

8. Conductoare în câmp electric. Energie câmpului electric

8.1 Distribuția sarcinilor electrice într-un conductor

Proprietățile electrice ale conductoarelor în electrostatică sunt determinate de comportarea electronilor de conducție în câmpul electrostatic exterior. În lipsa acestui câmp, câmpurile electrice ale electronilor de conducție și a ionilor pozitivi se compensează reciproc și conductorul este neutru din punct de vedere electric. În prezența câmpului exterior electronii liberi în conductor se redistribuie astfel ca în orice punct din interiorul lui, câmpul electric al electronilor de conducție și al ionilor pozitivi să compenseze câmpul exterior. **Fenomenul de redistribuire a sarcinilor în conductor sub influența câmpului electrostatic exterior se numește inducție electrostatică.**

Sarcinile electrice care apar în acest caz pe suprafața conductorului egale numeric între ele dar de semn opus, se numesc **sarcini induse**. La scoaterea conductorului din câmpul electric sarcinile induse dispar. Vectorul \vec{E} lângă suprafața conductorului, este orientat după normala la suprafață, în caz contrar componenta tangențială ar provoca o deplasare a sarcinilor pe suprafața conductorului, ceea ce contrazice condiției de echilibru a sarcinilor. Așadar, pentru conductorii plasați în câmp electrostatic sunt satisfăcute următoarele condiții:

- 1) În interiorul conductorului intensitatea câmpului electric va deveni egală cu zero

$(\vec{E} = 0)$ iar la suprafață $\vec{E} = \vec{E}_n, (\vec{E}_\tau = 0)$ unde \vec{E}_n și \vec{E}_τ sunt componentele normală și tangențială ale vectorului \vec{E} ;

- 2) Suprafața conductorului este o suprafață echipotențială (unde potențialul este același);

- 3) Toate sarcinile necompensate se află pe suprafața conductorului.

8.2. Capacitatea electrică a unui conductor izolat. Condensatoarele

Din cele menționate anterior, cunoaștem deja că conductoarele au proprietatea de a acumula sarcina electrică. Este evident faptul, că sarcina concentrată pe un conductor izolat (în apropierea lui nu se află alți conductori, corpuri sau sarcini), este proporțională cu potențialul lui

$$q = C \varphi, \quad (8.4)$$

unde coeficientul de proporționalitate C se numește **capacitatea electrică** a conductorului. De unde rezultă că

$$C = \frac{q}{\varphi}. \quad (8.5)$$

Deci, capacitatea electrică a unui conductor izolat este egală numeric cu sarcina electrică, care trebuie comunicată pentru ca potențialul lui să crească cu 1 V. În SI capacitatea electrică se măsoară

în farazi, $[C] = \frac{1 \text{ C}}{1 \text{ V}} = 1 \text{ F}$. Ea depinde de dimensiunile și forma conductorului, dar nu depinde de materialul din care este confecționat de starea de agregare, forma și dimensiunile cavităților din interiorul conductorului.

Ca exemplu vom considera capacitatea unui conductor sferic de raza R care se află într-un mediu dielectric cu permitivitatea ε . Potențialul suprafeței acestui conductor ce posedă sarcina electrică q , este dat de relația

$$\varphi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{\varepsilon R}.$$

Conform (3.55) obținem

$$C = \frac{q}{\varphi} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon R. \quad (8.6)$$

Dacă vom apropia de un conductor încărcat alte corpuri, atunci pe suprafața lor vor apărea sarcini induse (în cazul conductorilor) sau legate (în cazul dielectricilor). Aceste sarcini vor diminua câmpul electric, adică vor micșora potențialul φ . Din definiția capacității se poate conchide, că capacitatea conductorului va crește.

În practică este necesară existența instalațiilor, care ar acumula cantități considerabile de sarcină electrică, chiar și în cazul când dețin un potențial mic. Așa dispozitive se numesc **condensatoare**, care au proprietatea de a stochea sarcina electrică.

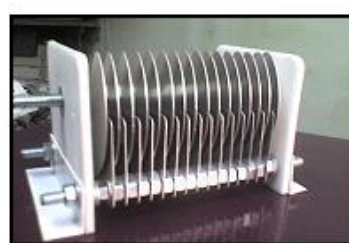
Condensatoarele pot fi de diverse configurații, iar fiecare din ele constau din perechi de conductori între care se află un mediu dielectric (*Fig. 3.15a, b, c*). Asupra capacității condensatorului nu trebuie să influențeze corpurile înconjurătoare. Din această cauză, armăturile au așa o formă încât, câmpul creat de sarcinile acumulate pe armături să fie concentrat în spațiul îngust dintre armături. Asemenea condiții îndeplinesc 1) două plăci paralele, 2) două cilindre coaxiale, 3) două sfere concentrice, etc.



Fig. 3.15.a)



b)



c)

1. **Confesatorul plan** compus din două plăci paralele cu aria S fiecare, încărcate cu sarcini de semn opus și situate la o distanță mică d una de alta (*Fig. 3.16a; 3.16b*).

Intensitatea câmpului electric între plăcile condensatorului

este
$$E = \frac{\sigma}{\epsilon\epsilon_0}, \quad (3.57)$$

unde ϵ este permitivitatea dielectrică a mediului dintre plăcile condensatorului; σ este densitatea superficială a sarcinilor, care în cazul unei distribuții uniforme a sarcinii este

$$\sigma = \frac{q}{S}. \quad (8.8)$$

Substituind expresia de mai sus în (3.57) obținem

$$E = \frac{q}{\epsilon\epsilon_0 S}. \quad (8.9)$$

În conformitate cu relația $\varphi_1 - \varphi_2 = Ed = \frac{qd}{\epsilon\epsilon_0 S}$, unde diferența de potențial dintre armături $\varphi_1 - \varphi_2$, se mai numește și tensiune electrică U ,

atunci:

$$U = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{qd}{\epsilon\epsilon_0 S}. \quad (8.10)$$

Așa cum $C = \frac{q}{U}$, pentru **capacitatea condensatorului plan** obținem

$$C = \frac{\epsilon\epsilon_0 S}{d}. \quad (8.11)$$

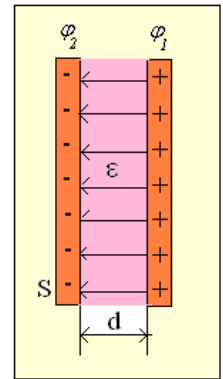


Fig. 3.16b.

2. **Condensatorul sferic** constă din două sfere concentrice cu razele r_1 și r_2 , unde $r_1 \neq r_2$ (Fig. 3.17). Intensitatea câmpului dintre armăturile condensatorului sferic este

$$E(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{q}{r^2},$$

iar diferența de potențial
$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{q}{4\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right).$$

Substituind diferența de potențial în relația
$$C = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2}$$

obținem:
$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1}. \quad (8.12)$$

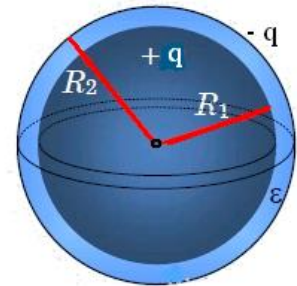


Fig. 3.17.

În cazul când $d = r_2 - r_1 \ll r_1$ atunci capacitatea condensatorului sferic se determină folosind relația capacității condensatorului plan.

Condensatoarele se mai caracterizează și cu **tensiunea de străpungere**, adică la diferențe de potențial mari poate avea loc străpungerea electrică a dielectricului.

Merită de menționat, că pentru diferite scopuri aplicative bateriile de condensatori se obțin prin conectarea a în paralel și în serie:

1. Conectarea în paralel (Fig. 3.18). Admitem că sunt date n condensatoare cu capacitățile C_1, C_2, \dots, C_n . Pe fiecare din cele două sisteme de armături se acumulează sarcina: $q_1 = C_1 \Delta\varphi$; $q_2 = C_2 \Delta\varphi$; $q_n = C_n \Delta\varphi$.

Ori sarcina sumară

$$q = \sum_{i=1}^n q_i = \Delta\varphi \sum_{i=1}^n C_i.$$

în baza comparațiilor obținem m:

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n = \sum_{i=1}^n C_i. \quad (3.63)$$

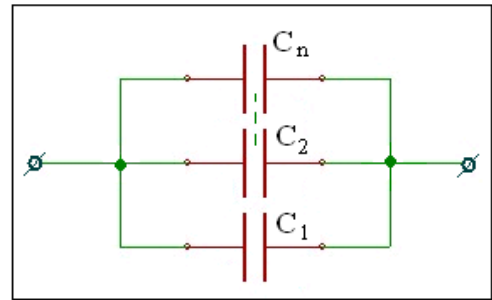


Fig. 3.18.

Deci, **capacitatea electrică a condensatoarelor la conectarea lor în paralel este egală cu suma capacităților acestor condensatoare.**

2. La conectarea în serie (Fig. 3.19) a condensatoarelor fiecare condensator are aceeași sarcină q datorită fenomenului de influență electrostatică, dar în schimb, diferența de potențial $\Delta\varphi$ pe fiecare condensator este diferită, fiind invers proporțională cu capacitatea condensatoarelor astfel

$$\Delta\varphi = \sum_{i=1}^n \Delta\varphi_i = \sum_{i=1}^n \frac{q}{C_i}.$$

Pe de altă parte, avem

$$\Delta\varphi = \frac{q}{C} = q \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}.$$

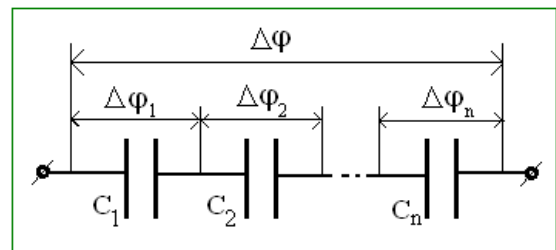


Fig. 3.19.

Prin urmare, comparând relațiile de mai sus obținem

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \dots + \frac{1}{C_n} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}. \quad (3.64)$$

Așadar, la conectarea în serie mărimea inversă a capacității totale este egală cu suma mărimilor inverse ale capacităților condensatoarelor.

3.8.3. Energia câmpului electric

1. Energia unui sistem de sarcini punctiforme imobile

În baza celor menționate, cunoaștem că forțele de interacțiune dintre corpurile încărcate sunt conservative. Așadar, un sistem de corpuri încărcate posedă energie potențială.

Vom cerceta un sistem din două sarcini punctiforme q_1 și q_2 , situate una de alta la distanța r_{12} . Fiecare sarcină aflându-se în câmpul celeilalte posedă energie potențială

$$E_{p1} = q_1 \varphi_{12}, \quad (8.15)$$

$$E_{p2} = q_2 \varphi_{21}, \quad (8.16)$$

unde

$$\varphi_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2}{r}, \quad \varphi_{21} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{r}, \quad (8.17)$$

$$\Rightarrow E_{p1} = E_{p2} = E_p. \quad (8.17)$$

Atunci
$$E_p = q_1 \varphi_{12} = q_2 \varphi_{21} = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_{12} + q_2 \varphi_{21}). \quad (8.18)$$

Pentru n sarcini
$$E_p = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i, \quad (8.19)$$

unde φ_0 este potențialul câmpului creat de toate sarcinile sistemului în punctul unde se află sarcina q_i cu excepția sarcinii q_i .

2. Energia unui conductor izolat încărcat.

Pentru calcularea energiei unui conductor izolat încărcat cu sarcina q , aplicăm relația (8.19). Prin urmare, observăm că un conductor izolat cu sarcina q poate fi considerat drept un sistem de sarcini punctiforme Δq . Conform celor menționate în cazul anterior, un astfel de sistem posedă energie, care și reprezintă lucrul efectuat la deplasarea sarcinii la infinit.

Admitem că la mărirea sarcinii conductorului, transferând sarcina dq de la infinit pe suprafața lui, lucrul efectuat împotriva forțelor câmpului este

$$qL = dq(\varphi - \varphi_\infty), \quad (8.20)$$

unde φ este potențialul conductorului, ori ținând cont că $\varphi_{\infty} = 0$, atunci

$$qL = \varphi dq. \quad (8.21)$$

Așa cum capacitatea condensatorului $C = \frac{q}{\Delta\varphi} \Rightarrow \Delta\varphi = \frac{q}{C}$, (8.21) ia forma

$$dL = \frac{q}{C} dq. \quad (8.22)$$

Deci, formula (8.22) redă lucrul care se consumă mărirea energiei conductorului

$$dE_p = dL = \frac{q}{C} dq, \quad (8.23)$$

$$E_p = \frac{1}{C} \int_0^q q dq = \frac{q^2}{2C}. \quad (8.24)$$

Astfel, pentru energia potențială a unui conductor avem

$$E_p = \frac{q^2}{2C} = \frac{q\Delta\varphi}{2} = \frac{C\Delta\varphi^2}{2}. \quad (8.25)$$

3. Energia unui condensator încărcat.

Admitem că, condensatorul considerat este plan, capacitatea căruia este $C = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S}{d}$, unde ε este permitivitatea dielectrică a mediului dintre armăturile condensatorului, S este aria suprafețelor lor, d este distanța dintre armături. Substituind relația de mai sus în (3.75), obținem

$$E_p = \frac{C(\Delta\varphi)^2}{2} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 S(\Delta\varphi)^2}{2d} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2} \left(\frac{\Delta\varphi}{d} \right)^2 Sd. \quad (8.26)$$

Considerând în ultima relație cazul condensatorului plan obținem relația

$$E_p = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} V, \quad (8.27)$$

unde $E = \frac{\Delta\varphi}{d}$, iar $V = Sd$ este volumul spațiului dintre plăcile condensatorului.

4. Energia câmpului electric

În continuare, vom nota energia câmpului electric prin W , iar relația (8.25) poate fi scrisă astfel

$$W = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} V. \quad (8.28)$$

Atunci densitatea de volum a energiei câmpului electrostatic este

$$w = \frac{W}{V} = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2}. \quad (8.29)$$

Utilizând relația (8.24) $\vec{D} = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}$, expresia (8.27) se poate scrie

$$w = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon E^2}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon_0 \varepsilon} = \frac{\vec{E} \vec{D}}{2}. \quad (8.30)$$

Prin urmare, formula (8.30) este valabilă pentru un dielectric izotrop.

9. Curentul electric continuu

9.1. Intensitatea și densitatea curentului. Tensiunea electromotoare

Mișcarea ordonată a electronilor în metale și a ionilor în unele lichide sau gaze, sub acțiunea câmpului electric se numește curent electric de conducție. Această mișcare este un fenomen complex, deoarece purtătorii de sarcină electrică din conductor se află într-o continuă mișcare termică și suferă multiple accelerări, frânări, devieri etc., datorită ciocnirilor. Din aceste considerente putem vorbi numai despre viteza medie a mișcării ordonate numită **viteză de antrenare**. O măsură cantitativă a curentului electric este intensitatea curentului. **Intensitatea curentului electric este o mărime fizică scalară, egală cu sarcina electrică care trece într-o unitate de timp prin secțiunea transversală a conductorului**

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}. \quad (9.1)$$

În cazul când curentul electric nu variază în timp, atunci curentul se numește **curent staționar** ori **continuu**, prin urmare, intensitatea căruia va fi

$$I = \frac{q}{t}. \quad (9.2)$$

Ca unitate de măsură în SI intensitatea curentului se măsoară în Amperi: $[I] = \frac{1\text{C}}{1\text{s}} = 1\text{ A}$.

Așa cum, curentul electric poate fi distribuit neuniform pe suprafața prin care circulă, el poate fi caracterizat cu ajutorul vectorului densității curentului \vec{j} . **Densitatea curentului electric este o mărime fizică vectorială, orientată în sensul intensității curentului electric dI și având modulul egal cu sarcina electrică care trece în unitatea de timp, prin unitatea de arie dS a secțiunii transversale a conductorului**

$$j = \frac{dI}{dS_{\perp}}. \quad (9.3)$$

Așadar, cunoscând vectorul densității curentului, se poate determina intensitatea curentului care circulă prin orice suprafață S

$$dI = j dS_{\perp} = j dS \cos \alpha ,$$

$$dI = (\vec{j} d\vec{S}). \quad (9.4)$$

Fie dată o porțiune de conductor, care conține N purtători de sarcină q , în unitatea de volum.

În intervalul de timp Δt prin secțiunea a II a conductorului va trece sarcina

$$\Delta q = Nq = nV = nqSv_d\Delta t. \quad (9.5)$$

Atunci
$$j = \frac{\Delta q}{S\Delta t} = nv_dq,$$

sau
$$\vec{j} = nq\vec{v}_d. \quad (9.6)$$

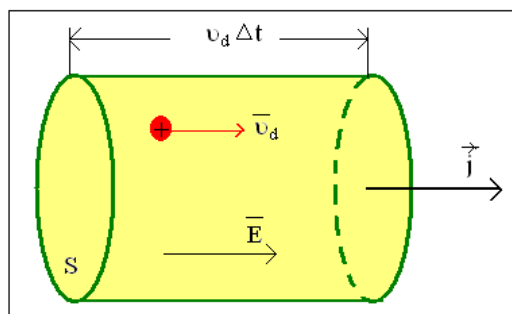


Fig. 3.20.

Prin convenție, sensul curentului electric se consideră sensul deplasării ordonate a purtătorilor de sarcină electrică pozitivă.

Fie două corpuri conductoare A și B cu sarcinile $+q$ și $-q$ (Fig. 3.21) la care este aplicată o diferență de potențiale (Fig. 3.21) φ_A și φ_B .

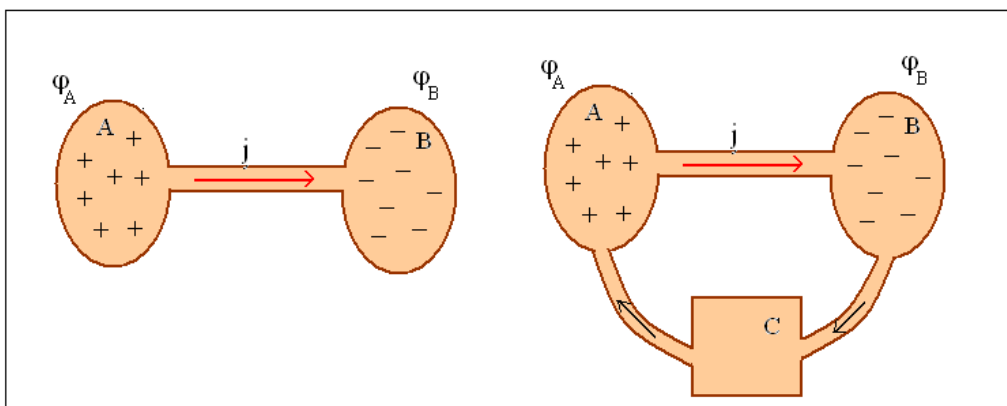


Fig. 3.21.

Fig. 3.22.

Dacă legăm cele două corpuri printr-un conductor, datorită diferenței de potențial $\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B$ prin firul conductor vom avea un curent electric de conducție. După un timp relativ scurt potențialele φ_A și φ_B se vor egala și curentul electric se va întrerupe. Pentru menținerea unui curent electric staționar trebuie să avem un circuit închis, de la A la B și apoi de la B la A prin alt

fir conductor. Însă pe porțiunea BCA (Fig. 3.22) sarcinile electrice ar trebui să se deplaseze împotriva forțelor electrice și deci, aceasta nu poate avea loc fără o intervenție exterioară a unei așa numite surse electrice. Această sursă comunică purtătorilor de sarcină electrică energia necesară ca aceștia să poată trece prin firul conductor BCA . Deci pentru menținerea curentului electric staționar sunt necesare forțe imprimare (exterioare) care acționează fie pe întregul circuit, fie pe o porțiune a acestuia. Forțele imprimare pot fi caracterizate de lucrul mecanic efectuat de acestea pentru deplasarea sarcinilor electrice pe întregul circuit. **Mărimea fizică, egală cu lucrul mecanic efectuat de forțele imprimare pentru deplasarea unei unități de sarcină electrică pozitivă prin circuit se numește tensiune electromotoare (t.e.m.)**

$$\mathcal{E} = \frac{L_{ex}}{q}, \quad (9.7)$$

de unde rezultă că t.e.m. în SI se măsoară în $[\mathcal{E}] = \frac{1 \text{ J}}{1 \text{ C}} = 1 \text{ V (Volt)}$.

Forțele imprimare care acționează asupra sarcinii sunt

$$\vec{F}_i = q\vec{E}_i, \quad (9.8)$$

unde \vec{E}_i este intensitatea câmpului electric imprimat.

Pe un circuit închis avem

$$L = \oint \vec{F}_i d\vec{l} = q \oint \vec{E}_i d\vec{l} = q\mathcal{E}. \quad (9.9)$$

Așa cum t.e.m. pe întregul circuit se determină ca circulația câmpului electric imprimat

$$\mathcal{E} = \oint \vec{E}_i d\vec{l}. \quad (9.10)$$

Atunci pentru o porțiune de circuit avem

$$\mathcal{E}_{12} = \int_1^2 \vec{E}_i d\vec{l}. \quad (9.11)$$

Dacă în circuit mai acționează și forțele electrostatice, atunci

$$\vec{F} = \vec{F}_i + F_c = q(\vec{E}_i + \vec{E}_c). \quad (9.12)$$

Pentru lucrul mecanic putem scrie

$$L_{12} = q \int_1^2 \vec{E}_i d\vec{l} + q \int_1^2 \vec{E}_c d\vec{l} = q\mathcal{E}_{12} + q(\varphi_1 - \varphi_2) = q[\mathcal{E}_{12} + (\varphi_1 - \varphi_2)] = qU,$$

$$L_{12} = qU \quad (9.13)$$

ori

Mărima fizică egală numeric, cu lucrul mecanic efectuat de forțele electrostatice și de forțele imprimate asupra unei unități de sarcină pozitivă se numește cădere de tensiune sau tensiunea U pe porțiunea respectivă de circuit

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}. \quad (9.14)$$

Căderea de tensiune este egală cu diferența de potențial numai pe porțiunea de circuit în care nu acționează forțe exterioare (imprimate).

9.2. Legea lui Ohm. Rezistența conductoarelor.

Fizicianul german Ohm a stabilit experimental că, intensitatea curentului electric printr-un conductor este proporțională cu tensiunea U electrică aplicată pe conductor $I = \frac{U}{R}$, unde R este rezistența electrică a conductorului. Această relație reprezintă legea lui Ohm pentru o porțiune omogenă de circuit sub formă integrală. Mărima

$$G = \frac{1}{R}, \quad (9.15)$$

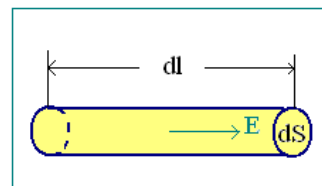
unde G este un coeficient de proporționalitate și se numește **conductanță electrică**. În SI are

$$\text{unitatea de măsură} \quad 1S = \frac{1}{\Omega} = \frac{1 \text{ A}}{1 \text{ V}} = 1 \text{ Sm} \quad (\text{Siemens}).$$

Rezistența conductorului omogen depinde atât de forma și dimensiunile lui, cât și de proprietățile și starea materialului din care acesta este confecționat. Pentru un conductor omogen

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (9.16)$$

$$\rho(t) = \rho_0 (1 + \alpha t), \quad (9.17)$$



unde ρ este rezistivitatea electrică a conductorului (constantă de material).

Fig.3.33.

Pentru **conductibilitatea electrică** a conductorului putem scrie

$$\sigma = \frac{1}{\rho}. \quad (9.18)$$

Prin urmare

$$I = \frac{US}{\rho l} \Rightarrow \frac{I}{S} = \frac{1}{\rho} \frac{U}{l}.$$

Deoarece $\frac{U}{l} = E$ și $\frac{I}{S} = j$ atunci obținem

$$j = \frac{1}{\rho} E. \quad (9.19)$$

Conform relației (9.18) luând în considerație faptul că vectorii \vec{j} și \vec{E} coincid ca sens obținem

$$\vec{j} = \sigma \vec{E}. \quad (9.20)$$

Relația obținută reprezintă legea lui Ohm pentru o porțiune omogenă de circuit sub formă diferențială. Pentru o porțiune neomogenă de circuit legea lui Ohm are forma

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}, \quad (9.21)$$

unde R este rezistența totală a circuitului (include și rezistența sursei electrice). **Pentru un circuit**

închis $\varphi_1 = \varphi_2$ și legea lui Ohm devine

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}. \quad (9.22)$$

9.3. Lucrul și puterea curentului electric. Legea lui Joule - Lentz

Fie un conductor omogen la capetele căruia este aplicată tensiunea U . În timpul t prin secțiunea transversală a conductorului considerat va trece sarcina $dq = I dt$. Lucrul efectuat pentru deplasarea sarcinii dq prin conductor este

$$dL = U dq = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt. \quad (9.23)$$

După definiție puterea este

$$P = \frac{dL}{dt} = \frac{U dq}{dt} = IU = I^2 R = \frac{U^2}{R}. \quad (9.24)$$

Dacă curentul trece printr-un conductor metalic în stare de repaos, tot lucrul mecanic efectuat de curent se consumă pentru încălzirea lui. Din legea conservării energiei avem **cantitatea de căldură care se degajă la trecerea curentului va fi egală cu mărimea acestui lucru**

$$dQ = dL = IU dt = I^2 R dt = \frac{U^2}{R} dt, \quad (9.25) \quad \text{ori} \quad Q = \int_0^t R I^2(t) dt. \quad (9.26)$$

Aceste relații reprezintă **legea lui Joule - Lentz sub formă integrală**. Într-un element de conductor în timpul dt în volumul $dV = dS dl$ se va degaja căldura

$$dQ = I^2 R dt = \frac{\rho dl}{dS} (j dS)^2 dt = \rho j^2 dS dl dt = \rho j^2 dV dt. \quad (9.27)$$

Cantitatea de căldură degajată dQ , într-o unitate de volum, în unitatea de timp se numește **putere specifică a curentului** și este

$$W = \frac{dQ}{dVdt} = \rho j^2. \quad (9.28)$$

Substituind în formula (3.108) legea lui Ohm sub formă diferențială $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ și relația $\sigma = \frac{1}{\rho}$,

obținem
$$W = jE = \sigma E^2. \quad (9.29)$$

Formulele (9.28) și (9.29) reprezintă legea lui **Joule - Lentz sub formă diferențială**.