一、一个由 4 行 5 列像素组成的图像块为一个三角形的黑白图像，
$$\begin{matrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{matrix}$$
三角形的边为黑色像素，假设为 1，其他白色像素为 0，我们将它设定为标准模板图像。假设现有另一黑白三角形图像，与标准模板图像相比，它整体向下错了一行，则它与标准模板之间的欧氏距离、绝对值距离、角度相似系数分别是多少。（9 分）

$$x_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} x_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$x_1 - x_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

欧氏距离（2范数） $||x_1 - x_2||_2 = \sqrt{12}$
绝对值距离（1范数） $||x_1 - x_2||_1 = 12$

$$cos(x1, x2) = \frac{2}{\sqrt{8}\sqrt{8}} = \frac{1}{4}$$ **卷积除1范数之积**

二．对一副道路图像，希望把道路部分划分出来，可以采用以下两种方法：

1．在该图像中分别在道路部分与非道路部分画出一个窗口，把在这两个窗口中的象素数据作为训练集，用 Fisher 准则方法求得分类器参数，再用该分类器对整幅图进行分类。

2．将整幅图的每个象素的属性记录在一张数据表中，然后用某种方法将这些数据按它们的自然分布状况划分成两类。因此每个象素就分别得到相应的类别号，从而实现了道路图像的分割。试问以上两种方法哪一种是监督学习，哪个是非监督学习？

答：第一种方法中标记了两类样本的标号，需要人手工干预训练过程，属于监督学习方法；

第二种方法只是依照数据的自然分布，把它们划分成两类，属于非监督学习方法。

试说明用监督学习与非监督学习两种方法对道路图像中道路区域的划分的基本做法，以说明这两种学习方法的定义与它们间的区别。

答：监督学习方法用来对数据实现分类，分类规则通过训练获得。该训练集由带分类号的数据集组成，因此监督学习方法的训练过程是离线的。

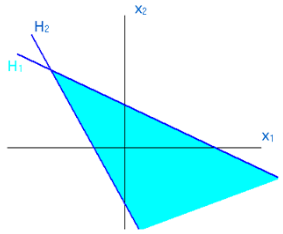
非监督学习方法不需要单独的离线训练过程，也没有带分类号（标号）的训练数据集，一般用来对数据集进行分析，如聚类，确定其分布的主分量等。

就道路图像的分割而言，监督学习方法则先在训练用图像中获取道路象素与非道路象素集，进行分类器设计，然后用所设计的分类器对道路图像进行分割。

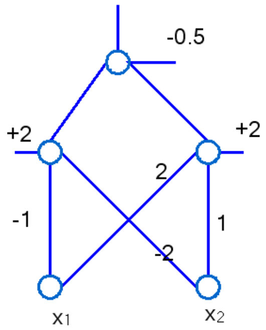
使用非监督学习方法，则依据道路路面象素与非道路象素之间的聚类分析进行聚类运算，以实现道路图像的分割。

三．在一两维特征空间，两类决策域由两条直线 H1 和 H2 分界，其中

$H_1: x_1 + 2x_2 - 2 = 0$ $H_2: 2x_1 + x_2 + 2 = 0$ 而包含 H1 与 H2 的锐角部分为第一类，其余为第二类。试求：1．用一双层感知器构造该分类器。2．用凹函数的并构造该分类器



答：按题意要求 1） H1 与 H2 将空间划分成四个部分，按使 H1 与 H2 大于零与小于零表示成四个区域，而第一类属于(－＋)区域，为方便起见，令$H_1: -x_1 - 2x_2 + 2 = 0$则第一类在(＋＋)区域。用双层感知器，神经元用± 1域值，则在第一类样本输入时，两隐层结点的输出均为＋1，其余则分别为(＋－)，(——)，(－＋), 故可按图设置域值。



2）用凹函数的并表示：$H_1^{(x)} \cap H_2^{(x)}$或表示成$P^{(x)} = \min(H_1^{(x)}, H_2^{(x)})$，如$P^{(x)} > 0$，则$x \in \omega_1$，否则$x \in \omega_2$

四、训练样本$\bar{x}_1 = (1,1)'$，$\bar{x}_2 = (1,-1)'$，$\bar{x}_3 = (2,0)'$，$\bar{x}_4 = (-1,1)'$，$\bar{x}_5 = (-1,-1)'$，$\bar{x}_6 = (-2,0)'$，其中，$\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3 \in \omega_1$，$\vec{x}_4, \vec{x}_5, \vec{x}_6 \in \omega_2$，利用 SVM 方法，求出其最优判别函数和最大间隔，并指出哪些样本是支撑向量。（9 分）

五．如果观察一个时序信号时在离散时刻序列得到的观察量序列表示为$O = \{o_1, \cdots, o_L\}$，而该时序信号的内在状态序列表示成$S = \{s_1, \cdots, s_L\}$。如果计算在给定 O 条件下出现 S 的概率，试问此概率是何种概率。如果从观察序列来估计状态序列的最大似然估计，这与 Bayes 决策中基于最小错误率的决策有什么关系。

答：在给定观察序列 $O=\{o_1,\cdots,o_L\}$ 条件下分析它由某个状态序列 S 产生的概率似后验概率，写成 P(S|O)，而通过 O 求对状态序列的最大似然估计,与贝叶斯决策的最小错误率决策相当。

六．在目标识别中，假定类型ω1 为敌方目标，类型ω2 为诱饵（假目标），已知先验概率 P(ω1)=0.2 和 P(ω2)=0.8，类概率密度函数如下：

$$p(x\mid\omega_1)=\begin{cases}x & 0\le x<1\\ 2-x & 1\le x\le 2\\ 0 & \text{其他}\end{cases}\qquad p(x\mid\omega_2)=\begin{cases}x-1 & 1\le x<2\\ 3-x & 2\le x\le 3\\ 0 & \text{其他}\end{cases}$$

（1）求贝叶斯最小误判概率准则下的判决域，并判断样本 x=1.5 属于哪一类；

（2）求总错误概率 P(e)；

（3）假设正确判断的损失λ11=λ22=0，误判损失分别为λ12 和λ21，若采用最小损失判决准则，λ12 和λ21 满足怎样的关系时，会使上述对 x=1.5 的判断相反？

解：（1）应用贝叶斯最小误判概率准则如果 $l_{12}(\vec{x})=\dfrac{p(\vec{x}|\omega_1)}{p(\vec{x}|\omega_2)}\gtrless\dfrac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)}$ **则判** $\vec{x}\in\begin{cases}\omega_1\\ \omega_2\end{cases}$

得 $l_{12}(1.5)=1<\dfrac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)}=4$**，故 x=1.5 属于 ω2 。**

（2）P(e)= $P(e)=P(\omega_1)\varepsilon_{12}+P(\omega_2)\varepsilon_{21}=P(\omega_1)\int_{\Omega_2}p(\vec{x}|\omega_1)d\vec{x}+P(\omega_2)\int_{\Omega_1}p(\vec{x}|\omega_2)d\vec{x}$

$=0.2\int_{1.2}^{2}(2-x)dx+0.8\int_{1}^{1.2}(x-1)dx=0.08$

(3) 两类问题的最小损失准则的似然比形式的判决规则为：

如果 $\dfrac{p(\vec{x}|\omega_1)}{p(\vec{x}|\omega_2)}\gtrless\dfrac{P(\omega_2)(\lambda_{21}-\lambda_{22})}{P(\omega_1)(\lambda_{12}-\lambda_{11})}$ **则判** $\vec{x}\in\begin{cases}\omega_1\\ \omega_2\end{cases}$

带入 x=1.5 得到　λ12≥4λ21

线性分类器三种最优准则：

Fisher 准则：根据两类样本一般类内密集, 类间分离的特点，寻找线性分类器最佳的法线向量方向，使两类样本在该方向上的投影满足类内尽可能密集，类间尽可能分开。该种度量通过类内离散矩阵 Sw 和类间离散矩阵 Sb 实现。

感知准则函数：准则函数以使错分类样本到分界面距离之和最小为原则。其优点是通过错分类样本提供的信息对分类器函数进行修正，这种准则是人工神经元网络多层感知器的基础。

支持向量机：基本思想是在两类线性可分条件下，所设计的分类器界面使两类之间的间隔为最大，它的基本出发点是使期望泛化风险尽可能小。

1. 什么是特征选择？2. 什么是 Fisher 线性判别？

答：1. 特征选择就是从一组特征中挑选出一些最有效的特征以达到降低特征空间维数的目的。

2. Fisher 线性判别：可以考虑把 d 维空间的样本投影到一条直线上，形成一维空间，即把维数压缩到一维，这在数学上容易办到，然而，即使样本在 d 维空间里形成若干紧凑的互相分得开的集群，如果把它们投影到一条任意的直线上，也可能使得几类样本混在一起而变得无法识别。但是在一般情况下，总可以找到某个方向，使得在这个方向的直线上，样本的投影能分开得最好。问题是如何根据实际情况找到这条最好的、最易于分类的投影线，这就是 Fisher 算法所要解决的基本问题。