

Editado por

Eliana X.L. de Andrade

Universidade Estadual Paulista - UNESP

São José do Rio Preto, SP, Brasil

Rubens Sampaio

Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro

Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Geraldo N. Silva

Universidade Estadual Paulista - UNESP

São José do Rio Preto, SP, Brasil



Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional

NOTAS EM MATEMÁTICA APLICADA

1. Restauração de Imagens com Aplicações em Biologia e Engenharia
Geraldo Cidade, Antônio Silva Neto e Nilson Costa Roberty
2. Fundamentos, Potencialidades e Aplicações de Algoritmos Evolutivos
Leandro dos Santos Coelho
3. Modelos Matemáticos e Métodos Numéricos em Águas Subterrâneas
Edson Wendlander
4. Métodos Numéricos para Equações Diferenciais Parciais
Maria Cristina de Castro Cunha e Maria Amélia Novais Schleicher
5. Modelagem em Biomatemática
Joyce da Silva Bevilacqua, Marat Rafikov e Cláudia de Lello Courtouke Guedes
6. Métodos de Otimização Randômica: algoritmos genéticos e “simulated annealing”
Sezimária F. Pereira Saramago
7. “Matemática Aplicada à Fisiologia e Epidemiologia”
H.M. Yang, R. Sampaio e A. Sri Ranga

8. Uma Introdução à Computação Quântica
Renato Portugal, Carlile Campos Lavor, Luiz Mariano Carvalho e Nelson Maculan
9. Aplicações de Análise Fatorial de Correspondências para Análise de Dados
Dr. Homero Chaib Filho, Embrapa
10. **Modelos Matemáticos baseados em autômatos celulares para Geoprocessamento**
Marilton Sanchotene de Aguiar, Fábila Amorim da Costa, Graçaliz Pereira Dimuro e Antônio Carlos da Rocha Costa
11. Computabilidade: os limites da Computação
Regivan H. N. Santiago e Benjamín R. C. Bedregal
12. Modelagem Multiescala em Materiais e Estruturas
Fernando Rochinha e Alexandre Madureira
13. Modelagem em Biomatemática
 - 1 - “Modelagem matemática do comportamento elétrico de neurônios e algumas aplicações”
 - 2 - “Redes complexas e aplicações nas Ciências”
 - 3 - “Possíveis níveis de complexidade na modelagem de sistemas biológicos”Coraci Malta, 1 - Reynaldo D. Pinto, 2 - José Carlos M. Mombach e 3 - Henrique L. Lenzi, Waldemiro de Souza Romanha e Marcelo Pelajo-Machado
14. A lógica na construção dos argumentos
Angela Cruz e José Eduardo de Almeida Moura

MODELOS MATEMÁTICOS BASEADOS EM AUTÔMATOS CELULARES PARA GEOPROCESSAMENTO

Marilton Sanchotene de Aguiar - UCPEL

marilton@ucpel.tche.br

Fábia Amorim da Costa - UCPEL

fabia@ucpel.tche.br

Graçaliz Pereira Dimuro - UCPEL

liz@ucpel.tche.br

Antônio Carlos da Rocha Costa - UCPEL

rocha@ucpel.tche.br



Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional

São Carlos - SP, Brasil
2004

Coordenação Editorial: Véra Lucia da Rocha Lopes

Coordenação Editorial da Série: Geraldo Nunes Silva

Editora: SBMAC

Impresso na Gráfica: Epecê Gráfica

Capa: Matheus Botossi Trindade

Patrocínio: SBMAC

Copyright ©2004 by Marilton Sanchotene de Aguiar, Fábila Amorim da Costa, Graçaliz Pereira Dimuro and Antônio Carlos da Rocha Costa

Direitos reservados, 2004 pela SBMAC. A publicação nesta série não impede o autor de publicar parte ou a totalidade da obra por outra editora, em qualquer meio, desde que faça citação à edição original.

Catálogo elaborado pela Biblioteca do IMECC/UNICAMP.

Aguiar, Marilton Sanchotene de
Modelos Matemáticos baseados em autômatos celulares para
Geoprocessamento - São Carlos, SP : SBMAC, 2004
ix, 58 p. - (Notas em Matemática Aplicada; 10)

ISBN 85-86883-19-0

1. Geoprocessamento. 2. Matemática Intervalar. 3. Categorização Topográfica.
4. Tesselações. I. Aguiar, Marilton Sanchotene de. II. Costa, Fábila Amorim da.
III. Dimuro, Graçaliz Pereira. IV. Costa, Antônio Carlos da Rocha. V. Título.
VI. Série

CDD - 910.285
- 519.4

Prefácio

O conteúdo deste minicurso, intitulado “Modelos Matemáticos baseados em autômatos celulares para Geoprocessamento”, decorre do trabalho realizado pelo grupo de pesquisa GMFC - Grupo de Matemática e Fundamentos da Computação da Universidade Católica de Pelotas nos Projetos “ACI - Autômatos Celulares Intervalares com aplicações em Topografia”, com financiamento do fundo setorial CTPETRO/CNPQ, e “FMC - Fundamentos Matemáticos da Computação: modelos e aplicações de computações intervalares”, financiado pelo fundo setorial CT-INFO/CNPQ, e dos resultados obtidos nesses Projetos. O grupo também obteve apoio da FAPERGS na forma de auxílio de bolsas de iniciação científica e de estágio técnico, assim como auxílio à participação em eventos nacionais e internacionais.

O Projeto ACI se propôs a elaborar uma metodologia para análise de superfícies topográficas, visando a identificação das características de declividade dessas superfícies, tendo por base um modelo de tesselação com dados intervalares.

O modelo proposto originalmente (bi-dimensional, categorizando as regiões da superfície em função da declividade topográfica como única característica categorizadora) terminou sendo generalizado dentro do trabalho do Projeto FMC para um modelo n-dimensional categorizador de regiões em função de um número qualquer de características (camadas).

Igualmente, o modelo proposto originalmente para a segmentação da superfície topográfica (um modelo estático de divisão tesselacional) começou a ser generalizado para um modelo dinâmico de autômato celular, capaz de suportar não apenas a análise estática das características da superfície num determinado momento, mas também de suportar uma análise dinâmica das características da superfície, pela simulação de sua evolução temporal.

Dada a natureza dos resultados obtidos nesses Projetos, foi possível estabelecer cooperação com pesquisadores de outras áreas, como Ecologia e Geofísica, que possibilitaram a realização das principais aplicações dos modelos desenvolvidos.

O Projeto como um todo, e a idéia de elaborar esse modelo final de análise categorizadora de superfícies (n-dimensional, multicamadas, dinâmico) levou os autores, participantes do grupo de pesquisa envolvido no Projeto, a lidar com os principais temas envolvidos neste minicurso.

Conteúdo

1	Geoprocessamento	1
1.1	Introdução ao Geoprocessamento	2
1.1.1	Coleta de Dados	4
1.1.2	Tipos de Dados	5
1.1.3	Estrutura de Dados	6
1.1.4	Análise de Dados	7
1.2	Geomática	7
1.3	Análise Digital de Terrenos	10
1.3.1	Fontes e Estruturas dos Dados Digitais de Elevação	11
1.3.2	Utilização e Estimação de Atributos Topográficos	12
1.3.3	Tratamento de Erros e Incerteza	13
2	Autômatos Celulares	15
2.1	Teoria da auto-reprodução	15
2.2	Autômato Celular de Wolfram	18
2.2.1	Introdução	18
2.2.2	Generalizações	22
2.2.3	Universalidade	24
2.2.4	Computação universal	27
2.2.5	Autômato celular de Conway	29
2.2.6	Simulação de autômatos celulares	32
3	O Modelo <i>Topo-ICTM</i>	34
3.1	A Formalização do Modelo	35
3.1.1	Matriz Absoluta e Matriz Relativa	35
3.1.2	Matrizes Intervalares	36
3.1.3	Matriz de Estados e os Registradores de Declividade	38
3.1.4	Matriz de Limites e as Sub-regiões de Declividade Constante	40
3.2	A Ferramenta <i>Topo-ICTM</i>	43
4	Resultados Experimentais	46
	Bibliografia	54

Capítulo 1

Geoprocessamento

Os sistemas de informações geográficas surgiram na transição das décadas de 60 e 70 e têm se tornado ferramentas bastante úteis nas diversas áreas de conhecimento [21]. É interessante observar que o emprego do conceito de computação para o processamento de dados geográficos remonta ao século XIX, quando o Censo Americano, utilizou cartões perfurados e uma máquina tabuladora para agilizar as atividades relativas ao censo de 1890, tendo finalizado após três anos. Isto resultou em grande avanço comparado ao censo anterior, de 1880, que demorou oito anos para ser efetuado convencionalmente.

Segundo [36], o Censo Americano inovou mais uma vez quando em 1951 instalou o primeiro UNIVAC, um computador automático universal, o qual era o mais avançado de sua geração e que se tornou o primeiro a entrar em linha de produção.

Entretanto, a falta de ferramentas matemáticas adequadas para descrever quantitativamente a variação espacial era ressentida pela comunidade científica. Conforme [7], os primeiros modelos matemáticos apareceram nas décadas de 30 e 40, juntamente com os métodos estatísticos para análise de séries temporais.

Apenas com a disponibilidade do computador digital (década de 60) ocorreu o desencadeamento da utilização de ferramentas computacionais adequadas para o mapeamento temático quantitativo e análise espacial [7].

O primeiro SIG surgiu em 1964 no Canadá (*Canada Geographic Information System*) por iniciativa do Dr. Roger Tomlinson, que embora tenha construído os módulos básicos de software, impulsionando o desenvolvimento de hardware e elaborado uma complexa base de dados, só publicou seus trabalhos uma década depois.

Somente ao final da década de 70 é que o desenvolvimento dos SIG's se estabeleceu solidamente, favorecendo o surgimento da versão comercial dos primeiros sistemas no início da década de 80.

Os governos americano, canadense e alguns europeus apoiavam financeiramente iniciativas voltadas tanto à Cartografia Assistida por Computador (CAC). E neste período passou-se a tornar disponíveis ao público bases de dados digitais, tais como os modelos digitais de elevação (DEM's – *Digital Elevation Models*).

Atualmente, percebe-se um crescimento acentuado das aplicações de SIG's, de-

vido à disseminação do PC, além da introdução de tecnologia de relativo baixo custo e alta capacidade de performance das *Workstations*.

Além do serviço de venda de mapas analógicos aos usuários, surgiu uma outra alternativa: o arrendamento de dados através do estabelecimento de contratos, definindo inclusive a frequência das suas atualizações.

Com o surgimento dos Sistemas de Informação, associou-se à informação o conceito de valor agregado, que é obtido ao se reunir de forma ordenada conjuntos de dados que previamente estavam não relacionados, e cuja combinação pode ser utilizada para a realização de tarefas adicionais.

1.1 Introdução ao Geoprocessamento

Segundo [29], *Geoprocessamento* é a tecnologia de coleta e tratamento de informações espaciais e de desenvolvimento de sistemas que as utilizam. Ainda, [29, 30] apresentam uma classificação dos Sistemas de Geoprocessamento como:

Sistemas aplicativos: são conjuntos de programas que realizam operações associadas a atividades de projeto, análise, avaliação, planejamento etc em áreas tais como transportes, mineração, hidrologia, urbanismo; geralmente, são voltados à representação espacial e a realização de operações sobre estas representações; são sistemas voltados à entrada de dados, saída de dados e realização de tarefas em projeto assistido por computador e mapeamento automatizado;

Sistemas de informações: são *softwares* que desempenham a coleta, tratamento e apresentação de informações espaciais. De maneira mais geral, o SIG é o conjunto de software, hardware, procedimentos de entrada e saída dos dados, fluxos de dados do sistema, normas de codificação de dados, normas de operação, pessoal técnico etc que desempenham as funções de coleta, tratamento e apresentação de informações.

Sistemas especialistas: sistemas computacionais que empregam o conhecimento na solução de problemas que normalmente demandariam a inteligência humana; emulam o desempenho de um especialista atuando em uma dada área do conhecimento.

Entretanto, na literatura especializada, não há concordância no estabelecimento da classificação dos sistemas de geoprocessamento, e na maioria das vezes, apresentam-se múltiplas características com predominância de um conjunto particular de funções [30]. Por isso, faz-se necessário apresentar a diferenciação feita por [18] entre:

CADD: *Computer Aided Design and Drafting*, ou Projeto Assistido por Computador, é uma tecnologia normalmente empregada pelo CAM (*Computer Assisted Mapping*), ou Mapeamento Assistido por Computador, para a produção de mapas em substituição ao processo cartográfico tradicional.

Os dados são organizados em camadas (*layers*), empregados para organizar as feições do mapa por temas (*themes*). A utilização do CAM reduz o tempo de produção de mapas e possibilita a economia de recursos financeiros quando comparado aos processos cartográficos tradicionais. Assim, as atualizações se tornam mais simples e rápidas, uma vez que se modifica somente o elemento selecionado sem causar alteração nos demais.

Entretanto, CAM não é um sistema muito adequado para realizar análises; pois, as relações espaciais não são definidas na estrutura de dados, requerendo processamentos adicionais (mais demorados) para a inspeção de tais relações.

AM-FM: Mapeamento Automatizado (*Automated Mapping*) e Gerenciamento de Serviços de Utilidade Pública (*Facility Management*) baseiam-se também em tecnologia CADD.

Entretanto, a apresentação gráfica geralmente não é tão precisa e detalhada quanto em sistemas CAM porque sua ênfase está centrada no armazenamento, na análise e na emissão de relatórios.

As relações entre os componentes do sistema de utilidade pública são definidas como redes (*networks*) que são associadas à atributos. Todavia, relações espaciais não são definidas nestes sistemas.

GIS: Sistema de Informação Geográfica (SIG) (*Geographic Information System*) é recomendado para a análise de dados geográficos.

Este tipo de sistema difere dos dois sistemas anteriormente apresentados porque define as relações espaciais entre todos os elementos dos dados. Esta relação espacial é conhecida como **topologia dos dados** e pode indicar um conjunto muito grande de informações, além da descrição da localização e geometria das feições cartográficas.

A topologia também descreve como as feições lineares estão conectadas, como as áreas são limitadas e quais áreas são contíguas. Para definir a topologia do mapa, o SIG usa uma estrutura de dados espacial, empregando nodos (*nodes*), arcos (*lines*) e áreas (*polygons*).

O SIG também contém dados em atributos e dados geométricos espaciais que são associados com os elementos topológicos para representar informações descritivas.

Além disso, o SIG permite o acesso aos dados (espaciais e atributos) ao mesmo tempo e, por isso, o dado atributo pode ser relacionado com o dado espacial e vice-versa.

Um sistema é definido como um conjunto ou arranjo de elementos relacionados de tal maneira a formar uma unidade ou um todo organizado, que se insere em sistema mais amplo.

Define-se informação geográfica como o conjunto de dados ou valores que podem ser apresentados em forma gráfica, numérica ou alfanumérica, e cujo significado contém associações ou relações de natureza espacial.

Sistema de informação é o conjunto de elementos inter-relacionados que visam a coleta, entrada, armazenamento, tratamento, análise e provisão de informações.

Outros autores apresentam definições que ajudam a compreender a complexidade funcional e estrutural de um SIG:

- Sistema Geográfico de Informação (SGI) constitui o tipo de estrutura mais importante em termos de viabilização do Geoprocessamento. O SGI é um conjunto de procedimentos computacionais que operando sobre bases de dados geocodificados ou, mais evolutivamente, sobre bancos de dados geográficos executa análise, reformulações e sínteses sobre os dados ambientais disponíveis [33].
- Sistemas de Informações Geográficas são modelos do mundo real úteis a um certo propósito; subsidiam o processo de observação (atividades de definição, mensuração e classificação), a atuação (atividades de operação, manutenção, gerenciamento, construção etc) e a análise do mundo real [31].
- SIG's são constituídos por uma série de processos de análise para focalizar o relacionamento de determinado fenômeno da realidade com sua localização espacial. Utilizam uma base de dados computadorizada que contém informação espacial, sobre a qual atuam uma série de operadores espaciais; baseia-se numa tecnologia de armazenamento, análise e tratamento de dados espaciais, não-espaciais e temporais e na geração de informações correlatas [35].
- SIG's integram numa única base de dados: informações espaciais provenientes de dados cartográficos, dados de censo e de cadastro urbano e rural, imagens de satélite, redes e modelos numéricos de terreno. Além disso, combinam as várias informações, através de algoritmos de manipulação, para gerar mapeamentos derivados; consultar, recuperar, visualizar e plotar o conteúdo da base de dados geocodificados [9].

Devido à natureza geográfica dos objetos, os dados de um SIG são referenciados espacialmente. Cada objeto pode ser relacionado com alguma localidade na Terra e pode ser cartografado. Os objetos são definidos pelas suas posições e pelos atributos que descrevem as características deste. As bases de dados que contém informações isoladas podem ser relacionadas umas às outras e formarem uma base de dados geográfica contínua.

1.1.1 Coleta de Dados

Um SIG permite a integração de dados que foram recolhidos em diferentes tempos, escalas, utilizando diferentes métodos de coleta de dados. São fontes de dados: mapas (papel ou transparências), dados escritos, arquivos digitais contendo informações planialtimétricas e temáticas e informações armazenadas na memória do especialista. A integração destes dados de diferentes formatos, de tempos variados e em diferentes escalas, seria inviável economicamente e temporalmente sem a utilização do SIG.

Os dados eram importados para o SIG através da digitação dos dados textuais, ou da digitalização através de mesa *scanner* dos mapas existentes. Entretanto, estes métodos são limitados porque os mapas originais freqüentemente são antiquados, possuem erros de transcrição e podem não ter a escala apropriada.

Hoje, a coleta está cada vez mais sofisticada em função da maior diversidade do conhecimento humano e de tecnologias e equipamentos mais precisos, como: sensores remotos, fotogrametria e levantamentos a campo executados com GPS (*Global Positioning System* – Sistema de Posicionamento Global) e estações TOTAL.

A entrada de dados de má qualidade causa interpretações errôneas ou sem sentido da informação derivada de um SIG, por isso, recorrentemente se afirma que “um SIG é tão bom quanto as informações que contém”.

O GPS provê dados exatos e atualizados instantaneamente, a um custo relativamente baixo. Ao se utilizar GPS, pode-se definir um dicionário de dados e recolher os atributos no campo ao mesmo tempo que se recolhem dados de posição. Desta forma, elimina-se os erros de transição (entrada de dados no sistema) e garante a atualização das informações da base de dados.

A fotogrametria obtém informações confiáveis sobre objetos e sobre o meio ambiente com o uso de processos de registro, medições e interpretações das imagens fotográficas e padrões de energia eletromagnética.

A necessidade contínua de se obter novos dados espaciais representa um dos maiores custos na utilização de um SIG. Com uma ferramenta de coleta de dados, o SIG simplifica a coleta de dados iniciais e também garante que a informação esteja sempre atualizada.

1.1.2 Tipos de Dados

Dados **cartográficos** e dados **não-gráficos** são os dois tipos de dados mais recorrentes em um SIG. Os dados cartográficos são as informações geográficas oriundas de mapas armazenados digitalmente. Cada entidade destes mapas é classificada como pontos, linhas e polígonos, estes últimos também são chamados de áreas ou regiões.

Um ponto representa uma característica que necessita somente uma localidade geográfica (por exemplo, latitude-longitude) para referenciá-la. Ou seja, um ponto pode representar a posição de estações meteorológicas, poços e postes.

Uma linha (arco) é formada por uma série de pontos conectados unidimensionalmente, possuindo apenas comprimento (ausência de largura). Por exemplo, riachos, estradas e rastros de animais podem ser características representadas por linhas no SIG.

Um polígono é uma área cercada por linhas e a área compreendida pelo polígono possui comprimento e largura (bidimensional). Por exemplo, áreas com mesmo tipo de solo, regiões para plantação de arroz e banhados são representadas por polígonos.

Os dados não-gráficos consistem de informações descritivas sobre as características (pontos, linhas e áreas) armazenadas numa base de dados e referenciada em um mapa.

Estas informações descritivas são nomeadas de atributos. Um atributo comum à todas as características é a situação geográfica, ao qual pode dar-se o nome de atributo **SITUAÇÃO**. Outros atributos dependem do tipo de característica e de que características são importantes para um propósito ou aplicação em particular. Por exemplo: i) uma parcela de terreno possui um proprietário, um tamanho e um uso; ii) um poço de petróleo é de um determinado tipo e possui um índice de fluxo diário; iii) uma estrada possui um nome, um tipo de superfície e pode possuir uma rota ou número de designação.

Cada uma destas características pode ser identificada especificamente num SIG ao dar-lhe um nome de atributo tal como **DONO**, **USO-TERRENO**, ou **NOME-ESTRADA**. O conjunto de valores assumido por cada atributo possui é chamado de **domínio**. Por exemplo, o domínio para o atributo **NOME-ESTRADA** são todos os nomes de estrada na área de interesse.

Os valores de atributos associados a cada característica podem ser específicos. Por exemplo, estradas geralmente possuem nomes, mas uma estrada em particular chama-se **Estrada XYZ**. O atributo **NOME-ESTRADA** é um atributo para todas as estradas e a **Estrada XYZ** é o valor daquele atributo para uma estrada específica.

1.1.3 Estrutura de Dados

As estruturas de dados existentes em SIG's são a topologia e as camadas. A estrutura por topologia refere-se à conexão das características das relações espaciais fundamentais. A topologia fornece a lógica que conecta pontos, linhas e polígonos. As camadas indicam apenas o modo que o SIG estrutura seus dados.

A informação topológica descreve a relação espacial entre as características e geralmente não é modificada pelo profissional que opera o SIG.

Ao fazer a descrição da posição de algum objeto, geralmente diz-se que está à esquerda, ao lado de, ou a determinada distância de um dado objeto. Esta definição não é precisa o suficiente para um SIG. Para se realizar uma análise espacial são requeridas as definições precisas fornecidas pela topologia.

A topologia define a relação posicional das características de acordo com as suas propriedades, por exemplo: as informações sobre que rótulos estão vinculados a cada característica, como os pontos estão ligados uns aos outros e, que pontos e linhas formam um polígono em particular.

Esta informação topológica, armazenada no SIG, permite que sejam efetuadas relações espaciais, tais como: a sobreposição de polígonos, o isolamento de polígonos, determinar se uma linha está dentro de um polígono e determinar a proximidade entre características.

Geralmente, um SIG permite a separação das informações de um mapa em categorias lógicas chamadas de *layers*, temas, níveis de informação ou planos de informação (PI). Os planos de informação geralmente contêm informações sobre um tipo de característica (como áreas de tipo de solo) ou sobre um pequeno grupo de características relacionadas (por exemplo, recursos de utilidade pública como telefone, gás e linhas de transmissão de energia).

Os dados de um mapa são separados logicamente em *layers* para que assim possam ser manipulados e analisados espacialmente, isoladamente ou em combinação com outros *layers*. Para se obter resultados analíticos significativos, os planos de informação devem estar referenciados geograficamente entre si por um sistema de coordenadas comum.

Estes planos podem ser combinados a fim de criar mapas compostos a partir da sobreposição destas, de maneira análoga à sobreposição de transparências em um retro-projetor. Durante esta análise criam-se novas sobreposições com a combinação matemática de sobreposições já existentes. Pode-se utilizar estas combinações para a criação de cenários alternativos.

1.1.4 Análise de Dados

A análise dos dados permite derivar informação a partir do conteúdo da base de dados do sistema. Este análise de dados compreende: i) sobreposição espacial das características; ii) questões à base de dados; iii) reclassificação, combinação e eliminação de características; iv) cálculo de proximidade de características.

Por exemplo, o operador do SIG necessita saber que tipos de casas são construídas em um dado tipo de solo. Para responder a este tipo de pergunta o sistema utiliza dois conjuntos de dados: os tipos de solo e a localização geográfica das casas construídas na área solicitada.

Estes dados são fornecidos pelas duas camadas de informações e o SIG as combina para formar uma nova fonte de informações. A ligação entre as duas camadas de dados é a localização geográfica (latitude-longitude) de cada entidade.

Este exemplo é bastante simples e favorece ao operador visualizar a seleção das casas que estão construídas na área indicada. No entanto, na maioria dos casos manipula-se áreas muito grandes com dados bastante detalhados e, por isso, a tarefa pode ser extremamente difícil.

A visualização de dados compreende a criação de imagens e mapas, a visualização dos dados das características espaciais, a criação de produtos cartográficos e a combinação de todos estes elementos para a visualização na tela, ou para impressão das tabelas ou mapas, ou em arquivos para a utilização em outros programas.

1.2 Geomática

Segundo [14], durante a última década, a área de mapeamento tem sido incluída em um novo paradigma. No Canadá, como na maioria dos países, tem-se adotado o nome Geomática (*Geomatics*) para identificar este campo de atividade de mapeamento. A evolução do contexto de produção, otimização e gerenciamento de dados e informações espaciais tem sido a base da redefinição das atividades numa perspectiva global de planejamento em diferentes áreas.

Dessa forma, a Geomática representa a evolução do campo de atividades de levantamento e mapeamento, congregando as disciplinas mais tradicionais (cartografia, geodésia, topografia) com as novas tecnologias (sensoriamento remoto, pro-

cessamento digital de imagens, SIG, GPS e fotogrametria digital) e os novos campos de aplicação surgidos (entre eles a mineração, agricultura, meio ambiente, transportes, informática, turismo, saúde, telecomunicações etc).

A geomática engloba pelo menos quatro categorias técnicas relacionadas ao levantamento, mapeamento e planejamento:

- Técnicas para coleta de informação espacial: cartografia, sensoriamento remoto, GPS, topografia convencional, fotogrametria, levantamentos de dados geográficos;
- Técnicas para armazenamento de informação espacial: banco de dados (orientados a objetos, relacional, hierárquico etc);
- Técnicas para tratamento e análise de informação espacial: modelagem de dados, geoestatística, aritmética, lógica, funções topológicas, redes;
- Técnicas para uso integrado de informação espacial: SIG's, LIS (Sistemas de Informação de Terrenos – *Land Information Systems*), AM/FM e CADD.

Para ressaltar algumas das principais aplicações na área de Geomática, assim como para o geoprocessamento, podemos citar os projetos de SIG's para:

- elaboração de mapas urbanos básicos
- elaboração/atualização de mapas de arruamentos
- cadastro, mapeamento de cadastro urbano e rural
- fonte de apoio para trabalhos com GPS
- uso e ocupação do solo
- regularização dos limites de propriedades, demarcação de pequenas glebas
- previsão de safras, controle de pragas e agricultura de precisão
- estimativa de potencial econômico, projetos de desenvolvimento sustentável

As potenciais aplicações do processamento paralelo no geoprocessamento estão ligadas, na maioria das vezes, a sistemas de decisão on-line, por exemplo:

1. Na logística:

- a escolha da melhor rota a ser seguida pelos caminhões na distribuição de produtos.
- mapas turísticos e de localização para viajantes, como o serviço prestado pelo *site* <http://www.apontador.com/>, que possibilita pesquisar o mapa de uma cidade (capitais) para localizar ruas, endereços, serviços e estabelecimentos mais próximos (como bancos, farmácias ou supermercados), para encontrar a melhor rota entre dois endereços.

- a implantação de serviços WAP (*Wireless Application Protocol*), para usuários de Internet por celular, para localização de endereços e roteirização. Se o celular for munido de um receptor GPS, as opções tornam-se ainda maiores: o usuário identifica exatamente o ponto onde se encontra e ainda usufrui de serviços de roteamento para descobrir a melhor maneira de chegar ao local desejado.

2. Na agricultura:

- para o processamento de informações climáticas, para o suporte do trabalho de plantação e colheita.
- para previsão de veranicos, geadas, secas prolongadas, excessos de água ou condições climáticas que favoreçam o surgimento de pragas e doenças. Reduzindo a possibilidade de prejuízos e perdas na produção de culturas climaticamente regionalizadas. O agricultor, armado de informações atualizadas, tem melhores condições e maiores chances de sucesso no combate às adversidades climáticas.
- para o manejo da água e do solo, se mal executado pela falta de informação ou se executado fora de época, pode ser danoso e impedir uma maior produtividade. O agricultor pode escolher as épocas adequadas para plantio e colheita, o momento e a quantidade certa de irrigar, o momento correto de tratar o solo e a forma de se proteger das pragas.

3. Na distribuição de energia:

- como ferramenta de comunicação interna, no que tange aos sistemas interligados e mapas georreferenciados, permitindo a disseminação de informação de forma rápida, precisa e segura, com uma visão facilitada dos pontos críticos da rede.
- para a integração de mapas com relatórios detalhados.
- para a descrição do aplicativo em nível gerencial e operacional, o uso de ferramentas web e a integração aos demais sistemas da empresa sob a mesma plataforma.
- para a atualização do cadastro da rede elétrica, utilizando sistema construído a partir de tecnologias de geoprocessamento.
- para descrição do sistema de transmissão e geração, que é estruturado pela junção das plantas cartográficas, levantamentos aerofotogramétricos, dados das propriedades envolvidas e imagens digitalizadas dos processos.
- para precificação de postes, localização de consumidores inadimplentes e localização de agentes arrecadadores.

1.3 Análise Digital de Terrenos

O desenvolvimento e a aplicação de SIG's em análise de terrenos para as ciências ambientais foram motivadas pela visão do mundo em camadas [20], onde os processos biofísicos estão posicionados hierarquicamente como apresentado na figura 1.1.



Figura 1.1: Processos biofísicos em camadas

Este tipo de divisão é bastante útil pois demonstra a complexidade dos processos individuais além de algumas dificuldades que são encontradas em delinear apropriadamente as escalas espaciais e temporais.

Muitos dos processos biofísicos mais importantes que ocorrem na superfície da terra (ou próximos) são influenciados pelo controle das interações e pelos níveis dos eventos passados e contemporâneos. Estes inter-relacionamentos são complexos e podem ser melhores entendidos usando a abordagem de modelagem de sistemas dinâmicos [17].

O trabalho de [27] apresenta exemplos de sistemas de populações interagindo em uma comunidade ecológica; e [32] tratava a geomorfologia fluvial; ambos demonstram que a operação de processos chaves sobre diferentes escalas podem ser considerados independentemente uma em relação à outra.

Entretanto, não é aconselhável a utilização de modelos para uma dada escala

originalmente desenvolvidos em outra escala.

A maioria das pesquisas hidrológicas, geomorfológicas e ecológicas são conduzidas na escalas global, nano e micro [20]. As meso e topo-escalas recebem pouca atenção apesar de serem realmente importantes pois muitas das soluções para problemas ambientais, como erosão acelerada do solo e poluição, requerem o gerenciamento de estratégias nestas escalas [23].

A influência da morfologia da superfície sobre a canalização na hidrologia e o impacto da declividade e do aspecto sobre a exposição ao sol representam os controles mais importantes operando na topo-escala.

Além disso, diversos estudos mostram como a forma da superfície do terreno pode afetar a migração lateral e o acúmulo da água, sedimentos e outros constituintes [20].

A crescente popularidade do trabalho nestas duas escalas intermediárias tem influenciado a disponibilidade de dados de elevação digitais contínuos e de alta-resolução e o desenvolvimento de novas ferramentas computadorizadas de análise de terrenos [37, 8, 38].

1.3.1 Fontes e Estruturas dos Dados Digitais de Elevação

A maioria dos conjuntos de dados digitais de elevação disponíveis atualmente são resultantes da captura de dados fotogramétricos. Estas fontes dependem da interpretação estereoscópica de fotografias aéreas ou imagens de satélite usando estereoplotters manuais ou automáticos.

Outros conjuntos de dados podem ser gerados a partir da digitalização de linhas de contorno dos mapas topográficos e pela pesquisa de campo.

Estes dados de elevação estão usualmente organizados em uma das seguintes estruturas de dados 1.2: (i) malhas regulares, (ii) redes irregulares triangulares e (iii) contornos – dependendo da fonte e/ou do método de análise utilizado.

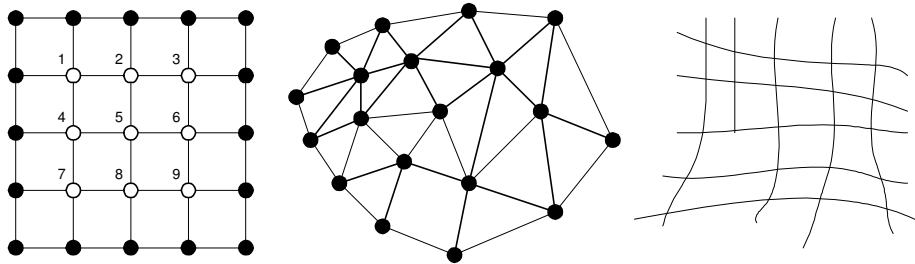


Figura 1.2: Métodos de estruturação dos dados de elevação

Modelos digitais de terrenos (MDT's) com malhas quadradas emergiram como a estrutura de dados mais utilizada por causa de sua simplicidade e da fácil implementação computacional. Por exemplo, matrizes de elevações que registram implicitamente as relações topológicas entre o dados do ponto com os dados dos pontos vizinhos.

O tamanho do grão da malha, que afeta diretamente os requisitos de armazenagem, eficiência e qualidade dos resultados e a dificuldade da malha quadrada representar fielmente mudanças abruptas na elevação são alguns obstáculos que foram ultrapassados nos últimos anos.

O aparecimento de várias novas técnicas de compressão reduziram os requisitos de armazenagem e melhoraram a eficiência computacional [34]. Além disso, encontram-se disponíveis modelos de elevação com malhas de 500m, 100m, 30m, 10m e 1m de resolução para diferentes partes do globo [16].

Malhas irregulares são utilizadas amplamente e são baseadas em elementos triangulares com vértices nos pontos de amostra. Estes elementos consistem de planos juntando os três pontos adjacentes na rede e são usualmente construídos usando triangularização de Delaunay.

As redes triangulares incorporam descontinuidades facilmente e podem constituir estruturas de dados eficientes porque a densidade dos triângulos pode variar conforme a rugosidade do terreno.

A terceira estrutura divide a área em pequenos polígonos de forma irregular baseados nas linhas de contorno e suas ortogonais. Esta estrutura é usada frequentemente em aplicações hidrológicas porque podem reduzir as complexas equações de fluxo tridimensional em uma série de equações unidimensionais em áreas de relevo complexas [15].

1.3.2 Utilização e Estimação de Atributos Topográficos

Muitos dos atributos topográficos mais populares como declividade, canalização, aspecto e curvaturas podem ser derivados a partir de três tipos de dados de elevação, em cada elemento da malha em função dos atributos de sua vizinhança [22].

As ferramentas de análise de terrenos têm suas classificações baseadas nas características dos atributos computados e/ou em sua extensão espacial. Alguns autores distinguem ferramentas que executam operações sobre a vizinhança local daquelas que operam sobre vizinhanças estendidas, para cálculos de drenagem, vertentes etc.

Usualmente, distinguem-se atributos primários (veja tabela 1.1), que são computados diretamente dos modelos de elevação, de atributos secundários ou compostos, que envolvem combinações dos atributos primários e constituem índices derivados empiricamente ou fisicamente. Estes últimos podem caracterizar a variabilidade espacial de processos específicos ocorrendo no ambiente. Uma lista completa de atributos primários e seus derivados, atributos secundários, pode ser encontrada no trabalho de [22].

A maioria destes atributos primários são calculados a partir de derivadas direcionais de uma superfície topográfica e são computados diretamente com um esquema de diferenças finitas de segunda ordem, ou encontrando uma função de interpolação bivariada ao modelo de elevação juntamente com as derivadas desta função [24].

Os atributos secundários são computados a partir dois ou mais atributos primários e são importantes porque oferecem uma alternativa de descrever padrões em função do processo. Por exemplo, atributos que quantificam a função da topografia na redistribuição de água na superfície tem importante influência hidrológica, geomor-

Tabela 1.1: Alguns atributos topográficos primários

Atributo	Definição	Significância
Altitude	Elevação	<i>Clima, vegetação, energia potencial</i>
Altura do aclave	Altura média da área do aclave	<i>Energia potencial</i>
Aspecto	Azimute da inclinação	<i>Incidência solar, evaporação e transpiração, distribuição da flora e fauna</i>
Inclinação	Gradiente	<i>Velocidade de fluxo abaixo e acima da superfície, precipitação, vegetação, geomorfologia, conteúdo de água no solo</i>
Inclinação do Aclave	Média da inclinação do aclave	<i>Velocidade de dispersão</i>
Inclinação da Dispersão	Inclinação média da área de dispersão	<i>Taxa de drenagem do solo</i>
Comprimento do caminho de fluxo	Distância máxima do fluxo da água a um ponto da canalização	<i>Taxas de erosão, campos de sedimentos, tempo de concentração</i>
Curvatura de perfil	Inclinação da curvatura de perfil	<i>Aceleração de fluxo, taxa de erosão e deposição, geomorfologia</i>
Percentil de elevação	Proporção de células em um círculo mais baixo que a célula central	<i>Posição relativa, distribuição de fauna e flora</i>

fológica e ecológica. Atributos deste tipo representam as características do solo, distribuição e abundância da água no solo, suscetibilidade da superfície à erosão pela água, ou a dispersão da flora e da fauna em uma dada região.

1.3.3 Tratamento de Erros e Incerteza

Erros sistemáticos e não-sistemáticos nos modelos de elevação podem confundir os relacionamentos esperados entre os atributos do terreno e as condições do terreno controladas localmente. Estes problemas podem ser amplificados no momento que são calculadas as derivadas de primeira e segunda ordem [6].

Os problemas mais sérios são encontrados usualmente quando os atributos secundários são derivados, por exemplo: os índices de capacidade de transporte de sedimentos e de umidade são muito sensíveis à presença de erros na fonte de dados em áreas planas e, também, à escolha do algoritmo de roteamento de fluxo.

Muitos estudos tem examinado as causas, detecção, visualização e correção dos erros nos modelos digitais de elevação e vários métodos foram propostos para a estimativa da magnitude destes erros [28, 19].

Alguns pesquisadores sugerem que a precisão dos atributos topográficos primários e secundários não pode ser determinado pela comparação dos valores calculados com os de referência porque a superfície não é matematicamente suave.

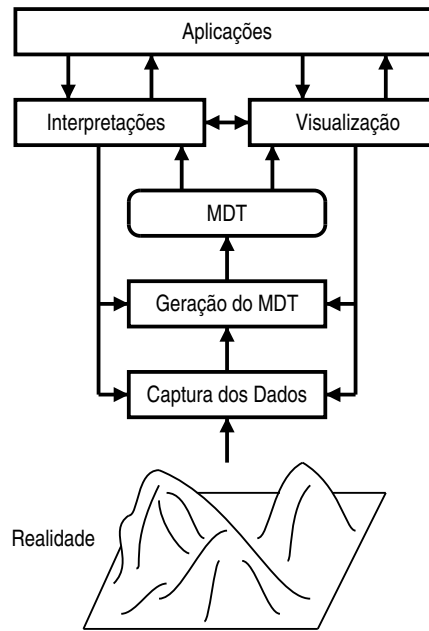


Figura 1.3: Tarefas associadas a modelagem digital de terrenos

É natural representar o terreno na forma de modelos de elevação digital. A figura 1.3 mostra o MDT no centro das interações entre a fonte de captura de dados e as aplicações. Estas interações são suportadas pelos métodos de geração e por uma variedade crescente de técnicas para a interpretação e visualização de MDT's.

Usualmente, a determinação da resolução apropriada de um modelo digital de elevação interpolado ou filtrado é um compromisso entre alcançar fidelidade à superfície real e respeitar os limites práticos relacionados com a densidade e precisão das fontes de dados. Esta característica influencia na varredura eficiente dos dados, pois os requerimentos de armazenamento do modelo de elevação são bastante sensíveis à resolução.

Os métodos de adequação da resolução de MDT's à fonte de informação são apropriados quando os dados espaciais não são obtidos uniformemente, por exemplo, contornos de elevação a partir de mapas topográficos em escala fixa, ou a partir de dados de elevação em malhas de sensoriamento remoto.

Capítulo 2

Autômatos Celulares

2.1 Teoria da auto-reprodução

O conceito original de autômato celular está fortemente associado ao grande cientista e matemático John von Neumann. De acordo com a história re-escrita por Burks [26], Von Neumann estava interessado nas conexões entre biologia e a então nova ciência dos dispositivos computacionais chamada de *Teoria dos Autômatos*. Nos seus estudos, predominava a idéia do fenômeno biológico da auto-reprodução (do inglês, *self-reproducing*). Ainda, a questão que ele apresentava era: “Que tipo de organização lógica é suficiente para um autômato ser capaz de reproduzir a si próprio?”

Von Neumann acreditava que uma teoria geral de computação em *redes complexas de autômatos*, como autômatos celulares, seria essencial para o entendimento de sistemas complexos da natureza e, também, para o desenvolvimento de sistemas artificiais complexos.

O detalhamento da solução que Von Neumann deu a sua questão foi apresentada no seu livro *Theory of Self-Reproducing Automata* [26]. O manuscrito estava incompleto na época da morte de Von Neumann (1957) e foi editado e completado por Burks.

O autômato auto-reprodutor tem um certo grau de complexidade e Von Neumann requereu que o autômato em questão fosse equivalente em poder computacional à máquina de Turing universal.

O autômato que foi construído por Von Neumann, denotado por M_c , está embutido sobre um espaço celular bidimensional com regra de transição e configuração de estados iniciais particulares. O espaço bidimensional é considerado infinito, mas todas as células em quantidade finita iniciam em um estado especial de repouso.

Existem 29 estados possíveis para cada célula (inclusive o estado de repouso) e a vizinhança de cada célula consiste de 5 células: ela mesma e as quatro vizinhas acima, abaixo, à esquerda e à direita (figura 2.1a). Esta vizinhança bidimensional é chamada de *vizinhança de Von Neumann*. A vizinhança bidimensional constituída da própria célula e suas 8 células vizinhas, ou seja, a vizinhança de Von Neumann

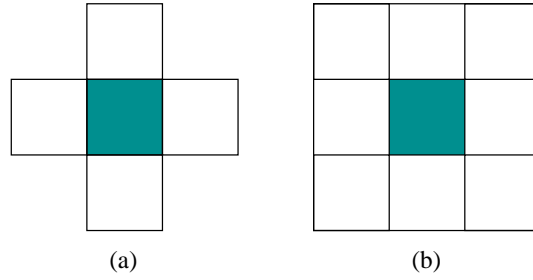


Figura 2.1: Modelos de Vizinhança

mais as células nas diagonais, é chamada de *vizinhança de Moore* (figura 2.1b).

A figura 2.2 representa esquematicamente em alto nível o processo no qual o autômato auto-reprodutor M_c trabalha. M_c é constituído de uma configuração de estados que podem ser agrupados em duas unidades funcionais: a unidade de construção que constrói o novo autômato e a unidade de fita que armazena e lê a informação necessária para construir o novo autômato.

A unidade de fita é constituída de um controle de fita e da fita propriamente dita. A fita é um *array* linear de células que contém a informação sobre M , o autômato a ser construído. Em particular, a fita contém (da esquerda para direita):

1. as coordenadas x e y (x_0 e y_0) do canto inferior esquerdo do retângulo no qual o novo autômato será construído (a *área de construção*);
2. a largura α e a altura β do retângulo;
3. as células que formarão o autômato (listados na ordem inversa na qual eles serão colocadas no retângulo); e,
4. o asterisco indicando o fim da fita.

A construção do novo autômato M é iniciada pelo envio de sinais (na forma de propagação de estados pelas células) entre a unidade da fita e a unidade de construção. A unidade de construção consiste de um controle de construção e um braço construtor. Conforme a figura 2.2, o braço construtor é um *array* de células no qual as células que serão construídas são enviadas a partir do controle de construção às posições desejadas na área de construção.

O autômato original M_c é *ativado* por um sinal externo enviado ao controle de construção. Então, o controle de construção envia um sinal à unidade de fita, que lê a fita e envia (por sinais) os valores de x_0 , y_0 , α e β ao controle de construção. Logo, o controle de construção faz o braço construtor se mover – expandindo ou contraindo o *array* de células trocando os estados das células intermediárias – da sua posição inicial até o canto superior esquerdo da área de construção. Depois, o controle de construção solicita e recebe os valores dos sucessivos estados da fita e move o braço construtor para colocá-los nas posições apropriadas na área de construção.

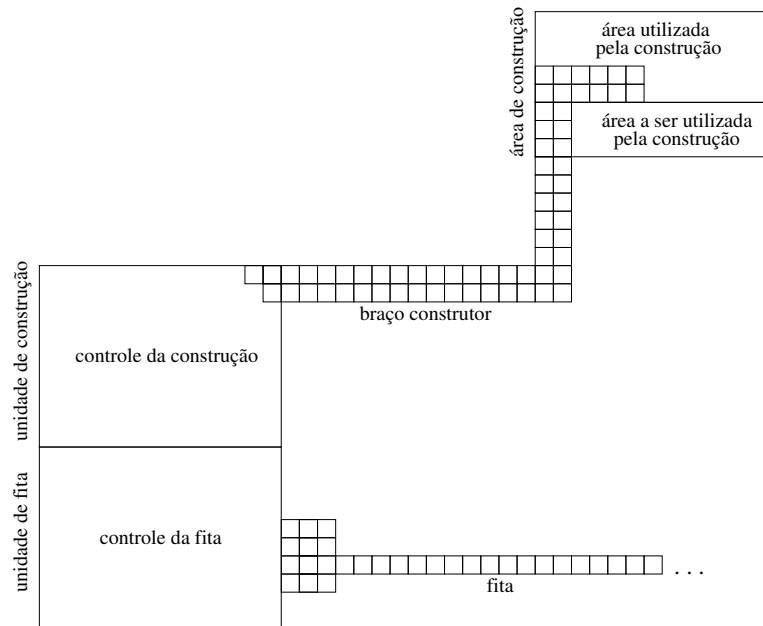


Figura 2.2: Esquema em alto-nível dos componentes do autômato de Von Neumann

Quando a construção estiver completada, ou seja, o asterisco foi lido na fita, o controle de construção move o braço construtor para o canto inferior esquerdo de M e envia um sinal inicializando M . Este procedimento faz M iniciar o processo de auto-reprodução novamente. Então M_c move o braço construtor para sua posição original.

Esta é uma descrição em alto-nível do modo de funcionamento do autômato auto-reprodutor de Von Neumann. As funções de alto-nível – como ler células da fita, enviar diferentes sinais, reconhecer e receber diferentes sinais e outras – são totalmente construídas a partir de operações primitivas dos autômatos celulares. No nível mais baixo, usaram-se operações primitivas de autômatos celulares para sintetizar as operações lógicas tais como OU e E , operações simples de atrasos e propagação de sinais. Ainda, estas operações sintetizaram operações de mais alto-nível, como reconhecedores de sinais, braço construtor móvel e outras. Estas operações de mais alto-nível compõem o autômato em sua totalidade.

É possível perceber que M_c é capaz de ir mais além do que a auto-reprodução. De fato, ela é um construtor universal, capaz de construir qualquer autômato cuja descrição está na sua fita. Ainda, M_c é capaz de computação universal. Por isso, a auto-reprodução reduz-se a um caso particular onde a fita de M_c contém de descrição da própria M_c . Inicialmente, é essencial que o autômato construído esteja desativado, ou seja, seu estado não se modifica antes de receber o sinal de inicialização. Se este não for garantido, pode ocorrer de M iniciar um novo processo de

construção sem ela mesma estar finalizada, o que possivelmente poderá interferir no seu próprio processo de construção.

Segundo Von Neumann, a questão da computação universal e construção universal em um autômato celular pode ser abreviada no número de estados por célula pela implementação de capacidades de alto-nível diretamente em cada célula. Esta construção de 29 estados por célula foi simplificada por outros autores Arbib [4] e Myhill [25].

2.2 Autômato Celular de Wolfram

2.2.1 Introdução

Os autômatos celulares são modelos matemáticos simples de sistemas naturais. Eles são constituídos de uma malha, ou reticulado, de células (do inglês, *site*) idênticas e discretas, onde cada célula tem seu valor sobre um conjunto finito, por exemplo, de valores inteiros. Os valores evoluem, em passos de tempo discretos, de acordo com regras determinísticas que especificam os valores de cada célula em termos dos valores das células vizinhas.

Segundo Stephen Wolfram ([39]), os autômatos celulares podem ser considerados como idealizações discretas das equações diferenciais parciais freqüentemente utilizadas para descrever sistemas naturais.

Essa natureza discreta também permite a analogia com computadores digitais, pois os autômatos celulares podem ser vistos como computadores de processamento paralelo de construção simplificada.

Como exemplo de autômato celular, considera-se uma linha (vetor) de células com valores 0 ou 1, conforme a figura 2.3. O valor de uma célula na posição i no tempo t é $a_i^{(t)}$. Uma regra muito simples para a evolução no tempo dos valores das células é

$$a_i^{(t+1)} = a_{i-1}^{(t)} + a_{i+1}^{(t)} \bmod 2 \quad (2.1)$$

onde $\bmod 2$ indica que é tomado o resto 0 ou 1 da divisão por 2. De acordo com esta regra, o valor de uma célula em particular é dada pela soma módulo 2 (ou, equivalentemente ao *ou exclusivo* da álgebra Booleana) dos valores de suas células vizinhas à esquerda e à direita no passo de tempo anterior.

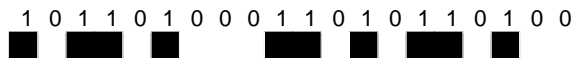


Figura 2.3: Esquema típico de um autômato celular

A figura 2.4 mostra o padrão gerado pela evolução em poucos passos utilizando a regra 2.1 a partir de uma semente (do inglês, *seed*) consistindo de apenas uma célula com o valor 1 e todas as demais com o valor 0. A figura 2.5 mostra o padrão gerado após 500 passos de tempo. A geração deste padrão requer a aplicação da regra 2.1 à cerca de 250 mil valores de células.



Figura 2.4: Evolução pela regra 2.1 em poucos passos

O padrão das figuras 2.4 e 2.5 apresentam algumas regularidades, uma destas é a auto-similaridade (do inglês, *self-similarity*). Como mostrado na figura 2.5, porções do padrão, quando aproximadas, são indistinguíveis do todo. Este padrão auto-similar é freqüentemente chamado de *fractal* e pode ser caracterizado pela sua dimensão. Muitos sistemas naturais exibem padrões deste tipo, e por isso, podem ser gerados através de autômatos celulares ou processos análogos.

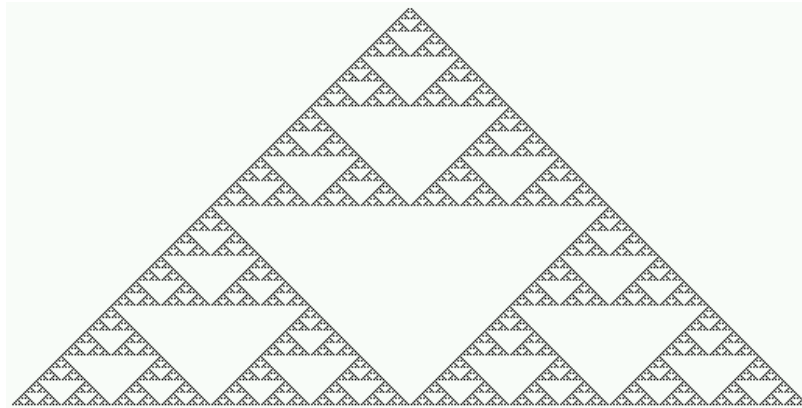


Figura 2.5: Evolução pela regra 2.1 em 255 passos

A figura 2.6 mostra a evolução de acordo com a regra 2.1 a partir de um estado inicial desordenado. Os valores das células e seu estado inicial é escolhido aleatoriamente, cada célula tem a mesma probabilidade de ter valor 0 ou 1, independentemente dos valores das outras células. Mesmo que o estado inicial não tenha estrutura, a evolução manifesta alguma estrutura que formam alguns *claros* triangulares. O aparecimento espontâneo destes *claros* é um exemplo de *auto-organização* (do inglês, *self-organization*).

Em sistemas que seguem a termodinâmica convencional, a segunda lei da termodinâmica implica numa degradação progressiva de uma estrutura inicial e uma tendência universal de evoluir com o tempo à estados de máxima entropia e máxima desordem.

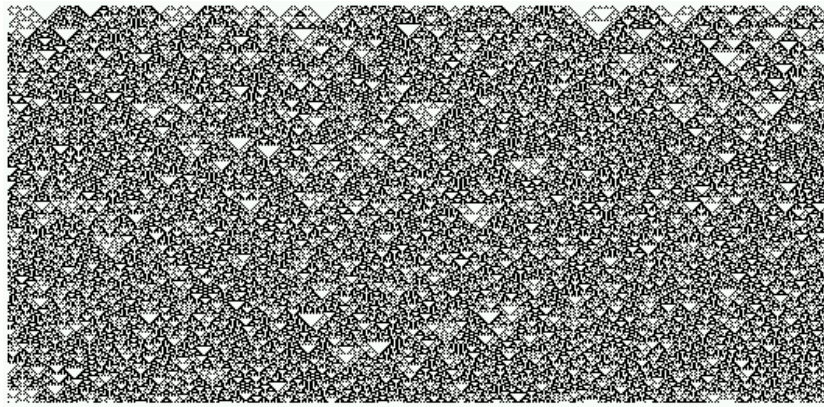


Figura 2.6: Evolução pela regra 2.1 a partir de um estado inicial desordenado

Enquanto muitos sistemas tendem à desordem, uma grande classe de sistemas mostram uma tendência inversa: eles espontaneamente geram uma estrutura com o passar do tempo, mesmo iniciando a partir de estados desordenados ou desestruturados. O autômato celular na figura 2.6 é um exemplo de sistema auto-organizado.

A base matemática deste comportamento é revelada pela consideração das propriedades globais de um autômato celular. Ao invés de seguir a evolução a partir de um estado inicial em particular, segue-se a evolução em sua totalidade de uma configuração de vários estados iniciais diferentes.

Ao investigar as propriedades globais é conveniente considerar autômatos celulares finitos que contenham um número finito N de células cujos valores estão sujeitos à certas condições. Por exemplo, tal autômato celular pode ser representado por células arranjadas ao redor de um círculo. Se cada célula tem dois valores possíveis, existe um total de 2^N estados possíveis, ou configurações, para o autômato celular finito completo.

A evolução global do autômato celular pode ser representada por um grafo de transição de estados finito indicando o espaço de estados no autômato celular. Cada um dos 2^N estados possíveis do autômato celular completo (como o estado 110101101010 para um autômato celular com 12 células) é representado por um nodo no grafo e uma linha conecta cada nodo ao nodo gerado por uma única aplicação da regra.

A trajetória apontada no espaço de estados pelas linhas que conectam um nodo particular ao seu sucessor corresponde à evolução no tempo do autômato celular a partir do estado inicial representado pelo nodo particular. O grafo da figura 2.7 mostra todas as possíveis trajetórias no espaço de estados para um autômato celular com 12 células evoluindo com a aplicação da regra 2.1.

Um característica notável da figura 2.7 é a presença de trajetórias que unem-se com o tempo. Enquanto cada célula tem um único sucessor no tempo, pode-se ter vários antecessores ou nenhum (como para estados na periferia do grafo). A união de

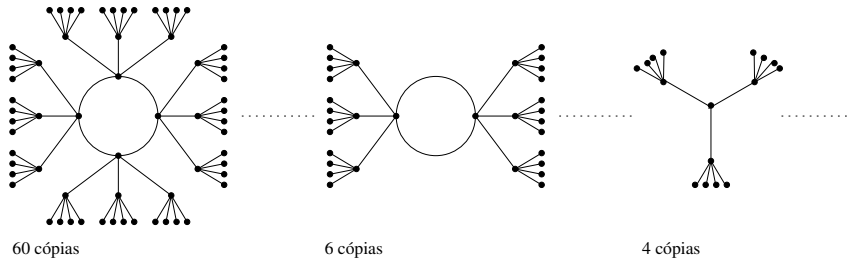


Figura 2.7: Grafo de transição de estados para o autômato celular com 12 células e com a regra 2.1 [39]

trajetórias implica que a informação é perdida na evolução, ou seja, o conhecimento do estado alcançado pelo sistema em um tempo particular não é suficiente para determinar sua história sem ambigüidade, de modo que a evolução é irreversível.

Partindo de um formato inicial no qual todas as configurações ocorrem com alguma distribuição de probabilidade, a evolução irreversível diminui as probabilidades para algumas configurações e aumenta para outras. Por exemplo, após um passo de tempo as probabilidades para estados na periferia do grafo da figura 2.7 são reduzidas à zero. Tais estados podem ser dado como condições iniciais, mas pode ocorrer que eles nunca poderão ser gerados pela evolução do autômato celular.

Após muitos passos de tempo, somente um pequeno número de todas as possíveis configurações podem ocorrer. Estas que ocorrem podem ser consideradas como *atratores* da evolução do autômato celular. Além disso, se o atrator tem características especiais *organizadas*, estas características aparecerão espontaneamente na evolução do autômato celular. Portanto, a possibilidade de tal auto-organização é uma consequência da irreversibilidade da evolução e as estruturas obtidas através da auto-organização são determinadas pelas características dos atratores.

A irreversibilidade da evolução do autômato celular mostrada na figura 2.7 pode ser contrastada com a reversibilidade intrínseca de sistemas descritos na termodinâmica convencional [39]. Em um nível microscópico, as trajetórias representando a evolução dos estados em tais sistemas nunca se unem: cada estado tem um único antecessor e nenhuma informação é perdida. Portanto, uma configuração completamente desordenada, no qual todos estados possíveis ocorrem com igual probabilidade, permanece desordenada para sempre. Além disso, se estados vizinhos são agrupados então, com o tempo, as probabilidades para grupos diferentes de estados tenderão à igualdade, apesar dos seus valores iniciais.

Deste modo, tais sistemas tendem à desordem completa e máxima entropia, como prescrita pela segunda lei da termodinâmica. A tendência à desordem e o aumento da entropia são características universais de sistemas reversíveis intrinsecamente na mecânica estatística [39].

2.2.2 Generalizações

Até agora, concentrou-se em uma regra para autômato celular em particular dada pela equação 2.1. Esta regra pode ser generalizada de várias formas. Um família de regras é obtida permitindo que o valor da célula seja uma função dos valores da própria célula e das suas duas vizinhas mais próximas no passo de tempo anterior:

$$a_i^{(t+1)} = F(a_{i-1}^{(t)}, a_i^{(t)}, a_{i+1}^{(t)}).$$

A figura 2.8 ilustra a notação que associa um número (chamado *número de regra*) a cada uma das 256 regras deste tipo. O número da regra 2.1 é 90, por esta notação.

111	110	101	100	011	010	001	000	$\leftarrow a_{i-1}^{(t)} a_i^{(t)} a_{i+1}^{(t)}$
				\Downarrow				$\leftarrow F$
0	1	0	1	1	0	1	0	$\leftarrow a_i^{(t+1)}$
01011010 ₂ = 90 ₁₀								\leftarrow número da regra

Figura 2.8: Notação

Mais generalizações permitem que cada célula no autômato celular tenha um valor dentre um número arbitrário k de valores e, ainda, permitir que o valor de uma célula dependa de valores de células que estejam r células distantes, tal que:

$$a_i^{(t+1)} = F(a_{i-r}^{(t)}, \dots, a_{i+r}^{(t)}).$$

O número de regras diferentes com dados k e r cresce $k^{k^{2r+1}}$ e, portanto, torna-se imenso mesmo para k e r pequenos.

Cada regra leva a padrões que diferem em detalhes. Entretanto, todos os padrões tendem a cair em apenas 4 classes qualitativas conforme Wolfram mostra em [39].

Estas classes de comportamento podem ser caracterizadas empiricamente como segue:

- Classe 1 – evolução leva a estados homogêneos que, por exemplo, tem células com valor 0 (vide figura 2.9);
- Classe 2 – evolução leva a um conjunto de estruturas estáveis e periódicas que são separadas e simples (vide figura 2.10);
- Classe 3 – evolução leva a padrões caóticos (vide figura 2.11);
- Classe 4 – evolução leva à estruturas complexas e, algumas vezes, de longa vida (vide figura 2.12).

A existência de somente quatro classes qualitativas implica na universalidade do comportamento do autômato celular e muitas características dependem somente da classe que o autômato pertence e não de detalhes precisos da sua evolução.



Figura 2.9: Classe 1, regra 160 e 100 passos

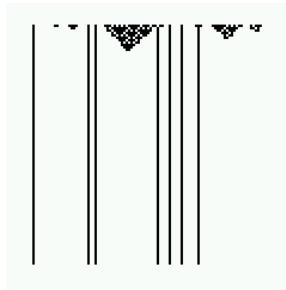


Figura 2.10: Classe 2, regra 164 e 100 passos

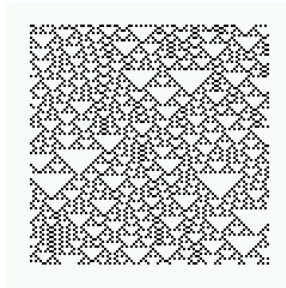


Figura 2.11: Classe 3, regra 146 e 100 passos

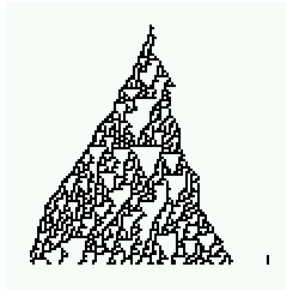


Figura 2.12: Classe 4, regra 18 e 100 passos

2.2.3 Universalidade

Uma abordagem para a definição quantitativa das classes é considerar o grau de previsibilidade do resultado da evolução do autômato celular, dado um conhecimento do estado inicial.

Para a classe 1, a previsão é trivial: apesar do estado inicial, o sistema sempre evolui para um estado único e homogêneo.

A classe 2 tem a característica de os efeitos de uma célula em particular propagar-se somente a uma distância finita, isto é, somente a um número finito de células vizinhas. Assim, a mudança no valor de uma célula inicial afeta somente uma região finita de células ao redor dela, mesmo após um número infinito de passos de tempo. Este comportamento, ilustrado na figura 2.10, implica que a previsão do valor de uma célula final requer conhecimento de somente um conjunto finito de valores iniciais da célula.

Ao contrário, mudanças nos valores iniciais da célula em um autômato da classe 3 quase sempre se propagam em uma velocidade finita e, portanto, afetam células cada vez mais distantes, à medida que o tempo passa. O valor de uma célula em particular, após muitos passos de tempo, depende de um número cada vez maior de células presentes em gerações anteriores na evolução do autômato. Se o estado inicial está desordenado, esta dependência pode acarretar a uma sucessão caótica de valores para a célula. Portanto, na classe 3, a predição do valor de uma célula em tempo infinito requer o conhecimento de um número infinito de valores de células iniciais.

Autômatos Celulares da classe 2 podem ser considerados como *filtros* que selecionam características particulares do estado inicial. Por exemplo, um autômato desta classe pode ser construído de modo que as seqüências iniciais 111 sobrevivam, mas células que não formam esta seqüência podem tender seus valores a 0. Tais autômatos celulares são de extrema importância para processamento de imagens digitais, podendo ser usados para selecionar e melhorar padrões particulares de *pixels*.

Após um tempo suficientemente longo, um autômato celular da classe 2 evolui para um estado constituído de blocos de células com valor diferente de zero separados por regiões com valor zero. Estes blocos consistem de repetições do valor de

uma célula em particular (por exemplo, 101010...). Estes blocos podem não mudar durante a evolução ou repetir-se ciclicamente entre alguns estados.

Enquanto um autômato da classe 2 evolui para estruturas persistentes em pequenos períodos, autômatos da classe 3 exibem comportamento caótico aperiódico. Embora caótico, estes padrões gerados não são completamente aleatórios, pois podem exibir um comportamento auto-organizado.

As configurações de um autômato celular infinito são constituídas de uma sequência infinita de valores de células. Esta sequência pode ser considerada como dígitos de um número real, de modo que cada configuração completa corresponde a um número real e esta configuração forma um conjunto de Cantor. A figura 2.13 ilustra duas construções para o conjunto de Cantor.

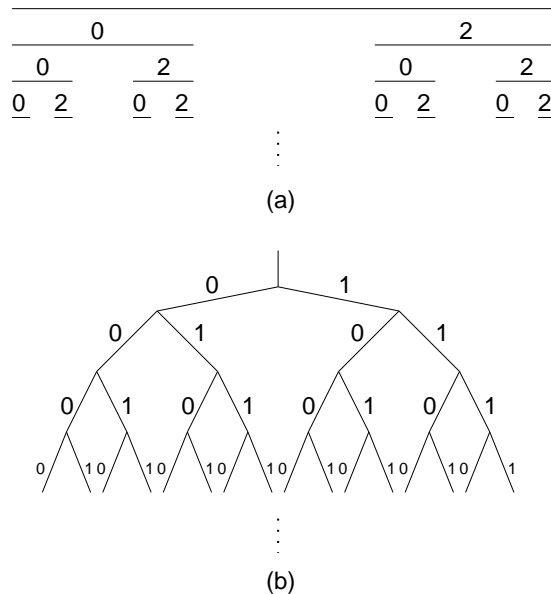


Figura 2.13: Construções para o conjunto de Cantor

Na construção (a) da figura 2.13, inicia-se com o conjunto dos números reais no intervalo de 0 a 1. Primeiro, exclui-se o terço médio do intervalo, então o terço médio do intervalo resultante e assim por diante. No limite do conjunto tem-se um número infinito de pontos desconectados. As posições no intervalo podem ser representadas na base 3, por isso a construção retém os pontos cujas posições são representadas na base 3 que não contenham o dígito 1 (ou seja, o ponto 0.2202022 está na construção, já não ocorre para o ponto 0.22010220). A característica importante do limite deste conjunto é a sua auto-similaridade (na forma de *fractal*), ou seja, uma parte do conjunto, quando aumentada, é indistinguível do todo.

Na construção (b), o conjunto de Cantor é formado a partir das *folhas* de uma árvore binária infinita. Cada ponto no conjunto é alcançado por um único caminho a partir da *raiz* da árvore. Este caminho é especificado por uma sequência infinita

de dígitos binários, onde os sucessivos dígitos indicam que *ramo* tomar em cada nível da árvore. Cada ponto no conjunto de Cantor corresponde unicamente a uma seqüência infinita de dígitos e, portanto, a uma configuração de um autômato celular infinito. A evolução do autômato celular corresponde aos mapeamentos iterados (também chamados de funções iteradas) do conjunto de Cantor a ele mesmo.

Os conjuntos de Cantor são parametrizados pelas suas dimensões. Wolfram usa a seguinte definição para dimensão, baseada na construção (a) da figura 2.13. Divide-se o intervalo de 0 a 1 em k^n partes, cada um de largura k^{-n} . $N(n)$ é o número destas partes que contém pontos no conjunto. Para n grande, este número comporta-se de acordo com:

$$N(n) \sim k^{dn} \quad (2.2)$$

e d é definido como a *dimensão do conjunto* de Cantor. Se o conjunto contém todos os pontos no intervalo 0 a 1, então com esta definição sua dimensão simplesmente seria 1. De acordo com a equação 2.2, a dimensão do conjunto de Cantor da construção (a) é $\log_3 2 \simeq 0.63$.

Wolfram ([39]) também mostra uma definição alternativa para dimensão baseada em auto-similaridade da construção (a). Contrai-se o conjunto por um fator de k^{-m} . Em virtude de sua auto-similaridade, o conjunto na sua totalidade é idêntico à $M(m)$ cópias de sua cópia contraída. Para m grande, $M(m) \approx k^{dm}$, onde d é, como indicado anteriormente, a dimensão do conjunto.

Com estas definições, a dimensão do conjunto de Cantor de todas as configurações possíveis para um autômato celular unidimensional infinito é 1. Um ambiente desordenado onde cada configuração ocorre com probabilidade igual tem dimensão 1.

Como esperado da irreversibilidade da evolução do autômato celular, as diferentes configurações possuem probabilidades diferentes a medida que evoluem, as probabilidades para algumas configurações tendem à zero. Este fenômeno se manifesta pela diluição das configurações nos sucessivos passos de tempo. O conjunto das configurações que sobrevivem com probabilidades diferentes de zero após muitos passos de tempo da evolução do autômato celular constituem-se os *atratores* da evolução e, ainda, este conjunto resultante é um conjunto de Cantor.

Wolfram ([39]) afirma: quanto maior a irreversibilidade na evolução do autômato celular, menor é a dimensão do conjunto de Cantor correspondente aos atratores da evolução. Se o conjunto dos atratores para um autômato celular tem dimensão 1, então todas as configurações do autômato celular podem ocorrer em tempos maiores. Se o conjunto atrator tem dimensão menor que 1, logo uma fração cada vez menor de todas as configurações possíveis são geradas após muitos passos da evolução.

A dimensão de um conjunto de configurações de um autômato celular é diretamente proporcional ao limite da entropia por célula, da seqüência de valores das células que formam as configurações. Se a dimensão do conjunto for 1, então todas as seqüências possíveis dos valores das células poderiam ocorrer, logo a entropia destas seqüências seria máxima. As dimensões menores que 1 correspondem a conjuntos onde algumas seqüências de valores das células estão ausentes, portanto,

neste caso, a entropia é reduzida. Assim, a dimensão do atrator para um autômato celular está diretamente relacionado à entropia alcançada com a sua evolução.

A *dimensão* é uma medida muito crua da estrutura do conjunto de configurações alcançadas em um autômato celular para tempos longos. A teoria das linguagens formais pode prover uma caracterização mais completa do conjunto.

Linguagens consistem de um conjunto de palavras, de tamanho finito ou infinito, formadas a partir de uma concatenação de letras seguindo regras gramaticais. As configurações de um autômato celular são análogas a palavras em uma linguagem formal cujas letras são os k valores possíveis de cada célula do autômato. Então, uma gramática dá uma especificação sucinta para um conjunto de configurações de um autômato celular.

As linguagens podem ser classificadas de acordo com a complexidade das máquinas necessárias para gerá-las. Uma classe de linguagens especificada por *gramáticas regulares* podem ser geradas por máquinas de estados finitos. Uma máquina de estados finito é representada por um grafo de transição de estados (análogo ao grafo de transição de estados para um autômato celular finito ilustrado na figura 2.7).

As palavras possíveis em uma gramática regular são geradas percorrendo todos os caminhos possíveis no grafo de transição de estados. Estas palavras podem ser especificadas por *expressões regulares* consistindo de seqüências de comprimento finito e repetições arbitrárias destas. Por exemplo, a expressão regular $1(00)^*1$ representa todas as seqüências que contém um número par de 0's (repetindo arbitrariamente a seqüência 00) com um par de 1's, um destes no início da seqüência e outro no final.

O conjunto das configurações obtidas ao longo da evolução nos autômatos da classe 2 pode ser expressado na forma de linguagens regulares. Já os atratores (classe 3) correspondem a linguagens mais complexas.

2.2.4 Computação universal

Segundo Wolfram, a aparente complexidade no comportamento da classe 4 de autômatos celulares sugere que estes sistemas possam ser capazes de computação universal. Um computador pode ser considerado como um sistema cujas regras são usadas para transformar uma seqüência inicial de 0's e 1's em uma seqüência final de 0's e 1's. A seqüência inicial pode ser considerada como um programa e seus dados armazenados na memória de um computador e parte da seqüência final pode ser considerada como o resultado da computação.

O único método conhecido de provar que um sistema pode atuar como um computador universal é mostrar que suas capacidades computacionais são equivalentes àsquelas do outro sistema já classificado como computador universal. Os trabalhos de Church e Turing definem que nenhum outro sistema tem capacidade computacional superior aos computadores universais.

Um autômato celular pode ser entendido como capaz de computação universal pela identificação de estruturas que atuam como componentes de computadores digitais, tais como: portas lógicas, memórias e relógios. Um importante componente é o relógio que gera uma seqüência infinita de pulsos; partindo da configuração

inicial com um número finito de células com valor diferente de 0, tal estrutura ocasionaria um número sempre crescente de células com valor diferente de 0. Mas este componente não é encontrado nos autômatos celulares, pelo menos fazendo-se uma busca viável, sem que seja por métodos exaustivos.

Muitos autômatos celulares são provados capazes de computação universal da maneira indicada acima, tal como o autômato celular de Conway apresentado na seção 2.2.5.

Por definição, um computador universal pode ser simulado por um outro computador universal. A simulação procede simulando as operações elementares no primeiro computador universal por conjuntos de operações no segundo computador universal, por exemplo, como ocorre em um programa *interpretador*. Em geral, uma simulação deste tipo é mais (ou menos) rápida apenas por um dado fator fixo finito, independentemente do tamanho ou duração da computação. Assim, o comportamento de um computador universal, dada uma entrada em particular, pode ser determinado na mesma ordem de tempo requerida para executar no outro computador universal. Em geral, o comportamento de um computador universal não pode ser previsto e somente poderá ser determinado por um procedimento equivalente à observar o próprio computador universal.

Por isso, o comportamento dos autômatos celulares da classe 4 são completamente imprevisíveis, ou seja, os valores das células somente poderão ser encontrados se forem observadas em toda evolução do autômato celular.

Esta imprevisibilidade do comportamento de um computador universal implica que as proposições relativas ao comportamento limitante de computadores universais em tempo indefinidamente grandes são formalmente indecidíveis. Por exemplo, não é possível decidir se um determinado computador universal, com uma dada entrada, alcançará um estado de parada após um tempo finito ou continuará a computação infinitamente. Para autômatos celulares não é possível decidir se um estado inicial particular irá evoluir para uma configuração nula (todas as células com valor 0), ou mesmo, construirá estruturas persistentes.

Em uma configuração infinita e desordenada todas as seqüências possíveis de valores de células estão representadas. Pode-se considerar que cada uma destas seqüências representa um dos possíveis programas, assim, com um estado inicial infinito e desordenado, um autômato celular da classe 4 pode ser considerado executar em paralelo todos os programas possíveis.

Pode-se ter a existência (mesmo tendo pequena probabilidade de ocorrência) de programas que geram estruturas de grande complexidade. Assim, em algum lugar desta linha infinita, se poderia encontrar uma seqüência que evolui para uma estrutura auto-reprodutiva. Após um tempo suficientemente longo, esta configuração pode se reproduzir tantas vezes de modo que no final dominaria o comportamento do autômato celular. Mesmo tendo *a priori* uma baixa probabilidade de ocorrência de uma estrutura auto-reprodutiva no estado inicial, a probabilidade *a posteriori* após muitos passos de tempo da evolução autômato celular pode ser muito grande.

A possibilidade de ocorrer um comportamento complexo *alimentado* pelas características do estado inicial em autômatos celulares da classe 4 com uma baixa probabilidade, se previne a tomada de médias estatísticas significativas sobre um

comprimento infinito. Esta característica sugere que em algum sentido um autômato celular da classe 4 com um estado inicial infinito e desordenado seja um micro-cosmo do universo. [39]

Nos extensos testes das regras efetuados por Wolfram, pode-se observar que à medida do crescimento de k e r , o comportamento da classe 3 tornou-se progressivamente mais dominante. O comportamento da classe 4 ocorre somente para $k > 2$ e $r > 1$, portanto, este comportamento se torna mais comum para grandes valores de k e r . O fato do autômato celular da classe 4 ocorrer para baixos valores de k e r implica que o nível de complexidade da construção necessária para permitir um comportamento complexo é muito baixo.

2.2.5 Autômato celular de Conway

Uma abordagem diferente é utilizada para mostrar computação universal em autômatos celulares, através do *Jogo da Vida* (do inglês, *The Game of Life*), chamado de *Life* neste trabalho. Este autômato celular foi inventado por John Conway na década de 1960 e sua definição e universalidade é demonstrada em [5]. O *Life* é um autômato celular bidimensional com estados binários e com a vizinhança de Moore conforme a figura 2.1b.

A regra de transição é simples:

- se $a_i^t = 1$, $a_i^{t+1} = 1$ se, e somente se, dois ou três vizinhos têm valor 1, caso contrário $a_i^{t+1} = 0$; e,
- se $a_i^t = 0$, $a_i^{t+1} = 1$ se, e somente se, três vizinhos têm valor 1, caso contrário $a_i^{t+1} = 0$.

Assume-se que *Life* interage sobre um reticulado bidimensional infinito, partindo de uma configuração inicial com um número finito de 1's e todas as outras células com valor 0.

Life é muito conhecido pelo fato de sua regra de transição muito simples frequentemente levar à padrões muito complexos no espaço celular. Por exemplo, pode-se construir facilmente configurações iniciais que produzirão e propagarão estruturas simples chamadas *gliders* (figura 2.14) que formarão estruturas mais complexas.

Conway se fazia a seguinte pergunta: “A população, ou seja, células com valor 1, de uma configuração do *Life* pode crescer sem limite?” William Gosper respondeu a questão em 1970 com a invenção de um disparador de *gliders*, uma estrutura estacionária que emite um novo *glider* a cada 30 passos de tempo. *Gliders* e disparadores são estruturas chaves para a construção de um computador universal.

Nesta construção, ao invés de simular uma máquina de Turing universal, funções lógicas básicas são construídas a partir de interações entre cadeias (do inglês, *streams*) de *gliders* criados pelos disparadores. Em alguns casos, quando dois *gliders* colidem eles se aniquilam. Este fenômeno é usado para construir uma porta *NÃO*, como ilustrado na figura 2.15a. Uma cadeia A de bits é entrada e representada por uma cadeia de *gliders*, espaçados de tal forma que a presença de um *glider* representa um 1 e a ausência um 0. Esta cadeia colide com uma cadeia de *gliders*

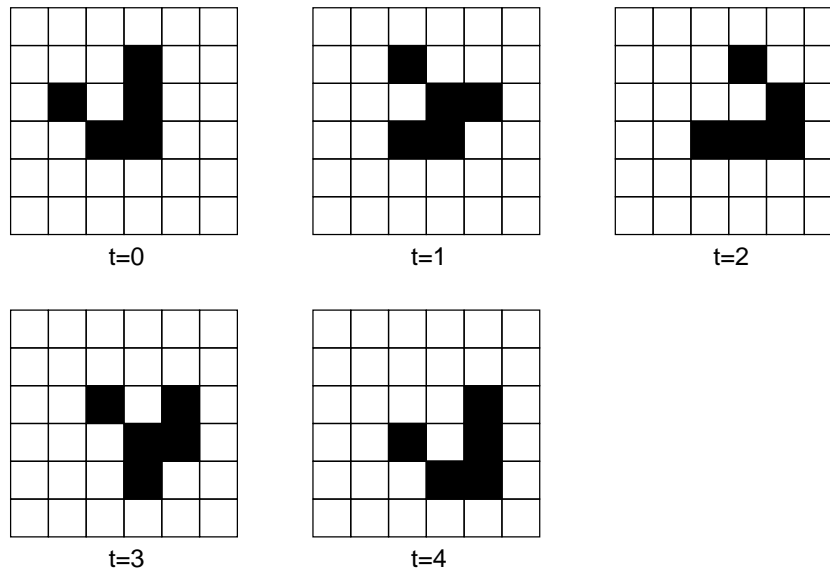


Figura 2.14: A estrutura em $t = 0, \dots, 4$ é um *glider*, que se move diagonalmente uma posição a cada 4 passos de tempo

perpendicular, vindo de um disparador de *gliders*. Nesta configuração, dois *gliders* colidindo irão aniquilar-se, por isso, os únicos *gliders* na cadeia vertical que ultrapassarão a cadeia horizontal são aqueles que colidiram com os *gliders* ausentes, ou *buracos* na cadeia, os *bits* 0. A cadeia vertical resultante (saída) é a negação da cadeia horizontal (entrada).

Portas *E* e *OU* são construídas similarmente, como ilustrado nas figuras 2.15b e 2.15c. Por exemplo, a função *E* (figura 2.15b) toma como entrada duas cadeias horizontais, *A* e *B*, produzindo como saída uma cadeia horizontal com 1's (*gliders*) correspondendo às posições onde *A* e *B* tem valor 1, e 0's no caso contrário. *G* denota um disparador de *gliders* que gera uma cadeia que se move para cima, sem buracos. Onde a cadeia *B* contiver um 1, haverá colisão com a cadeia *G*, criando um buraco na cadeia *G*. Caso contrário, onde *B* contiver um 0, o *glider* em *G* será permitido prosseguir.

A cadeia *A* é atrasada em relação à cadeia *B* o suficiente para que o buraco ou o *glider* em *G* correspondendo ao *bit* de *B* encontre o *bit* correspondente em *A*. Um buraco na cadeia *G* permite ao *bit* em *A* (buraco ou *glider*) juntar-se à cadeia de saída. Um *glider* na cadeia *G* sempre cria um buraco na cadeia de saída. Isto implementa a função *E*. A parte vertical da cadeia *G* que ultrapassa a cadeia *A* é consumida por um *consumidor E* (do inglês, *eater*), que é uma estrutura estacionária que destrói *gliders*.

A construção também inclui maneiras mais eficientes de eliminar *gliders*, copiar cadeias de *gliders*, reposicionar, atrasar, reduzir cadeias de *gliders*, armazenar in-

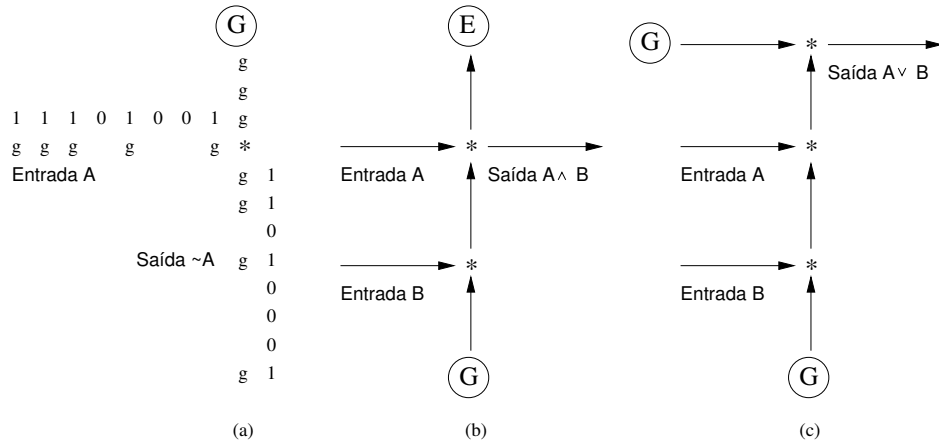


Figura 2.15: Portas NÃO (a), E (b) e OU (c) construídas a partir de *gliders* (g), disparadores (G) e consumidores (E). O símbolo (*) indica a colisão de *gliders*

formação na forma de cadeias de *gliders* periódicas (formando ciclos) e implementar registradores de armazenamento auxiliares através de blocos de células estacionárias que podem ser manipuladas (movidas, lidas) através de um conjunto de *gliders*.

Estas técnicas e funções lógicas descritas anteriormente podem ser usadas para construir circuitos constituídos de cadeias de *gliders* que podem computar uma função recursiva. Por este entendimento, *Life* é demonstrado ser um computador universal.

Nesta construção, considera-se recursos de tempo e espaço ilimitados. O objetivo não foi construir um computador eficiente no *Life*, ou mesmo, que seja implementável na prática, mas simplesmente mostrar que este princípio pode computar qualquer função. Isto também mostra que mesmo autômatos celulares com regras bastantes simples podem ser inerentemente imprevisíveis – por causa da universalidade do jogo *Life*, ou seja, não há procedimento que pode prever quando uma configuração inicial irá se diluir em configurações totalmente nulas.

A maioria dos trabalhos sobre computação universal em autômatos celulares consiste em definir um autômato celular que possa simular uma máquina de Turing ou algum outro computador conhecidamente universal.

Em geral, computação universal sobre autômatos celulares é interessante como prova do princípio de que este tipo de arquitetura é tão poderosa quanto um computador. Na prática, nenhuma das construções de computação universal sobre autômatos celulares é um dispositivo prático que poderia ser usado para fazer alguma computação. Por um lado, definir uma configuração inicial que resultaria na computação desejada seria extremamente difícil. Por outro lado, estes computadores embutidos são muito ineficientes comparados com algum dispositivo prático, mesmo quando se utiliza sistemas massivamente paralelo.

2.2.6 Simulação de autômatos celulares

Alguns estados iniciais especiais de um autômato celular podem se comportar da mesma forma em um outro autômato celular. Neste caso, considera-se que o primeiro autômato celular *simula* o segundo. Uma célula com um dado valor no autômato celular pode ser simulada por um bloco fixo de células no outro. Após um número fixo de passos, a evolução destes blocos mimetiza um passo da evolução das células no primeiro autômato celular. Por exemplo, células com valor 0 ou 1 no primeiro autômato celular podem ser simuladas por blocos de células 00 e 11, respectivamente, no segundo autômato celular e dois passos de tempo na evolução do segundo autômato correspondem a um passo de tempo na evolução do primeiro.

A figura 2.16 mostra a rede que representa as capacidades de simulação do autômato celular com $k = 2$ e $r = 1$. Somente as simulações envolvendo blocos de comprimento menor que 4 células estão incluídas na construção desta rede. Então, com uma codificação suficientemente longa pode-se simular qualquer outro autômato celular, de modo que existe um caminho do nodo que representa sua regra à nodos representando todas as outras regras possíveis.

Um exemplo da simulação de um autômato celular por outro é a simulação da regra 90 pela regra 18. Um autômato celular com a regra 18 comporta-se exatamente como um autômato celular com a regra 90 se, na configuração inicial, células alternadas tem valor 0 (tal que 0 e 1 na regra 90 são representados por 00 e 01 na regra 18) e são considerados passos de tempos alternados.

A simulação da regra 90 pela regra 18 pode ser considerada como um *atrativo*: iniciada a partir de quase todos os estados iniciais, a regra 18 evolui para estados que simulam a regra 90. Alguns caminhos desta rede são atrativos, porém existem caminhos repulsivos. Um caminho de simulação repulsivo implica que algumas *impurezas* nos estados iniciais crescem e, eventualmente, dominam a evolução do sistema.

A classe 1 de autômatos celulares tem um caminho de simulação atrativo para a regra 0. A classe 2 tem caminhos de simulações atrativos à regra 204. Wolfram [39] apresenta evidências da existência de caminhos atrativos para a classe 3 de autômatos celulares em relação às regras 90 e 150. Já a classe 4 de autômatos celulares, tem a presença de caminhos de simulação que levam à todas outras regras.

Para Wolfram, as diferentes classes de autômatos celulares, podem ser distingüidas pelo comportamento da simulação destas transformações. Esta abordagem sugere que a classificação do comportamento do autômato celular pode estar relacionado com as classes de problemas na teoria da computação.

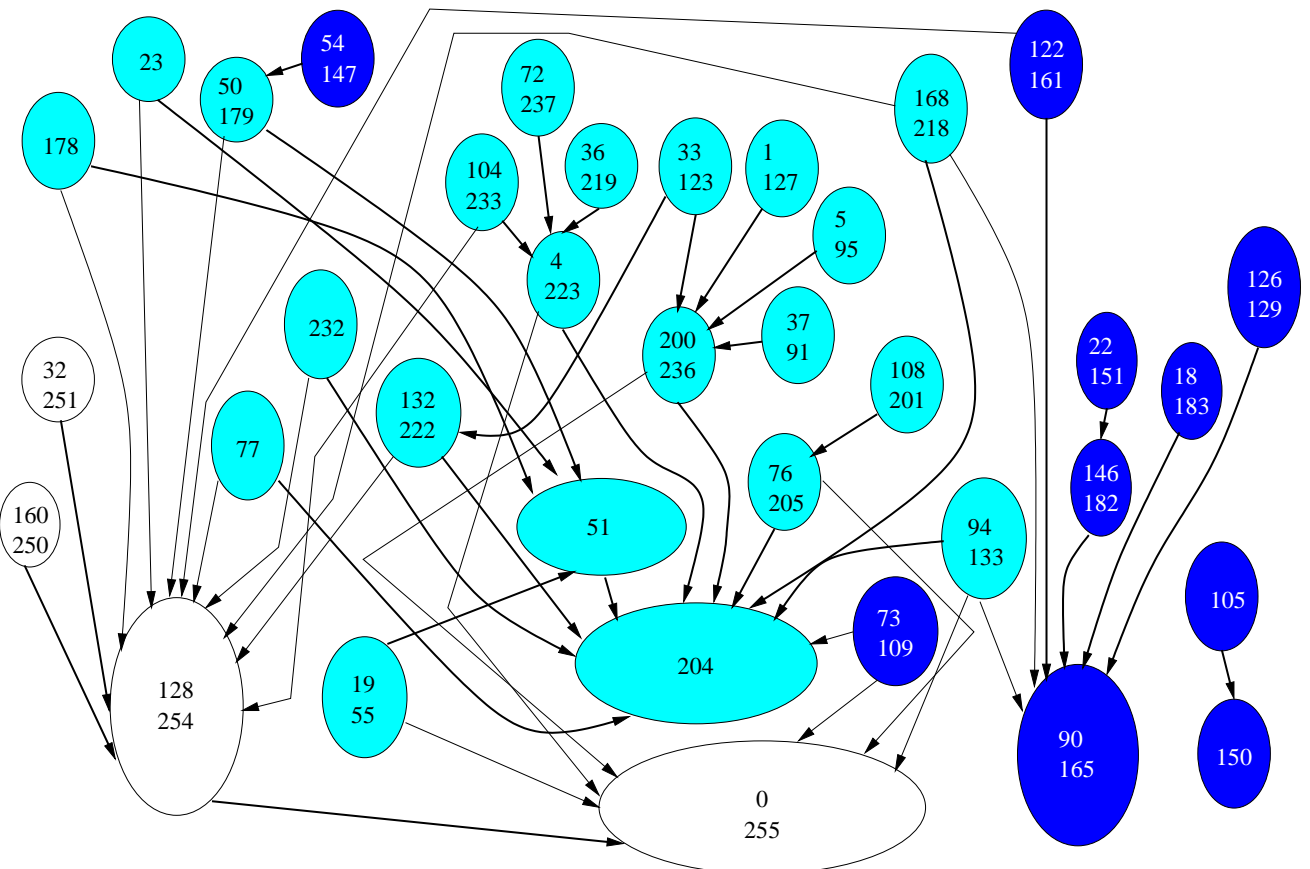


Figura 2.16: Rede de Simulação para regras de autômatos celulares [39]

Capítulo 3

O Modelo *Topo-ICTM*

Chama-se de *ICTM* (*Interval Categorizer Tessellation-Based Model*) um modelo geral baseado em tesselações para ferramentas de categorização que são capazes de sub-dividir um espaço de natureza geométrica em sub-regiões apresentando características similares [2].

Por exemplo, na análise de terrenos geográficos, uma região geográfica pode ser analisada de acordo com a sua topografia, vegetação, demografia, dados econômicos etc, cada uma gerando uma subdivisão diferente da região. Outra aplicação do modelo *ICTM* pode ser encontrada em [3].

O modelo geral baseado em tesselações não está restrito, porém, à análise de espaços bi-dimensionais. O conjunto dos pontos analisados pode pertencer a um espaço multi-dimensional, determinando a característica multi-dimensional de cada camada. Um procedimento de projeção das categorizações obtidas em cada camada sobre uma camada básica leva a uma categorização confiável mais significativa, que combina em uma só classificação as análises obtidas para cada característica. Isto permite muitas análises interessantes no que tange à dependência mútua das características.

A dimensão da tesselação pode ser arbitrária ou escolhida de acordo com algum critério específico estabelecido pela aplicação. Neste caso, a categorização obtida pode ser refinada, ou pela re-definição da dimensão da tesselação ou tomando cada sub-região resultante para ser analisada separadamente.

A formalização usando matrizes de registradores acarreta que a informação guardada nos registradores pode ser facilmente recuperada apenas pela indexação dos elementos das matrizes, em qualquer momento da execução. A implementação do modelo é naturalmente paralela, uma vez que a análise é feita basicamente por regras locais.

Como os dados de entrada numéricos são usualmente suscetíveis a erros, o modelo utiliza a aritmética intervalar para se ter um controle automático de erros. O modelo *ICTM* também suporta a extração de fatos sobre as regiões de modo qualitativo, por sentenças lógicas, ou quantitativamente, pela análise de probabilidade.

Neste capítulo, apresenta-se o *Topo-ICTM* [1], que é um *ICTM* topográfico, bi-

dimensional, de uma camada ($2d-1c-ICTM$), definido para permitir a análise da variação do sinal de declividade da função que mapeia a topografia de uma dada área geográfica, subdividindo esta área em regiões que apresentam o mesmo comportamento com respeito à declividade do relevo.

Cada uma dessas regiões é dita pertencer a uma dada categoria de declividade de acordo com o sinal (positivo, negativo, nulo) da declividade da função relevo¹. Uma aplicação imediata é na Geofísica, onde uma sub-divisão apropriada de áreas geográficas em segmentos apresentando características similares é freqüentemente conveniente [10, 11]. Outra aplicação é na análise do estado de erosão de terrenos [12].

Esta versão do *ICTM* surgiu diretamente a partir do estudo do relatório técnico de [11], recentemente publicado em [10], que apresentou um método baseado em uma análise unidimensional para subdividir áreas geofísicas em sub-regiões de monotonicidade, considerando apenas uma direção.

Diferentemente, o modelo baseado em tesselações apresentado aqui faz uma análise bidimensional da declividade, usando regras locais para a criação e categorização das sub-regiões, dada a situação relativa de cada sub-região com respeito à área total, a partir dos estados assumidos pelas células da tesselação.

Além disso, a análise pode ser facilmente refinada, pela repetição do procedimento para focar uma sub-região de uma certa categoria de declividade, ou mudando os parâmetros de entrada (número de células da tesselação etc), ou considerando um raio de vizinhança maior, por exemplo.

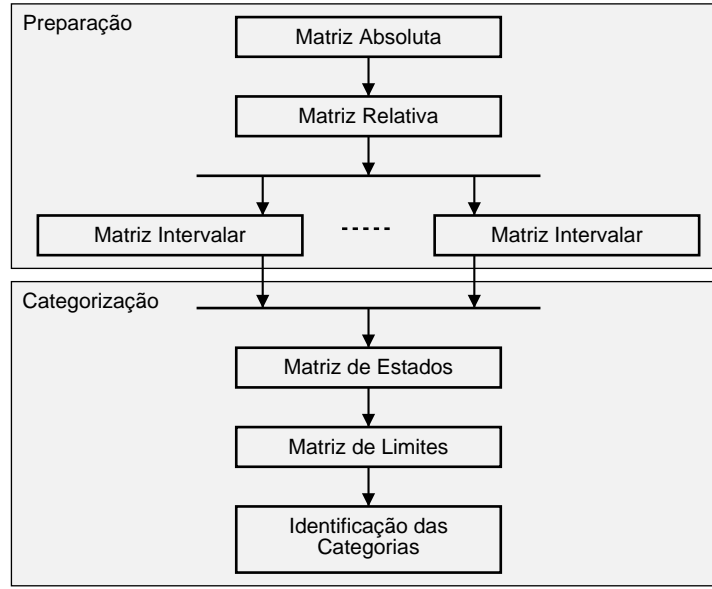
3.1 A Formalização do Modelo

Esta seção introduz o modelo categorizador intervalar baseado em tesselações para a categorização de terrenos em função da declividade topográfica, chamado de *Topo-ICTM* (ou $2d-1c-ICTM$), formalizado em termos de operações sobre matrizes. A Figura 3.1 representa esquematicamente as etapas de funcionamento do modelo.

3.1.1 Matriz Absoluta e Matriz Relativa

Os dados de entrada do modelo são extraídos a partir de um modelo digital de elevação da região geográfica a ser analisada, onde as alturas são dadas nos pontos referenciados pelas coordenadas de latitude e longitude. Esta região geográfica é então representada por uma tesselação regular que é determinada pela subdivisão da área total em subáreas retangulares suficientemente pequenas, cada uma representada por uma célula da tesselação. Esta subdivisão é feita de acordo com o tamanho da célula estabelecida pelo analista e está diretamente associado ao grau de refinamento da tesselação.

¹Neste trabalho, utiliza-se o termo **declividade** para significar o **sinal da função de declividade**.

Figura 3.1: Etapas do Modelo *Topo-ICTM*

Definição 3.1 Uma tesselação é uma matriz M com n_r linhas e n_c colunas. A entrada na x -ésima linha e na y -ésima coluna é chamada de célula xy da tesselação M .

Ao relacionar as células de uma tesselação com os pontos do modelo digital de elevação da área, cada célula corresponderá a vários pontos do modelo. Então, toma-se, como valor de altura de cada célula, o valor médio das alturas nos pontos correspondentes no modelo de elevação. Esses valores médios são as entradas da matriz da tesselação M :

Definição 3.2 A matriz absoluta de uma tesselação M é a matriz $n_r \times n_c$ $M^{abs} = [m_{xy}^{abs}]$, onde a entrada m_{xy}^{abs} é o valor absoluto da altura média dos pontos representados pela célula xy da tesselação M .

A fim de simplificar os dados da matriz M^{abs} , os valores absolutos de suas entradas são normalizados, dividindo-os pelo maior de seus valores m_{max} .

Definição 3.3 A matriz relativa M^{rel} é definida como a matriz $n_r \times n_c$ dada por

$$M^{rel} = \frac{M^{abs}}{m_{max}}.$$

3.1.2 Matrizes Intervalares

As alturas são medidas bastante exatas em um modelo digital de elevação, então os únicos erros nos valores m_{xy} vêm da discretização da área em termos do conjunto discreto das células da tesselação.

É necessário conhecer os valores da função que mapeia o relevo $h_{\xi v}$ no modelo digital de elevação, para todo ξ e v , mas somente os valores $h_{xy} \equiv m_{xy}^{rel} = \frac{m_{xy}^{abs}}{m_{max}}$ para $11, \dots, 1n_r, \dots, n_c 1, \dots, n_c n_r$, determinados pela divisão da área em $n_r n_c$ células, são utilizados efetivamente nos cálculos.

Seguindo a abordagem [11] baseada na Matemática Intervalar, utilizam-se intervalos para controlar os erros associados aos valores das células. Para cada ξv , que é diferente de xy , é razoável estimar $h_{\xi v}$ como o valor m_{xy}^{rel} no ponto xy que está mais próximo a ξv , significando que ξv pertence à mesma célula que xy .

Para um y fixo, quando $\xi > x$, o ponto xy é ainda o mais próximo até que seja alcançado o ponto médio $x_{mid}y = \frac{(x+(x+1))}{2}y$ entre xy e $(x+1)y$.

É razoável assumir que o maior erro de aproximação possível $|m_{xy}^{rel} - h_{\xi y}|$ para tais pontos é obtido quando a distância entre xy e ξy é a maior, ou seja, quando $\xi y = x_{mid}y$. Neste caso, o erro de aproximação é igual a $|h_{x_{mid}y} - m_{xy}^{rel}|$.

As proposições a seguir generalizam as proposições estabelecidas em [10].

Lema 3.1 *Para um y fixo, se $\xi > x$, então o erro de aproximação ϵ é limitado por $0.50 \times |m_{(x+1)y}^{rel} - m_{xy}^{rel}|$.*

Prova. Se os pontos xy e $(x+1)y$ pertencem ao mesmo segmento de área, então a dependência de $n_{\xi y}$ sobre ξy seria razoavelmente suave para $\xi \in [x, (x+1)]$. Portanto, em um intervalo pequeno $[x, (x+1)]$, pode-se, com razoável exatidão, ignorar os termos quadráticos e de mais alta ordem na expansão de $h_{(\xi+\Delta\xi)y}$ e assim, aproximar $h_{\xi y}$ por uma função linear. Para uma função linear $\xi \mapsto h_{\xi y}$, a diferença $h_{x_{mid}y} - m_{xy}^{rel}$ é igual à metade da diferença $m_{(x+1)y}^{rel} - m_{xy}^{rel}$. Por outro lado, se os pontos xy e $(x+1)y$ pertencem a células diferentes, então a dependência $h_{\xi y}$ deveria apresentar alguma não suavidade, e é razoável esperar que a diferença $m_{(x+1)y}^{rel} - m_{xy}^{rel}$ é muito maior que o erro de aproximação. Em ambos casos, o erro de aproximação ϵ é limitado por $0.50 \times |m_{(x+1)y}^{rel} - m_{xy}^{rel}|$.

Lema 3.2 *Para um y fixo, se $\xi < x$, então o erro de aproximação ϵ é limitado por $0.50 \times |m_{xy}^{rel} - m_{(x-1)y}^{rel}|$.*

Proposição 3.1 *Para o erro de aproximação ϵ_x ,*

$$\epsilon_x \leq \Delta_x = 0.5 \times \min \left(|m_{xy}^{rel} - m_{(x-1)y}^{rel}|, |m_{(x+1)y}^{rel} - m_{xy}^{rel}| \right).$$

Prova. Segue dos Lemas 3.1 e 3.2.

Como um resultado, considerado um dado y , juntamente com os valores centrais m_{xy}^{rel} , para cada x , têm-se os intervalos $m_{xy}^{x^{[.]}}$ contendo todos os valores possíveis de $h_{\xi y}$, para $x - \frac{1}{2} \leq \xi \leq x + \frac{1}{2}$.

Corolário 3.1 *Considerando um y fixo, para cada x , se $x - \frac{1}{2} \leq \xi \leq x + \frac{1}{2}$, então $h_{\xi y} \in m_{xy}^{x^{[.]}} = [m_{xy}^{x^-}, m_{xy}^{x^+}]$, onde $m_{xy}^{x^-} = m_{xy}^{rel} - \Delta_x$ e $m_{xy}^{x^+} = m_{xy}^{rel} + \Delta_x$.*

Usando uma argumentação análoga, considerando um x fixo, é possível concluir que:

Proposição 3.2 *Para o erro de aproximação ϵ_y ,*

$$\epsilon_y \leq \Delta_y = 0.5 \times \min \left(\left| m_{xy}^{rel} - m_{x(y-1)}^{rel} \right|, \left| m_{x(y+1)}^{rel} - m_{xy}^{rel} \right| \right).$$

Corolário 3.2 *Considerando um x fixo, para cada y , se $y - \frac{1}{2} \leq v \leq y + \frac{1}{2}$, $h_{xv} \in m_{xy}^{[1]} = [m_{xy}^-, m_{xy}^+]$, onde $m_{xy}^- = m_{xy}^{rel} - \Delta_y$ e $m_{xy}^+ = m_{xy}^{rel} + \Delta_y$.*

As matrizes intervalares podem então ser definidas do seguinte modo:

Definição 3.4 *Se $m_{xy}^\pm = m_{xy}^{rel} \pm \Delta_i$ e $m_{xy}^\pm = m_{xy}^{rel} \pm \Delta_j$, então as matrizes intervalares $M^{x^{[1]}}$ e $M^{y^{[1]}}$, associadas à matriz relativa M^{rel} , são definidas pelas matrizes $n_r \times n_c$ intervalares*

$$M^{x^{[1]}} = [m_{xy}^{x^{[1]}}] = \left[[m_{xy}^-, m_{xy}^+] \right], M^{y^{[1]}} = [m_{xy}^{y^{[1]}}] = \left[[m_{xy}^-, m_{xy}^+] \right].$$

3.1.3 Matriz de Estados e os Registradores de Declividade

Faz-se agora a categorização das células conforme a sua declividade, conforme inspirado pelo trabalho de [11, 10]. Assume-se inicialmente que as funções de aproximação do relevo introduzidas pelo modelo baseado em tesselações são funções lineares por partes. Modela-se todo processo como um tipo de problema de satisfação de restrições, onde o modelo baseado em tesselação está a cargo de encontrar uma função de aproximação linear, também por partes, do relevo (e o conjunto de pontos limites entre as regiões resultantes) que satisfaz as restrições impostas pela matriz intervalar.

Para simplificar o espaço de soluções, toma-se uma abordagem qualitativa das funções de aproximação do relevo, agrupando-as em classes de equivalência de acordo com o sinal de sua declividade (positiva, negativa, nula). Assim o modelo constrói uma solução qualitativa simples para o problema de satisfação de restrições, isto é, a classe das funções de aproximação compatíveis com as restrições da matriz intervalar. Proceda-se da seguinte forma:

Proposição 3.3 *Sejam $M^{x^{[1]}}$ e $M^{y^{[1]}}$ as matrizes intervalares. Para um dado xy , se:*

- (i) $m_{xy}^+ \geq m_{(x+1)y}^-$, então existe uma função de aproximação do relevo não crescente entre xy e $(x+1)y$ (direção oeste-leste).
- (ii) $m_{(x-1)y}^- \leq m_{xy}^+$, então existe uma função de aproximação do relevo não decrescente entre $(x-1)y$ e xy (direção oeste-leste).
- (iii) $m_{xy}^+ \geq m_{x(y+1)}^-$, então existe uma função de aproximação do relevo não crescente entre xy e $x(y+1)$ (direção norte-sul).

- (iv) $m_{x(y-1)}^{y-} \leq m_{xy}^{y+}$, então existe uma função de aproximação do relevo não decrescente entre $x(y-1)$ e xy (direção norte-sul).

Prova. Apresenta-se um esquema da prova. Em (i), toma-se, por exemplo, $\mu_{xy} = m_{xy}^{x+}$, $\mu_{(x+1)y} = m_{(x+1)y}^{x-}$ e se usa uma interpolação linear para definir os valores μ_{ky} para $x < k < x+1$. As provas de (ii)-(iv) são similares.

Para cada célula, são definidos quatro registradores direcionados de declividade — *reg.e* (leste), *reg.w* (oeste), *reg.s* (sul) e *reg.n* (norte), indicando os sinais de declividade admissíveis da função que aproxima a função do relevo em uma destas direções, levando em consideração os valores das suas células vizinhas. A análise da declividade é feita de acordo com a proposição 3.3.

Definição 3.5 Um registrador de declividade da célula xy é uma tupla $reg = (reg.e, reg.w, reg.s, reg.n)$, cujos valores dos registradores direcionados de declividade são dados por:

- (i) Para células que não estão na borda da tesselação:

$$\begin{aligned} reg.e &= \begin{cases} 0 & \text{se a condição do item (i) da prop. 3.3 é verdadeira;} \\ 1 & \text{caso contrário.} \end{cases} \\ reg.w &= \begin{cases} 0 & \text{se a condição do item (ii) da prop. 3.3 é verdadeira;} \\ 1 & \text{caso contrário.} \end{cases} \\ reg.s &= \begin{cases} 0 & \text{se a condição do item (iii) da prop. 3.3 é verdadeira;} \\ 1 & \text{caso contrário.} \end{cases} \\ reg.n &= \begin{cases} 0 & \text{se a condição do item (iv) da prop. 3.3 é verdadeira;} \\ 1 & \text{caso contrário.} \end{cases} \end{aligned}$$

- (ii) Para as células das bordas leste, oeste, sul e norte: $reg.e = 0$, $reg.w = 0$, $reg.s = 0$ e $reg.n = 0$, respectivamente². Os demais registradores direcionados de declividade são determinados usando (i).

Observa-se que, para cada célula, existe uma, e somente uma, possibilidade de atribuição de valores aos registradores de declividade.

Definição 3.6 A matriz dos registradores de declividade é definida como uma matriz $n_r \times n_c$ denotada por $M^{reg} = [m_{xy}^{reg}]$, onde a entrada na x -ésima linha e na y -ésima coluna é o valor do registrador de declividade da célula correspondente.

Corolário 3.3 Considerando a direção oeste-leste, uma função de aproximação do relevo m_{xy} é:

- (i) estritamente crescente entre xy e $(x+1)y$ se $m_{xy}^{reg.e} = 1$ (neste caso, $m_{(x+1)y}^{reg.w} = 0$);

²Isto é consistente com a função relevo sendo constante nas células da borda.

- (ii) *estritamente decrescente entre xy e $(x+1)y$ se $m_{(x+1)y}^{reg.w} = 1$ (neste caso, $m_{xy}^{reg.e} = 0$);*
- (iii) *constante entre xy e $(x+1)y$ se $m_{xy}^{reg.e} = 0$ e $m_{(x+1)y}^{reg.w} = 0$.*

Resultados similares do Corolário 3.3 valem também para a direção norte-sul.

Definição 3.7 *Sejam $w_{reg.e} = 1$, $w_{reg.s} = 2$, $w_{reg.w} = 4$ e $w_{reg.n} = 8$ os pesos a serem associados aos registradores de declividade. A matriz de estados é definida como uma matriz $n_r \times n_c$ dada por $M^{state} = [m_{xy}^{state}]$, cuja entrada na x -ésima linha e na y -ésima coluna é o valor correspondente ao do estado da célula, calculado como o valor da codificação binária dos registradores de declividade correspondentes, da seguinte forma:*

$$m_{xy}^{state} = w_{reg.e} \times m_{xy}^{reg.e} + w_{reg.s} \times m_{xy}^{reg.s} + w_{reg.w} \times m_{xy}^{reg.w} + w_{reg.n} \times m_{xy}^{reg.n}$$

Assim, para um dado xy , a célula correspondente pode assumir um, e apenas um, dos estados apresentados na Figura 3.2, representado por um valor $m_{xy}^{state} = 0..15$.

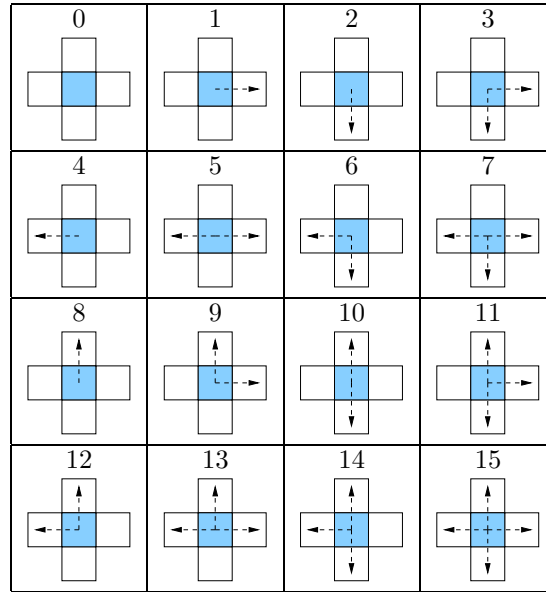


Figura 3.2: Esquema de todos os valores possíveis dos estados da célula

3.1.4 Matriz de Limites e as Sub-regiões de Declividade Constante

Uma célula é definida como limítrofe quando a função do relevo muda sua declividade, apresentando pontos críticos (máximo, mínimo ou pontos de inflexão). Para se

Tabela 3.1: Condições das células xy não limítrofes

Id	Condições
1	$m_{(x-1)y}^{reg.e} = m_{xy}^{reg.e} = 1$
2	$m_{xy}^{reg.w} = m_{(x+1)y}^{reg.w} = 1$
3	$m_{(x-1)y}^{reg.e} = m_{xy}^{reg.e} = m_{xy}^{reg.w} = m_{(x+1)y}^{reg.w} = 0$
4	$m_{x(y-1)}^{reg.s} = m_{xy}^{reg.s} = 1$
5	$m_{xy}^{reg.n} = m_{x(y+1)}^{reg.n} = 1$
6	$m_{x(y-1)}^{reg.s} = m_{xy}^{reg.s} = m_{xy}^{reg.n} = m_{x(y+1)}^{reg.n} = 0$

identificar tais células limítrofes, utiliza-se um registrador de limite associado àquela célula. As células da borda de toda região são consideradas células limítrofes.

Definição 3.8 A matriz de limites é definida como a matriz $n_r \times n_c$ denotada por $M^{limit} = [m_{xy}^{limit}]$, onde a entrada na x -ésima linha e na y -ésima coluna é determinada como

$$m_{xy}^{limit} = \begin{cases} 0, & \text{se uma das condições listadas na Tabela 3.1 é verificada;} \\ 1, & \text{caso contrário.} \end{cases}$$

Analisando a matriz de limites é fácil detectar a existência de configurações de relevo conhecidas (por exemplo, os esquemas mostrados na Figura 3.3). A presença de células limítrofes permitem a subdivisão da área total em categorias de declividade (regiões de mesma declividade).

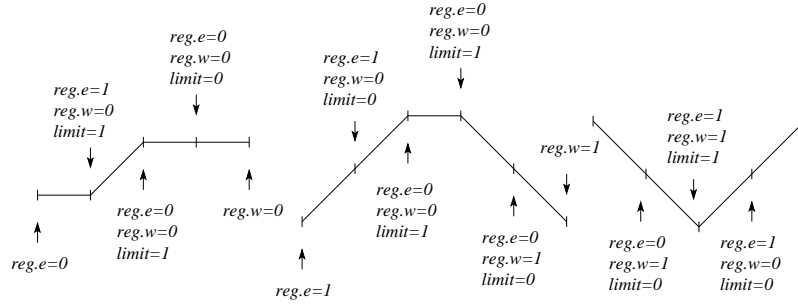


Figura 3.3: Esquemas das células limítrofes

Definição 3.9 A sub-região de declividade constante associada à célula não limítrofe xy , denotada por \mathcal{SR}_{xy} , é definida indutivamente como segue:

- (i) $xy \in \mathcal{SR}_{xy}$;
- (ii) Se $x'y' \in \mathcal{SR}_{xy}$, então todas suas células vizinhas não limítrofes também pertencem a \mathcal{SR}_{xy} .

Observe que $\mathcal{SR}_{xy} = \mathcal{SR}_{x'y'}$ se, e somente se, $x'y' \in \mathcal{SR}_{xy}$ (resp., $xy \in \mathcal{SR}_{x'y'}$). Como resultado final, toda a área torna-se dividida em categorias (regiões) de declividade bem definidas.

A Definição 3.9 induz a um algoritmo recursivo similar aos comumente utilizados em Computação Gráfica para preenchimento de polígonos [13]. Considera-se, por exemplo, a matriz de limites produzida pelo modelo no processo de categorização de uma dada região R , mostrada na Tabela 3.2. A categorização de declividade correspondente é apresentada na Figura 3.4³.

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
2	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
3	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1
4	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
5	1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1
6	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1
7	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1

Tabela 3.2: A matriz de limites M_{xy}^{limit} associada a R

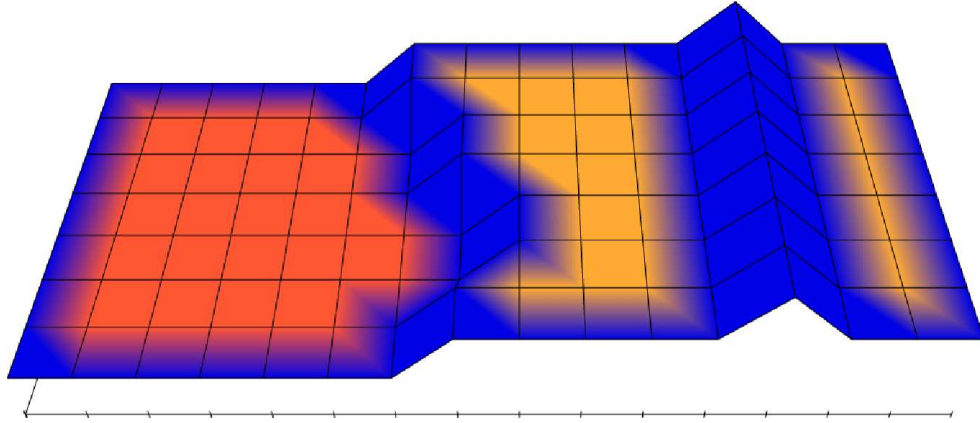


Figura 3.4: A categorização da declividade de uma dada região R

O *Topo-ICTM* analisa apenas uma característica da área geográfica (por isso, possui apenas uma camada), neste caso, a declividade da função que mapeia o relevo da área considerada, fazendo uma análise bidimensional, conforme a latitude e a longitude.

³Os resultados numéricos e gráficos foram produzidos pelo sistema *Topo-ICTM*.

O tamanho $n_r \times n_c$ da tesselação pode ser arbitrária ou escolhida de acordo com um critério específico estabelecido pela aplicação. De qualquer forma, a categorização obtida pode ser refinada definindo-se outro tamanho para a tesselação ou tomando cada região resultante como uma nova área a ser analisada separadamente.

A análise pode ser feita até ser alcançado um número conveniente de subdivisões, caracterizando, assim, o dinamismo do modelo. A formalização usando matrizes de registradores permite que a informação armazenada nestes seja facilmente acessada a qualquer momento do processamento, devido a indexação dos elementos nas matrizes.

A implementação do modelo pode ser naturalmente paralelizada, pois a análise é feita localmente pelas regras. Como os dados de entrada são numéricos e, portanto, suscetível a erros, aplica-se a aritmética intervalar.

3.2 A Ferramenta *Topo-ICTM*

A geração de uma superfície topográfica é o fundamento para qualquer trabalho subsequente em Geoprocessamento. Como princípio metodológico deve-se obter uma superfície topográfica na escala adequada aos propósitos visados.

A ferramenta *Topo-ICTM* possibilita uma definição e visualização precisa da geometria de superfícies topográficas, adequadas aos objetivos de futuras aplicações em escalas variadas.

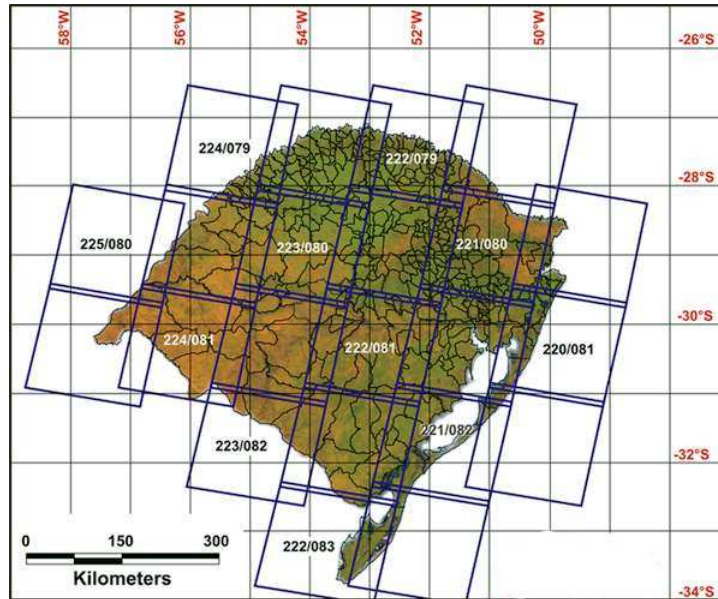


Figura 3.5: Órbita do satélite LANDSAT TM7

Esta ferramenta está sendo aplicada para a categorização da superfície topográfica

da porção leste do Estado Rio Grande do Sul, abrangendo uma área que compreende imagens do Satélite LANDSAT TM7 ETM+, órbita-ponto 221-080/221-081/221-082 (veja o mosaico das cenas na Figura 3.6 e o zoneamento das órbitas no RS na Figura 3.5) e o detalhamento compreendendo uma região de 60x120 Km da serra gaúcha, a partir de dados do Modelo de Elevação Digital gerados pelo Satélite ASTER. O mapa de localização das cenas do satélite ASTER pode ser visualizado na Figura 3.7.

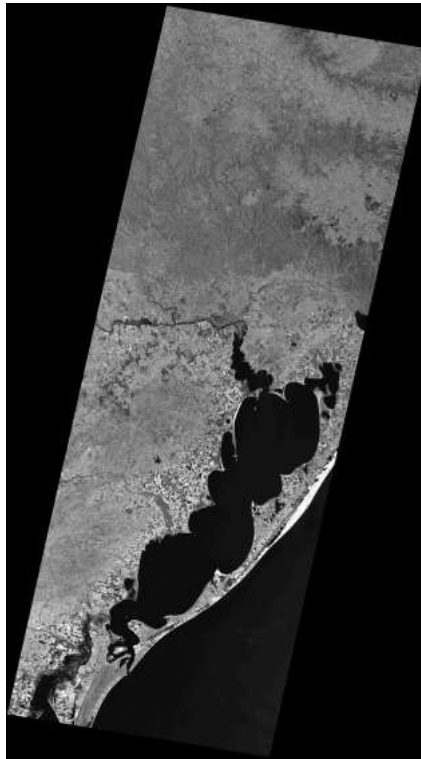


Figura 3.6: Mosaico das três órbitas-ponto do satélite LANDSAT TM7

Encontram-se nesta região quatro unidades geomorfológicas distintas: a Planície Costeira, Escudo Sul-riograndense, Depressão Central e o Planalto. Dependendo da região em estudo, da sua declividade e variação altimétrica será necessário partir de dados com resolução espacial mais adequada à região. Esta base de dados topográficos em escalas distintas e a aplicação em áreas geomorfológicamente distintas permitirá analisar os resultados com maior veracidade.

Os dados gerados pelo sistema *Topo-ICTM* poderão ser comparados com os dados de uma base de dados geográfica da superfície topográfica, produzidas a partir das cartas topográficas na escala 1:250.000, permitindo gerar Modelos de Elevação Digital com resoluções espacial de 125m.

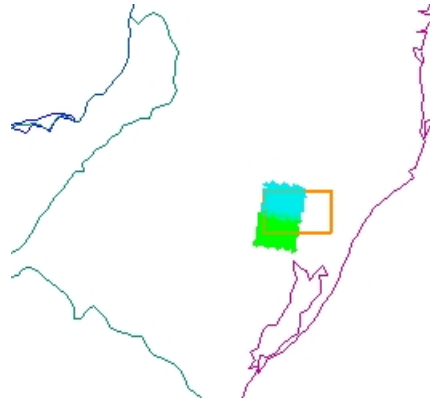


Figura 3.7: Mapa de localização das cenas do satélite ASTER

Estas informações geradas poderão ser comparadas e os resultados do *Topo-ICTM* extrapolados em escalas maiores a partir dos dados das cartas topográficas na escala 1:50.000, proporcionando, assim, gerar o modelo de elevação digital com resolução espacial de 25m, e dos dados da Imagem ASTER com uma resolução espacial de 10m.

As imagens acima referidas encontram-se com referências geográficas, corrigidas geometricamente e orto-retificadas de acordo com a base cartográfica em escala coerente com a resolução espacial da Imagem LANDSAT TM7.

Capítulo 4

Resultados Experimentais

O protótipo do sistema *Topo-ICTM* foi implementado no sistema operacional Linux, através da utilização da linguagem C/C++. Além disso, está em andamento a implementação de uma versão paralela do modelo voltada para utilização no cluster de PC's do grupo de pesquisa GMFC - Grupo de Matemática e Fundamentos da Computação da UCPel ¹.

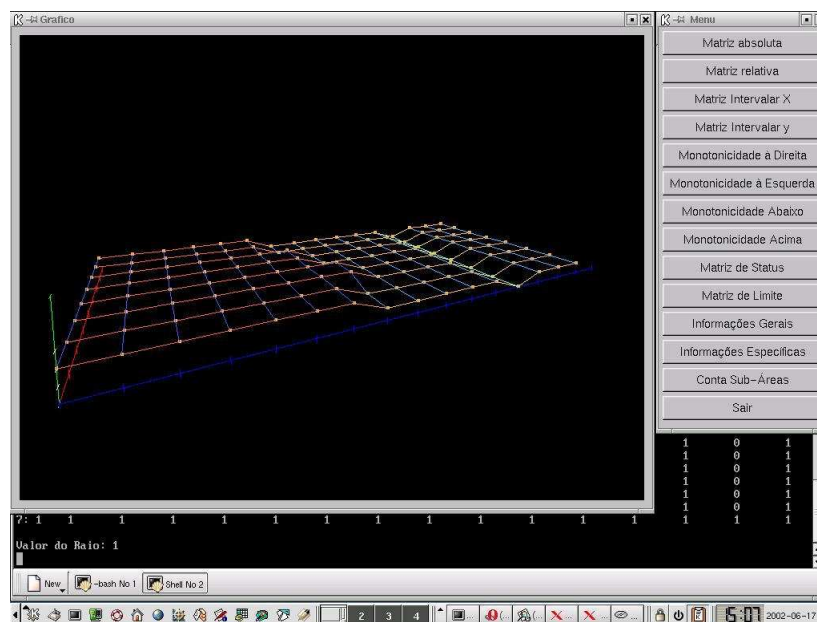


Figura 4.1: Interface do Protótipo

Essa implementação utiliza a biblioteca de paralelização MPI a fim de obter

¹Visite o Site do GMFC: <http://descartes.ucpel.tche.br/>

um ganho de performance considerável no software, possibilitando a realização de análises em grandes regiões, com uma quantidade elevada de informações. Assim, será possível também realizar uma comparação entre a implementação sequencial e a implementação paralela do sistema.

Quanto à interface do protótipo, implementada em OpenGL, contém apenas uma janela com um menu, onde todas as informações sobre as matrizes geradas estão disponíveis, bastando o usuário clicar nos botões e verificar o resultado e um sistema para a representação gráfica da função que mapeia o relevo.

A Figura 4.1 mostra a interface do protótipo do sistema *Topo-ICTM*. Ela é composta por três janelas: (i) a janela de visualização, que apresenta as informações visuais do relevo, sub-áreas e limites; (ii) a janela do console, que apresenta informações das células e da malha, e (iii) cardápio de opções (à direita) com as operações disponíveis no sistema.

Os resultados apresentados a seguir utilizam os Modelos de Elevação Digital (DEM) de resolução 1000m e 500m do quadrante com coordenadas:

- Canto superior Esquerdo: $X = 427559m, Y = 6637852m$.
- Canto inferior Direito: $X = 480339m, Y = 6614507m$.

Estas são coordenadas UTM (Universal Transversa de Mercator), Fuso 22S (Zona UTM 22, hemisfério sul) e Datum SAD69 (Datum da América do Sul)

A imagem 4.2 representa o DEM de resolução 1000m horizontalmente e 500m verticalmente, compreendendo 24 linhas e 53 colunas, obtido a partir da digitalização de cartas topográficas na escala 1:1.000.000.

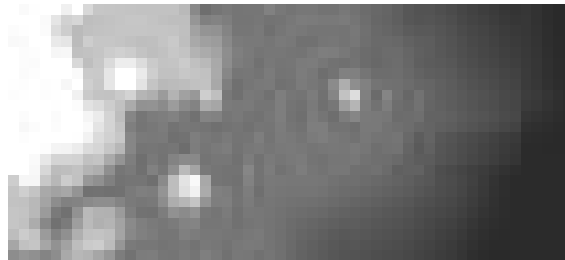


Figura 4.2: Imagem do DEM de resolução 1000m

A imagem 4.3 representa o DEM de resolução 500m horizontalmente e verticalmente, compreendendo 49 linhas e 106 colunas, obtido a partir da interpolação de cartas topográficas digitalizadas na escala 1:1.000.000.

Os resultados são apresentados nas Tabelas 4.1 (DEM 1000m) e 4.2 (DEM 500m). Pode-se observar claramente que no *ICTM* o número de categorias encontradas é inversamente proporcional ao raio da vizinhança.

Além disso, pode-se perceber que para o DEM 500m, cujo ponto congrega uma área 4 vezes menor que o ponto correspondente no DEM 1000m, o número de categorias também seguiu aproximadamente este fator. Neste caso, o DEM com resolução

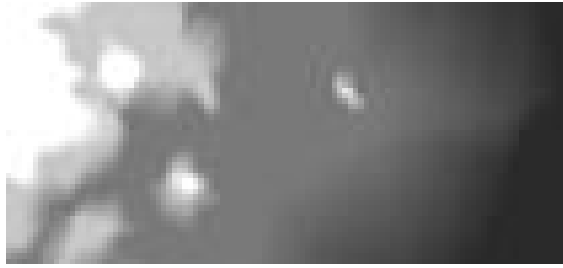


Figura 4.3: Imagem do DEM de resolução 500m

Tabela 4.1: Resultados para o quadrante no DEM 1000m

Raio de Vizinhança	Nº de Categorias
1	76
2	62
5	36
10	22
20	18
40	18

de 500m, especificamente desta região, não apresentou novas regiões a serem categorizadas, apenas detalhou as regiões encontradas. No entanto, em regiões com maiores variações de declividade possivelmente este fator não seja mais verificado.

Ainda, em áreas mais planas os raios de vizinhança maiores foram boas aproximações para as categorias. Por exemplo, observe a região A na Figura 4.7, suas representações com raios maiores (por exemplo, Figura 4.8) indicam aproximações razoáveis para este tipo de declividade. Entretanto, para regiões com maiores variações de declividades, os melhores resultados (mais detalhados) foram alcançados com raios menores.

Tabela 4.2: Resultados para o quadrante no DEM 500m

Raio de Vizinhança	Nº de Categorias
1	230
2	197
5	143
10	125
20	108
40	83

Regiões com maiores concentrações de categorias (por exemplo, a região B na Figura 4.7) são indicadoras que uma análise mais refinada deve ser feita (veja a

representação no DEM de 500m de resolução correspondente na Figura 4.9). O refinamento do modelo é dado por dois aspectos:

- pela resolução espacial do modelo digital de elevação
- pelo raio da vizinhança da célula

Assim, regiões com várias células limites podem ser melhores estudadas com o aumento da resolução dos dados de altimetria, ou com a redução do raio de vizinhança.

No *ICTM*, o estado de uma célula em relação aos seus vizinhos, em termos de declividade, pode ser verificado instantaneamente, contrastando com as análises usuais presentes nos SIG's (conforme as Figuras 4.4 e 4.5).

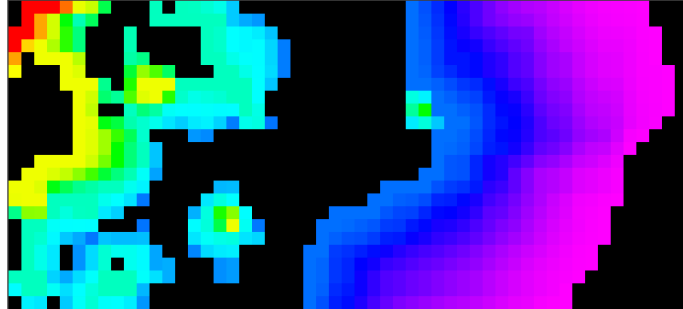


Figura 4.4: Linhas de Contorno no DEM de resolução 1000m

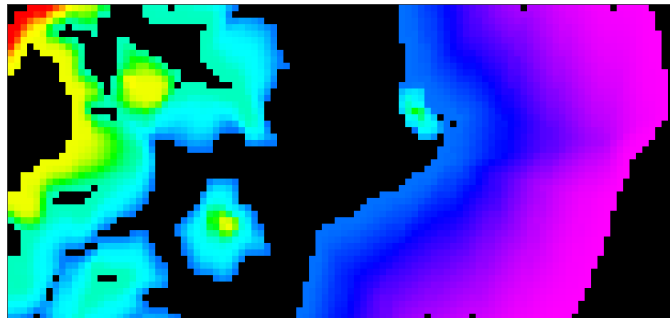


Figura 4.5: Linhas de Contorno no DEM de resolução 500m

Na informação gerada por contornos (curvas de nível) a informação é global, permitindo a visualização do estado da célula em função de células distantes. No *ICTM*, a informação é pontual, associando várias propriedades no mesmo ponto.

Também percebe-se que o tamanho da área, a resolução do DEM referente à esta área e o grau de variação da declividade são as propriedades mais importantes na determinação de um raio de vizinhança apropriado para uma categorização significativa.

Os resultados até aqui obtidos indicam que regiões com menor variação de declividade são receptivas ao *ICTM* com raios maiores. Ao contrário, regiões com grandes variações de declividade sugerem raios menores. A Figura 4.6 indica as classes conforme o grau de declividade do modelo de elevação digital com resolução de 1000m.

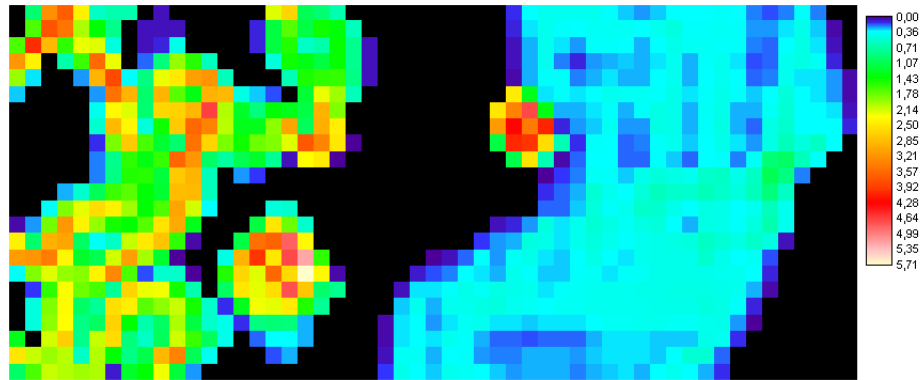


Figura 4.6: Graus de Declividade do DEM de resolução 1000m

Evidentemente, regiões pequenas comportam apenas raios menores, pois raios de vizinhança maiores tendem a suavizar uma área muito grande ao redor da célula em questão.

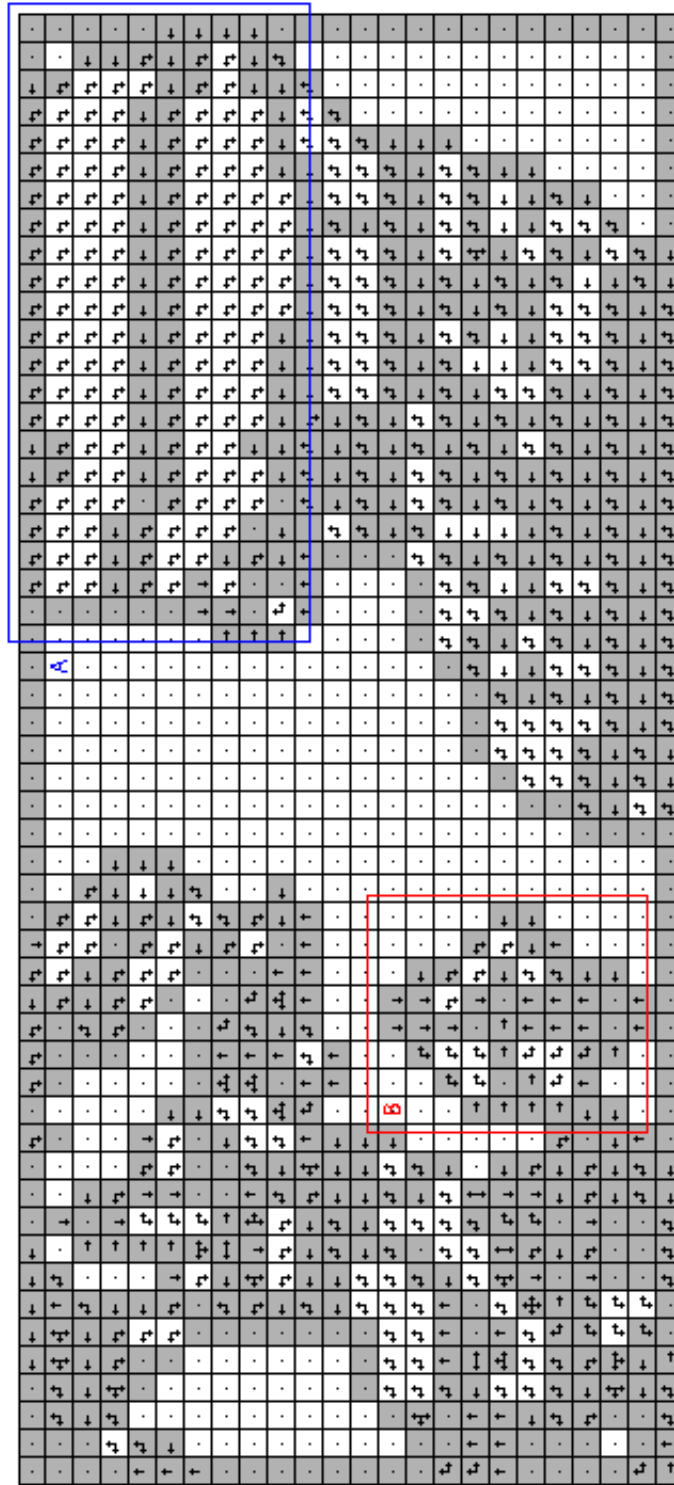


Figura 4.7: DEM1000m-raio 1

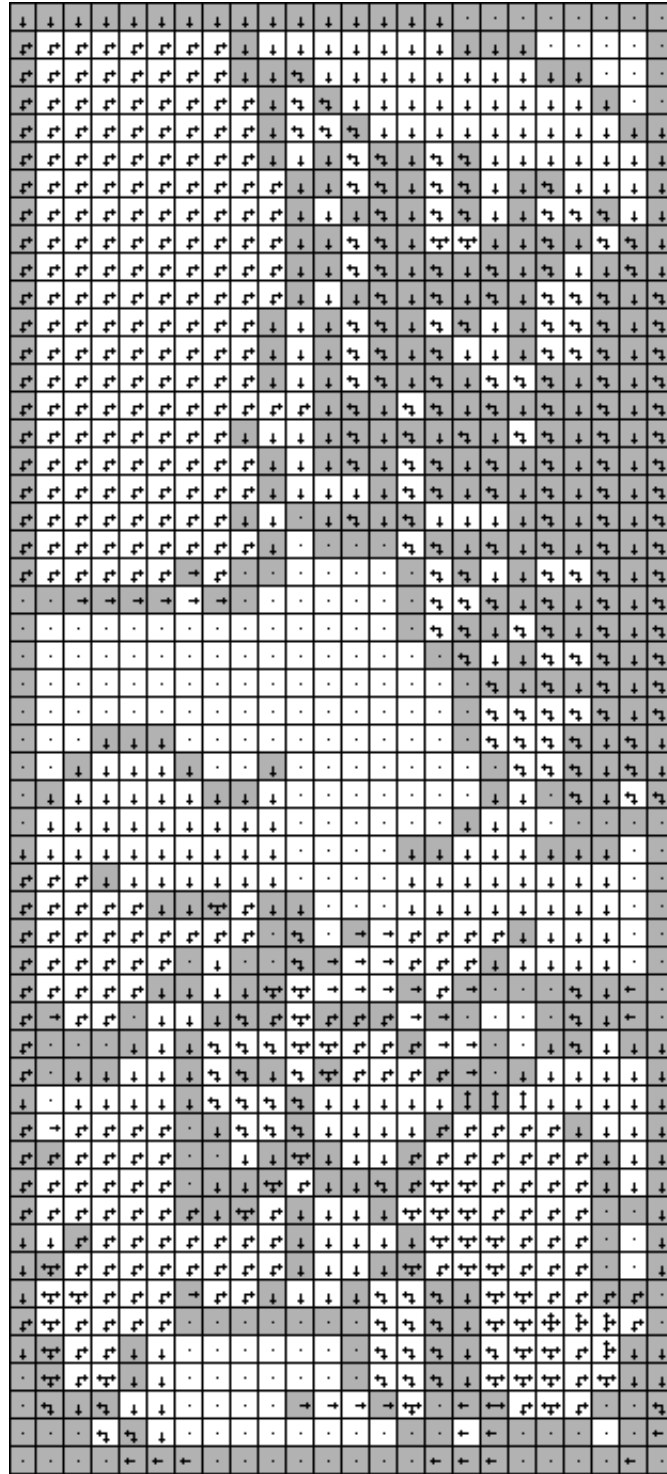


Figura 4.8: DEM1000m-raio 5

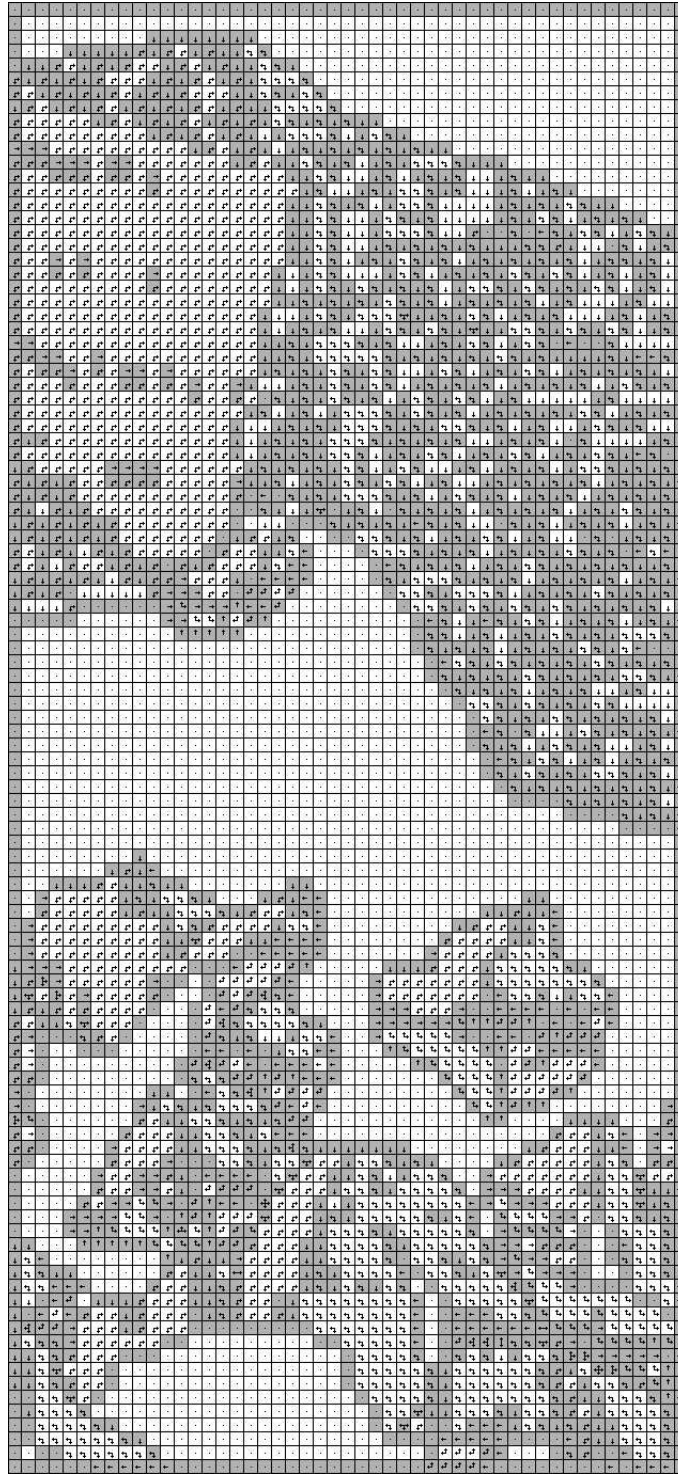


Figura 4.9: DEM500m-raio 1

Bibliografia

- [1] AGUIAR, M. S.; COSTA, A. C. R. Autômatos Celulares para Análise da Monotonicidade da Declividade de Áreas Geológicas. In: III WORKSHOP BRASILEIRO BRASILEIRO DE GEOINFORMÁTICA, 2001, Rio de Janeiro. **Anais...** Porto Alegre:Sociedade Brasileira de Computação, 2001. p.87–94.
- [2] AGUIAR, M. S.; COSTA, A. C. R.; DIMURO, G. P. ICTM: an interval tessellation-based model for reliable topographic segmentation. **Numerical Algorithms**, Dordrecht: Kluwer, 2004. (a ser publicado).
- [3] AGUIAR, M. S.; DIMURO, G. P.; COSTA, A. C. R.; FINKELSTEIN, A.; KREINOVICH, V. Separating Components in Interval-Valued Images. **Reliable Computing**, Dordrecht: Kluwer, v.10, p.1–15, 2004. (a ser publicado).
- [4] ARBIB, M. A. *Theories of Abstract Automata*. [S.l.]: Prentice-Hall, 1969. 412p.
- [5] BERLEKAMP, E. R.; CONWAY, J.H; GUY, R. K. *Winning Ways for your Mathematical Plays*, v. 2. [S.l.]:Academic Press, 1982.
- [6] BOLSTAD, P. V.; STOWE, T. An evaluation of dem accuracy: elevation, slope and aspect. *Photogrametric Engineering and Remote Sensing*, v.60, p.1327–1332, 1994.
- [7] BURROUGH, P. *Principles of geography information systems for land resources assessment*. Oxford: Clarendon Press, 1989.
- [8] BURROUGH, P. A.; MCDONNELL, R. A. *Principles of geographical information systems*. Oxford, UK: Oxford University Press, 1998.
- [9] CAMARA, G. Anatomia de sistemas de informações geográficas: visão atual e perspectivas de evolução. In: ASSAD, E.; SANO, E. (Eds.). *Sistema de informações geográficas: aplicações na agricultura*. Brasília: EMBRAPA, 1993.
- [10] COBLENTZ, D.; KREINOVICH, V.; PENN, B.; STARKS, S. Towards Reliable Sub-Division of Geological Areas: interval approach. In: REZNIK, L.; KREINOVICH, V. (Ed.). **Soft Computing in Measurements and Information Acquisition**. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2003. p.223–233.

- [11] COBLENTZ, D.; KREINOVICH, V.; PENN, B.; STARKS, S. Towards Reliable Sub-Division of Geological Areas: interval approach. In: INTERNATIONAL MEETING OF THE NORTH AMERICAN FUZZY INFORMATION PROCESSING SOCIETY NAFIPS 2000, 19., 2000, Atlanta. **Proceedings...** [S.l.: s.n.], 2000. p.368–372.
- [12] COSTA, F. A. **Introdução ao Sensoriamento Remoto**. (disponível via WWW em <http://gmc.ucpel.tche.br/fmc2/papers.htm>), Palestras do Projeto FMC, Pelotas, Março 2003.
- [13] FOLEY, J. D.; DAM, A. van; FREINER, S. K.; HUGHES, J. F. **Computer Graphics: principles and practice**. Reading, Mass.: Addison-Wesley, 1990.
- [14] GAGNON, P.; BÉDARD, Y. From surveying to geomatics – evaluation of education needs to adapt to a new paradigm (a canadian perspective). *Geomatica*, v.50, n.3, p.269–286, 1996.
- [15] GRAYSON, R. B.; BLOSCHL, G.; MOORE, I. D. Distributed parameter hydrologic modeling using vector elevation data: thales and tapes-c. In: SINGH, V. P. (Ed.). *Computer models of watershed hydrology*. Boca Raton, FL: CRC, 1994. p.669–696.
- [16] HUTCHINSON, M. F. et al. The development of a topographic and climate database of africa. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTEGRATING GIS AND ENVIRONMENTAL MODELLING, 3., 1996, Sante Fe. *Proceedings...* [S.l.: s.n.], 1996.
- [17] KIRKBY, M. J. et al. Scaling up processes and models. *Journal of Soil and Water Conservation*, v.51, n.5, p.391–396, September-October 1996.
- [18] KORTE, G. *The GIS book*. 3.ed. Santa Fé: On World Press, 1994.
- [19] KRAUS, K. Visualization of the quality of surfaces and their derivatives. *Photogrametric Engineering and Remote Sensing*, v.60, p.457–462, 1994.
- [20] MACKEY, B. The role of gis and environmental modeling in the conservation of biodiversity. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTEGRATING GIS AND ENVIRONMENTAL MODELLING, 3., 1996, Sante Fe. *Proceedings...* [S.l.: s.n.], 1996.
- [21] MENEGUETTE, A. *Introdução ao geoprocessamento*. Presidente Prudente: UNESP, 2000. (disponível via WWW em http://www2.prudente.unesp.br/dcartog/arlete/hp_arlete/courseware/intgeo.htm).
- [22] MOORE, I. D.; GRAYSON, R. B.; LADSON, A. R. Digital terrain modeling: a review of hydrological, geomorphological and biological applications. *Hydrological Processes*, v.5, p.3–30, 1991.

- [23] MOORE, I. D.; HUTCHINSON, M. F. Spatial extension of hydrologic process modelling. In: INTERNATIONAL HYDROLOGY AND WATER RESOURCES SYMPOSIUM, 1991, Canberra. *Proceedings...* Institute of Australian Engineers, 1991. p.803–808.
- [24] MOORE, I. D.; LEWIS, A. D.; GALLANT, J. C. Terrain attributes: estimation methods and scale effects. In: JAKEMAN, A. J.; BECK, M. B.; MCALLEER, M. J. (Eds.). *Modelling change in environmental systems*. New York: Wiley, 1993. p.189–214.
- [25] MYHILL, J. The Abstract Theory of Self-Reproduction. In: MESAROVIC, M.D. (Ed.) *Views on General Systems Theory*. New York: John Wiley & Sons Inc., 1964. p.106–118.
- [26] NEUMANN, J. Von. In: BURKS A.W. (Ed.). *Theory of Self-Reproducing Automata*. Urbana: University of Illinois Press, 1966.
- [27] PHILLIPS, J. D. Sediment storage, sediment yield, and time scales in sediment denudation studies. *Geographical Analysis*, v.18, p.161–167, 1986.
- [28] POLIDORI, L.; CHOROWICZ, J.; GUILLANDI, R. Description of terrain as a fractal surface and application to digital elevation. *Photogrametric Engineering and Remote Sensing*, v.57, p.1329–1332, 1991.
- [29] RODRIGUES, M. Geoprocessamento. In: V ENCONTRO NACIONAL DE ENGENHEIROS CARTÓGRAFOS, 1988, UNESP. *Anais...* Presidente Prudente, 1988. p.144–160.
- [30] RODRIGUES, M. Introdução ao geoprocessamento. In: I SIMPÓSIO BRASILEIRO DE GEOPROCESSAMENTO, 1990, São Paulo. *Anais...* EDUSP, 1990. p.1–26.
- [31] RODRIGUES, M.; QUINTANILHA, J. A. A seleção de software SIG para gestão urbana. In: XV CONGRESSO BRASILEIRO DE CARTOGRAFIA, 1991, São Paulo. *Anais...* SBC, 1991. p.513–519.
- [32] SCHAFFER, W. M. Ecological abstraction: the consequences of reduced dimensionality in ecological models. *Ecological Monographs*, v.5, p.383–401, 1981.
- [33] SILVA, J.; SOUZA, M. *Análise ambiental*. Rio de Janeiro: Editora da UFRJ, 1987.
- [34] SMITH, D.; LEWIS, M. Optimal predictors for compression of digital elevation models. *Computers and Geosciences*, v.20, p.1137–1141, 1994.
- [35] TEIXEIRA, A. L.; MORETTI, E.; CRISTOFOLETTI, A. *Introdução aos sistemas de informação geográfica*. Rio Claro: Ed. do Autor, 1992.

- [36] TREMBLAY, J. P.; BUNT, R. B. *Introduction to Computer Science: an algorithmic approach*. [S.l.]: McGraw-Hill, 1983.
- [37] WILSON, J. P. Gis-based land surface/subsurface models: new potential for new models. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON INTEGRATING GIS AND ENVIRONMENTAL MODELLING, 3., 1996, Sante Fe. *Proceedings...* [S.l.: s.n.], 1996.
- [38] WILSON, J. P.; BURROUGH, P. A. Dynamic modelling, geostatics and fuzzy classification: new sneakers for a new geography? *Association of American Geographers*, v.89, p.736–746, 1999.
- [39] WOLFRAM, S. *Cellular automata and complexity: collected papers*. Readings: Addison-Wesley, 1994. 596p.

Índice

- Atratores 29, 34
- Atributos Topográficos 20
- Auto-organização 27, 28
- Auto-reprodução 23
- Auto-similaridade 27
- Autômatos Celulares 23, 42
- Cantor, Conjunto de 33
- Categorizações 42
- Classificação 15
- Construtor Universal 25, 35, 39
- Contorno, Linhas de 57
- Declividade, Registradores de 46
- Elevação Digital, Modelo de 19, 22, 44, 55
- Entropia 27
- Erro de Aproximação 45
- Escalas Biofísicas 18
- Expressões Regulares 35
- Fotogrametria 13
- Geomática 15
- Geoprocessamento 10
- Gliders* 37
- Informações Geográficas, Sistemas de 9, 10, 11, 12
- Life, The Game of* 37
- Linux* 54
- Malhas 19, 43
- Mapeamento Automatizado 11
- Matemática Intervalar 44
- Órbita-ponto 51, 52
- Projeto Assistido por Computador 10
- Regras, Família de 30
- Reversibilidade 29, 34
- Slope* 58
- Sub-regiões 48, 49
- Tesselação 42
- Topologia 14
- Universalidade 30, 32
- Vizinhança,
 - Modelos de 23
 - Raio de 56
- Wolfram, Modelo de 26