



**DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

TP de Especificación

1 de octubre de 2020

Algoritmos y Estructuras de Datos I

Grupo: 15

Integrante	LU	Correo electrónico
Mauricio David Toranzo	63/20	david-toranzo@hotmail.com
Matias Federico Sarmiento	741/18	mfsarmiento@gmail.com
Victor Manuel Asmad Murga	760/19	victorasmad2@gmail.com
Marco Antonio Avila Tapia	412/20	marco6267@hotmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

1. Ejercicios - Primera Parte

```

pred esValido (t : Toroide) {
  (∀i : ℤ)((0 ≤ i < |t| ∧ |t| ≥ 3) →L (|t[i]| ≥ 3 ∧ |t[0]| = |t[i]|))
}

```

```

pred toroideMuerto (t : Toroide) {
  (∀i : ℤ)((∀j : ℤ)((0 ≤ i < |t| ∧L 0 ≤ j < |t[i]|) →L (t[i][j] = false)))
}

```

```

pred posicionesVivas (t : Toroide, vivas: seq⟨ℤxℤ⟩) {
  ¬toroideMuerto(t) ∧ |vivas| > 0 ∧L (∀i : ℤ)((0 ≤ i < |vivas|) →L
  ((0 ≤ vivas[i]0 < |t| ∧L 0 ≤ vivas[i]1 < |t[0]|) ∧L (t[vivas[i]0][vivas[i]1] = true)))
}

```

```

aux densidadPoblacion (t : Toroide) : ℤ =
  (∑i=0|t|-1 (∑j=0|t[i]|-1 if(t[i][j] = true) then 1 else 0 fi)) / (|t| * |t[0]|);

```

```

aux cantVecinosVivos (t : Toroide, f : ℤ, c : ℤ) : ℤ =
  (∑i=f-1f+1 (∑j=c-1c+1 if(i ≠ f ∧ j ≠ c ∧ (t[i mod |t|][j mod |t[0]|] = true) then 1 else 0 fi)));

```

```

pred evolucionDePosicion (t : Toroide, posicion : ℤxℤ) {
  0 ≤ posicion0 < |t| ∧ 0 ≤ posicion1 < |t[0]| ∧
  if t[posicion0][posicion1] then 2 ≤ cantVecinosVivos(t, posicion0, posicion1) ≤ 3
  else cantVecinosVivos(t, posicion0, posicion1) = 3 fi
}

```

```

pred evolucionToroide (t1 : Toroide, t2 : Toroide) {
  |t1| = |t2| ∧ |t1[0]| = |t2[0]| ∧L
  (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |t1| ∧L (∀j : ℤ)(0 ≤ j < |t1[0]| →L (evolucionDePosicion(t1, (i, j)) = t2[i][j])))
}

```

2. Ejercicios - Segunda Parte

```

proc evolucionMultiple (in t: Toroide, in k: ℤ, out result: Toroide) {
  Pre {esValido(t) ∧ k > 0}
  Post {coincideTamanio(t1, result) ∧ esKesimaEvolucion(t, k, result)}
}

```

```

proc esPeriodico (in t: Toroide, inout p: ℤ, out result: Bool) {
  Pre {esValido(t) ∧ p > 0}
  Post {result = true ↔ (∃k : ℤ)(k > 0 →L (esKesimaEvolucion(t, k, t) ∧ p = k))}
}

```

```

proc primosLejanos (in t1: Toroide, in t2: Toroide, out primos: Bool) {
  Pre {esValido(t1) ∧ esValido(t2)}
  Post {primos = true ↔ (∃k : ℤ)
    (k > 0 →L ((esKesimaEvolucion(t1, k, t2)) ∨ (esKesimaEvolucion(t2, k, t1))))}
}

```

```

proc seleccionNatural (in ts: seq⟨Toroide⟩, out res: ℤ) {
  Pre { |ts| > 0 ∧ noHayToroidesInmortales(ts) }
  Post { 0 ≤ res < |ts| ∧L toroideTardaMasEnMorir(ts, res) }
}

proc fusionar (in t1: Toroide, in t2: Toroide, out res: Toroide) {
  Pre { esValido(t1) ∧ esValido(t2) ∧ coincideTamanio(t1, t2) }
  Post { coincideTamanio(t1, res) ∧ coincideTamanio(t2, res) → contieneVivas(t1, t2, result) }
}

proc vistaTrasladada (in t1: Toroide, in t2: Toroide, out res: Bool) {
  Pre { esValido(t1) ∧ esValido(t2) ∧ coincideTamanio(t1, t2) }
  Post { res = true ↔ esTraslado(t1, t2) }
}

proc menorSuperficieViva (in t: Toroide, out res: ℤ) {
  Pre { esValido(t) ∧ ¬toroideMuerto(t) }
  Post {
    (∃ ts : seq⟨toroide⟩)(esListaDeTraslados(ts, t) ∧ (∃ tMenor : Toroide)
      (tMenor ∈ ts ∧ (∀ tItem ∈ ts)(tieneSuperficieMasChica(tMenor, t, res))))
  }
}

proc enCrecimiento (in t: Toroide, out res: Bool) {
  Pre { esValido(t) }
  Post { res = true ↔ (∃ tEvo : toroide)
    (coincideTamanio(t, tEvo) ∧ evolucionToroide(t, tEvo)
      ∧ evolucionTieneSuperficieMayor(tEvo, t)) }
}

```

3. Funciones y Predicados Auxiliares:

```

pred coincideTamanio (t:toroide, tAux:toroide) { |t| = |tAux| ∧L |t[0]| = |tAux[0]| }

pred esKesimaEvolucion (t:toroide, k:ℤ, result: toroide) {
  (∃ ts : seq < toroide >)
  (|ts| = k ∧L ts[0] = t ∧ ts[k-1] = result ∧ (∀ i : ℤ)
    (0 ≤ i < |ts| - 1 →L evolucionToroide(ts[i], ts[i+1]))))
}

pred noHayToroidesInmortales (ts: seq⟨Toroide⟩) {
  (∀ i : ℤ)(0 ≤ i < |ts| →L esValido(ts[i]) ∧ (∃ k : ℤ)(k > 0 ∧ muerteEnTicks(ts[i], k)))
}

pred toroideTardaMasEnMorir (ts: seq⟨Toroide⟩, res: ℤ) {
  (∃ k : ℤ)(k > 0 →L (∀ i : ℤ)(0 ≤ i < |ts| ∧L i ≠ res →
    (∃ w : ℤ)(k > w ∧ w > 0 ∧
      muerteEnTicks(ts[res], k) ∧ muerteEnTicks(ts[i], w))))
}

pred muerteEnTicks (t:toroide, k:ℤ) {
  (∃ tm : toroide)(coincideTamanio(tm, t) ∧ toroideMuerto(tm) ∧ esKesimaEvolucion(t, k, tm))
}

pred contieneVivas (t1:toroide, t2:toroide, result:toroide) {
  (∀ i : ℤ)(0 ≤ i < |t1| ∧L (∀ j : ℤ)(0 ≤ j < |t1[i]| →L (result[i][j] = true ↔ (t1[i][j] = true ∧

```

$t2[i][j] = \text{true})\}}\}$

pred esTraslado (t1:toroide, t2:toroide) {
 $(\exists x, y : \mathbb{Z})(0 \leq x < |t1| \wedge_L 0 \leq y < |t1[0]| \rightarrow_L$
 $(\forall i, k : \mathbb{Z})(0 \leq i, k < |t1| \wedge_L (\forall j, l : \mathbb{Z})(0 \leq j, l < |t1[0]| \rightarrow_L t2[i][j] = t1[(i+x) \bmod |t1|][(l+y) \bmod |t1[0]|]))\}}\}$

pred tieneSuperficieMasChica (tMenor: Toroide, tComparado:Toroide, res: \mathbb{Z}) {
 $(\exists \text{matrizMenor}, \text{matrizComparada} : \text{seq}(\text{seq}(\text{Bool})))$
 $\text{estaEnRango}(\text{matrizMenor}, tMenor) \wedge$
 $\text{estaEnRango}(\text{matrizComparada}, tComparado) \wedge$
 $\text{cantVivas}(\text{matrizMenor}) = \text{cantVivas}(tMenor) \wedge$
 $\text{cantVivas}(\text{matrizComparada}) = \text{cantVivas}(tComparado) \wedge$
 $\text{estaContenido}(\text{matrizMenor}, tMenor) \wedge$
 $\text{estaContenido}(\text{matrizComparada}, tComparado) \wedge$
 $\text{superficieTotal}(\text{matrizMenor}) = \text{res} \wedge$
 $\text{superficieTotal}(\text{matrizMenor}) \leq \text{superficieTotal}(\text{matrizComparada})$
 $\}}\}$

pred esListaDeTraslados (ts:seq<toroide>, t:toroide) {
 $(|ts| > 0 \wedge_L \text{sinRepetidos}(ts)) \rightarrow (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ts| \rightarrow_L \text{esValido}(t) \wedge \text{coincideTamano}(ts[i], t) \wedge$
 $\text{esTraslado}(t, ts[i]))$
 $\}$

pred estaEnRango (m:seq<seq<Bool>>, t:Toroide) $\{0 < |m| \leq |t| \wedge 0 < |m[0]| \leq |t[0]|\}$

pred estaContenido (m:seq<seq<Bool>>, tAux:toroide) {
 $|m| \leq |tAux| \wedge_L |m[0]| \leq |tAux[0]| \rightarrow (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |m| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |m[0]| \rightarrow_L$
 $m[i][j] = tAux[i][j]))\}$

pred sinRepetidos (ts:seq<Toroide>) $\{(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ts| \rightarrow_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |ts| \wedge_L i \neq j) \rightarrow ts[i] \neq ts[j]))\}$

aux cantVivas (t:toroide) : $\mathbb{Z} =$
 $(\sum_{i=0}^{|t|-1} (\sum_{j=0}^{|t[0]|-1} \text{if } (t[i \bmod |t|][j \bmod |t[0]|]) \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi}));$

aux superficieTotal (m:seq<seq<Bool>>) : $\mathbb{Z} = |m| * |m[0]|;$

pred evolucionTieneSuperficieMayor (tEvo:Toroide, t:Toroide) {
 $(\exists \text{trasladoTInicial}, \text{trasladoEvolucion} : \text{Toroide})$
 $(\text{esTraslado}(t, \text{trasladoTInicial}) \wedge$
 $\text{esTraslado}(tEvo, \text{trasladoEvolucion}) \wedge$
 $\neg(\exists k : \mathbb{Z})(\text{tieneSuperficieMasChica}(\text{trasladoTInicial}, \text{trasladoEvolucion}, k)))$
 $\}$

4. Decisiones tomadas

Usamos la primer fila en nuestras funciones y predicados púes los toroides son matrices (todas sus filas tienen el mismo largo y sus columnas el mismo alto), por lo tanto no cambia si usamos la primer o la i-esima fila.