6,25

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CAMPUS DE SOBRAL

CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

Aluno(a): José Carlos Silva Gadelha Matrícula: 389110

Curso: Eng. da Computação Data: __/__/__

1ª AVALIAÇÃO PARCIAL

1,0

1- (1,5 pontos) A expansão em série de Taylor de cos(x) é dada por:

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \frac{x^8}{8!} - \frac{x^{10}}{10!} + \cdots$$

a) Use os quatro primeiros termos da expansão em série de Taylor para calcular o valor de $\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$. Repita o processo para os dois primeiros termos;

b) Calcule o erro relativo para as duas aproximações considerando a solução exata igual 0,707107. **Comente sua resposta**;

1,5

2- (3,0 pontos) Determinar pelo método da falsa posição a menor raiz positiva da função de quarto grau $f(x) = x^4 - 26x^2 + 24x + 21$ até que o erro seja igual ou inferior a 0.01. Os cálculos devem ser efetuados com 2 casas decimais e com arredondamento.

3,0

3- (4,0 pontos) Comente de **forma detalhada** cada um dos seguintes métodos estudados (Bisseção, Newton-Raphson e Secante), trazendo conceito, vantagens, desvantagens, limitações, estudo da convergência, método iterativo, convergência gráfica entre outros.

0,75

4- (1,5 pontos) Escreva o número 347,625 nos seguintes formatos.

a) Formato binário;

b) Representação em ponto flutuante na base 2;

3

$4x^3 - 52x + 24$

$12x^2 - 52 \Rightarrow$

$\boxed{24x}$

$12x^2 - 52 = 0$

$12x^2 = 52$

$x^2 = \frac{52}{12}$

José Carlos Silva Gadelha

usando truncamento 4 casa decimais

1-

a- $\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!}$

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - \frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2}{2!} + \frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)^4}{4!} - \frac{x^6}{6!}$

$= 1 - 0{,}3084 + 0.0158 - 2{,}8619$
$= -2.1545$

???

- 2 primeiros termos

$\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - \frac{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2}{2!} = 1 - 0{,}3084 = 0{,}6916$

b- $\left|\frac{-2.1545 - 0{,}707107}{0{,}707107}\right| = -4{,}08381 = 4{,}0838$

para 2 termos

$\left|\frac{0.6916 - 0{,}707107}{0{,}707107}\right| = -0{,}02191$

* Como usei truncamento o erro quando utilizei 4 termos aumentou, já com dois termos o erro foi reduzido.
Contudo este caso, não expressa a realidade da representação do $\cos(x)$, pois quanto maior o número de termos mais próximo chego do valor exato, mas ao optar por utilizar truncamento aumentei o erro, sem querer. neste caso reforça o cuidado que devemos ter com truncamento e arredondamento.

3 → bissecção → Consiste em subdividir o intervalo que contém a raiz, até encontrar uma estimativa para a raiz.

Tolerância = $|b - a| < \text{Erro}$

converge → se a função for contínua

desvantagem → lento comparado aos demais métodos

$f(a) \cdot f(b) < 0$ → contém pelo menos 1 raiz

se a $f'(a), f(b)'$ tiverem os mesmos sinais só tem uma raiz no intervalo.

Para determinar um novo intervalo.

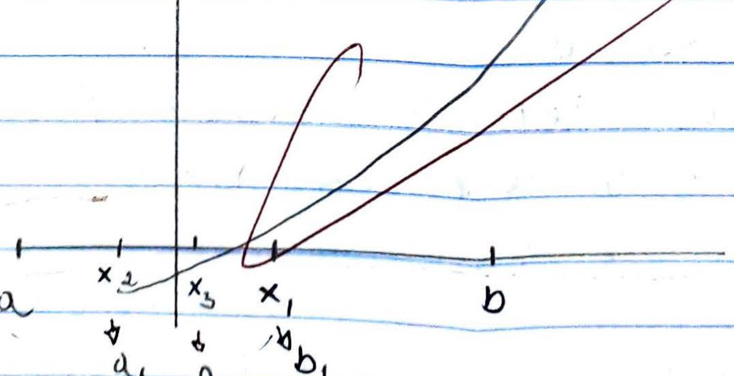
$$x = \frac{(b + a)}{2}$$

$f(a) \cdot f(x) < 0$ $\quad a \to a$, e $b \to x$

$f(a) \cdot f(x) > 0$ $\quad a \to x$, e $b \to b$

até que $|b-a| < \text{Erro}$.

1,2



josé carlos silva gadelha

2) $\boxed{\text{menor raiz positiva}}$ ñ temos valor negativo

$f(x) = x^4 - 26x^2 + 24x + 21$

$f(x)$ é um polinomio ⇒ continua

Como é a menor raiz positiva, vamos testar x no intervalo $[0, 1]$ tem uma raiz.

$f(a) = 0^4 - 26 \cdot 0^2 + 24 \cdot 0 + 21 = 21$
$f(b) = 1^4 - 26 \cdot 1^2 + 24 \cdot 1 + 21 = 20$

$f(a) \cdot f(b) < 0$ falso não tem raiz

vamos testar para $a = -1$ e $b = 1$

$f(a) = -1^4 - 26 \cdot (-1)^2 + 24(-1) + 21 = -28$
$f(b) = 1^4 - 26 \cdot 1^2 + 24 \cdot 1 + 21 = 20$

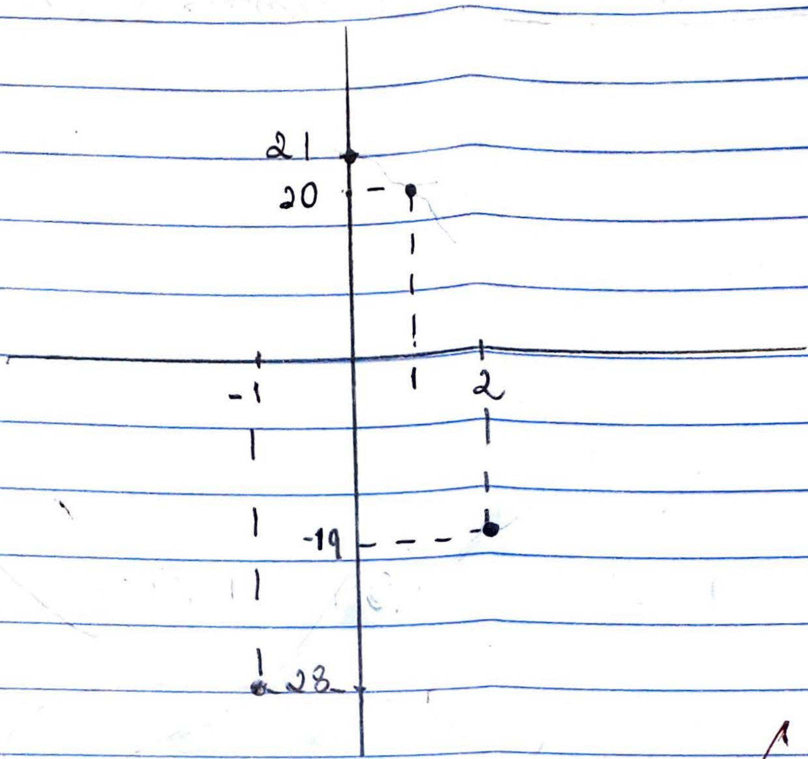
$f(a) \cdot f(b) < 0$ verdadeiro

$4x^3 - 52x + 24$ ⇒ derivada

$f(a)' = 4(-1)^3 - 52(-1) + 24 = 72$
$f(b)' = 4(1)^3 - 52(1) + 24 = -24$

$$x = \frac{a f(b) - b f(a)}{f(b) - f(b)}$$

vamos estudar o gráfico



O método converge, quando no intervalo a função é contínua.

-1	0	1	2
-	+	+	-

mudança de sinal raiz.

$f(a) = 1^4 - 26(1)^2 + 24 \cdot 1 + 21 = 20$

$f(b) = 2^4 - 26(2)^2 + 24 \cdot 2 + 21 = -19$

$f'(1) = 4(1)^3 - 52(1) + 24 = -24$

$f'(2) = 4(2)^3 - 52(2) + 24 = -18$

no intervalo [1, 2] contém apenas uma raiz intervalo [1, 2]　　　Erro ⇒ 0.01

II ⇒ refinamento

$$x = \frac{a\,f(b) - b\,f(a)}{f(b) - f(a)}$$

I ⇒ interação

$$x = \frac{1 \cdot (-19) - 2 \cdot 20}{-19 - 20} = \frac{-59}{-39} = 1,5$$

$f(x) = 1,5^4 - 26(1,5)^2 + 24 \cdot (1,5) + 21 = 3.6$

$f(a) \cdot f(x) < 0$ = verdadeiro　$a = 1,5$　$b = 2$

$|f(\bar{x})| <$ Erro　falso.

II ⇒ interação

$$x_1 = \frac{1,5 \cdot (3,6) - 2(-19)}{3,6 - (-19)} = \frac{43,41}{22,6} = 1,9$$

$f(x_1) = 1,6^4 - 26 \cdot 1,6^2 + 24 \cdot (1,6) + 21 = -14.20$

$f(a) \cdot f(x) < 0$　verdadeiro

$a = 1,5$　e　$b = 1,9$

$|f(\bar{x})| <$ Erro ⇒ falso.

$a = 1,5 \qquad b = 1,9$

III → interação

$$x_2 = \frac{1,5 \cdot (-14,20) - 1,9 \cdot 3,6}{-14,20 - 3,6} = \frac{-28,14}{-17,8} = 1.6$$

$f(x_2) = (1,6)^4 - 26 \cdot (1.6)^2 + 24 \cdot 1,6 + 21 = -0,61$

$f(a) \cdot f(x) < 0$ verdadeiro $\quad a = 1,6$ e $b = 1,9$

$|f(x_2)| < Erro$ falso.

IV → interação

$$x_3 = \frac{1,6 \cdot (-14,20) - 1,9 \cdot (-0,61)}{-14,20 - (-0,61)} = \frac{-21,561}{-13,59} = 1.6$$

newton-Raphson → utiliza a derivada no ponto, aonde corta o eixo x, determina a nova estimativa

Tolerancia → $|f(\bar{x}_k)| < \varepsilon$

vantagem → converge mais rápido

desvantagem → calcular a derivada

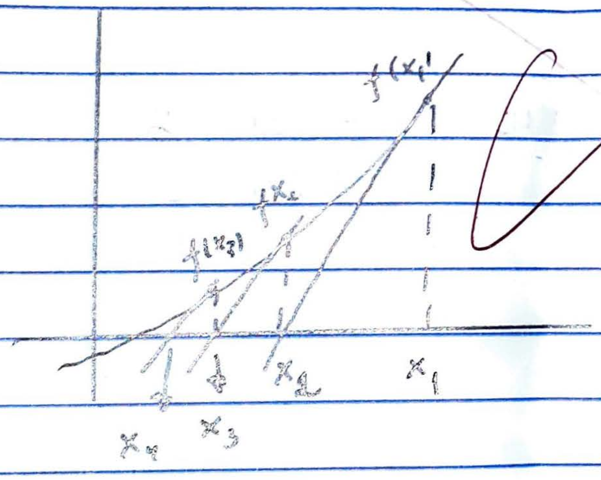
método → interativo

convergencia → $f'(x) \neq 0$

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)} \quad \text{até } |f(\bar{x}_k)| < \varepsilon$$

2,0

interpretação gráfica.



0,8

secante → utiliza uma reta secante entre os dois pontos iniciais, aonde corta o eixo x, é uma nova estimativa

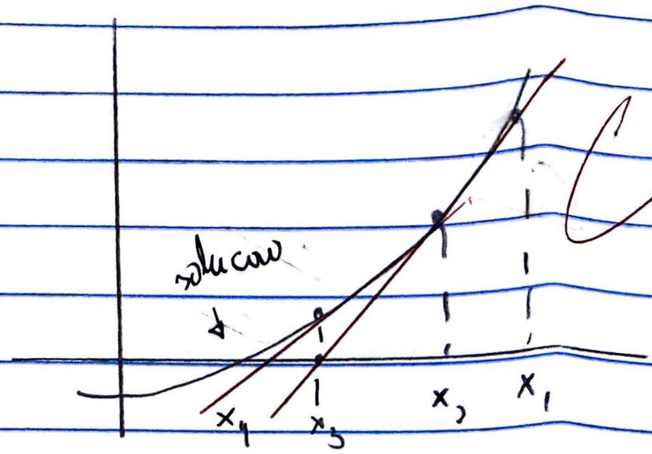
Tolerancia → $|f(\bar{x})| < \varepsilon$ e $|b-a| \varepsilon$

vantagem → converge mais rápido em relação a newton

metodo interativo

$$\boxed{x_3 = x_2 - \frac{(x_2 - x_1)}{f(x_2) - f(x_1)}}$$

interpretação gráfica



4)

347 | 2
1 173 | 2
1 86 | 2
0 43 | 2
1 21 | 2
1 10 | 2
0 5 | 2
1 4 | 2
0 2 | 2
0 0 1

101011011
10~~1~~1011011 → 347

parte fracionária → 0,625

101

0,625 × 2 = 1,25
0,25 × 2 = 0,5
0,5 × 2 = 1

em binário: 101011011,101

b)