

Equation de la chaleur, démonstration monodimensionnelle

$$\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T$$

On fait un bilan enthalpique sur une tranche entre x et $x + dx$.

Donc $d(\delta H(t + dt)) - d(\delta H(t)) = (\Phi(x) - \Phi(x + dx))dt$

Donc $\frac{\partial(\delta H)}{\partial t}dt = -\frac{\partial \Phi}{\partial x}dxdt$

Par loi phénoménologique de Fourier : $c \rho dx S \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\iint -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} dS \right) dx$

Donc $c \rho S \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} S$

Donc:

$$c \rho \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$