

Moyenne énergétique, moyenne énergétique quadratique et écart-type énergétique en fonction de Z

On note ε l'énergie d'une particule fixée, Z la fonction de partition et $\beta = \frac{1}{k_B T}$.

Alors

$$\begin{aligned}\langle \varepsilon \rangle &= -\frac{1}{Z} \frac{dZ}{d\beta} = -\frac{d(\ln Z)}{d\beta} \\ \langle \varepsilon^2 \rangle &= \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{d\beta^2} \\ \Delta \varepsilon^2 &= \langle \varepsilon^2 \rangle - \langle \varepsilon \rangle^2 = \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{d\beta^2} - \frac{1}{Z^2} \left(\frac{dZ}{d\beta} \right)^2\end{aligned}$$