

$$g_i(\mathbf{x}) = K_i^2 - (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{m}}_i)^T \hat{\Sigma}_i^{-1} (\mathbf{x} - \hat{\mathbf{m}}_i), i = 1, 2 \quad (5-33)$$

其中

$$\hat{\mathbf{m}}_i = \frac{1}{N_i} \sum_{j=1}^{N_i} \mathbf{X}_j$$

$$\hat{\Sigma}_i = \frac{1}{N_i - 1} \sum_{j=1}^{N_i} (\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x}_j - \mathbf{m}_i)^T$$

N_i 为 ω_i 类的样本数,

若定义

$$g(\mathbf{x}) = g_1(\mathbf{x}) - g_2(\mathbf{x})$$

则决策面方程为

$$g(\mathbf{x}) = -\mathbf{x}^T (\hat{\Sigma}_1^{-1} - \hat{\Sigma}_2^{-1}) \mathbf{x} + 2(\hat{\mathbf{m}}_1^T \hat{\Sigma}_1^{-1} - \hat{\mathbf{m}}_2^T \hat{\Sigma}_2^{-1}) \mathbf{x} - (\hat{\mathbf{m}}_1^T \hat{\Sigma}_1^{-1} \hat{\mathbf{m}}_1 - \hat{\mathbf{m}}_2^T \hat{\Sigma}_2^{-1} \hat{\mathbf{m}}_2) + (K_1^2 - K_2^2) = 0 \quad (5-34)$$

决策规则可表示为

$$g(\mathbf{x}) \geq 0 \rightarrow \mathbf{x} \in \begin{cases} \omega_1 \\ \omega_2 \end{cases}$$

选择适当的 K_1 和 K_2 , 则可调整两类的错误率。

从上面的讨论可以看出, 由式(5-34)定义的二次判别函数与第2章中式(2-112)十分相似。实际上, 如果两类样本都来自正态分布, 且对样本均值向量和样本协方差矩阵的估计 $\hat{\mathbf{m}}_i$ 和 $\hat{\Sigma}_i$ 接近真实分布的期望和协方差矩阵 \mathbf{m}_i 和 Σ_i , 则上述二次判别函数确定的分类器的错误率和贝叶斯分类器的错误率很接近, K_i 的作用则反映了 Σ_i 和先验概率 $P(\omega_i)$ 对决策面的影响。因此可以推知, 这种分类器的效果将是比较好的。

习 题

5.1 举例说明分段线性分界面可以逼近贝叶斯判别函数确定的超曲面。

5.2 已知两类问题如图 5.14 所示, 其中“×”表示 ω_1 类训练集的一个原型, “○”表示 ω_2 类训练集的一个原型。

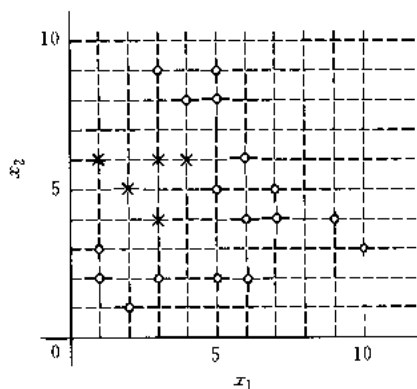


图 5.14 一个两类训练集的原型分布

- (1) 找出紧互对原型对集合 \mathcal{D} ;
- (2) 找出与紧互对原型对集相联系的超平面集 \mathcal{H} ;
- (3) 假设训练集样本与原型完全相同, 找出由超平面集 \mathcal{H} 产生的 $z(x)$ 。