TP de Especificación

1 de octubre de 2020 Algoritmos y Estructuras de Datos I

Grupo: 15

Integrante	LU	Correo electrónico
Mauricio David Toranzo	63/20	`david-toranzo-@hotmail.com`
Matias Federico Sarmiento	741/18	`mfsarmiento@gmail.com`
Victor Manuel Asmad Murga	760/19	`victorasmad2@gmail.com`
Marco Antonio Avila Tapia	412/20	`marco6267@hotmail.com`

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires
Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)
Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA
Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina
Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300
http://www.exactas.uba.ar

1. Ejercicios - Primera Parte

`pred esValido` (t : *toroide*) {
$(\forall i : \mathbb{Z})((0 \leq i < |t| \wedge |t| \geq 3) \longrightarrow_L (|t[i]| \geq 3 \wedge |t[0]| = |t[i]|))$
}

`pred toroideMuerto` (t : *toroide*) {
$(\forall i : \mathbb{Z})((\forall j : \mathbb{Z})((0 \leq i < |t| \wedge_L 0 \leq j < |t[i]|) \longrightarrow_L (t[i][j] = \text{false})))$
}

`pred posicionesVivas` (t : *toroide*, vivas: $seq\langle \mathbb{Z}x\mathbb{Z}\rangle$) {
$|vivas| > 0 \wedge_L (\forall i : \mathbb{Z})((0 \leq i < |vivas|) \longrightarrow_L$
$((0 \leq vivas[i]_0 < |t| \wedge_L 0 \leq vivas[i]_1 < |t[0]|) \wedge_L (t[vivas[i]_0][vivas[i]_1] = \text{true})))$
}

`aux densidadPoblacion` (t : *toroide*) : $\mathbb{Z}$ =
$(\sum_{i=0}^{|t|-1}(\sum_{j=0}^{|t[i]|-1} if(t[i][j] = \text{true})\ then\ 1\ else\ 0\ fi))/(|t| * |t[0]|)$;

`aux cantVecinosVivos` (t : *toroide*, f : $\mathbb{Z}$, c : $\mathbb{Z}$) : $\mathbb{Z}$ =
$(\sum_{i=f-1}^{f+1}(\sum_{j=c-1}^{c+1} if(i \neq f \wedge j \neq c \wedge (t[imod|t|][jmod|t[0]|]))\ then\ 1\ else\ 0\ fi))$;

`pred evolucionDePosicion` (t : *toroide*, posicion : $\mathbb{Z}$x$\mathbb{Z}$) {
$0 \leq posicion_0 < |t| \wedge 0 \leq posicion_1 < |t[0]| \wedge$
if $t[posicion_0][posicion_1]$ then $2 \leq cantVecinosVivos(t, posicion_0, posicion_1) \leq 3$
else $cantVecinosVivos(t, posicion_0, posicion_1 = 3)$ fi
}

`pred evolucionToroide` (t1 : *toroide*, t2 : *toroide*) {
$|t1| = |t2| \wedge |t1[0]| = |t2[0]| \wedge_L$
$(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |t1| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |t1[0]| \longrightarrow_L (evolucionDePosicion(t1, (i, j)) = t2[i][j])))$
}

2. Ejercicios - Segunda Parte

`proc evolucionMultiple` (in t: *toroide*, in k: $\mathbb{Z}$, out result: *toroide*) {
  `Pre` $\{esValido(t) \wedge k > 0\}$
  `Post` $\{|t| = |result| \wedge_L |t[0]| = |result[0]| \wedge esKesimaEvolucion(t, k, result)\}$
}

`proc esPeriodico` (in t: *toroide*, inout p: $\mathbb{Z}$, out result: Bool) {
  `Pre` $\{esValido(t) \wedge p = P_0\}$
  `Post` $\{P_0 > 0 \wedge result = \text{true} \leftrightarrow (\exists k : \mathbb{Z})(k > 0 \longrightarrow (esKesimaEvolucion(t, k, t) \wedge p = k))\}$
}

`proc primosLejanos` (in t1: *toroide*, in t2: *toroide*, out primos: Bool) {
  `Pre` $\{esValido(t1) \wedge esValido(t2)\}$
  `Post` $\{primos = \text{true} \leftrightarrow (\exists k : \mathbb{Z})$
    $(k > 0 \longrightarrow_L ((esKesimaEvolucion(t1, k, t2)) \vee (esKesimaEvolucion(t2, k, t1)))))\}$
}

`proc seleccionNatural` (in ts: $seq\langle toroide\rangle$, out res: $\mathbb{Z}$) {
  `Pre` $\{|ts| > 0 \wedge (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ts| \longrightarrow_L esValido(ts[i]) \wedge (\exists k : \mathbb{Z})(k > 0 \wedge muerteEnTicks(ts[i], k))\}$
  `Post` $\{0 \leq res < |ts| \wedge_L (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ts| \longrightarrow_L$
    $(\exists k, w : \mathbb{Z})(k > w \wedge k > 0 \wedge w > 0 \wedge$
    $muerteEnTicks(ts[res], k) \geq muerteEnTicks(ts[i], w)))\}$
}

`proc fusionar` (in t1: *toroide*, in t2: *toroide*, out res: *toroide*) {
  `Pre` $\{esValido(t1) \wedge esValido(t2) \wedge |t1| = |t2| \wedge |t1[0]| = |t2[0]|\}$
  `Post` $\{|result| = |t1| \wedge_L |result[0]| = |t1[0]| \longrightarrow contieneVivas(t1, t2, result)\}$

}

`proc vistaTrasladada` (in t1: *toroide*, in t2: *toroide*, out res: Bool) {
    `Pre` $\{esValido(t1) \wedge esValido(t2) \wedge |t1| = |t2| \wedge |t1[0]| = |t2[0]|\}$
    `Post` $\{res = \text{true} \leftrightarrow esTraslado(t1, t2)\}$
}

`proc menorSuperficieViva` (in t: *toroide*, out res: $\mathbb{Z}$) {
    `Pre` $\{esValido(t) \wedge \neg toroideMuerto(t)\}$
    `Post` {
        $(\exists ts : seq\langle toroide\rangle)$
        $(esListaDeTraslados(ts, t) \wedge (\exists tMenor : toroide)$
        $(tMenor \in ts \wedge (\forall tItem \in ts)(tieneSuperficieMasChica(tMenor, t, res)$
        $)))\}$
}

`proc enCrecimiento` (in t: *toroide*, out res: Bool) {
    `Pre` $\{esValido(t)\}$
    `Post` $\{res = \text{true} \leftrightarrow (\exists tEvo : toroide)$
        $((|tEvo| = |t| \wedge |tEvo[0]| = |t[0]|) \wedge_L evolucionToroide(t, tEvo)$
        $\wedge\, evolucionTieneSuperficieMayor(tEvo, t)))\}$
}

3. Funciones y Predicados Auxiliares:

`pred esKesimaEvolucion` (t:toroide, k:$\mathbb{Z}$, result: toroide) {
$(\exists\ ts : seq < toroide >)$
$(|ts| = k\ \wedge_L\ ts[0] = t \wedge ts[k-1] = result\ \wedge\ (\forall i : \mathbb{Z})$
$(0 \leq i < |ts| - 1 \longrightarrow_L\ evolucionToroide(ts[i], ts[i+1])))))\}$

`pred muerteEnTicks` (t:toroide, k:$\mathbb{Z}$) {
$(\exists tm : toroide)(|tm| = |t| \wedge_L |tm[0]| = |t[0]| \wedge toroideMuerto(tm) \wedge_L esKesimaEvolucion(t, k, tm))\}$

`pred contieneVivas` (t1:toroide, t2:toroide, result:toroide) {
$(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |t1| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |t1[i]| \longrightarrow_L (t1[i][j] = \text{true} \wedge t2[i][j] = \text{true} \wedge result[i][j] = \text{true})))\}$

`pred esTraslado` (t1:toroide, t2:toroide) {
$(\exists k : \mathbb{Z})(0 \leq k < |t1| \wedge_L (\exists l : \mathbb{Z})(0 \leq l < |t1[0]|$
$\longrightarrow_L (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |t1| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |t1[0]|$
$\longrightarrow_L (t1[(i+k) mod |t1|][(j+l) mod |t1[0]| = t2[(i+k) mod |t1|][(j+l) mod |t1[0]|)))))$
}

`pred tieneSuperficieMasChica` (tMenor: *toroide*, tComparado:*toroide*, res:$\mathbb{Z}$) {
$(\exists matrizMenor, matrizComparada : seq\langle seq\langle \mathsf{Bool}\rangle\rangle)($
$estaEnRango(matrizMenor, tMenor) \wedge$
$estaEnRango(matrizComparada, tComparado) \wedge$
$cantVivas(matrizMenor) = cantVivas(tMenor) \wedge$
$cantVivas(matrizComparada) = cantVivas(tComparado) \wedge$
$estaContenido(matrizMenor, tMenor) \wedge$
$estaContenido(matrizComparada, tComparado) \wedge$
$superficieTotal(matrizMenor) = res \wedge$
$superficieTotal(matrizMenor) \leq superficieTotal(matrizComparada)$
$)\}$

`pred esListaDeTraslados` (ts:$seq\langle toroide\rangle$, t:toroide) {
$(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ts| \longrightarrow_L esValido(t) \wedge |ts[i]| = |t| \wedge |ts[i][0]| = |t[0]| \wedge esTraslado(t, ts[i]))$
}

`pred estaEnRango` (m:$seq\langle seq\langle \mathsf{Bool}\rangle\rangle$, t:*toroide*) $\{0 < |m| \leq |t| \wedge 0 < |m[0]| \leq |t[0]|\}$

`pred estaContenido` (m:$seq\langle seq\langle \mathsf{Bool}\rangle\rangle$, tAux:toroide) {
$|m| \leq |tAux| \wedge_L |m[0]| \leq |tAux[0]| \longrightarrow (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |m| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |m[0]| \longrightarrow_L m[i][j] = tAux[i][j]))$}

`aux cantVivas` (t:toroide) : $\mathbb{Z}$ =
$(\sum_{i=0}^{|t|-1}(\sum_{j=0}^{|t[0]|-1} \text{if } (t[i \ mod \ |t|] \ [j \ mod \ |t[0]|]) \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi}))$;

`aux superficieTotal` (m:$seq\langle seq\langle \mathsf{Bool}\rangle\rangle$) : $\mathbb{Z}$ = $|m| * |m[0]|$;

`pred evolucionTieneSuperficieMayor` (tEvo:*toroide*, t:*toroide*) {
$(\exists trasladoTInicial, trasladoEvolucion : toroide)$
$(esTraslado(t, trasladoTInicial) \wedge$
$esTraslado(tEvo, trasladoEvolucion) \wedge$
$\neg(\exists k : \mathbb{Z})(tieneSuperficieMasChica(trasladoTInicial, trasladoEvolucion, k)))$
}

4. Decisiones tomadas

Usamos la primer fila en nuestras funciones y predicados púes los toroides son matrices (todas sus filas tienen el mismo largo y sus columnas el mismo alto), por lo tanto no cambia si usamos la primer o la i-esima fila.