Théorème de développement en série de Fourier

Soit g une fonction continue par morceaux périodique de période T et de fréquence $f = \frac{1}{T}$.
Alors g possède un développement unique dit en série de Fourier donné par :

$$\boxed{\forall t \in \mathbb{R}, g(t) = a_0 + \textstyle\sum_n (a_n \cos(2\pi n f t) + b_n \sin(2\pi n f t))}$$

Ce développement vaut $g(t)$ en tout point t où g est continue et $\dfrac{g(t^-) + g(t^+)}{2}$ en tout point t où g est discontinue.

HP : Les coefficients de ce développement sont donnés par

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{1}{T}\int_t^{t+T} g(t)\mathrm{d}t = \langle g \rangle \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, a_n &= \frac{2}{T}\int_t^{t+T} g(t)\cos(2\pi n f t)\mathrm{d}t \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, b_n &= \frac{2}{T}\int_t^{t+T} g(t)\sin(2\pi n f t)\mathrm{d}t \end{aligned}$$