



DISCIPLINA	Análise de Algoritmo	TURMA	
NOME ALUNO		Duração	150 minutos
Nº DA MATRÍCULA		DATA	24. 01. 2023
NOME PROFESSOR	Judson Paiva		

Leia com atenção o enunciado e responda **SOMENTE** o que lhe foi pedido.

1 – [3.0] Considerando apenas a execução das operações relevantes, mostre a função de complexidade de tempo para cada procedimento apresentado (p1, p2 e p3):

```
3
4
5 public p1(int n){
6     for(int i=0; i< n; i++){
7         for(int j=1; j<n; j=j*2){
8             System.out.println("oi")
9         }
10    }
11 }
12
13

24
25 public p2(int n){
26     int i, j, x, y;
27     x = y = 0;
28     for (i=1; i<=n; i++) {
29         for (j=i; j<=n; j++)
30             x = x + 1;
31         for (j=1; j<i; j++)
32             y = y + 1;
33     }
34 }

42
43
44 public p3(int n){
45     for(int i=0; i*i< n; i++){
46         for(int j=n; j>=1; j=j/2){
47             System.out.println("olá");
48         }
49     }
50 }
51
52 }
```

2 – [4.0] Levando em contas as condições i, ii e iii, diga **argumentado** se é verdadeira ou falsa as alternativas apresentadas (a, b, c e d).

- Todas as variáveis e constantes são inteiras e positivas, a menos que sejam explicitamente identificadas de outra forma;
- As funções  $f(n)$  e  $g(n)$  são positivas e  $f(n) < g(n)$  do ponto de vista de crescimento assintótico;
- E  $p(n) = \sum_{i=0}^g a_i n^i$  é um polinómio de grau  $g$ , as constantes  $a_i$  ( $1 \leq i \leq g$ ) reais, sendo  $a_g \neq 0$  e  $k$  uma constante.
  - $p(n) = \Omega(n^k)$ , se  $k \geq g$
  - $p(n) = O(n^k)$ , se  $k \geq g$
  - Seja  $\Omega(n^e) = X$  onde  $X$  representa o conjunto de funções que satisfaz a notação  $O$  para a função  $n^e$ . O conjunto  $\{n^2, n \log n^2, n^{\pi/2} \log n^2, 1/n^e\} \subset X$ . Onde  $e$  é a constante de Euler.
  - Levando em conta todos os detalhes da derivada de  $h(n) = n^2$  e de  $l(n) = 4n^2 + 2n$ . Podemos afirmar que  $\forall n \geq 0$ ,  $h(n)$  cresce mais rápido que  $l(n)$  e, portanto,  $h(n) = O(l(n))$



3 – [6.0] Sejam  $f(n)$  e  $g(n)$  funções assintoticamente positivas. Prove ou conteste (justificar adequadamente) para que valores de  $n_0$  e  $c$  (ou  $c_1$  e  $c_2$ ) cada uma das seguintes conjecturas.

a) [1.0v] Se  $f(n) = 1 + 2 + 3 + \dots + n$  então  $f(n) = n^2 + \Omega(n)$

b) [1.0v] Se  $T(n) = T(n-1) + cn$  para  $n > 1$  e  $T(1) = 1$ , então  $T(n) = \theta(n)$

c) [2.0v]  $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + cn + \theta(1)$ , para  $n > 1$  e  $T(1) = 1$ , sendo  $c$  uma constante, mostre que  $T(n) = O(n)$

d) [2.0v]  $T(n) = 4T\left(\frac{n}{2}\right) + c(n+1)$ , para  $n > 1$  e  $T(1) = 1$ , sendo  $c$  uma constante, mostre que  $T(n) = \theta(n^2)$

4 – [3.0] Em Teoria dos números, a sequência de Fibonacci é o conjunto de inteiros  $P(n)$  definida pelos valores 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233, 377, 610, 987, 1597, 2584, 4181...

a) Implemente uma função recursiva que permita gerar os  $N$ s termo da sequência de Fibonacci

b) Encontre a relação de recorrência para esse procedimento recursivo que escreveste.

5 – [4.0] Durante as aulas, tiveram a oportunidade de discutirem em sala de aulas conceitos relacionados com algoritmos de divisão e conquista e Programação dinâmica. De modo sucinto discuta (se possível em um quadro resumo) as diferenças e semelhanças entre esses dois temas. A seguir por meio exemplo(s) mostre as ideias anteriormente desenvolvidas.

Formulário:

$$s_n = \frac{(a_1 + a_n) \cdot n}{2}$$

$$S = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$