



**DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION**

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

TP de Especificación

27 de octubre de 2020

Algoritmos y Estructuras de Datos I

Grupo: 15

Integrante	LU	Correo electrónico
Mauricio David Toranzo	63/20	david-toranzo@hotmail.com
Matias Federico Sarmiento	741/18	mfsarmiento@gmail.com
Victor Manuel Asmad Murga	760/19	victorasmad2@gmail.com
Marco Antonio Avila Tapia	412/20	marco6267@hotmail.com



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

1. Ejercicios - Primera Parte

```

    pred esValido (t : Toroide) {
      (∀i : ℤ)((0 ≤ i < |t| ∧ |t| ≥ 3) →L (|t[i]| ≥ 3 ∧ |t[0]| = |t[i]|))
    }

    pred toroideMuerto (t : Toroide) {
      (∀i : ℤ)((∀j : ℤ)((0 ≤ i < |t| ∧L 0 ≤ j < |t[i]|) →L (t[i][j] = false)))
    }

    pred posicionesVivas (t : Toroide, vivas: seq⟨ℤxℤ⟩) {
      ¬toroideMuerto(t) ∧ |vivas| > 0 ∧ (∀i : ℤ)((0 ≤ i < |vivas|) ∧
      ((0 ≤ vivas[i]0 < |t| ∧L 0 ≤ vivas[i]1 < |t[0]|) →L (t[vivas[i]0][vivas[i]1] = true)))
    }

    aux densidadPoblacion (t : Toroide) : ℤ =
      (∑i=0|t|-1 (∑j=0|t[i]|-1 if(t[i][j] = true) then 1 else 0 fi)) / (|t| * |t[0]|);

    aux cantVecinosVivos (t : Toroide, f : ℤ, c : ℤ) : ℤ =
      (∑i=f-1f+1 (∑j=c-1c+1 if(i ≠ f ∧ j ≠ c ∧ (t[i mod |t|][j mod |t[0]|] = true) then 1 else 0 fi)));

    pred evolucionDePosicion (t : Toroide, posicion : ℤxℤ) {
      0 ≤ posicion0 < |t| ∧ 0 ≤ posicion1 < |t[0]| ∧
      if t[posicion0][posicion1] then 2 ≤ cantVecinosVivos(t, posicion0, posicion1) ≤ 3
      else cantVecinosVivos(t, posicion0, posicion1) = 3 fi
    }

    pred evolucionToroide (t1 : Toroide, t2 : Toroide) {
      |t1| = |t2| ∧ |t1[0]| = |t2[0]| ∧L
      (∀i : ℤ)(0 ≤ i < |t1| ∧L (∀j : ℤ)(0 ≤ j < |t1[0]| →L (evolucionDePosicion(t1, (i, j)) = t2[i][j])))
    }

```

2. Ejercicios - Segunda Parte

```

proc evolucionMultiple (in t: Toroide, in k: ℤ, out result: Toroide) {
  Pre {esValido(t) ∧ k > 0}
  Post {coincideTamanio(t, result) ∧ esKesimaEvolucion(t, k, result)}
}

proc esPeriodico (in t: Toroide, inout p: ℤ, out result: Bool) {
  Pre {esValido(t) ∧ p > 0}
  Post {result = true ↔ (∃k : ℤ)(k > 0 ∧L (esKesimaEvolucion(t, k, t) ∧ p = k))}
}

proc primosLejanos (in t1: Toroide, in t2: Toroide, out primos: Bool) {
  Pre {coincideTamanio(t1, t2)}
  Post {primos = true ↔ (∃k : ℤ)
      (k > 0 ∧L ((esKesimaEvolucion(t1, k, t2)) ∨ (esKesimaEvolucion(t2, k, t1))))}
}

```

```

proc seleccionNatural (in ts: seq<Toroide>, out res:  $\mathbb{Z}$ ) {
  Pre { $|ts| > 0 \wedge \text{noHayToroidesInmortales}(ts)$ }
  Post { $0 \leq res < |ts| \wedge_L \text{toroideTardaMasEnMorir}(ts, res)$ }
}

proc fusionar (in t1: Toroide, in t2: Toroide, out res: Toroide) {
  Pre { $\text{coincideTamanio}(t1, t2)$ }
  Post { $\text{coincideTamanio}(t1, res) \wedge \text{contieneVivas}(t1, t2, result)$ }
}

proc vistaTrasladada (in t1: Toroide, in t2: Toroide, out res: Bool) {
  Pre { $\text{coincideTamanio}(t1, t2)$ }
  Post { $res = \text{true} \leftrightarrow \text{esTraslado}(t1, t2)$ }
}

proc menorSuperficieViva (in t: Toroide, out res:  $\mathbb{Z}$ ) {
  Pre { $\text{esValido}(t) \wedge \neg \text{toroideMuerto}(t)$ }
  Post { $0 < res \leq \text{superficie}(t) \wedge_L \text{esLaMenorSuperficie}(t, res)$ }
}

proc enCrecimiento (in t: Toroide, out res: Bool) {
  Pre { $\text{esValido}(t) \wedge \neg \text{toroideMuerto}(t)$ }
  Post { $res = \text{true} \leftrightarrow (\exists tEvo, tMenor : \text{Toroide})($ 
     $\text{coincideTamanio}(t, tEvo) \wedge \text{coincideTamanio}(t, tMenor) \wedge$ 
     $\text{esTraslado}(t, tMenor) \wedge \text{estaCreciendo}(t, tMenor, tEvo))$ }
}

```

3. Funciones y Predicados Auxiliares:

```

pred coincideTamanio (t:toroide, tAux:toroide) {
   $\text{esValido}(t) \wedge \text{esValido}(tAux) \wedge |t| = |tAux| \wedge_L |t[0]| = |tAux[0]|$ 
}

pred esKesimaEvolucion (t:toroide, k: $\mathbb{Z}$ , result: toroide) {
  ( $\exists ts : \text{seq} < \text{toroide} >$ )
  ( $|ts| = k + 1 \wedge_L ts[0] = t \wedge ts[k] = result \wedge (\forall i : \mathbb{Z})$ 
  ( $0 \leq i < |ts| - 1 \longrightarrow_L \text{evolucionToroide}(ts[i], ts[i + 1]))$ ))
}

pred noHayToroidesInmortales (ts: seq<Toroide>) {
  ( $\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ts| \longrightarrow_L \text{esValido}(ts[i]) \wedge (\exists k : \mathbb{Z})(k > 0 \wedge_L \text{muerteEnTicks}(ts[i], k)))$ )
}

pred toroideTardaMasEnMorir (ts: seq<Toroide>, res:  $\mathbb{Z}$ ) {
  ( $\exists k : \mathbb{Z})(k > 0 \wedge_L (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ts| \wedge_L i \neq res \longrightarrow_L$ 
  ( $\exists w : \mathbb{Z})(w > 0 \wedge k > w \wedge \text{muerteEnTicks}(ts[res], k) \wedge \text{muerteEnTicks}(ts[i], w))))$ )
}

pred muerteEnTicks (t:toroide, k: $\mathbb{Z}$ ) {
  ( $\exists tm : \text{toroide})(\text{coincideTamanio}(t, tm) \wedge \text{toroideMuerto}(tm) \wedge \text{esKesimaEvolucion}(t, k, tm))$ )
}

```

pred contieneVivas (t1:toroide, t2:toroide, result:toroide) {
 $(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |t1| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |t1[i]| \longrightarrow_L (result[i][j] = \text{true} \leftrightarrow (t1[i][j] = \text{true} \wedge t2[i][j] = \text{true}))))))$

pred esTraslado (t1:toroide, t2:toroide) {
 $(\exists x, y : \mathbb{Z})(0 \leq x < |t1| \wedge_L 0 \leq y < |t1[0]| \wedge (\forall i, k : \mathbb{Z})(0 \leq i, k < |t1| \wedge_L$
 $(\forall j, l : \mathbb{Z})(0 \leq j, l < |t1[0]| \longrightarrow_L t2[i][j] = t1[(k+x) \bmod |t1|][(l+y) \bmod |t1|])))$

pred esLaMenorSuperficie (t:Toroide, res: \mathbb{Z}) {
 $(\exists ts : seq\langle Toroide \rangle)(esListaDeTraslados(ts, t) \wedge$
 $(\exists tMenor : Toroide)(tMenor \in ts \wedge$
 $(\exists mat : seq\langle seq\langle Bool \rangle \rangle)(esValidaYEstaContenida(mat, tMenor) \wedge superficie(mat) = res \wedge$
 $(\forall Item \in ts)(Item \neq tMenor \longrightarrow_L noHaySuperficieMasChica(res, Item))))))$

pred noHaySuperficieMasChica (sup: \mathbb{Z} , t:Toroide) {
 $(\exists matriz : seq\langle seq\langle Bool \rangle \rangle)(esValidaYEstaContenida(matriz, t) \wedge sup \leq superficie(matriz))$

pred esValidaYEstaContenida (mat:seq⟨seq⟨Bool⟩⟩, t:Toroide) {
 $(0 \leq |mat| \leq |t| \wedge 0 \leq |mat[0]| \leq |t[0]|) \wedge_L mismaCantVivas(t, mat) \wedge$
 $(\exists x, y : \mathbb{Z})(0 \leq x < |t| \wedge_L 0 \leq y < |t[0]| \wedge (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |mat| \wedge_L$
 $(\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |mat[i]| \longrightarrow_L mat[i][j] = t[(i+x) \bmod |t|][(j+y) \bmod |t[0]|])))$

pred esListaDeTraslados (ts:seq⟨toroide⟩, t:toroide) {
 $(|ts| > 0 \wedge_L sinRepetidos(ts)) \wedge (\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ts| \longrightarrow_L$
 $esValido(t) \wedge coincideTamano(ts[i], t) \wedge esTraslado(t, ts[i]))$

pred sinRepetidos (ts:seq⟨Toroide⟩) {
 $(\forall i : \mathbb{Z})(0 \leq i < |ts| \longrightarrow_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |ts| \wedge_L i \neq j \longrightarrow_L ts[i] \neq ts[j])))$

aux cantVivas (m:seq⟨seq⟨Bool⟩⟩) : $\mathbb{Z} = (\sum_{i=0}^{|m|-1} (\sum_{j=0}^{|m[0]|-1} \text{if } m[i][j] \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi}))$;

aux superficie (m:seq⟨seq⟨Bool⟩⟩) : $\mathbb{Z} = |m| * |m[0]|$;

pred mismaCantVivas (t:Toroide, m:seq⟨seq⟨Bool⟩⟩) {cantVivas(t) = cantVivas(m)}

pred estaCreciendo (tMenor:Toroide, tEvo:Toroide) {
 $(\exists k : \mathbb{Z})(0 < k \leq superficie(tMenor) \wedge_L esLaMenorSuperficie(tMenor, k) \wedge$
 $(evolucionToroide(tMenor, tEvo) \wedge \neg toroideMuerto(tEvo)) \wedge$
 $(\exists j : \mathbb{Z})(0 < j \leq superficie(tMenor) \wedge j > k \wedge_L esLaMenorSuperficie(tEvo, j))))$

4. Decisiones tomadas

Usamos la primer fila en nuestras funciones y predicados púes los toroides son matrices (todas sus filas tienen el mismo largo y sus columnas el mismo alto), por lo tanto no cambia si usamos la primer o la i-esima fila.