Galil-Seiferas, Optimal Mismatch, Two-Way, String Matching on Ordered Alphabets

## Integrantes da Equipe

- Gonzalo Ivan dos Santos Portales;
- Gabriel Sena San Martin;
- Victor Yan Pereira e Lima.

# Galil-Seiferas

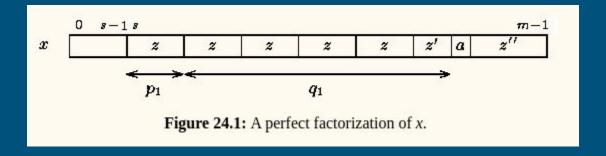
## Definição

- É um algoritmo de correspondência de string com espaço constante e tempo linear;
- Criado por Zvi Galil e Joel Seiferas;
- Seu principal caso de uso é quando não é possível ordenar alfabeticamente;
- Complexidade: 0(|x| + |y|), sendo:
  - o x => o padrão a ser encontrado;
  - y => a string onde a busca será realizada.

- O algoritmo é constituído por duas fases: pré-processamento (funções newP1, newP2 e parse) e busca (função search);
- O objetivo da parte de pré-processamento é achar uma fatoração perfeita uv de x onde u = x[0 .. s-1] e v = x[s .. m-1];
- A função newP1 tem a finalidade de achar o período de prefixo mais curto de x[s .. m-1].

- A função newP2 é responsável por achar o segundo período de prefixo mais curto de x[s .. m-1];
- A função parse é responsável por incrementar a variável global s;
- Dessa forma, antes de chamar a função search, temos que:
  - o x[s .. m-1] tem, no máximo, um período do prefixo;
  - se x[s .. m-1] tem um período do prefixo, então seu tamanho é p1;
  - x[s.. s+p1+q1-1] tem o período mais curto de tamanho p1;
  - o x[s..s+p1+q1] não tem período de tamanho p1.

O padrão x está na forma x[0 .. s-1]x[s .. m-1] onde x[s .. m-1] está na forma z[z']az", com [z] = p1, z' é prefixo de z, a não é prefixo de z e [z] z'[s] = p1+q1



- Dessa forma, ao pesquisar por x[s .. m-1] dentro de y:
  - se x[s .. s+p1+q1-1] foi correspondido, uma mudança de comprimento p1 pode ser realizada e as comparações são retomadas a x[s+q1];
  - caso contrário, se uma não-correspondência ocorrer em x[s+q] sendo q diferente de p1+q1,
     então uma mudança de tamanho q/k+1 deve ser realizada e as comparações são
     retomadas com x[0].

### Vantagens

- Utiliza espaço constante em sua implementação;
- Realiza ambos os limites assintóticos simultaneamente;
- Elimina completamente a necessidade de uma função "falha" prevista nos algoritmos de tempo linear de Knuth, Morris and Pratt;
- Pode ser implementado como uma sub-rotina Fortran ou mesmo como um autômato finito de 6 cabeças.

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
char *x, *y;
int k, m, n, p, p1, p2, q, q1, q2, s;
void search() {
   while (p \leq n - m) {
        while (p + s + q < n \ 86 \ x[s + q] = y[p + s + q]) + +q;
        if (q = m - s \& memcmp(x, y + p, s + 1) = 0) printf("%d\n", p);
        if (q = p1 + q1) {
            p += p1;
            q -= p1;
        else {
            p += (q/k + 1);
            q = 0;
```

```
/* Função utilizada para incrementar a variável global s */
void parse() {
    while (1) {
        while (x[s + q1] = x[s + p1 + q1]) ++q1;

        while (p1 + q1 ≥ k * p1) {
            s += p1;
            q1 -= p1;
        }

        p1 += (q1 / k + 1);
        q1 = 0;

        if (p1 ≥ p2) break;
    }

    newP1();
43 }
```

```
void newP2() {
        while (x[s + q2] = x[s + p2 + q2] & p2 + q2 < k * p2) ++q2;
        if (p2 + q2 = k * p2) parse();
         else if (s + p2 + q2 = m) search();
        else {
            if (q2 = p1 + q1) {
                p2 += p1;
                q2 -= p1;
             else {
                p2 += (q2 / k + 1);
                q2 = 0;
61
             newP2();
```

```
void newP1() {
   while(x[s + q1] = x[s + p1 + q1]) ++q1;
    if(p1 + q1 \ge k * p1) {
       p2 = q1;
        q2 = 0;
        newP2();
    else {
       if(s + p1 + q1 = m) search();
        else {
            p1 += (q1/k + 1);
            q1 = 0;
            newP1();
```

```
/* Método inicial com a inicialização das variáveis globais e chamada do método newP1 */
void GS(char *argX, int argM, char *argY, int argN) {
    x = argX;
    m = argM;
    y = argY;
    n = argN;
    k = 4;
    p = q = s = q1 = p2 = q2 = 0;
    p1 = 1;
    newP1();
}
```

### Questão do URI - 2651 - Link Bolado

```
int k, m, n, p, p1, p2, q, q1, q2, s;
int found;
void newP1():
void search() {
    while (p \le n - m) {
        while (p + s + q < n \delta x[s + q] = v[p + s + q]) ++q;
        if (q = m - s \delta 6 \text{ memcmp}(x, y + p, s + 1) = 0) found = 1;
        if (q = p1 + q1) {
            p += p1;
            q = p1;
        else {
            p += (q/k + 1);
            q = 0;
```

```
int main() {
          string input; cin >> input;
          string aux = "";
          for(int i = 0; i < input.length(); i++) {</pre>
              aux += tolower(input.at(i));
          int n = aux.length();
          char inputArray[n + 1];
          strcpy(inputArray, aux.c str());
          GS("zelda", 5, inputArray, n);
          cout << "Link " << (found ? "Bolado" : "Tranquilo") << endl;</pre>
          return 0;
122
```

```
        PROBLEMA:
        2651 - Link Bolado

        RESPOSTA:
        Accepted

        LINGUAGEM:
        C++17 (g++ 7.3.0, -std=c++17 -O2 -lm) [+0s]

        TEMPO:
        0.000s
```

# Optimal Mismatch

## Definição

- Autor: SUNDAY D.M., 1990.
- Um algoritmo de correspondência de string que compara os caracteres mais raros primeiro. Quando um caractere não corresponde, o próximo caractere no texto além da string de pesquisa determina onde a próxima correspondência possível começa.

- Sunday projetou um algoritmo onde os caracteres do padrão são
  escaneados do menos frequente ao mais frequente. Fazendo isso, pode-se
  esperar que haja uma incompatibilidade na maioria das vezes e, assim,
  digitalizar todo o texto muito rapidamente.
- É preciso saber as frequências de cada um dos caracteres do alfabeto.
- Variante do algoritmo Quick Search;

- A fase de pré-processamento do algoritmo Optimal Mismatch consiste em classificar os caracteres padrão em ordem decrescente de suas frequências.
- Em seguida, construir a função de deslocamento de bad character da Quick Search e uma função de deslocamento de good suffix adaptada à ordem de varredura dos caracteres do padrão.

## Complexidade

- A fase de pré-processamento possui complexidade de  $O(m^2+\sigma)$  em tempo e  $O(m+\sigma)$  em espaço;
- A fase de busca possui complexidade de O(mn) em tempo.

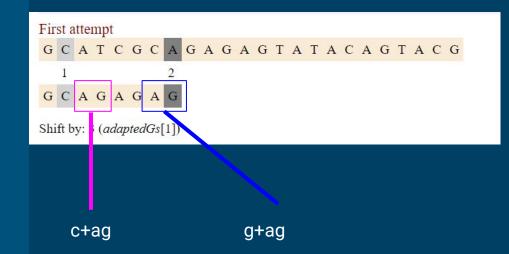
Fase de pré-processamento

c	A	C	G	T
freq[c]	8	5	7	4
qsBc[c]	2	7	1	9

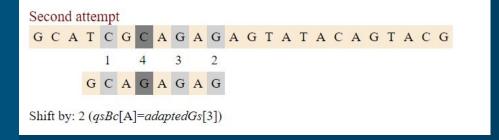
i	0	1	2	3	4	5	6	7
x[i]	G	С	A	G	A	G	A	G
pat[i].loc	1	7	5	3	0	6	4	2
x[i] $pat[i].loc$ $pat[i].c$	C	G	G	G	G	A	A	A

i	0	1	2	3	4	5	6	7	8
adaptedGs[i]	1	3	4	2	7	7	7	7	7

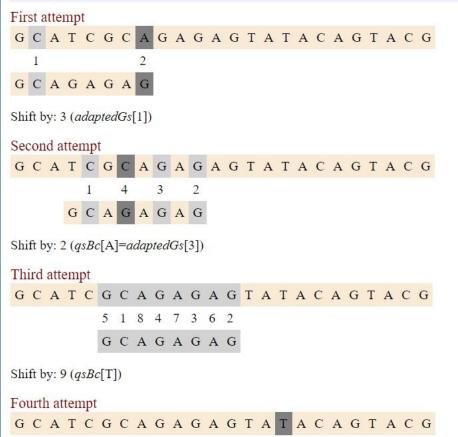
Fase de busca

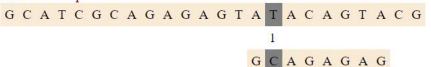


Fase de busca



Fase de busca





Shift by: 7 (qsBc[C])

The Optimal Mismatch algorithm performs 15 character comparisons on the example.

```
#include <stdio.h>
#include <string.h>
#define ASIZE 100000
#define XSIZE 100000
typedef struct patternScanOrder
 int loc:
 char c;
int freq[ASIZE];
// Constrói a tabela de troca de bad character
void preQsBc(char *x, int m, int qsBc[]) {
 int i:
  for (i = 0; i < ASIZE; ++i) qsBc[i] = m + 1;
  for (i = 0; i < m; ++i) qsBc[x[i]] = m - i;
```

```
/* Constrói a tabela de troca de bons sufixos
  a partir de uma string ordenada. */
      int adaptedGs[], pattern *pat) {
 int lshift, i, ploc;
 adaptedGs[0] = lshift = 1;
  for (ploc = 1; ploc ≤ m; ++ploc) {
   lshift = matchShift(x, m, ploc, lshift, pat);
   adaptedGs[ploc] = lshift;
  for (ploc = 0; ploc \leq m; ++ploc) {
   lshift = adaptedGs[ploc];
   while (lshift < m) {</pre>
     i = pat[ploc].loc - lshift;
     if (i < 0 || pat[ploc].c \neq x[i]) break;
     lshift = matchShift(x, m, ploc, lshift, pat);
   adaptedGs[ploc] = lshift;
```

```
/* Constrói um pattern ordenado
   a partir de uma string. */
void orderPattern(char *x, int m,
  int (*pcmp)(), pattern *pat) {
    pat[i].loc = i;
   pat[i].c = x[i];
  qsort(pat, m, sizeof(pattern), pcmp);
/* função de comparação de
   patterns do Optimal Mismatch. */
int optimalPcmp(pattern *pat1, pattern *pat2) {
 fx = freq[pat1 \rightarrow c] - freq[pat2 \rightarrow c];
          (fx > 0 ? 1 : -1):
          (pat2 \rightarrow loc - pat1 \rightarrow loc));
```

```
/* Encontrar o próximo deslocamento para a esquerda
   para os primeiros elementos do padrão ploc após
   uma troca atual(shift) ou lshift */
int matchShift(char *x, int m, int ploc,
               int lshift, pattern *pat) {
  for (; lshift < m; +lshift) {</pre>
   i = ploc;
   while (-i \ge 0) {
     if ((j = (pat[i].loc - lshift)) < 0) continue;</pre>
     if (pat[i].c \neq x[j]) break;
   if (i < 0) break;
  return (lshift);
```

```
/* Algortimo de correspondência de strings Optimal Mismatch. */
void OM(char *x, int m, char *y, int n) {
 int i, j, adaptedGs[XSIZE], qsBc[ASIZE];
          pat[XSIZE];
  /* Preprocessing */
 orderPattern(x, m, optimalPcmp, pat);
 preQsBc(x, m, qsBc);
 preAdaptedGs(x, m, adaptedGs, pat);
  /* Searching */
 j = 0:
 while (j \leq n - m) {
   i = 0;
   while (i < m \& pat[i].c = y[j + pat[i].loc]) +i;
   if (i \ge m) printf("%d\n", j);
   int max = adaptedGs[i] > qsBc[y[j + m]] ? adaptedGs[i] : qsBc[y[j + m]];
    j += max:
```

### Questão do URI - 3300

#### Números Má Sorte Recarregados

Um número número 3 é de má sorte se contém um 1 seguido por um 3 entre seus dígitos. Por exemplo, o número 341329 é de má sorte, enquanto o número 26771 não é.

Dado um inteiro N, seu programa terá que determinar se N é azarado ou não.

#### **Entrada**

A entrada consiste em um número positivo N (0  $\leq$  N  $\leq$  10^100).

#### Saída

Imprima a mensagem "N es de Mala Suerte" se N é de má sorte, caso contrário imprima "N NO es de Mala Suerte".

## Questão do URI - 3300 - Solução

```
int main() {
         source;
 cin >> source;
        pattern = "13";
 OM(pattern, pattern.length(),
    source, source.length());
 return 0:
```

#### SUBMISSÃO # 23684038

```
3300 - Números Má Sorte Recarregados
PROBLEMA:
RESPOSTA:
                 Accepted
                 C++17 (q++ 7.3.0, -std=c++17 -O2 -lm) [+0s]
LINGUAGEM:
TEMPO:
                 0.0005
                 3,29 KB
TAMANHO:
MEMÓRIA:
                 0 caracteres (+0 que a mediana)
CODE GOLF:
SUBMISSÃO:
                 20/07/2021 22:32:36
```

```
void OM(string x, int m, string y, int n) {
   int i, j, adaptedGs[XSIZE], qsBc[ASIZE];
           pat[XSIZE];
   /* Preprocessing */
   orderPattern(x, m, optimalPcmp, pat);
   preQsBc(x, m, qsBc);
   preAdaptedGs(x, m, adaptedGs, pat);
   /* Searching */
   j = 0:
   bool found = false;
   while (j \leq n - m) {
      i = 0:
      while (i < m \& pat[i].c = y[j + pat[i].loc])
         ++i;
      if (i \ge m)
         found = true;
      j += max(adaptedGs[i],qsBc[y[j + m]]);
   if (found)
      cout << y << " es de Mala Suerte" << endl;</pre>
   else
      cout << y << " NO es de Mala Suerte" << endl;</pre>
```

# Two-Way

## Definição

- Autores: Maxime Crochemore e Dominique Perrin(1991).
- Um algoritmo de correspondência de string que particiona o <u>padrão</u> x em dois, esquerda x<sub>1</sub> e direita x<sub>2</sub> para otimizar a busca.
- Em seguida, compara x<sub>R</sub> da esquerda para a direita. Se o padrão casar, compara x<sub>I</sub> da direita para a esquerda.

## Definição

- A fase de pré-processamento do algoritmo consiste em escolher uma boa fatorização x<sub>L</sub>x<sub>R</sub>.
- Requer um alfabeto ordenado;

#### Conceitos

- Fatorização: uma string é considerada fatorada quando é dividida em duas metades. Suponha que uma string x seja dividida em duas partes (u, v), então (u, v) é chamada de fatoração de x.
- Período: um período p para uma string x é definido como um valor tal que para qualquer inteiro 0 <i ≤ | x | p, x [i] = x [i + p]. Em outras palavras, "p é um período de x se duas letras de x na distância p sempre coincidem". O período mínimo de x é um número inteiro positivo denotado como p (x).</li>

### Conceitos

- Uma repetição w em (u, v) é uma substring de x em que:
  - o w é um sufixo de u ou u é um sufixo de w;
  - w é um prefixo de v ou v é um prefixo de w;
  - Em outras palavras, w ocorre em ambos os lados do corte com um possível overflow em qualquer um dos lados. Cada fatoração (u, v) de x tem pelo menos uma repetição. Pode-se ver facilmente que 1 <= r (u, v) <= | x |

#### Conceitos

- Um período local is the length of a repetition in (u, v). O menor período local em (u, v) é denotado como r(u, v). Para qualquer fatoração, 0 < r (u, v) ≤ | x |</li>
- Uma fatoração (u, v) de x tal que r (u, v) = p(x) é chamada de fatoração
   crítica de x
- O algoritmo Two Way escolhe a fatoração crítica (x<sub>L</sub>,x<sub>R</sub>) tal que | x<sub>L</sub> | < p(x) e |x<sub>L</sub>| é mínimo.

## Complexidade

- A fase de pré-processamento possui complexidade de O(m) em tempo
- Complexidade linear em espaço
- A fase de busca possui complexidade de O(n) em tempo.
- Realiza 2n-m comparações de caracteres no pior caso.

#### Caso de uso

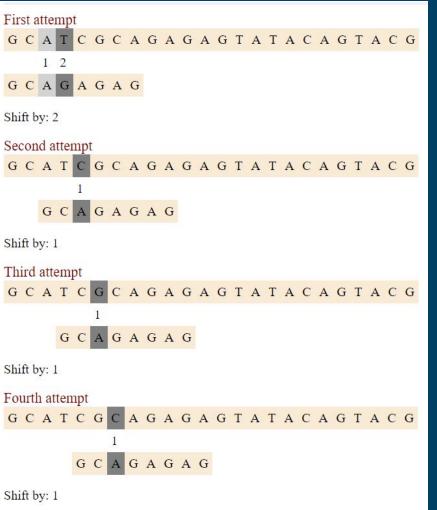
 Ele é o algoritmo selecionado da glibc(biblioteca padrão do C do projeto GNU) e musl(biblioteca padrão C destinada a sistemas operacionais baseados no kernel Linux) para as famílias de funções de substring memmem e strstr.

## Exemplo Gráfico

Fase de pré-processamento

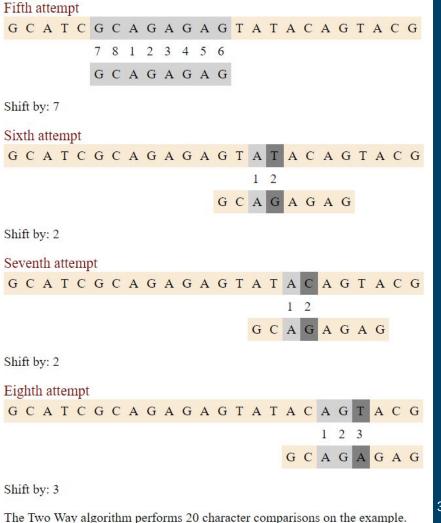
### Exemplo Gráfico

Fase de busca



#### Exemplo Gráfico

Fase de busca



#### Código- fonte

```
/* Cálculo do sufixo máximo para ≥ */
/* Cálculo do sufixo máximo para ≤ */
                                         int maxSufTilde(char *x, int m, int *p) {
int maxSuf(char *x, int m, int *p) {
 int ms, j, k;
                                          char a, b;
                                          ms = -1;
                                          j = 0;
 j = 0;
                                          k = *p = 1;
 k = *p = 1;
                                          while (j + k < m) {
                                            a = x[j + k];
   a = x[j + k];
                                            b = x[ms + k];
   b = x[ms + k];
                                            if (a > b) {
   if (a < b) {
     j += k;
                                              k = 1:
                                              *p = j - ms;
     *p = j - ms;
                                             \} else if (a = b)
     else if (a = b)
                                               if (k \neq *p)
      if (k \neq *p)
                                               else {
                                                j += *p;
       j += *p;
                                                 k = 1:
     j = ms + 1;
                                               k = *p = 1;
      k = *p = 1;
                                          return (ms);
  return (ms);
```

#### Código-fonte

```
/* Algoritmo de correspondência de strings Two Way. */
void TW(char *x, int m, char *y, int n) {
 /* Pré-processamento */
 j = maxSufTilde(x, m, δq);
 /* Buscando */
 if (memcmp(x, x + per, ell + 1) = \emptyset) {
   memory = -1;
   while (j \leq n - m) {
      int max = ell > memory ? ell : memory;
      while (i < m \delta \delta x[i] = y[i + j]) ++i;
      if (i \ge m) {
        while (i > memory & x[i] = y[i + j]) --i;
       if (i ≤ memory) printf("%d\n", j);
       j += per;
       memory = m - per - 1;
        else {
        j += (i - ell);
       memory = -1;
```

#### Código-fonte

```
} else {
 int max = ell + 1 > m - ell - 1 ? ell + 1 : m - ell - 1;
 per = max + 1;
 j = 0;
 while (j \leq n - m) {
  i = ell + 1;
   while (i < m & x[i] = y[i + j]) ++i;
   if (i \ge m) {
    i = ell;
     while (i \ge 0 \& x[i] = y[i + j]) --i;
     if (i < 0) printf("%d\n", j);
     j += per;
    else
     j += (i - ell);
```

#### Questão do URI - 2356

#### Bactéria I

#### **Entrada**

Cada caso teste contém duas strings, D e S, cada qual em uma linha, e representam o DNA da bactéria e a sequência de código genético que leva a resistência. 1 ≤ |D|, |S| ≤ 100. As strings são compostas apenas pelos caracteres: A, C, G, T.

#### Saída

Imprima uma linha por cada caso teste, contendo a string "Resistente" (sem aspas) caso a bactéria possua o código genético requerido em seu DNA, ou a string "Nao resistente" (sem aspas) caso contrário.

#### Questão do URI - 2356

Exemplo de Entrada	Exemplo de Saída
CGTC	Resistente
FT	Nao resistente
CCT	
G	

# Questão do URI - 2356

#### - Solução

```
/* Buscando */
bool found = false;
if (memcmp(x.c_str(), x.c_str() + per, ell + 1) = 0) {
 j = 0;
 memorv = -1;
 while (j \leq n - m) {
   int max = ell > memory ? ell : memory;
   i = max + 1:
   while (i < m \& x[i] = y[i + j]) ++i;
   if (i \ge m) {
     i = ell:
     while (i > memory & x[i] = y[i + j]) -i;
     if (i ≤ memory) found = true;
     j += per;
     memory = m - per - 1;
     else {
     j += (i - ell);
     memorv = -1:
 else {
```

```
} else {
  int max = ell + 1 > m - ell - 1 ? ell + 1 : m - ell - 1;
  per = max + 1:
 j = 0;
  while (j \leq n - m) {
   i = ell + 1;
    while (i < m & x[i] = y[i + j]) ++i;
    if (i \ge m) {
     i = ell:
     while (i \ge 0 & x[i] = y[i + j]) --i;
     if (i < 0) found = true;</pre>
     j += per;
     else
      j += (i - ell);
if (found)
  cout << "Resistente" << endl;</pre>
else
  cout << "Nao resistente" << endl;</pre>
```

#### Questão do URI - 2356 - Solução

```
int main() {
         source:
  cin >> source;
         pattern;
  cin >>> pattern;
  while (!cin.eof()) {
    TW(pattern, pattern.length(),
       source, source.length());
    cin >> source;
    cin >> pattern;
  return 0;
```

# SUBMISSÃO # 23684798 PROBLEMA: 2356 - Bactéria I RESPOSTA: Accepted LINGUAGEM: C++17 (g++ 7.3.0, -std=c++17 -O2 -lm) [+0s] TEMPO: 0.000s TAMANHO: 2,57 KB MEMÓRIA: SUBMISSÃO: 21/07/2021 00:32:53

# String Matching on Ordered Alphabets

#### Definição

- É um algoritmo de correspondência de string com tempo linear e espaço constante que explora a ordem do alfabeto;
- A sua principal característica é que ele escaneia a string da esquerda para a direita.

- O algoritmo calcula o prefixo máximo do prefixo correspondente ao padrão anexado do caractere incompatível do texto após cada tentativa;
- Ele evita computá-lo do zero após a mudança de comprimento ter sido executada.

- Define-se tw<sup>e</sup>w' a decomposição máxima do sufixo de uma palavra x se:
  - o v = wew' é o sufixo máximo de x de acordo com a ordem alfabética;
  - w é básico;
  - o e >= 1;
  - o w' é sufixo adequado de w.
- Então temos |t| < per/>(x).

- Se twew' é a decomposição de sufixo máxima de uma string x não-vazia, então as quatro propriedades são válidas:
  - Se t é sufixo de w então per(x) = per(v);
  - o per(x) > |t|;
  - Se |t| >= |w| então per(x) > |v| = |x| |t|;
  - Se t não é sufixo de w e |t| < |w| então per $(x) > min(|v|, |tw^e|)$ .

Se u for um sufixo de w então per(x) == per(v) == |w|;

#### Características

- Não possui uma fase de pré-processamento;
- A fase de busca pode ser realizada em tempo de execução O(n) usando um espaço constante extra;
- No pior dos casos, o algoritmo faz não mais que 6n+5 comparações de caracteres.

#### Código-fonte

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <string.h>
#define MAX(x, y) (((x) > (y)) ? (x) : (y))
#define MIN(x, y) (((x) < (y)) ? (x) : (y))
void nextMaximalSuffix(char *x, int m,
                       int *i, int *j, int *k, int *p) {
    char a, b;
    while (*j + *k < m) {
       a = x[*i + *k];
       if (a = b)
            if (*k = *p) {
       else if (a > b) {
         else {
```

```
void SMOA(char *x, int m, char *y, int n) {
  int i, ip, j, jp, k, p;
     while (i + j < n \ 86 \ i < m \ 86 \ x[i] = y[i + j]) ++i;
     if (i = 0) {
        if (i \ge m) printf("%d\n", j);
        if (ip < 0 || (ip < p &6 memcmp(y + j, y + j + p, ip + 1) = 0)) {
           if (jp - ip > p) jp -= p;
        else {
           j += (MAX(ip + 1, MIN(i - ip - 1, jp + 1)) + 1);
```

#### Questão do URI - 1241 - Encaixa ou Não II

```
57
58
60
61

}
else {
    if (i ≥ m) found = 1;
    nextMaximalSuffix(y + j, i+1, &ip, &jp, &k, &p);
```

```
PROBLEMA: 1241 - Encaixa ou Não II

RESPOSTA: Accepted

LINGUAGEM: C++17 (g++ 7.3.0, -std=c++17 -O2 -lm) [+0s]

TEMPO: 0.044s

TAMANHO: 2,22 KB

MEMÓRIA: -

SUBMISSÃO: 21/07/2021 01:05:36
```

```
int main() {
          int n; cin >> n;
          string a, b;
          while(n--) {
              cin \gg a \gg b;
              int sizeA = a.length();
              int sizeB = b.length();
              char aArray[sizeA + 1];
              char bArray[sizeB + 1];
              strcpy(aArray, a.c str());
              strcpy(bArray, b.c_str());
              SMOA(bArray, sizeB + 1, aArray, sizeA + 1);
              cout << (found ? "encaixa" : "nao encaixa") << endl;</pre>
              found = 0;
          return 0;
110
```

#### Referências

- GALIL Z., SEIFERAS J., 1983, Time-space optimal string matching, Journal of Computer and System Science 26(3):280-294.
- <a href="https://www-igm.univ-mlv.fr/~lecrog/string/node25.html">https://www-igm.univ-mlv.fr/~lecrog/string/node25.html</a>
- <a href="https://www.geeksforgeeks.org/counting-sort/#:~:text=Counting%20sort%20is%20a%20sorting.object%20in%20the%20output%20sequence">https://www.geeksforgeeks.org/counting-sort/#:~:text=Counting%20sort%20is%20a%20sorting.object%20in%20the%20output%20sequence</a>.
- https://www.programiz.com/dsa/counting-sort
- <a href="http://www.facom.ufu.br/~backes/gsi011/Aula06-Ordenacao.pdf">http://www.facom.ufu.br/~backes/gsi011/Aula06-Ordenacao.pdf</a>
- http://www-igm.univ-mlv.fr/~lecroq/string/node27.html