Álgebra Linear
Aula 10

Josefran de Oliveira Bastos

Universidade Federal do Ceará

Matrizes Simétricas

Uma matriz A é dita simétrica se $A = A^T$.

Matrizes Simétricas

Uma matriz A é dita simétrica se $A = A^T$.

Propriedades

Se A e B são matrizes simétricas de mesmo tamanho, temos

1. A^T é simétrica;
2. $A \pm B$ é simétrica;
3. Para k escalar temos que kA é simétrica.

Matrizes Simétricas

Uma matriz A é dita simétrica se $A = A^T$.

Propriedades

Se A e B são matrizes simétricas de mesmo tamanho, temos

1. A^T é simétrica;
2. $A \pm B$ é simétrica;
3. Para k escalar temos que kA é simétrica.

Propriedade

O produto de duas matrizes simétricas é simétrica se e somente si elas comutam.

Teorema - Inversa de uma matriz simétrica

Se uma matriz A é simétrica e invertível então sua inversa é simétrica.

Exemplo

Considere as matrizes abaixo. Calcule o produto delas por sua transposta.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Exemplo

Considere as matrizes abaixo. Calcule o produto delas por sua transposta.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Proposição

Para qualquer matriz A, temos que AA^T e A^TA são simétricas.

Exemplo

Considere as matrizes abaixo. Calcule o produto delas por sua transposta.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$$

Proposição

Para qualquer matriz A, temos que AA^T e A^TA são simétricas.

Teorema 1.7.5

Se A é uma matriz invertível então AA^T e A^TA são invertíveis.

Fluxo

O problema de fluxo em rede é um problema que consiste na análise da capacidade da capacidade de fluxo de "produtos de interesse" através de uma rede definida.

Em geral, um fluxo definido em uma rede deverá satisfazer as seguintes propriedades:

Fluxo

O problema de fluxo em rede é um problema que consiste na análise da capacidade da capacidade de fluxo de "produtos de interesse" através de uma rede definida.

Em geral, um fluxo definido em uma rede deverá satisfazer as seguintes propriedades:

1. Conservação de fluxo: a quantidade de fluxo que entra em um nó deverá ser igual a quantidade de fluxo que sai do mesmo nó;

Fluxo

O problema de fluxo em rede é um problema que consiste na análise da capacidade da capacidade de fluxo de "produtos de interesse" através de uma rede definida.

Em geral, um fluxo definido em uma rede deverá satisfazer as seguintes propriedades:

1. Conservação de fluxo: a quantidade de fluxo que entra em um nó deverá ser igual a quantidade de fluxo que sai do mesmo nó;
2. O fluxo entre dois nós nunca deverá exceder a capacidade máxima daquele trecho;

Fluxo

O problema de fluxo em rede é um problema que consiste na análise da capacidade da capacidade de fluxo de "produtos de interesse" através de uma rede definida.

Em geral, um fluxo definido em uma rede deverá satisfazer as seguintes propriedades:

1. Conservação de fluxo: a quantidade de fluxo que entra em um nó deverá ser igual a quantidade de fluxo que sai do mesmo nó;
2. O fluxo entre dois nós nunca deverá exceder a capacidade máxima daquele trecho;
3. Apenas os nós de fonte (que fornece fluxo a rede) e nós sumidouros (que absorvem fluxo) podem violar a lei da conservação de fluxo.

Exemplo

Analise o seguinte fluxo e descubra os valores que estão faltando.

Exemplo

Descubra os valores das correntes no seguinte circuito.

Exemplo

Equilibre a seguinte reação química:

$$HCl + Na_3PO_4 \to H_3PO_4 + NaCl.$$

Polinômio Interpolador

Dado um conjunto de pontos $(x_0, y_0), \ldots, (x_m, y_m)$ se existir um polinômio $p(x)$ tal que $p(x_i) = y_i$ então dizemos que $p(x)$ é o polinômio interpolador desses pontos.

Polinômio Interpolador

Dado um conjunto de pontos $(x_0, y_0), \ldots, (x_m, y_m)$ se existir um polinômio $p(x)$ tal que $p(x_i) = y_i$ então dizemos que $p(x)$ é o polinômio interpolador desses pontos.

Teorema

Dado um conjunto de pontos $(x_0, y_0), \ldots, (x_n, y_n)$ no qual $x_i \neq x_j$ para todo $i \neq j$ então existe um único polinômio interpolador de grau n que passa por esses pontos.

Exemplo

Descubra o polinômio interpolador dos pontos $(0,0),(1,1),(2,2)$ e $(3,2)$.

Exemplo - Desafio

Uma empresa de internet possui 5 centrais interligadas entre si. Ela deseja testar a comunicação entre as centrais. O teste é realizado da seguinte forma: escolhemos dois conjuntos disjuntos de centrais, digamos A e B, e inserimos em um tester. Este tester irá testar as comunicações entre as centrais em A e as centrais em B. A empresa necessita testar todas as comunicações e, por razões econômicas, nenhuma par de cidades podem ser testados mais de uma vez. Qual o menos número de testes a empresa deve realizar?