单编码方式。如果问题要求从 D 个特征中选出 d 个特征组合，我们用一个 D 位的 0 或 1 构成的字符串表示一种特征组合，其中数字 1 所对应的特征被选中，而数字 0 所对应的特征未被选中。很明显，对任何一种特征组合，存在唯一的一个字符串与之对应。而适应度函数可以用离散性度量 J 代替。

习　　题

8.1　三类 $\omega_1,\omega_2,\omega_3$ 如图 8.7，求 S_w 及 S_b。

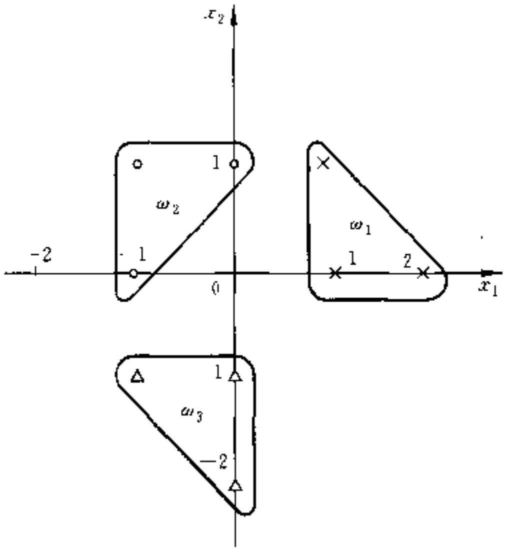

图 8.7　三类样本点分布

8.2　设有两个正态分布的样本集，它们的期望及协方差矩阵分别等于上题中 ω_1 及 ω_2 的均值向量及协方差矩阵，计算 ω_1 及 ω_2 的散度 J_D 及 Bhattacharyya 距离 J_B。

8.3　令 $p(\boldsymbol{x}|\omega_i)\sim N(\mu_i,\Sigma_i)$，$i=1,2$，假定各特征分量 x_j，$j=1,2,\cdots,D$，相互独立，试证按式(8-17)定义的散度 J_D 可写为

$$J_D=\sum_{j=1}^{D}J_{Dj}$$

8.4　证明公式(8-24)。

8.5　证明公式(8-25)。

8.6　两个一维正态分布，其期望与方差如下：

第一组 $\mu_1=0,\mu_2=2,\sigma_1^2=4,\sigma_2^2=0.25$；

第二组 $\mu_1=0,\mu_2=2,\sigma_1^2=1,\sigma_2^2=1$。

求 Bhattacharyya 距离及散度。

8.7　用例 8.2 中的数据，求使式(8-35)表示的 J_2 最大的变换。

8.8　用题 8.1 中 ω_1 及 ω_2 的数据，分别计算使 J_B 及 J_2(式 8-35)最大之变换。

8.9　用简单方法说明 U(式 8-68)及 W(式 8-67)的最小点是一致的。

8.10　令 x_i，$i=1,2,3$ 为独立的二值特征，且 $p(x_i=1|\omega_1)=\alpha_i$，$p(x_i=1|\omega_2)=\beta_i$，二类

先验概率相等，且 α_i, β_i 满足以下条件：

$$①\alpha_i < \beta_i, \forall i, \qquad ②\beta_1 - \alpha_1 > \beta_2 - \alpha_2 > \beta_3 - \alpha_3。$$

试证各特征分别使用时之错误概率 $e(x_i)$ 满足：$e(x_1) < e(x_2) < e(x_3)$。

8.11 仍按上题条件，试证当二个特征合用时其错误概率为

$$e(x_i, x_j) = \frac{1}{2}[e(x_i) + e(x_j) - (\beta_i - \alpha_i)|e(x_j) - \alpha_j|$$
$$- (\beta_j - \alpha_j)|e(x_i) - \alpha_i|]$$

找出使 $e(x_1, x_2) < e(x_2, x_3)$ 之条件。

8.12 同上题，如果给定

$$\alpha_1 = 0.10, \alpha_2 = 0.05, \alpha_3 = 0.01,$$
$$\beta_1 = 0.90, \beta_2 = 0.80, \beta_3 = 0.70。$$

试计算 $e(x_1), e(x_2), e(x_3); e(x_1, x_2), e(x_1, x_3), e(x_2, x_3)$。