5. Electrostatica

5.1 Sarcina electrică. Legea lui Coulomb

În natură există două tipuri de sarcină electrică, numite convenţional sarcini pozitive şi negative. Sarcina electrică este un mod de existenţă şi de organizare a materiei. Sarcinile electrice de acelaşi semn se resping, pe când sarcinile de semn contrar se atrag. Aşa dar, studiul experimental al sarcinilor electrice ne relevă următoarele proprietăţi ale acestora:

1. Sarcina electrică este discretă**, adică sarcina electrică conţinută de un corp electrizat este întotdeauna egală cu un multiplu întreg al sarcinii elementare** e**:**

$$q = ne. \qquad (5.1)$$

2. În cazul unui sistem fizic izolat, adică sistem de corpuri ori particule, care nu face schimb de sarcini electrice cu corpurile exterioare, sarcina electrică totală rămâne constantă în timp. Această afirmație poartă denumirea de legea conservării sarcinii electrice.

3. Sarcina electrică este o mărime fizică scalară ce măsoară starea de electrizare şi se numeşte cantitate de sarcină electrică, **se notează prin** q**,** $[q]_{SI} = 1\ \mathrm{C}$**,** Coulomb.

4. Sarcina elementară e **este cea mai mică sarcină electrică posibilă (sarcina electronului în valoare absolută):** $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\ \mathrm{C}$**. Menţionăm faptul că sarcina electrică a protonilor este egală cu** $+e$**, iar cea a electronilor este egală cu** $-e$**.**

Legea lui Coulomb **este o lege experimentală determinată în 1785, care afirmă, că** forţa de interacţiune dintre două sarcini punctiforme fixe acţionează de-a lungul dreptei ce uneşte cele două sarcini şi este direct proporţională cu produsul sarcinilor şi invers proporţională cu pătratul distanţei dintre ele. **Forţa coulombiană este de atracţie dacă sarcinile sunt de semne contrare şi de respingere dacă sarcinile sunt de acelaşi fel.**

Fie două sarcini electrice punctiforme, q_1 **şi** q_2**, aflate la distanţa** r **una de cealaltă (Fig. 9.1).** Prin **sarcină punctiformă** se subînțelege sarcina concentrată într-un corp încărcat, dimensiunile liniare ale căruia pot fi neglijabile comparativ cu distanţa r până la alte corpuri încărcate cu care acesta interacționează. **Forţa coulombiană dintre cele două sarcini analitic poate fi scrisă:**

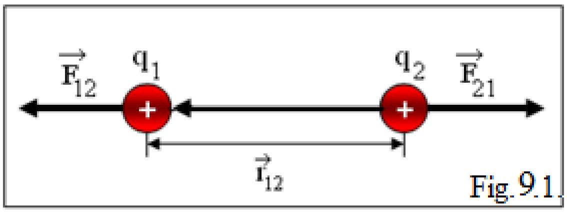


Fig. 9.1

$$\vec{F}_{1,2} = k\frac{q_1 q_2}{r^2} \cdot \frac{\vec{r}_{1,2}}{r}, \qquad (5.2)$$

unde $\vec{F}_{1,2}$ este forţa cu care sarcina q_2 acţionează asupra sarcinii q_1, q_1 şi q_2 sunt mărimile sarcinilor punctiforme, *r* – distanţa dintre sarcini, $\vec{r}_{1,2}$ este vectorul ce uneşte sarcina q_1 cu q_2. Constanta de proporţionalitate k din (8.2) depinde de natura mediului în care sunt plasate corpurile. În sistemul internaţional constanta de proporţionalitate are forma

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}, \tag{5.3}$$

unde ε_0 se numeşte constanta electrică **şi are valoarea** $\varepsilon_0 = 8{,}85\cdot 10^{-12}\, F/\mathrm{m}$, **(farad/metru).**

Iar după cum a fost stabilit experimental, $k = 9\cdot 10^{9}\,\frac{Nm^2}{C^2}$. Prin urmare legea lui Coulomb se poate scrie astfel:

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}. \tag{5.4}$$

5.2 Intensitatea câmpului electric. Principiul superpoziţiei

Experimental s-a demonstrat, că prezenţa sarcinii electrice într-un punct din spaţiu, determină modificarea proprietăţilor fizice ale spaţiului înconjurător, creând un câmp electric. Deci **câmpul electric** este o stare a materiei generată în jurul unei sarcini electrice care se manifestă prin acţiunea unor forţe de natură electrică asupra oricărei sarcini electrice introduse în câmp.

Proprietatea fundamentalăa câmpului electric este exercitarea acțiunii de forță asupra sarcinilor electrice introduse în câmp.

Pentru descrierea câmpului electric, vom precauta o sarcină oarecare q, care creează în jurul său un câmp electric. Şi plasăm într-un oarecare punct al câmpului, la o distanţă arbitrară r o **sarcină electrică punctiformă de probă** q_0. Astfel, conform legii lui Coulomb asupra sarcinii de probă q_0 v-a acţiona forţa $\vec{F}$

$$\vec{F} = q_0\left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r}\right). \tag{5.5}$$

De unde rezultă că forţa de interacţiune electrică, ce acţionează asupra sarcinii de probă q_0, nu depinde numai de mărimea sarcinii q şi r, dar depinde şi de mărimea sarcinii de probă q_0. În cazul când cercetăm diferite sarcini de probă $q_{01}, q_{02}, \ldots q_{0n}$, atunci asupra lor din partea câmpului sarcinii q, vor acţiona diferite forţe $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \ldots, \vec{F}_n$. Atunci pentru toate sarcinile de probă raportul

$\dfrac{\vec{F}}{q_0}$, este constant şi depinde numai de mărimea sarcinii q şi r. Această mărime caracterizează câmpul electric al sarcinii q în punctul dat şi se numeşte **intensitatea câmpului electric**

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}. \tag{5.6}$$

Utilizând legea lui Coulomb (5.5) şi considerând q_2 sarcina q, iar q_1 sarcina de probă q_0 obţinem

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r}, \tag{5.7}$$

unde vectorul $\dfrac{\vec{r}}{r}$ este versorul vectorului de poziţie $\vec{r}$ ce unește sarcina punctiformă cu punctul unde se plasează sarcina de probă q_0. Ca unitate de măsură a intensităţii în SI este $[E] = \dfrac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}} = \dfrac{\mathrm{V}}{\mathrm{m}}$.

Prin urmare, din (5.6) rezultă că **intensitatea câmpului electric $\vec{E}$ este o mărimea fizică vectorială numeric egală cu forţa ce acţionează asupra unei sarcini punctiforme unitare situată în punctul dat al câmpului.** Sensul vectorului intensitații câmpului electric $\vec{E}$ coincide cu sensul forţei $\vec{F}$**.** Conform relaţiei (5.6), forţa ce acţionează asupra sarcinii de probă q_0 este

$$\vec{F} = q_0\vec{E}.$$

Iar asupra oricărei sarcini punctiforme într-un punct al câmpului cu intensitatea $\vec{E}$ v-a acţiona forţa

$$\vec{F} = q\vec{E}. \tag{5.8}$$

În cazul când sarcina de probă q_0 este pozitivă, atunci vectorii $\vec{F}$ şi $\vec{E}$ au acelaşi sens, dar dacă sarcina q_0 este negativă, vectorii $\vec{F}$ şi $\vec{E}$ au sensuri opuse.

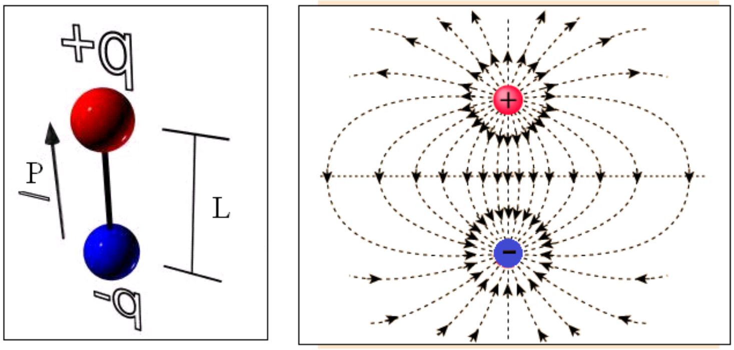
Experimental s-a demonstrat, că dacă câmpul electric este creat de un sistem de sarcini punctiforme $q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$, atunci **intensitatea câmpului electric a unui sistem de sarcini punctiforme este egală cu suma vectorială a intensităţilor câmpurilor electrice, create de fiecare sarcină a sistemului**

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n}\vec{E}_i. \tag{5.9}$$

Această afirmaţie (5.9) se numeşte **principiul superpoziţiei câmpurilor electrice.** Acest principiu dă posibilitatea de a calcula intensitatea câmpului electric a oricărui sistem de sarcini.

De asemenea principiul superpoziţiei câmpurilor electrice poate fi aplicat şi în cazul determinării intensităţii câmpului unui dipol electric în vid. Numim **dipol electric un sistem**

format din două sarcini punctiforme egale ca mărime şi opuse ca semn +q şi -q, distanţa dintre care este cu mult mai mică decât distanţa până la care se determină câmpul sistemului. Vectorul, orientat de-a lungul axei dipolului (adică dreapta, care trece prin cele două sarcini) de la sarcina negativă spre cea pozitivă şi egal cu distanţa dintre aceste sarcini şi se numeşte **braţul dipolului** (*Fig. 5.2*).



Sa cercetăm o metodă de determinare a valorii şi sensului vectorului $\vec{E}$ în orice punct al câmpului, creat de un sistem de sarcini în repaus $q_1, q_2, q_3, \ldots, q_n$. Vectorul $\vec{P} = |q| \cdot \vec{l}$ se numeşte **moment electric al dipolului.**

Din principiul superpoziţiei $\vec{E} = \vec{E}_+ + \vec{E}_-$

1. Punctul studiat A (*Fig. 3.2*) se află pe axa dipolului:

$$\vec{E}_A = \vec{E}_+ - \vec{E}_-. \tag{3.9}$$

După definiţia dipolului $\frac{l}{2} << r$,

deci: $$\vec{E}_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2q\vec{l}}{r^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{2\vec{P}}{r^3} \tag{3.10}$$

2. Potenţialul câmpului în punctul B situat pe perpendiculara la axa dipolului în mijlocul ei.

$$E_+ = E_- = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r'^2 + \frac{l^2}{4}} \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{r^2}. \tag{3.11}$$

Din asemănarea triunghiurilor isoscele ce se sprijină pe segmentul l şi vectorul $\vec{E}_B$, rezultă:

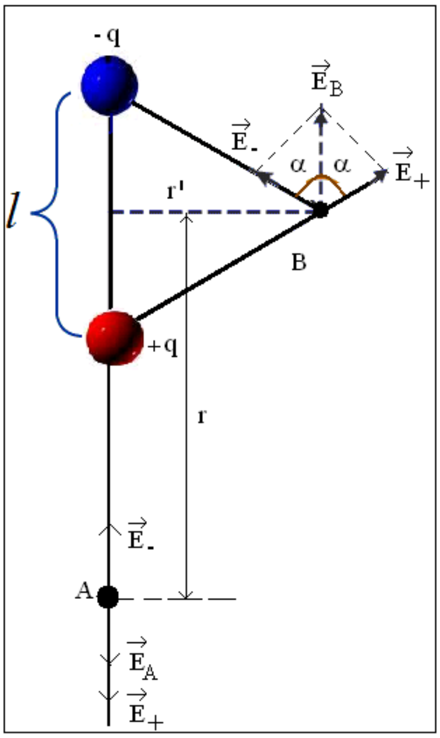


Fig. 3.2

$$\frac{E_B}{E_+} = \frac{l}{\sqrt{r'^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \approx \frac{l}{r'}. \tag{3.12}$$

Substituind în (3.12) relaţia (3.11) adică $\vec{E}_+$ obţinem

$$E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{ql}{(r')^3} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{P}{r'^3}. \tag{3.13}$$

Se poate demonstra că intensitatea câmpului dipolului într-un punct arbitrar a lui se determina astfel

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{P}{r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2\alpha}, \tag{3.14}$$

unde α este unghiul dintre axa dipolului şi direcţia spre punctul dat.

Câmpul electric poate fi reprezentat grafic cu ajutorul unui sistem de linii numite **linii de câmp**. **Linia de câmp reprezintă liniile trasate în câmpul electric astfel, încât direcţia tangentei la ea în orice punct să coincide cu direcţia vectorului intensităţii câmpului** (*Fig. 9.2*).

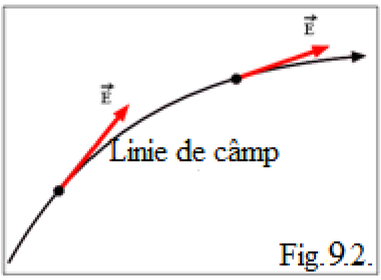


Fig. 9.2.

Drept sens pozitiv al liniei de câmp se ia sensul vectorului intensităţii câmpului $\vec{E}$. Prin urmare, putem afirma că **liniile câmpului electric î-şi au începutul pe sarcinile pozitive şi sfârşitul pe sarcinile negative** (*Fig. 9.3*). Liniile de câmp sunt mai aproape una de alta în locurile unde câmpul este mai puternic şi mai îndepărtate în locurile unde câmpul este mai slab. Deci după desimea linilor de câmp se poate vorbi despre mărimea intensității câmpului.

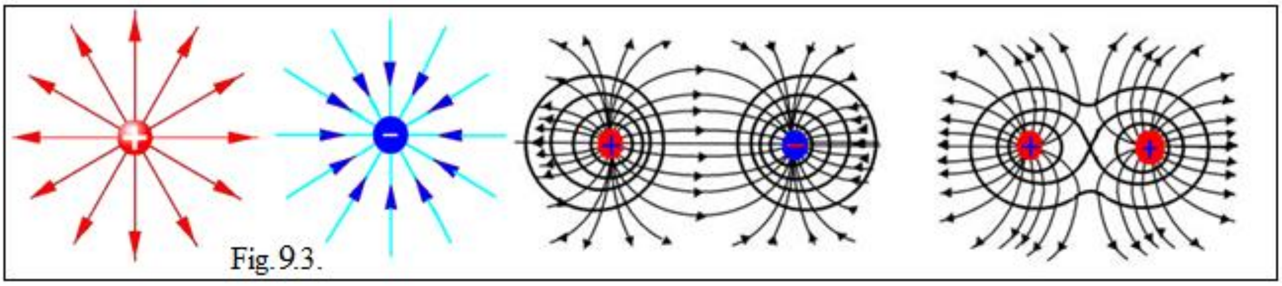


Fig. 9.3.

Numărul liniilor de câmp, care pătrund printr-o suprafaţă unitară, situată perpendicular pe liniile suprafeţei, este egal cu valoarea numerică a vectorului $\vec{E}$.

5.3 Fluxul vectorului intensităţii câmpului electric. Teorema lui Gauss pentru câmpul electrostatic în vid

Admitem, că desimea liniilor de câmp, sunt egale cu valoarea numerică a vectorului $\vec{E}$, atunci numărul liniilor, care străbat o unitate de suprafaţă $d\vec{S}$, perpendicular pe vectorul $\vec{E}$, v-a fi numeric egal cu $\vec{E}d\vec{S}$. În cazul când elementul de suprafaţă $d\vec{S}$ este orientat astfel, încât normala dusă la suprafaţă formează cu vectorul $\vec{E}$ unghiul α, atunci numărul de linii care străbat această suprafaţă v-a fi egal:

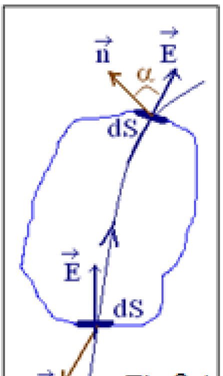


Fig.9.4.

$$\vec{E}d\vec{S}\cos\alpha = \vec{E}_n d\vec{S}, \qquad (5.10)$$

unde $\vec{E}_n$ este componenta vectorului $\vec{E}$ în direcţia normalei la suprafaţa dată.

Ori pentru numărul liniilor de câmp care străbat unitatea de suprafaţă $d\vec{S}$ obţinem relaţia:

$$N = \Phi_E = \int_S \vec{E}_n d\vec{S}, \qquad (5.11)$$

unde Φ_E se numeşte **flux al vectorului intensităţii câmpului electric $\vec{E}$ şi este egal numeric cu numărul liniilor de câmp ce intersectează suprafaţa considerată $d\vec{S}$.** Este important să menţionăm că schimbând direcţia normalei (*Fig.9.4*), se v-a schimba semnul componentei normale $\vec{E}_n$ şi prin urmare, se v-a schimba semnul **fluxului vectorului intensităţii.**

Să calculăm fluxul vectorului $\vec{E}$ în cazul unei sarcini punctiforme situată în centrul unei suprafeţe sferice închise (*Fig.9.5*). Atunci pentru fluxului vectorului $\vec{E}$ vom obţine

$$d\Phi = \vec{E}d\vec{S}.$$

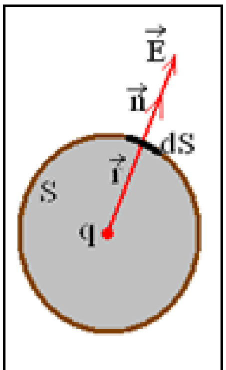


Fig.9.5.

Intensitatea câmpului electric în punctele de pe suprafaţa considerată, conform relaţiei (5.7) se determină astfel

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\vec{r}}{r},$$

iar fluxul vectorului $\vec{E}$ pentru un element $d\vec{S}$ este:

$$d\Phi = \left(\vec{E}\cdot\vec{n}\right)d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot\frac{\left(\vec{r}\cdot\vec{n}\right)}{r}d\vec{S}. \qquad (5.12)$$

Considerând $\left(\vec{r}\cdot\vec{n}\right) = r$, atunci obţinem

$$d\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}dS$$

Integrând ultima relaţie obţinem:

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\int_S dS = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\cdot S.$$

Deoarece aria suprafeţei sferice $S = 4\pi r^2$ atunci, fluxul vectorului $\vec{E}$ a unei sarcini punctiforme într-o suprafaţă sferică este

$$\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}. \tag{5.13}$$

Admitem, că este dată o suprafaţă închisă în interiorul căreia se află nu o sarcină, dar $q_1, q_2, \ldots, q_n = \sum_{i=1}^{n} q_i$ sarcini punctiforme. Intensitatea câmpului electric rezultant conform principiului superpoziţiei este $\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i$, iar sarcina totală $q = \sum_{i=1}^{n} q_i$.

Astfel

$$\Phi_E = \oint_S \left(\vec{E}d\vec{S}\right) = \sum_{i=1}^{n} \oint_S \left(\vec{E}_i d\vec{S}\right),$$

sau obținem relaţia

$$\Phi_E = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i. \tag{5.14}$$

Acest rezultat este valabil nu numai pentru suprafeţele sferice, dar şi pentru suprafeţe închise arbitrare. Relaţia (5.14) se numeşte **teorema lui Gauss pentru câmpul electrostatic în vid.**

Fluxul vectorului intensităţii câmpului electrostatic printr-o suprafaţă închisă este egal cu suma algebrică a tuturor sarcinilor din interiorul acestei suprafeţe, împărţită la constanta electrică ε_0.