Valeur de $\vec{j}$ si $E > V$ et si $E < V$, pour une marche de potentiel

On considère un champ de force d'énergie potentielle $V(x) = \left\{ \begin{array}{l} 0\,, \text{si}\, x < 0 \\ V_0\,, \text{si}\, x > 0 \end{array} \right.$.

Soit une particule quantique de masse m dans l'état stationnaire $\psi(x,t) = \varphi(x)\exp(-i\frac{E}{\hbar}t)$

La fonction φ vérifie $-\frac{h^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2} = E\varphi$ pour $x < 0$ et $-\frac{h^2}{2m}\frac{\mathrm{d}^2\varphi}{\mathrm{d}x^2} = (E - V_0)\varphi$ pour $x > 0$.

<u>1^er^ cas :</u> $E > V_0$
Pour $K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ et $k^2 = \frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}$, on a

$$\varphi(x) = \left\{ \begin{array}{l} A\exp(iKx) + B\exp(-iKx)\,, \text{si}\, x < 0 \\ C\exp(ikx)\,, \text{si}\, x > 0 \end{array} \right.$$

En $x = 0$, on a $A + B = C$ et $iK(A - B) = ikC$ d'où $B = \frac{K-k}{K+k}A$ et $C = \frac{2K}{K+k}A$

Ainsi :

$$\boxed{j_i = |A|^2\frac{\hbar K}{m} \qquad j_r = -|B|^2\frac{\hbar K}{m} \qquad j_t = |C|^2\frac{\hbar K}{m}}$$

On peut donc définir des coefficients de réflexion et de transmission :

$$R = \left(\frac{K-k}{K+k}\right)^2 \qquad T = \left(\frac{2K}{K+k}\right)^2 + \frac{k}{K} = \frac{4kK}{(K+k)^2}$$

<u>2^eme^ cas :</u> $E < V_0$
Pour $K^2 = \frac{2mE}{\hbar^2}$ et $\alpha^2 = -\frac{2m(E-V_0)}{\hbar^2}$, on a

$$\varphi(x) = \left\{ \begin{array}{l} A\exp(iKx) + B\exp(-iKx)\,, \text{si}\, x < 0 \\ C\exp(-\alpha x)\,, \text{si}\, x > 0 \end{array} \right.$$

En $x = 0$, on a $A + B = C$ et $iK(A - B) = \alpha C$ d'où $B = \frac{K-i\alpha}{K+i\alpha}A$ et $C = \frac{2K}{K+i\alpha}A$
On trouve cette fois ci

$$R = \frac{|B|^2}{|A|^2} = 1 \qquad T = 0$$

L'onde transmise est evanescante de profondeur de pénétration $\delta = \frac{1}{\alpha}$: son amplitude décroît exponentiellement et ne transporte pas de densité de probabilité.