Modèle Mathématique

Paramètres		
N	Nombre de missions	
<i>N</i> 1	Nombre de missions nécessitant 1 brancardier	
<i>N</i> 2	Nombre de missions nécessitant 2 brancardiers	
B	Nombre de brancardiers	
D_i	Durée estimée de la mission i	
D_{moyen}_{ij}	Durée moyenne à vide entre la mission i et j	
$Trdv_i$	Heure de rendez-vous de la mission i	
$Hdeb_{mat_k}$	Heure de début de travail matinal pour le brancardier k	
$Hdeb_{apm_k}$	Heure de début de travail de l'après-midi pour le brancardier k	
$Hfin_{mat_k}$	Heure de fin de travail matinal pour le brancardier k	
$Hfin_{apm_k}$	Heure de fin de travail de l'après-midi pour le brancardier k	
Tra_{max_k}	Temps de travail maximal pour le brancardier k	
M	Un grand nombre	
R_i	Retard maximal accepté	
ı	·	
Variables		
$Tdep_{ik}$	Heure de départ de la mission i pour le brancardier k	
d_k	Temps de travail/nombre de missions attribuées au brancardier k	
t_k^+	Pénalité positive sur le temps de travail d'un brancardier k	
t_k^-	Pénalité négative sur le temps de travail d'un brancardier k	
x_{ij}^{κ}	1 sur le brancardier k effectue le trajet entre la mission i et la mission j, sinon 0	
d_k t_k^+ $t_k^ x_{ij}^k$ $late_i^k$	Le retard du brancardier k à la mission i	
Modèle		
(1)	$Z = \min\left(\sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N} \sum_{k=1}^{B} D_{moyen_{ij}} * x_{ij}^{k} + \sum_{i=0}^{N} \sum_{k=1}^{B} \left(late_{i}^{k}\right) + \sum_{k=1}^{B} (t_{k}^{-} + t_{k}^{+})\right)$	
(2)	$\sum_{k=1}^B \sum_{\substack{i=0\\i\neq j}}^N x_{ij}^k = 1$	$\forall j \in N1$
(3)	$\sum_{k=1}^{B} \sum_{j=0}^{N} x_{ij}^{k} = 1$	$\forall i \in N1$
(4)	$\sum_{k=1}^{B} \sum_{\substack{i=0\\i\neq j}}^{i\neq j} x_{ij}^{k} = 2$	$\forall j \in N2$
(5)	$\sum_{k=1}^{B} \sum_{i=0}^{N} x_{ij}^{k} = 2$	$\forall i \in N2$

(6)
$$\sum_{i=0}^{N} x_{ih}^{k} = \sum_{i=0}^{N} x_{hj}^{k} \qquad \forall h \in N, \forall k \in B$$

$$\sum_{i=0}^{N} x_{i0}^{k} = 1 \qquad \forall k \in B$$

$$x_{ii}^k = 0 \forall i \in N, \forall k \in B$$

(9)
$$d_k + t_k^- - t_k^+ = d_l + t_k^- - t_k^+ \qquad \forall k, l \in B^2$$

(10)
$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=0\\i\neq j}}^{N} x_{ij}^{k} = d_{k} \qquad \forall k \in B$$

(11)
$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=0\\i\neq j}}^{N} \left(\left(D_i + D_{moyen_{ij}} \right) * x_{ij}^k \right) = d_k \qquad \forall k \in B$$

(12)
$$\sum_{i=1}^{N} \sum_{\substack{j=0\\i\neq j}}^{N} \left(\left(D_i + D_{moyen_{ij}} \right) * x_{ij}^k \right) \le Tra_{max_k} \qquad \forall k \in B$$

$$(13) \quad (Trdv_i + late_i^k + D_{moyen_{ij}}) + (x_{ij}^k - 1) * M \le Tdep_j^k \qquad \forall i, j \in \mathbb{N}^2, j > 0, \forall k \in \mathbb{B}$$

$$(14) \quad (Tdep_i^k \ge Trdv_i - D_i) \& \& (Tdep_i^k \le Trdv_i + R_i + D_i) \qquad \forall i \in N, \forall k \in B$$

(15)
$$late_i^k = (Tdep_i^k + D_i) - Trdv_i \qquad \forall i \in N, \forall k \in B$$

(16)
$$Trdv_i - late_i^k \le Hfin_{avm^k} \qquad \forall i \in N, \forall k \in B$$

$$(17) (Trdv2_i^k * x_{ij}^k) \ge Hdeb_{mat^k} \forall i, j \in \mathbb{N}^2, \forall k \in B$$

(18)
$$\left(Trdv_i + late_i^k \le Hfin_mat^k\right) || \left(Tdep_i^k \ge Hdeb_apm^k\right)$$
 $\forall i \in N, \forall k \in B$

La fonction (1) est notre fonction objective. On cherche une solution optimale en minimisant la distance des brancardiers entre les missions, le retard ainsi que la différence entre le temps de travail des brancardiers. Ainsi, elle permet un travail plus efficace et équitable.

La contrainte (2) assure que seul un brancardier effectue le trajet vers une mission j ne nécessitant qu'un seul brancardier. La contrainte (3) assure que seul un brancardier provient d'une mission i ne nécessitant qu'un seul brancardier.

La contrainte (4) assure que deux brancardiers effectuent le trajet vers une mission j nécessitant deux brancardiers. La contrainte (5) assure que deux brancardiers proviennent d'une mission i nécessitant 2 brancardiers.

La contrainte (6) garantit que tout brancardier k provenant d'une mission i et allant vers une mission h, ira également de cette mission h vers une autre mission j. On vient donc éliminer les subtours ici. Notons ici qu'aucun élément de temps n'est précisé. Il faut d'autres contraintes pour assurer un enchaînement temporel adéquat : les contraintes (12) et (13).

La contrainte (7) assure que le brancardier retourne à la mission 0, c'est-à-dire le dépôt, ou à la salle de repos des brancardiers. La contrainte (8) permet d'être sûr qu'une mission ne va pas vers ellemême.

La contrainte (9), couplée aux contraintes (10) ou (11) au choix, permet d'établir une certaine parité de temps de travail entre les brancardiers. La contrainte (10) cherche à égaliser le nombre de missions effectué par les brancardiers, tandis que la contrainte (11) travaille directement sur le temps de travail.

La contrainte (12) impose que les brancardiers ne travaillent pas plus longtemps que leur temps de travail maximal.

La contrainte (15) définit le retard par rapport d'une mission par rapport au départ trouvé et son heure de rendez-vous.

La contrainte (16) permet de respecter l'horaire de fin de journée du brancardier afin que l'heure d'arrivée décalée par le retard de dépasse pas sa plage de travail.

Le contrainte (17) empêche le départ ou le déroulement d'une mission effectué par un brancardier k avant que celui-ci n'ait commencé de travailler.

La contrainte (18) garantit une pause déjeuner complète aux brancardiers. Aucune mission ne peut être réalisée pendant leurs pauses respectives.

La contrainte (19) assure que sur une missions nécessitant 2 brancardiers, ils arrivent au même moment pour prendre en charge le patient.