

中国科学院自动化研究所
2006 年招收攻读博士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：模式识别

考生须知：

1. 本试卷满分为 100 分，全部考试时间总计 180 分钟。
2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上均无效。

1. （15 分）对于 M 类 $(\omega_1, \dots, \omega_M)$ 的分类问题，假设将第 j 类样本分到第 i 类的损失为 λ_{ij} ，给定每一类的先验概率 $P(\omega_i)$ 和条件概率密度 $p(\mathbf{x} | \omega_i)$ 。请用公式叙述基于最小风险的贝叶斯决策过程，说明在什么情况下最小风险决策等价于最大后验概率决策并证明之。

2. （10 分）定性说明基于参数方法和非参数方法的概率密度估计有什么区别，用于模式识别各有什么优缺点。

3. （15 分）假设一元随机变量的分布 $p(x) \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，给定 N 个设计样本 $x_i, i = 1, \dots, N$ ，请推导用最大似然法估计均值和方差的计算公式。

4. （20 分）对于下列属于二类的 6 个二维模式（第一列和第二列为模式的值，第三列为理想输出值，1 表示第一类，-1 表示第二类），请分别用 Fisher 线形判别准则和最小平方误差法（伪逆）求出最优线性判别函数。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

（续下页）

5. (20 分) 假设二类模式服从如下的正态分布:

$$\mu_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \mu_2 = \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \end{bmatrix}, \Sigma_1 = \Sigma_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2.5 \end{bmatrix}, P_1 = P_2 = 0.5$$

请分别求出使 $\text{tr}(S_w^{-1}S_b)$ 和 $\text{tr}(S_t)$ ($S_t = S_w + S_b$) 最大化的一维特征空间的变换矢量。

6. (10 分) 对于下面属于三类的 9 个四维模式, 用顺序前项搜索法选择使

$\sum_{i=1}^3 \|\mu_i - \mu_0\|^2$ (其中 μ_i 是第 i 类的均值, μ_0 是总的均值) 最大的三个特征。

	x_1	x_2	x_3	x_4
ω_1	3	3	2.5	3
ω_1	2	3	3	1
ω_1	4	3	2	5
ω_2	3	0.5	0.5	3
ω_2	5	2	-1	4
ω_2	1	-1	2	2
ω_3	3	2.5	0	0
ω_3	4	1	1	-2
ω_3	2	4	-1	2

7. (10 分) 用 k-means (c-means) 聚类算法将下面的 9 个二维空间的点分成三类。以前三个点为初始聚类中心。

$(-1, 1), (0, 1), (1, 1), (1, 0), (2, 0), (-1, 0), (-1, -1), (0, -1), (0, -2)$.