Klayyver Ximenes Carmo 427651

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Iniciado em	segunda, 7 Set 2020, 17:47
Estado	Finalizada
Concluída em	segunda, 7 Set 2020, 23:32
Tempo empregado	5 horas 45 minutos
Notas	5,00/5,00
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral $\int_{-1}^{1} \int_{0}^{1} \int_{0}^{2} (x+y+z)\ dydxdz$.

Resposta: 6

Resposta:

Calculamos a integral tripla:

$\int_0^2 (2x + y + z)\, dy =$

$= [xy]_0^2 + \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^2 + [zy]_0^2$

$= 2x + 2z + 2$

$\int_0^1 (2x + 2z + 2)\, dx =$

$= 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + [2zx]_0^1 + [2x]_0^1$

$= 2z + 3$

$\int_{-1}^1 (2z + 3)\, dz =$

$= 0 + [3z]_{-1}^1$

$$= 6$$

A resposta correta é: 6.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral iterada $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2)\, dz\, dy\, dx$.

Resposta: 1

Solução:

Primeiramente integrando em relação a z temos:

$$\int_0^1 \int_0^1 \left[x^2 + y^2 + \frac{z^3}{3}\right]_0^1 dy\, dx$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 x^2 + y^2 + \frac{1}{3}\, dy\, dx$$

Em seguida integrando em relação a y temos:

$$\int_0^1 \left[x^2 + \frac{y^3}{3} + \frac{1}{3}\right]_0^1 dx$$

$$= \int_0^1 x^2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\, dx$$

$$= \int_0^1 x^2 + \frac{2}{3}\, dx$$

E por último integrando em relação a x temos:

$$\left[\frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}\right]_0^1$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

A resposta correta é: 1.

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Qual o valor da integral $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{z}} \int_0^{2\pi} \left(r^2\, cos^2\, \theta\, +\, z^2\,\right)\, r\, d\theta\, dr\, dz$?

Escolha uma:

- a. $\frac{3\pi}{2}$
- b. $\frac{2\pi}{3}$
- c. $\frac{\pi}{3}$ ✔
- d. $\frac{\pi}{2}$
- e. $\frac{5\pi}{2}$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Calculando a Integral: $\int_0^{2\pi} \left(r^2 \cos^2(\theta) + z^2\right) rd\theta$

= $r \int_0^{2\pi} (z^2 + r^2 \cos^2(\theta)) d\theta$

= $r\left(\int_0^{2\pi} z^2 d\theta + \int_0^{2\pi} r^2 cos^2\left(\theta\right) d\theta\right)$

= $r\left(2\pi z^2 + \pi r^2\right)$

- $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{z}} r\left(2\pi z^2 + \pi r^2\right) drdz$

- Calculando a Integral: $\int_0^{\sqrt{z}} r\left(2\pi z^2 + \pi r^2\right) dr$

= $\int_0^{\sqrt{z}}(\pi r^3 + 2\pi z^2 r)dr$

= $\int_0^{\sqrt{z}} \pi r^3 dr + \int_0^{\sqrt{z}} 2\pi z^2 r dr$

= $\pi\frac{z^2}{4} + \pi z^3$

- $\int_0^1 \left(\pi\frac{z^2}{4} + \pi z^3\right) dz$

- Calculando a Integral:$\int_0^1 \left(\pi\frac{z^2}{4} + \pi z^3\right) dz$

= $\int_0^1 (\frac{\pi z^2}{4} + \pi z^3)dz$

= $\int_0^1 \frac{\pi z^2}{4}dz + \int_0^1 \pi z^3 dz$

= $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}$

= $\frac{\pi}{3}$

- Temos então que:

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{z}} \int_0^{2\pi} \left(r^2\, cos^2\, \theta\, + z^2\right)\, r\, d\theta\, dr\, dz = \frac{\pi}{3}$$

A resposta correta é: $\frac{\pi}{3}$

.

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral em coordenadas cilíndricas $\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} 3dzrdrd\theta.$

Escolha uma:

- a. $\pi(6\sqrt{3}-8)$
- b. $\pi(2\sqrt{3}-9)$
- c. $\pi(6\sqrt{2}-8)$ ✓
- d. $\pi(6\sqrt{3}-9)$
- e. $\pi(3\sqrt{2}-8)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} 3\,dzrdrd\theta$$

$$3\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} dzrdrd\theta$$

Passo 1: Temos que integrar a função em relação a z:

$$\int_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} dz = [z]_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} = \left[\frac{1}{\sqrt{2-r^2}} - r\right]$$

Passo 2: Temos que integrar a função em relação a r:

$$\int_0^1 \left[\frac{1}{\sqrt{2-r^2}} - r\right] rdr = \int_0^1 \left[\frac{1}{\sqrt{2-r^2}} - r^2\right] dr$$

$$= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2-r^2}} dr - \int_0^1 r^2 dr$$

Aplicando substituição na primeira integral:

$$\int_0^1 \left[\frac{r}{\sqrt{2-r^2}}\right] dr$$

$$u = 2 - r^2$$
$$du = -2rdr$$
$$\frac{-du}{2} = rdr$$

Logo:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{u}} rdr = \int_0^1 \left[\frac{1}{\sqrt{u}} \frac{-du}{2}\right] = \int_0^1 \left[\frac{-du}{2\sqrt{u}}\right] = \frac{-1}{2}\int_0^1 \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{-1}{2}\int_0^1 u^{\frac{-1}{2}} du = \frac{-1}{2}\left[\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right]_0^1 =$$

$$\frac{-1}{2}\left[\sqrt{u}\frac{2}{1}\right]_0^1 = -[\sqrt{u}]_0^1 = -\left[\sqrt{2-r^2}\right]_0^1 = -\left[\left(\sqrt{2-1^2}\right) - \left(\sqrt{2-0^2}\right)\right] = \sqrt{2} - 1$$

Fazendo normalmente a segunda integral:

$$\int_0^1 r^2 dr = \left[\frac{r^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

Logo:

$$\int_0^1 \left[\frac{r}{\sqrt{2-r^2}}\right] dr - \int_0^1 r^2 dr =$$

$$\sqrt{2} - 1 - \frac{1}{3} = \sqrt{2} - \frac{4}{3}$$

Passo 3: Temos que integrar a função em relação a θ:

$$\int_0^{2\pi} (\sqrt{2} - \frac{4}{3}) d\theta = \left[\sqrt{2}\theta - \frac{4}{3}\theta\right]_0^{2\pi} = \left[\sqrt{2}2\pi - \frac{4}{3}2\pi\right] = \left[2\sqrt{2}\pi - \frac{8\pi}{3}\right]$$

Substituindo na equação inicial:

$$3\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_r \frac{1}{\sqrt{2-r^2}}\, dzrdrd\theta = 3\left[2\sqrt{2}\pi - \frac{8\pi}{3}\right] = [6\sqrt{2}\pi - 8\pi] = \pi(6\sqrt{2} - 8)$$

A resposta correta é: $\pi(6\sqrt{2} - 8)$

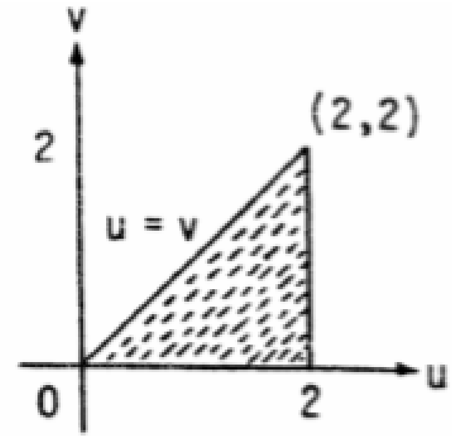
.

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a imagem pela transformação $u = x + 2y$, $v = x - y$ da região triangular no plano xy delimitadas pelas retas $y = 0$, $y = x$ e $x + 2y = 2$. Esboce a região transformada no plano uv. Depois compare com a figura abaixo.



Agora, resolva o sistema

$$u = x + 2y \text{ e } v = x - y$$

para x e y em termos de u e v. Em seguida, encontre o valor do jacobiano $\dfrac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}$.

Resposta: -0,333

Primeira Solução:

A região triangular no plano xy possui vértices$(0,0)$,$(2,0)$ e $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$.

O segmento de linha $y = x$ de $(0,0)$ para $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ é $x - y = 0 \;\Rightarrow\; v = 0$;

O Segmento de linha $y = 0$ de $(0,0)$ para $(2,0) \Rightarrow u = v$;

O Segmento de linha $x + 2y = 2$ de $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ para $(2,0) \Rightarrow u = 2$.

Segunda Solução:

$x + 2y = u$ e $x - y = v$

$\Rightarrow 3y = u - v$ e $x = v + y$

$\Rightarrow y = \frac{1}{3}u - v$ e $x = \frac{1}{3}(u + 2v)$;

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = -\frac{1}{9} - \frac{2}{9} = -\frac{1}{3}$$

A resposta correta é: -0,3333.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social