Tema 6 Câmpul electrostatic în vid II

6.1 Potenţialul câmpului electric. Relaţia dintre potenţial şi intensitatea câmpului electrostatic

în fizică există şi altă posibilitate de descriere a interacţiunii, şi anume, prin intermediul măsurii acesteia, numită **energie potenţială**[1]. Energia potenţială a unui sistem a fost definită ca măsura interacţiunii părţilor lui componente egală cu lucrul mecanic pe care acest sistem îl poate efectua. Însă trebuie să ne amintim că nu orice câmp de forţe poate fi descris cu ajutorul energiei potenţiale[1]. Doar câmpurile potenţiale, adică acele câmpuri, lucrul forţelor cărora nu depinde de forma traiectoriei de mişcare a corpului în câmp, ci numai de poziţiile sale iniţială şi finală, pot fi descrise astfel. Clarificăm mai întâi dacă este potenţial sau nu câmpul electrostatic. Pentru aceasta vom considera două sarcini punctiforme q şi q_0 şi vom calcula lucrul efectuat de forţele câmpului sarcinii fixe q pentru deplasarea sarcinii q_0

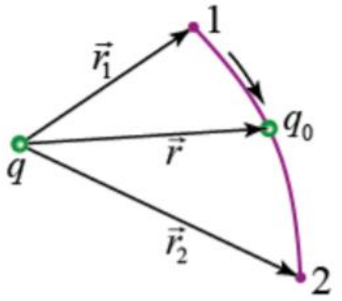


Fig. 11.1

Asupra oricărei sarcini care se află într-un câmp electric acţionează o forţă electrică care poate deplasa această sarcină. Să determinăm lucrul L efectuat pentru deplasarea unei sarcini de probă q_0 în câmpul electric la o distanţă r

$$L = -\Delta E_P = -\int F dr = -\frac{q\,q_0}{4\pi\varepsilon_0}\int\frac{dr}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q\,q_0}{r} + C. \tag{6.1}$$

Energia potenţială a sarcinii de probă q_0 care se află în câmpul sarcinii q la distanţa r este

$$E_P = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q\,q_0}{r}. \tag{6.2}$$

Din ultima relaţie rezultă că raportul $\frac{E_P}{q_0}$ nu depinde de sarcina de probă q_0 şi din această cauză este o caracteristică energetică a câmpului numită **potenţial câmpului electrostatic**

$$\varphi = \frac{E_P}{q_0} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{q}{r}. \tag{6.3}$$

Conform relaţiei (6.3) rezultă că **potenţialul φ este numeric egal cu energia potenţială a sarcinii pozitive în punctul dat al câmpului.**

Lucrul efectuat de către forţele câmpului electrostatic la deplasarea unei sarcini q_0 din punctul *1* în punctul *2* poate fi reprezentat ca

$$L_{12} = E_{p_1} - E_{p2} = q_0\left(\varphi_1 - \varphi_2\right) = q_0 U. \tag{6.4}$$

Prin urmare, **lucrul câmpului electric efectuat la deplasarea unei sarcini unitare q_0 din punctul *1* în punctul** 2 **al spaţiului este egală cu diferenţa de potenţial al câmpului în aceste două puncte.** Dacă considerăm că punctul *2* al spaţiului este situat la infinit, atunci din relaţia precedentă avem $L_\infty = q_0\varphi$, sau $\varphi = \dfrac{L_\infty}{q_0}$. (6.5)

Astfel **potenţialul câmpului electric într-un punct al spaţiului este definit ca lucrul mecanic al forţelor electrice efectuat pentru a deplasa sarcina de probă din punctul dat la infinit.**

$$[\varphi] = \frac{1\ \mathrm{J}}{1\mathrm{C}} = 1\ \mathrm{V}\ \left(Volt\right).$$

Ca rezultat am stabilit, că câmpul electric poate fi caracterizat cât prin vectorul intensităţii câmpului $\vec{E}$ atât şi prin potenţialul scalar φ. Evident, că între aceste mărimi există o careva relaţie. Pentru a determina relaţia dintre vectorul $\vec{E}$ şi scalarul φ procedăm astfel. Lucrul efectuat de forţele câmpului asupra sarcinii q pe segmentul de drum dl este

$$dL = F_E\, dl = qE_l\, dl, \tag{6.6}$$

şi respectiv lucrul este egal cu descreşterea energiei potenţiale:

$$dL = -dE_p = -d\left(\varphi\, q\right) = -q\frac{\partial\varphi}{\partial l}dl. \tag{6.7}$$

Egalând aceste relaţii (6.6) cu (6.7) obţinem:

$$qE_l\, dl = -\, q\frac{\partial\varphi}{\partial l}dl \quad \Rightarrow \quad E_l = -\frac{\partial\varphi}{\partial l}, \tag{6.8}$$

unde prin l am considerat o direcţie arbitrară al spaţiului, E_l este proiecţia vectorului $\vec{E}$ pe direcţia considerată $\vec{l}$. Relaţia (6.8) poate fi scrisă şi pentru toate direcţiile spaţiului:

$$\begin{cases} E_x = -\dfrac{\partial \varphi}{\partial x}; \\ E_y = -\dfrac{\partial \varphi}{\partial y}; \\ E_z = -\dfrac{\partial \varphi}{\partial z}. \end{cases} \tag{6.9}$$

$$\vec{E} = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial\varphi}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial\varphi}{\partial z}\vec{k} \right); \quad \vec{E} = -\left(\frac{\partial}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial}{\partial z}\vec{k} \right)\varphi \ ,$$

sau

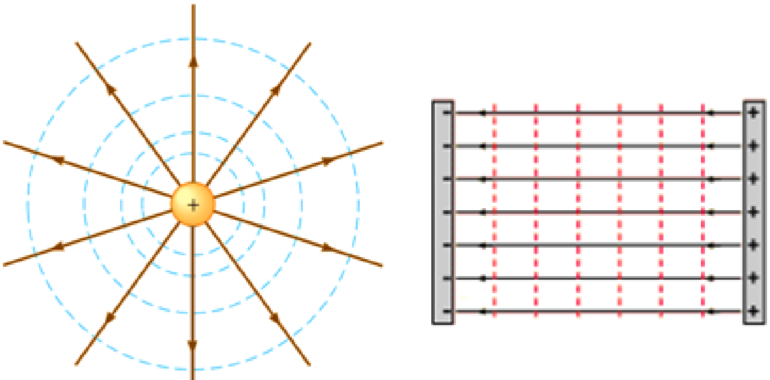
$$\vec{E} = -grad\, \varphi = -\left(\vec{\nabla}\varphi\right) \tag{6.10}$$

Intensitatea câmpului electric este egală cu gradientul potenţialului φ, luat cu semnul „-”. Semnul „-” indică că vectorul $\vec{E}$ este orientat în direcţia micşorării rapide a scalarului φ.

Câmpul electric poate fi reprezentat intuitiv nu numai folosind liniile de câmp, dar şi prin intermediul suprafeţelor cu acelaşi potenţial (*Fig. 9.6a și b*).

Suprafaţa, în toate punctele căreia potenţialul câmpului electric are aceeaşi valoare se numeşte suprafaţă echipotenţială.

Liniile de câmp electric şi implicit intensităţile câmpului electric sunt perpendiculare pe suprafaţa echipotenţială (*Fig.9.7*). În electrostatică suprafeţele metalice sunt suprafeţe echipotenţiale. Pentru o sarcină punctiformă suprafeţele echipotenţiale sunt sfere concentrice cu centrul pe sarcina electrică.



a) b)

Fig.9.6

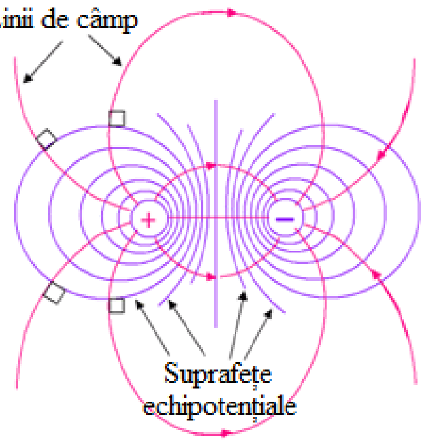


Fig. 9.7

În concluzie vom aminti că problema fundamentală a electrostaticii constă în determinarea intensităţii câmpului electric în orice punct al spaţiului, cunoscând mărimea şi distribuţia sarcinii electrice. Întrucât câmpul electric poate fi caracterizat, de asemenea, cu ajutorul potenţialului, problema fundamentală ar putea fi considerată ca şi rezolvată dacă s-ar putea afla $\varphi(x, y, z)$ după mărimea şi distribuţia sarcinii electrice în spaţiu.

$$\operatorname{div}(\operatorname{grad}\varphi) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0},$$

adică

$$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{\partial \varphi}{\partial z}\right) = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

sau

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0}.$$

Această ecuaţie poate fi scrisă sub o formă mai restrânsă, utilizând operatorul lui Laplace:

$$\Delta \equiv \vec{\nabla}^2 \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} .$$

În acest caz,

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} \equiv \Delta\varphi \equiv \vec{\nabla}^2 \varphi$$

şi ecuaţia capătă forma:

$$\Delta\varphi = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} .$$

Ea se numeşte **ecuaţia lui Poisson**. Dacă nu există sarcini electrice, adică $\rho = 0$, atunci ecuaţia trece în **ecuaţia lui Laplace**:

$$\Delta\varphi = 0 .$$

Astfel, problema fundamentală a electrostaticii în vid se reduce la soluţionarea ecuaţiei lui Poisson sau a ecuaţiei lui Laplace