << (M-1));
        Print(i, a[i]);
    }
    return 0;
}
```

0	000000000
1	100000000
2	010000000
3	110000000
4	001000000
5	101000000
6	011000000
7	111000000
8	000100000
9	100100000
10	010100000
11	110100000
12	001100000
13	101100000
14	011100000
15	111100000
16	000010000
17	100010000
18	010010000
19	110010000
20	001010000
21	101010000
22	011010000
23	111010000
24	000110000
25	100110000
26	010110000

算法

- 所学并非无用，而是知识体系尚未达到能够用它的程度。
- 思想恒久远，算法永流传
  - 据传，三国时期诸葛亮实施空城计。
  - 傅作义偷袭西柏坡，毛主席重演空城计。
- 三千年前欧几里德发明辗转相除法，迄今仍被广大程序员所使用。



结束语

- 知识的掌握是1,2,4,8,16.....的速度；
  - 每天递增0.01：$1.01^{365}=?$
  - 设置适合自己的“学习率”。
- 掌握算法的根本途径是多练习代码。
  - 书读百遍，其义自见。
- 算法远远没有到此为止.....
  - 下列属于算法范畴吗？
  - 网站开发/OA工作流
  - 操作系统资源调度/编译原理词法、语法、语义分析/数据库设计/计算机网络协议包解析
  - 机器学习/数据挖掘/计算机视觉
  - .....

```
double Pow(double x, int n)
{
    if(n == 0)
        return 1;
    if(n == 1)
        return x;
    if(n == 2)
        return x*x;
    double p = Pow(x, n/2);
    p *= p;
    return (n % 2 == 0) ? p : p*x;
}

double Power(double x, int n)
{
    if(n < 0)
        return 1/Pow(x, -n);
    return Pow(x, n);
}
int _tmain(int argc, _TCHAR* argv[])
{
    cout << Power(1.01, 365) << endl;
    return 0;
}
```

我们在这里

- http://wenda.ChinaHadoop.cn
  - 视频/课程/社区
- 微博
  - @ChinaHadoop
  - @邹博_机器学习
- 微信公众号
  - 小象
  - 大数据分析挖掘

感谢大家！

恳请大家批评指正！