

Численное исследование базовых разностных схем.

Для построения приближенного решения задачи

$$y'(x) + Ay(x) = 0, \quad y(0) = 1, \quad x \in [0, 1]$$

с известным точным решением $y(x) = e^{-Ax}$ рассматриваются следующие схемы:

1) $\frac{y_{k+1} - y_k}{h} + Ay_k = 0, \quad y_0 = 1.$

2) $\frac{y_{k+1} - y_k}{h} + Ay_{k+1} = 0, \quad y_0 = 1.$

3) $\frac{y_{k+1} - y_k}{h} + A \frac{y_{k+1} + y_k}{2} = 0, \quad y_0 = 1.$

4) $\frac{y_{k+1} - y_{k-1}}{2h} + Ay_k = 0, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 1 - Ah.$

5) $\frac{1.5y_k - 2y_{k-1} + 0.5y_{k-2}}{h} + Ay_k = 0, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 1 - Ah.$

6) $\frac{-0.5y_{k+2} + 2y_{k+1} - 1.5y_k}{h} + Ay_k = 0, \quad y_0 = 1, \quad y_1 = 1 - Ah.$

Найти порядок аппроксимации, исследовать α -устойчивость предложенных схем.

Реализовать указанные схемы и заполнить таблицу:

№	E_1	E_2	E_3	E_6	m	A

Здесь

в первом столбце указывается номер схемы;

$E_n = \max_{x_k} |y(x_k) - y_k|$, y_k — решение соответствующей схемы при $h = 10^{-n}$;

m — порядок сходимости, т.е. $E_n \sim O(h^m)$;

параметр задачи $A = 1, 10, 1000$.