

## Tri fusion et Tri rapide : récursivité

### Tri Fusion :

Principe : Le tri fusion utilise la stratégie dite « diviser pour régner ».

- Etape1 : On divise le tableau en deux sous-tableaux.
- Etape2 : On trie (par récursivité) chaque sous-tableau.
- Etape3 : On fusionne les deux sous-tableaux, pour obtenir un tableau complet trié.

Désignons par a et b (avec  $a \leq b$ ) les indices, initialement à 0 et n-1, indiquant le premier élément de T (ou d'un sous-tableau de T) et le dernier élément.

L'implémentation de ces 3 étapes donne l'algorithme suivant :

*Algorithme : tri\_fusion(T,a,b)*

*si  $a < b$  alors*

*$m = \lfloor (a+b)/2 \rfloor$*

*afficher("appel tri\_fusion:", "a=", a, "b=", m, T)*

*TriFusion(T,a,m)*

*afficher("appel tri\_fusion:", "a=", m+1, "b=", b, T)*

*TriFusion(T,m+1,b)*

*Fusion(T,a,b,m)*

;

*afficher("fusion:", "a=", a, "m=", m, "b=", b, T)*

*fin*

a- Exécutez l'algorithme ci-dessus avec  $T=[3,1,0,9,1,2,6,8,3,4,7]$ ,

b – Écrire en C++ la fonction fusion [void fusion (int T[],int a,int b,int m) ] qui fusionne les éléments partant de l'indice a jusqu'à l'indice m (supposés triés entre eux) avec les éléments partant de l'indice m+1 à l'indice b (supposés triés entre eux).

c- Écrire en C++ la fonction récursive permettant de réaliser le tri\_fusion d'un tableau.

*void tri\_fusion(int T[],int a,int b) ;*

### **Tri rapide:**

Principe : Soit  $T$  un tableau à trier. On se donne un élément quelconque du tableau (en général le premier à gauche) nommé pivot. On effectue une partition du tableau consistant à réorganiser les éléments de  $T$  de la façon suivante :  $T[0 \dots m - 1]$ ,  $T[m]$ ,  $T[m + 1 \dots n - 1]$   $T[m]$  contient le pivot choisi.  $T[0 \dots m - 1]$  contient les éléments de  $T$  inférieurs à  $T[m]$  et  $T[m + 1 \dots n - 1]$  ceux supérieurs. Notez que les valeurs dans  $T[0 \dots m - 1]$  et  $T[m + 1 \dots n - 1]$  ne sont pas nécessairement triées. Pour les trier on réitère récursivement ce qui a été fait sur  $T$  sur chacun de ces sous-tableaux. L'algorithme est alors le suivant :

**Algorithme : *TriRapide*( $T, a, b$ )**

*si  $a < b$  alors*

*afficher("avant appel partitionnement",  $a, b, T$ )*

*$m = \text{Partitionnement}(T, a, b)$*

*afficher("apres appel partitionnement",  $a, b, m, T$ )*

*afficher("appel tri\_rapide à gauche",  $a, m - 1$ )*

*$\text{TriRapide}(T, a, m - 1)$*

*afficher("appel tri\_rapide à droite ",  $m + 1, b$ )*

*$\text{TriRapide}(T, m + 1, b)$*

*fin*

Un algorithme de partitionnement possible est le suivant : On considère comme pivot le premier élément du tableau en cours de traitement,  $T[a]$ . On utilise deux compteurs  $l$  et  $k$  initialisés aux deux extrémités (gauche pour  $l$ , et droite pour  $k$ ) du tableau. Tant que  $T[l] \leq T[a]$ ,  $l$  est incrémenté. Inversement tant que  $T[k] > T[a]$ ,  $k$  est décrémenté. On échange alors  $T[l]$  et  $T[k]$  puis on continue de façon analogue jusqu'à ce que les indices  $l$  et  $k$  se croisent.

a- Exécutez l'algorithme pour  $T = [3, 5, 8, 9, 1, 5, 2, 2, 10]$

b- Écrire en C++ la fonction `partitionnement(int T[], int a, int b)`:

c- Écrire en C++ la fonction `tri_rapide(int T[], int a, int b)`