RMN

Soit $\mathcal{R}_g$ un référentiel galiléen. Soit un proton immobile dans ce référentiel plongé dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$
$\vec{F} = e\vec{v} \wedge \vec{B} + (\overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \vec{\nabla})\vec{B} = \vec{0}$ car $\vec{v} = \vec{0}$ et $\vec{B}$ uniforme
Ainsi, un proton immobile reste immobile.

TMC : $\dfrac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$ donc $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathcal{M}}}{\mathrm{d}t} = k\overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge \vec{B}$. Donc $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathcal{M}}}{\mathrm{d}t} \cdot \overrightarrow{\mathcal{M}} = 0$ donc $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathcal{M}}^2 = \text{cste}$ donc $\|\overrightarrow{\mathcal{M}}\| = \text{cste}$.
De plus, $\dfrac{\partial\overrightarrow{\mathcal{M}}}{\partial t} \cdot \vec{B} = 0$ donc $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \vec{B}}{\mathrm{d}t} = 0$. Comme $\|\overrightarrow{\mathcal{M}}\|$ et $\|\vec{B}\|$ sont constants, $\theta = (\overrightarrow{\mathcal{M}}, \vec{B}) = \text{cste}$
$\left.\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathcal{M}}}{\mathrm{d}t}\right|_{\mathcal{R}_g} = \vec{\omega} \wedge \overrightarrow{\mathcal{M}}$ avec $\vec{\omega} = -\omega\vec{z} = -k_p B\vec{z}$
Ainsi, $\begin{cases} \dot{x} = -\omega y \\ \dot{y} = \omega x \\ \dot{z} = 0 \end{cases}$ donc $z = \text{cste}$ et pour $u = x + iy$, on a $\dot{u} = -i\omega u$. Donc $u = Ae^{i\omega t}$ donc $x = A\cos\omega t$ et $y = A\sin\omega t$.
On a $\|\overrightarrow{\mathcal{M}}\| = \sqrt{\mathcal{M}^2\cos^2\theta + A^2\cos^2\omega t + A^2\sin^2\omega t} = \sqrt{\mathcal{M}^2\cos^2\theta + A^2}$ donc $A = \pm\mathcal{M}\sin\theta$ (on prend +)
Finalement, $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ est en precession uniforme autour de $\vec{z}$ à la vitesse angulaire $-\omega = -k_p B$

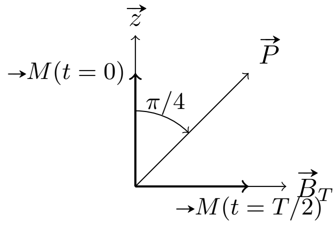
On branche un champ magnétique tournant $\vec{B}_T$ de vitesse angulaire $\vec{\Omega} \parallel \vec{z}$
TMC dans $\mathcal{R}_g$: $\left.\dfrac{\mathrm{d}\vec{\sigma}}{\mathrm{d}}\right|_{\mathcal{R}_g} = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge (\vec{B} + \vec{B}_T)$
Soit $\mathcal{R}$ un référentiel tournant $\vec{\Omega}$ par rapport ∇_g
Alors, $\left.\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathcal{M}}}{\lceil t}\right|_{\mathcal{R}} = -\vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{\mathcal{M}} + k_p\overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge (\vec{B} + \vec{B}_T) = \overrightarrow{\mathcal{M}} \wedge (\vec{\Omega} + k_p(\vec{B} + \vec{B}_T))$
$\vec{P} = \vec{\Omega} + k_p(\vec{B} + \vec{B}_T)$ est fixe dans $\mathcal{R}$

On est donc ramené à la première étude : $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ précesse à la vitesse angulaire P autour de $\vec{P} = (\Omega + \omega)\vec{z} + k_p\vec{B}_T$ avec $P = \sqrt{(\Omega + \omega)^2 + (k_p B_T)^2}$

Double précession : $\vec{P}$ précesse autour de $\vec{z}$ à Ω et $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ précesse autour de $\vec{P}$ à P

On suppose que $\overrightarrow{\mathcal{M}} = \mathcal{M}\vec{z}$ à $t = 0$
On a $\overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \vec{P} = \text{cste}$ car $\dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathcal{M}}}{\mathrm{d}t} = -\vec{P} \wedge \overrightarrow{\mathcal{M}}$. Donc $\alpha = (\overrightarrow{\mathcal{M}}, \vec{P}) = \text{cste}$
A $t = 0$, $\mathcal{M}(\Omega + \omega) = \mathcal{M}\vec{z} \cdot ((\Omega + \omega)\vec{z} + k_p\vec{B}_T) = \overrightarrow{\mathcal{M}} \cdot \vec{P} = \mathcal{M}\sqrt{(\Omega + \omega)^2 + (k_p B_T)^2}\cos\alpha$
Donc $\cos\alpha = \dfrac{\Omega + \omega}{\sqrt{(\Omega + \omega)^2 + (k_p B_T)^2}}$

Pour $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$, $\Omega = -\omega \pm k_p B_T$ avec $\omega = -k_p B_T$
Deux valeurs particulières de Ω donnent $\alpha = \dfrac{\pi}{4}$
Alors, à $t = \dfrac{T}{2} = \dfrac{\pi}{\sqrt{(\Omega + \omega)^2 + (k_p B_T)^2}}$, $\overrightarrow{\mathcal{M}}$ est couché



Conclusion pratique : on peut coucher les aimants en faisant agir pendant $\frac{T}{2}$ un champ magnétique tournant convenable.
On pourrait aussi transformer $\overrightarrow{\mathcal{M}}(t = 0)$ en $-\overrightarrow{\mathcal{M}}(t = 0)$, il suffit de prendre $\alpha = \dfrac{\pi}{2}$ ie $\Omega = -\omega$