Iniciado em	sábado, 17 jun. 2023, 16:34
Estado	Finalizada
Concluída em	sábado, 17 jun. 2023, 16:46
Tempo empregado	11 minutos 54 segundos
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Seja $\vec{\mathbf{n}}$ a normal unitária exterior da casca elíptica S: $4x^2+9y^2+36z^2=36$, $z\geq 0$, e seja $\vec{\mathbf{F}}=y\mathbf{i}+x^2\mathbf{j}+(x^2+y^4)^{\frac{3}{2}}\sin e^{\sqrt{xyz}}\mathbf{k}$. Encontre o valor de $\int\int_S \nabla\times\vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{n}}\,d\sigma$.

- a. 6π
- b. -6π ✔
- c. -8π
- d. -4π
- e. 8π

Sua resposta está correta.

Solução: Temos $x=3\cos t$ e $y=2\sin t$

$\vec{\mathbf{F}}=(2\sin t)\mathbf{i}+(9\cos^2 t)\mathbf{j}+(9\cos^2 t+16\sin^4 t)\sin e^{\sqrt{(6\sin t\cos t)(0)}}\mathbf{k}$

$r=(3\cos t)\mathbf{i}+(2\sin t)\mathbf{j}$, então $d\vec{\mathbf{r}}=(-3\sin t)\mathbf{i}+(2\cos t)\mathbf{j}$

$\vec{\mathbf{F}}\cdot\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}=-6\sin^2 t+18\cos^3 t$

$\int\int_S\nabla\times\vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{n}}\,d\sigma=\int_0^{2\pi}(-6\sin^2 t+18\cos^3 t)\,dt=\left[-3t+\frac{3}{2}\sin 2t+6(\sin t)(\cos^2 t+2)\right]_0^{2\pi}=-6\pi.$

A resposta correta é:
-6π

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = 2y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, onde C é a circunferência $x^2 + y^2 = 9$ no plano xy, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 7π
- b. 9π ✔
- c. 11π
- d. 4π
- e. 5π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2y & 3x & -z^2 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + (3-2)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 1$. Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_R dx\,dy$= Area do círculo $= 9\pi$.

A resposta correta é:
9π

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Seja $\vec{\mathbf{F}}$ um campo vetorial diferenciável definido em uma região contendo uma superfície orientada fechada e lisa S e seu interior. Seja $\vec{\mathbf{n}}$ o campo vetorial normal unitário em S. Suponha que S seja a união de duas superfícies S_1 e S_2 unidas ao longo de uma curva fechada simples e lisa C. Pode-se dizer algo sobre $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\,d\sigma$?

- a. 2π
- b. 5π
- c. π
- d. 0 ✔
- e. 4π

Sua resposta está correta.

Solução:

Dado que $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\,d\sigma = \int\int_{S_1} \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\,d\sigma + \int\int_{S_2} \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\,d\sigma$, e como S_1 e S_2 estão unidos pela curva fechada simples C, cada uma das integrais acima será igual a uma integral de circulação em C. Mas para uma superfície a circulação será no sentido anti-horário, e para a outra superfície a circulação será no sentido horário. Como os integrandos são iguais, a soma será 0. Portanto $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\,d\sigma = 0$.

A resposta correta é:
0

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2 + z^2)\mathbf{i} + (x^2 + z^2)\mathbf{j} + (x^2 + y^2)\mathbf{k}$, onde C é a borda do triângulo cortado do plano $x + y + z = 1$ pelo primeiro octante, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 1
- b. 0 ✔
- c. 3
- d. 4
- e. 2

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional:

$\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2 + z^2 & x^2 + z^2 & x^2 + y^2 \end{vmatrix} = (2y - 2z)\mathbf{i} + (2z - 2x)\mathbf{j} + (2x - 2y)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{3}}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \frac{2y-2z+2z-2x+2x-2y}{\sqrt{3}} = 0$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_S 0 d\sigma = 0$.

A resposta correta é:
0

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular o fluxo do rotacional do campo $\vec{\mathbf{F}} = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x + z)\mathbf{k}$ através da superfície S na direção da normal unitária exeterior $\vec{\mathbf{n}}$.

A superfície S é dada por $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (rcos\theta)\mathbf{i} + (rsen\theta)\mathbf{j} + (9 - r^2)\mathbf{k}$, $0 \le r \le 3$, $0 \le \theta \le 2\pi$.

- a. -13π
- b. -18π ✔
- c. -15π
- d. -17π
- e. -12π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y - z & z - x & x + z \end{vmatrix} = -\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$. Em seguida calculamos $\vec{\mathbf{r}}_{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{r}}_\theta = (2r^2 \cos\theta)\mathbf{i} - 2r^2 \sin\theta\,\mathbf{j} + r\mathbf{k}$. Agora podemos calcular $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = (\nabla \times \vec{\mathbf{F}}) \cdot (\vec{\mathbf{r}}_{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{r}}_\theta)\, dr\, d\theta$. Portanto, $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^3 (-2r^2 \cos\theta - 4r^2 \sin\theta - 2r)\, dr\, d\theta = \int_0^{2\pi} \left[-\frac{2}{3}r^3 \cos\theta - \frac{4}{3}r^3 \sin\theta - r^2\right]_0^3 d\theta = \int_0^{2\pi}(-18 \cos\theta - 36 \sin\theta -$

A resposta correta é:
-18π

Questão **6**
Correto
Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$, D: A esfera sólida $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

- a. 32π ✔
- b. 30π
- c. 31π
- d. 29π
- e. 33π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^2) = 2x, \frac{\partial}{\partial y}(xz) = 0,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(3z) = 3$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 2x + 3$.

$Flux = \int\int_D \int (2x+3)\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{2}(2\rho\ \sin\ \phi\ \cos\ \theta + 3)(\rho^2\ \sin\ \phi)\, d\rho\, d\,\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\left[\frac{\rho^4}{2}\sin\ \phi\ \cos\ \theta + \rho^3\right]_0^2 \sin\ \phi\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}(8$

A resposta correta é:
32π

Questão **7**
Correto
Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^3\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$, D: A esfera sólida $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$.

- a. $\frac{12\pi a^5}{5}$ ✔
- b. $\frac{13\pi a^5}{5}$
- c. $\frac{19\pi a^5}{5}$
- d. $\frac{14\pi a^5}{5}$
- e. $\frac{17\pi a^5}{5}$

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^3) = 3x^2, \frac{\partial}{\partial y}(y^3) = 3y^2,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(z^3) = 3z^2$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int_D \int 3(x^2+y^2+z^2)\, d\vec{\mathbf{V}} = 3\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{a}\rho^2(\rho^2\ \sin\ \phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = 3\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\frac{a^5}{5}\sin\ \phi\, d\phi\, d\theta = 3\int_0^{2\pi}\frac{2a^5}{5}\, d\theta = \frac{12\pi a^5}{5}$

A resposta correta é:
$\frac{12\pi a^5}{5}$

Questão **8**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera espessa $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,(x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$, D: A região $1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 2$.

- a. 11π
- b. 13π
- c. 10π
- d. 14π
- e. 12π ✔

Sua resposta está correta.

Solução: Temos $\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, fazemos:

$\frac{\partial\rho}{\partial x} = \frac{x}{\rho}, \frac{\partial\rho}{\partial y} = \frac{y}{\rho}, \frac{\partial\rho}{\partial z} = \frac{z}{\rho}$. Dando continuidade

$\frac{\partial}{\partial x}(\rho x) = \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) x + \rho = \frac{x^2}{\rho} + \rho, \frac{\partial}{\partial y}(\rho y) = \left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) y + \rho = \frac{y^2}{\rho} + \rho, \frac{\partial}{\partial z}(\rho z) = \left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right) z + \rho = \frac{z^2}{\rho} + \rho$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = \frac{x^2+y^2+z^2}{\rho} + 3\rho = 4\rho$. Então calculamos o fluxo:

$$flux = \int\int_D \int 4\rho\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_1^{\sqrt{2}} (4\rho)\,(\rho^2\ \sin\ \phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3\sin\ \phi\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi} 6\, d\theta = 12\pi$$

A resposta correta é:
12π

Questão **9**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Cunha $\vec{\mathbf{F}} = 2xz\mathbf{i} - xy\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, D: A cunha cortada do primeiro octante pelo plano $y + z = 4$ e pelo cilindro elíptico $4x^2 + y^2 = 16$.

a. $-\frac{47}{3}$

b. $-\frac{45}{3}$

c. $-\frac{40}{3}$ ✔

d. $\frac{47}{3}$

e. $-\frac{45}{2}$

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(2xz) = 2z, \frac{\partial}{\partial y}(-xy) = -x, \frac{\partial}{\partial z}(-z^2) = -2z$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = -x$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int\int_D -x\, dV$

$= \int_0^2 \int_0^{\sqrt{16-4x^2}} \int_0^{4-y} -x\, dz\, dy\, dx$

$= \int_0^2 \int_0^{\sqrt{16-4x^2}} (xy - 4x)\, dy\, dx$

$= \int_0^2 \left[\frac{1}{2}x(16-4x^2) - 4x\sqrt{16-4x^2}\right]\, dx$

$= \left[4x^2 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}(16-4x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2$

$= -\frac{40}{3}$

A resposta correta é:
$-\frac{40}{3}$

Questão **10**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Parte da esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} - 2xy\mathbf{j} + 3xz\mathbf{k}$, D: A região cortada do primeiro octante pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

- a. π
- b. 5π
- c. 4π
- d. 2π
- e. 3π ✔

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^2) = 2x, \frac{\partial}{\partial y}(-2xy) = -2x$,\, $\frac{\partial}{\partial z}(3xz) = 3x$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 3x$. Então calculamos o fluxo:

$$flux = \int\int_D \int 3x\, dx\, dy\, dz = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 (3\rho\, \sin\, \phi\, \cos\, \theta)(\rho^2\, \sin\, \phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 12\, \sin^2\, \phi\, \cos\, \theta\, d\phi\, d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\pi\, \cos\, \theta\, d\theta = 3\pi$$

A resposta correta é:
3π