

中国科学院自动化研究所
2008 年招收攻读博士学位研究生入学统一考试试题
科目名称：模式识别

考生须知：

1. 本试卷满分为 100 分，全部考试时间总计 180 分钟。
 2. 所有答案必须写在答题纸上，写在试题纸上或草稿纸上一律无效。
-

1. (10 分) 简述模式识别系统中模式处理的完整过程和一个分类器的设计过程。
2. (16 分) 在特征矢量 \mathbf{x} 表示下各类别的后验概率表示为 $P(\omega_i | \mathbf{x})$ ($i=1, \dots, M$)，后验概率最大的类别表示为 ω_{\max} ，
 - (1) 证明 $P(\omega_{\max} | \mathbf{x}) \geq 1/M$
 - (2) 证明最小错误决策的错误率为 $P_E = 1 - \int P(\omega_{\max} | \mathbf{x}) p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$
 - (3) 证明 $P_E \leq (M-1)/M$
 - (4) 给出满足 $P_E = (M-1)/M$ 的一种情况。
3. (14 分) 用最大似然法估计类别 ω_i 的先验概率 $P(\omega_i)$ 。随机、独立地抽取 n 个样本，如果第 k 个样本属于 ω_i ， $z_{ik} = 1$ ，否则 $z_{ik} = 0$ 。
 - (1) 写出 $P(z_{i1}, \dots, z_{in} | P(\omega_i))$ 的表示式。
 - (2) 给出 $P(\omega_i)$ 的最大似然估计。
4. (15 分) 在 Bayes 估计中参数 θ 被估计为 $\hat{\theta}$ 的风险表示为 $\lambda(\hat{\theta}, \theta)$ 。最优估计是使期望风险 $R = \int \int \lambda(\hat{\theta}, \theta) p(\mathbf{x} | \theta) p(\theta) d\theta d\mathbf{x}$ 最小化，其中 $R(\hat{\theta} | \mathbf{x}) = \int \lambda(\hat{\theta}, \theta) p(\theta | \mathbf{x}) d\theta$ 。证明当 $\lambda(\hat{\theta}, \theta) = (\hat{\theta} - \theta)^2$ ，
$$\hat{\theta} = E[\theta | \mathbf{x}] = \int \theta p(\theta | \mathbf{x}) d\theta$$

(续下页)

5. (15 分) 两类模式的均值分别表示为 \mathbf{m}_1 和 \mathbf{m}_2 ,

(1) 证明 Fisher 线性鉴别函数的最优权值矢量 $\mathbf{w}^* = S_w^{-1}(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)$, 其中 S_w 为类内离散度矩阵。

(2) 说明 Fisher 线性鉴别函数与正态分布下 Bayes 决策的关系。

6. (20 分) 有两种常用的特征提取方法: 主成分分析 (PCA) 和 Fisher 线性鉴别分析 (FLDA),

(1) 用公式简述两种方法的具体过程。

(2) 给出一个两类、二维正态分布的特征提取的例子, 用图形示意 PCA 和 FLDA 得到的一维特征子空间。

(3) 举出一个例子, 在这种情况下两种方法得到的特征子空间相同。

7. (10 分) 写出一个三层神经网络的输出公式, 并说明该神经网络如何用于模式分类。