



Approche et Modélisation Projet

06 mai 2022

Participants

Victor Maintenant

Sommaire

Participants.....	1
Sommaire	1
Rapport.....	2
Présentation programmation linéaire et VRP	2
Programmation linéaire	2
Vehicle Routing Problem	2
Mise en place dans notre projet	3
Modèles sélectionnés.....	3
State of the art	4
Contraintes principales.....	5
Modèle mathématique	5
Modélisation.....	5
Implémentation.....	8

Rapport

Présentation programmation linéaire et VRP

Programmation linéaire

Les problèmes de programmation linéaire (PL) sont des problèmes d'optimisation où la fonction objective et les contraintes sont toutes linéaires. C'est un domaine central de l'optimisation, car les problèmes de PL sont les problèmes d'optimisation les plus faciles, toutes les contraintes y étant linéaires. Beaucoup de problèmes réels de recherche opérationnelle peuvent être exprimés comme un problème de PL. Pour cette raison un grand nombre d'algorithmes pour la résolution d'autres problèmes d'optimisation sont fondés sur la résolution de problèmes linéaires.

Le terme programmation linéaire suppose que les solutions à trouver doivent être représentées en variables réelles. Pour notre cas, il est nécessaire d'utiliser des variables discrètes dans la modélisation du problème, on parle alors de programmation linéaire en nombres entiers (PLNE). Il est important de savoir que ces derniers sont nettement plus difficiles à résoudre que les PL à variables continues.

Vehicle Routing Problem

Le VRP est une classe de problèmes de recherche opérationnelle et d'optimisation combinatoire. Il s'agit de déterminer les tournées d'une flotte de véhicules afin de livrer une liste de clients, ou de visites (visites médicales, commerciales, etc.). Le but est de minimiser le coût de livraison des biens, d'optimiser le temps et de définir des plannings. Il est issu d'une version étendue du problème du voyageur de commerce (TSP, Travel Salesman Problem).

Il existe plusieurs formes de VRP :

- VRP, Vehicle Routing Problem
- CVRP, Capacited Vehicle Routing Problem
- VRPTW, Vehicle Routing Problem with Time Windows
- PVRP, Period Vehicle Routing Problem
- IRP, Inventory Routing Problem
- M-VRPTW, M-Vehicle Routing Problem with Time Windows
- SDVRP, Split Delivery Vehicle Routing Problem

Toutes ces formes possèdent des différences et ne sont donc pas utilisable dans toutes les situations.

Modèles	Différence avec VRP
CVRP	Ajout d'une capacité associé à un véhicule
VRPTW	Servir dans une fenêtre de temps d'action définie Assure la cohérence temporelle des tournées
PVRP	Ajout d'une fréquence de visite d'un client
IRP	Intègre des problématiques de gestion de stock
M-VRPTW	Intègre une limite de dans le nombre de véhicules
SDVRP	Satisfaire avec plusieurs tournées pour un même client

Ces différences sont définies en ajoutant des contraintes et variable supplémentaire à la fonction de base, qu'est celle de VRP. Par la suite, après avoir bien défini le problème et le cadre de l'utilisation de la fonction certaine contraintes viennent se rajouter sur les contraintes du modèle choisi, comme des contraintes de préemption, de précédence, de synchronisation, etc.

Mise en place dans notre projet

L'étude de notre problème sous la forme d'un VRP peut être une piste à suivre. En effet, nous devons définir des plannings de prise en charge des patients par les brancardiers et certaines pourraient être une première approche pour notre problème.

Modèles sélectionnés

Modèles	Utilisable	Commentaire
VRP	Oui	Le modèle de base avec des contraintes supplémentaire pourrait être exploitable, mais il faudrait voir si ce n'est pas trop général et pas assez précis.
CVRP	Oui	Ce modèle serait une bonne piste si on définit le temps de travail comme capacité d'un « véhicule ».
VRPTW	Non	Le modèle s'occupe des temps de disponibilité des patients ce qui ne nous intéresse pas car la demande de brancardage ne se fait pas sur la demande du patient.
PVRP	Non	Le PVRP est un modèle de multi-tournées qui fait en sorte qu'un patient soit servi plusieurs fois ce qui n'est pas ce que nous cherchons à faire.
IRP	Non	L'IRP est aussi un multi-tournées, mais qui intègre des stocks, qui sont deux notions qui ne nous intéresse pas étant donné

		que nous ne gérons pas les brancards qui sont fournis par les services.
M-VRPTW	Non	Ce modèle fonctionne pour une flotte limitée ce qui n'est pas notre cas.
SDVRP	Non	Ce modèle permet qu'une demande soit traitée par plusieurs tournées ce qui ne nous intéresse pas dans notre cas.

L'évaluation des modèles sera peut-être amenée à être revue car certaines contraintes viendront plus tard dans l'avancement du projet.

State of the art

Aujourd'hui, le mot "hôpital" couvre toutes les institutions hospitalières, il est parfois limité au secteur public. Le rôle de l'hôpital est d'améliorer la santé de la population. Bien que la santé semble inestimable d'un point de vue social les hôpitaux doivent dépenser beaucoup d'argent et de ressources pour cette raison.

La mission principale du système de transport de patients est de transporter les patients entre les services d'un même hôpital. Il s'agit d'un transfert logistique entre les unités d'un même établissement. Cette activité fait partie du processus global de prise en charge du patient ; sa performance a un impact direct sur la qualité et la sécurité de l'hébergement.

Le système de transport interne du patient est la succession de plusieurs étapes comme la prise en charge du patient à l'unité fonctionnelle d'origine, son déplacement et la transmission du patient à l'unité fonctionnelle de destination.

Le système de transport de patients est situé à l'interface entre les services et est souvent exclu du périmètre défini dans les études de services. Parmi ces quelques travaux qui se sont intéressés au système de transport des patients, il y a ceux qui ont essayé de modéliser mathématiquement le système de transport interne comme un problème d'optimisation. Gascon et Michelon¹ ont étudié le problème de l'affectation des tâches au brancard. Dans cet article, deux systèmes de livraison de l'hôpital sont comparés. Selon les objectifs des responsables de l'hôpital, l'efficacité d'un système spécifique est mesurée par les critères suivants : le nombre de transporteurs et de brancards requis par le système, la charge de travail et l'espace utilisé dans l'entrepôt. A modèle mathématique est développé et résolu par une méthode heuristique pour évaluer le nombre de brancards par le système. Le problème est d'identifier les horaires de travail des transporteurs. Chaque tâche a les caractéristiques suivantes : fenêtre temporelle, durée, lieu de prise en charge et lieu de sortie. L'objectif est de minimiser le temps d'attente des

¹ V. Gascon and P. Michelon, "Scheduling the Carriers of a Hospital Delivery Service," Socio-Economic Planning Sciences, vol. 31, 1997

patients et donc des trajets des brancardiers. Ce problème peut être modélisé comme un problème de routage où les brancardiers sont les véhicules pour transporter les patients.

Contraintes principales

Pour notre projet nous allons avoir plusieurs contraintes primordiales pour déterminer le planning des brancardiers. Dans un premier temps il faudra donner des capacités, en temps de travail, à toutes les missions et faire en sorte que le cumul des temps de missions ainsi que des trajets ne dépasse pas le temps de travail journalier d'un brancardier.

Il existe plusieurs types de missions, celles devant être réalisées par 1 ou 2 brancardiers. Il va donc falloir être sûr qu'elles soient données au bon nombre de personnes. Pour les missions ayant besoin de 2 brancardiers, il va falloir aussi s'assurer que les missions soient bien synchronisées entre les deux brancardiers.

Notre assignation de mission va devoir suivre le flux du temps. En effet, chaque mission à une heure de prise en charge du patient. Il va donc falloir être sûr qu'une mission ne pourra pas être donnée à un brancardier qui est déjà en mission ou qui n'est pas réellement le plus proche.

Modèle mathématique

Modélisation

Dans cette section, nous présentons le modèle établi pour déterminer la planification des brancardiers dans le transport de patients.

A. Description du problème de système de transport des patients

- On connaît la durée de chaque mission consistant à transporter un patient entre deux services hospitaliers.
- Les durées des déplacements à vide pour aller chercher un patient est également connues car ce sont les mêmes transports entre deux services de l'hôpital.
- La planification est faite pour les brancardiers.
- Chaque mission est associée à un seul patient.
- Chaque mission à une heure de départ et une durée (transport + prise en charge).
- Il existe plusieurs types de missions qui doivent être exécutée par un ou deux brancardiers.
- Les brancardiers on une durée de travail journalière maximale à ne pas dépasser.
- Les brancardiers ont des horaires de travail (matin et après-midi) seulement sur lesquels ils sont disponibles.
- Il n'y a pas de contraintes de précédences² entre les missions.
- Pour les missions nécessitant 2 brancardiers une contrainte de synchronisation³ totale est obligatoire.

² Impose que l'exécution de la mission j commence à la fin de la mission i et soit fait par le même brancardier.

³ Impose que les deux brancardiers réalisent la totalité de la mission simultanément.

Notre but est d'assigner les brancardiers les plus proches de chaque mission. Nous essayons de trouver une allocation optimale. Nous avons choisi de minimiser les temps de trajets à vide entre les missions. Nous prenons également en compte d'autres contraintes supplémentaires telles que les heures de début de mission et de travail des brancardiers, ainsi que le type de missions.

B. Modèle mathématique du système

On va essayer, avec un modèle linéaire, de répondre à un vehicule routing problem statique en portant notre attention sur la minimisation du temps d'attentes du patient pour une mission. On définit les variables suivantes pour créer notre modèle et les contraintes associés.

Données	
Ω	Liste des missions demandant 2 brancardiers.
Δ	Liste des missions demandant 1 brancardier.
N	Liste de toutes les missions de brancardage, $\{\Omega\} + \Omega + \Delta$.
B	Liste des brancardiers.
Q	Durée de travail maximale journalière des brancardiers.
D_i	Durée de la mission i.
T_{ij}	Temps de trajet entre les missions i et j.
T_{mat1}^k	Heure de début de travail le matin pour un brancardier k.
T_{mat2}^k	Heure de fin de travail le matin pour un brancardier k.
T_{apm1}^k	Heure de début de travail le matin pour un brancardier k.
T_{apm2}^k	Heure de fin de travail le matin pour un brancardier k.
$Trdv_i$	Heure d'arrivée dans le service du rendez-vous par le brancardier k.
M	Un grand nombre.
$T_{dep_i}^k$	Heure de début de la mission, récupération du patient.
Variables	
x_{ij}^k	1 si la mission j est assignée au brancardier k après i, sinon 0.

Modèle :

- (1)
$$\min \left(\sum_{i \in N} \sum_{j \in N} \sum_{k \in B}^{i \neq 0, j \neq 0} T_{ij} * x_{ij}^k \right)$$
- (2)
$$\sum_{i \in N} \sum_{k \in B} x_{ij}^k = 2 \quad \forall j \in \Omega$$
- (3)
$$\sum_{i \in N} \sum_{k \in B} x_{ij}^k = 1 \quad \forall j \in \Delta$$
- (4)
$$\sum_{j=1}^N x_{0j}^k = 1 \quad \forall k \in B$$
- (5)
$$Tdep_j^k \geq (Trdv_i + T_{ij}) + M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall i, j \in N^2, \forall k \in B$$
- (6)
$$Tmat1^k \leq Trdv_i^k + M(x_{ij}^k - 1) \quad \forall i, j \in N^2, i \neq 0, j \neq 0, \forall k \in B$$
- (7)
$$Tmat2^k \geq Trdv_i^k + M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall i, j \in N^2, i \neq 0, j \neq 0, \forall k \in B$$
- (8)
$$Tapm1^k \leq Trdv_i^k + M(x_{ij}^k - 1) \quad \forall i, j \in N^2, i \neq 0, j \neq 0, \forall k \in B$$
- (9)
$$Tapm2^k \geq Trdv_i^k + M(1 - x_{ij}^k) \quad \forall i, j \in N^2, i \neq 0, j \neq 0, \forall k \in B$$
- (10)
$$\sum_{i \in N} \sum_{j \in N}^{j \neq 0} (Tdep_j^k - Trdv_i + D_j) * x_{ij}^k \leq Q \quad \forall k \in B$$
- (11)
$$x_{ij}^k \in [0; 1]$$
- (12)
$$Tdep_i^k \in [R^*]$$
- (13)
$$\Omega \in [R^*]$$
- (14)
$$\Delta \in [R^*]$$
- (15)
$$N \in [R^+]$$
- (16)
$$D_i \in [R^*]$$
- (17)
$$Tmat1^k < Tmat2^k < Tapm1^k < Tapm2^k$$

La fonction objective (1) minimise la somme des temps de trajets entre des services du ou des brancardiers et le patient.

Il existe plusieurs types de trajets pour une mission, soit avec un ou deux brancardiers. La contrainte (2) permet d'être sûr que 2 arcs, soit 2 brancardiers, se rendent vers la mission j appartenant aux missions nécessitant 2 brancardiers. La contrainte (3), quant à elle, permet de s'assurer qu'un seul brancardier se rende aux missions n'ayant besoin que d'un seul brancardier.

Pour pouvoir faciliter l'affectation et la gestion de missions, on définit une mission initiale 0 vide que l'on affecte à tous les brancardiers avec la contrainte (4).

La contrainte (5) va permettre de définir une continuité dans le temps en faisant en sorte qu'un brancardier ne puisse pas être affecté à une mission j qui commencerait avant la fin de la mission i et du trajet entre les deux missions.

Les contraintes (6), (7), (8) et (9) vont permettre de d'affecter des missions seulement sur les temps de travail des brancardiers.

On doit aussi assurer que la somme des temps de trajet et de mission ne doit pas dépasser le temps de travail total journalier des brancardiers, et c'est la contrainte (10) qui le permet.

Les contraintes de (11) à (17) sont là pour délimiter les données dans leurs ensembles et assure la continuité du modèle.

Pour le moment nous nous sommes consacrés à la mise en place d'une résolution linéaire pour une approche statique qui permettra de déterminer les meilleurs brancardiers pour des missions prédéfinies (définition des missions pour le lendemain par exemple). Il faudra donc voir si ce modèle fonctionne de manière dynamique sur une journée type et venir le modifier si nécessaire pour le rendre dynamique et qu'il soit optimal tout au long d'une journée.

Implémentation

Pour le moment, nous nous penchons sur la bibliothèque python docplex qui fonctionne sur la base de l'application de résolution de programme linéaire Cplex ILOG de IBM. Cette bibliothèque intègre plusieurs fonctions, avec une documentation permettant de définir le modèle linéaire ainsi que les contraintes et de les ajouter au modèle.

Le modèle que nous avons défini pour le moment n'est pas assez performant et l'assignation des missions aux brancardiers n'est pas optimal car plusieurs contraintes n'arrivent pas à être prises en compte par le modèle (ordonnancement en fonction des heures, capacité max de travail). Le résultat pour le moment n'est donc pas bon il faudra donc reprendre les contraintes qui ne fonctionnent pas et venir les modifier.