



Painel ► SBL0059 ► 20 agosto - 26 agosto ► Teste de revisão

**Iniciado em** terça, 29 Set 2020, 16:52**Estado** Finalizada**Concluída em** terça, 29 Set 2020, 17:47**Tempo empregado** 55 minutos 7 segundos**Avaliar** 10,00 de um máximo de 10,00(100%)

## Questão 1

Correto

Atingiu 2,00 de  
2,00Calcule a integral dupla sobre a região  $R$  dada:

$$\int_0^1 \int_0^2 (6y^2 - 2x) dy dx.$$

Resposta: 14

**Resposta:**Resolvendo a integral em relação a  $y$  teremos:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^2 (6y^2 - 2x) dy dx &= - \int_0^2 2x dy + \int_0^2 6y^2 dy = -4x + \int_0^2 6y^2 dy \\ &= -4x + 16 \end{aligned}$$

Então pondo o resultando obtido na integral de  $x$  teremos:

$$\begin{aligned} \int_0^1 (-4x + 16) dx &= - \int_0^1 4x dx + \int_0^1 16 dx = -2 + 16 \\ &= 14 \end{aligned}$$

A resposta correta é: 14.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

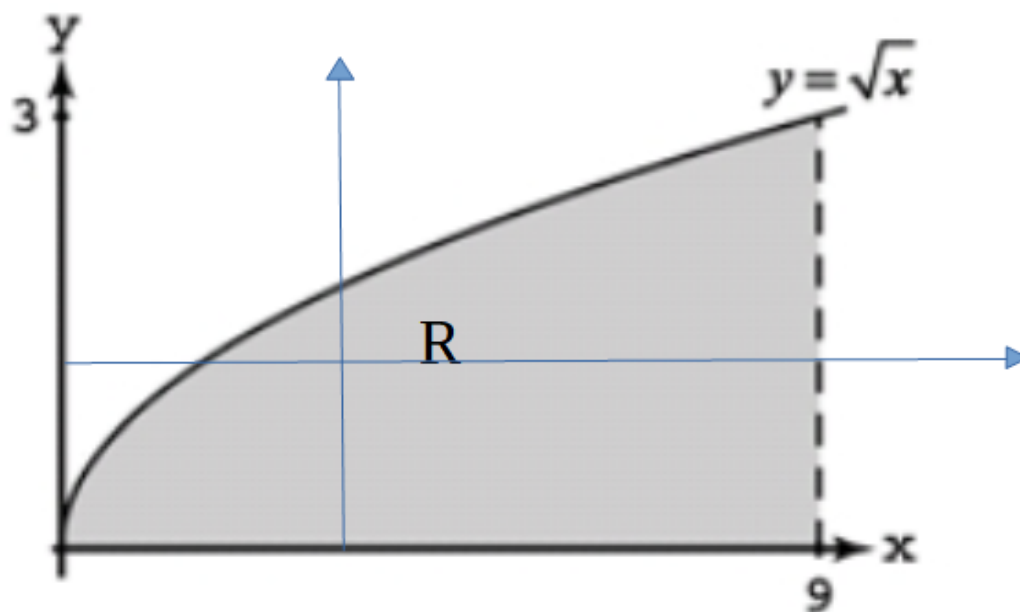
Escreva a integral iterada de  $\iint_R dA$  sobre a região descrita  $R$  limitada por  $y = \sqrt{x}$ ,  $y = 0$  e  $x = 9$  utilizando seções transversais verticais.

Escolha uma:

- ☐ a.  $\int_0^9 \int_{\sqrt{x}}^0 dydx$
- ☒ b.  $\int_0^9 \int_0^{\sqrt{x}} dydx$
- ☐ c.  $\int_0^3 \int_{y^2}^9 dx dy$
- ☐ d.  $\int_9^0 \int_0^{\sqrt{x}} dydx$
- ☐ e.  $\int_0^9 \int_{\sqrt{x}}^0 dydx$

Sua resposta está correta.

Primeiramente, faça um esboço da região de integração. As curvas limitantes foram dadas no enunciado.



Seções transversais verticais: Nesse caso, imagine uma reta vertical cortando  $R$  na direção de valores de  $y$  crescente, sendo assim, identificados, os limites de integração de  $y$ . A seguir, é necessário incluir todas as retas verticais nos limites de integração de  $x$ . Por fim, devemos integrar primeiro em relação a  $y$  e depois em relação a  $x$ .

$$\int_0^9 \int_0^{\sqrt{x}} dy dx.$$

A resposta correta é:  $\int_0^9 \int_0^{\sqrt{x}} dy dx$

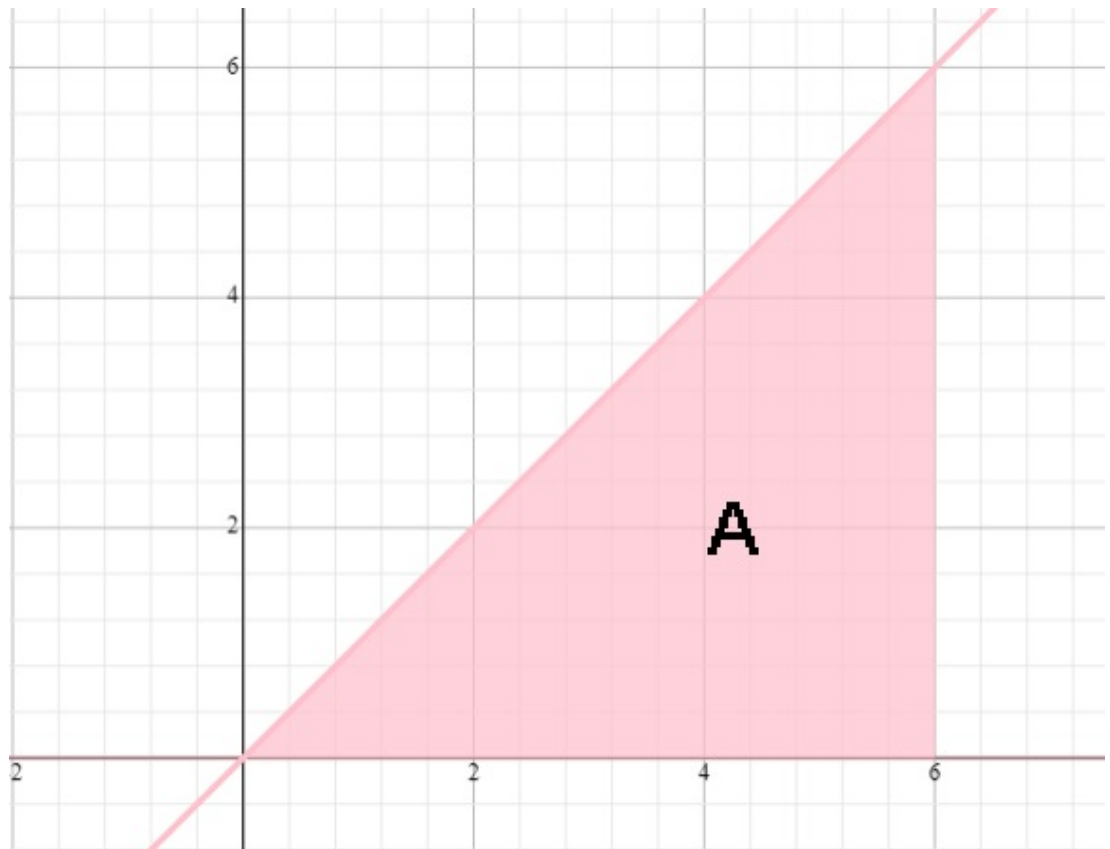
.

Questão 3

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Substitua a integral cartesiana  $\int_0^6 \int_0^y x \, dx \, dy$  por uma integral equivalente em coordenadas polares (veja a região de integração na figura abaixo).



Qual o valor dessa integral?

Resposta: 36



Para expressar a função  $f(x) = x$  em coordenadas polares, utilizamos a substituição:

$$x = r \cos(\theta)$$

$$y = r \sin(\theta)$$

$$dx \, dy = r \, dr \, d\theta$$

Redefinindo o intervalo de integração:

Para  $x = 0$

$$0 = r \cos(\theta)$$

$$r = 0$$

Para  $x = y = 6$

$$6 = r \sin(\theta)$$

$$r = \frac{6}{\sin(\theta)}$$

$$r = 6 \operatorname{cosec}(\theta)$$

Intervalo do ângulo para  $x = y$

$$r \sin(\theta) = r \cos(\theta)$$

$$\sin(\theta) = \cos(\theta)$$

$$\theta = \frac{\pi}{4}$$

Como sabemos que a função parte de  $(0,0)$  o ângulo parte da origem do  $(x,y) = (0,0)$  temos que  $\theta = 0$  ou  $\theta = \frac{\pi}{2}$

Logo, a mudança de coordenadas cartesianas para polares fica:

$$\int_0^6 \int_{\frac{y^2}{3}}^{2y} dx dy = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\cos(\theta)}^{2\cos(\theta)} r dr d\theta$$

Vejamos abaixo o esboço da integral da função  $f(x) = x$  com a substituição de coordenadas polares. Superfície representada:  $r^2 \cos(\theta)$ .

Ou simplificando

$$\int_0^6 \int_{\frac{y^2}{3}}^{2y} dx dy = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\cos(\theta)}^{2\cos(\theta)} r^2 \cos(\theta) dr d\theta$$

Resolvendo a integral em relação a  $r$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \left[ \frac{1}{3} (2\cos(\theta))^3 - \frac{1}{3} (\cos(\theta))^3 \right] \cos(\theta) d\theta = \frac{1}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (8\cos^4(\theta) - \cos^4(\theta)) \cos(\theta) d\theta$$

Substituindo a  $\cos(\theta) = \frac{1}{\sec(\theta)}$  na  $\frac{1}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (8\cos^4(\theta) - \cos^4(\theta)) \cos(\theta) d\theta$  obtemos:

$$\frac{1}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} (8\cos^4(\theta) - \cos^4(\theta)) \cot(\theta) \csc^2(\theta) d\theta$$

Integrando por substituição simples temos:

$$\frac{1}{3} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} u du = \frac{1}{6} u^2$$

$$\frac{1}{6} u^2 = \frac{1}{6} \cot^2(\theta) \csc^2(\theta)$$

$$u = \cot(\theta) \quad du = -\csc^2(\theta) d\theta$$

Substituindo  $(u, du)$  na integral:

$$\frac{1}{6} \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cot^2(\theta) \csc^2(\theta) d\theta = \frac{1}{6} \left[ -\cot^3(\theta) \right]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{1}{6} \left[ -\cot^3\left(\frac{\pi}{2}\right) - \left(-\cot^3\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \right]$$

$$= \frac{1}{6} (0 + 1) = \frac{1}{6}$$

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \int_{\cos(\theta)}^{2\cos(\theta)} r^2 \cos(\theta) dr d\theta = 36$$

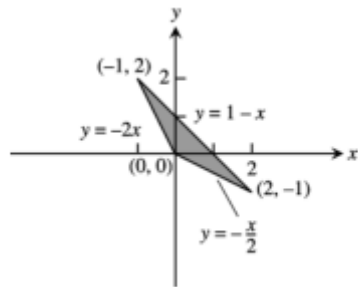
A resposta correta é: 36.

Questão 4

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a área da região ilustrada na figura abaixo.



Resposta: 1,5



Solução:

Precisamos resolver a integral  $\int_{-1}^0 \int_{-2x}^{1-x} dy dx + \int_0^2 \int_{-\frac{x}{2}}^{1-x} dy dx$ .

Vamos integrar os dois sistemas em relação a  $y$  de forma separada.

Primeira parte:

$$\int_{-1}^0 \left[ \left( 1-x \right) - \left( -2x \right) \right] dx$$

Segunda parte:

$$\int_0^2 \left[ \left( 1-x \right) - \left( -\frac{x}{2} \right) \right] dx$$

Agora vamos integrar em relação a  $x$ :

Somamos as duas:

$$\int_{-1}^0 \left[ \left( 1-x \right) - \left( -2x \right) \right] dx + \int_0^2 \left[ \left( 1-x \right) - \left( -\frac{x}{2} \right) \right] dx$$

$$= \int_{-1}^0 (1+x) dx + \int_0^2 \left( x - \frac{x^2}{2} \right) dx$$

$$= \left[ x + \frac{x^2}{2} \right]_{-1}^0 + \left[ \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6} \right]_0^2$$

Substituindo os valores dos intervalos:

$$= \left( 0 + \frac{1}{2} \right) - \left( -1 + \frac{1}{2} \right) + \left( 2 - \frac{8}{6} \right) - 0$$

$$= 1 - \frac{1}{2} + 1 - \frac{4}{3}$$

$$= 2 - \frac{1}{2} - \frac{4}{3}$$

$$= \frac{3}{2}$$

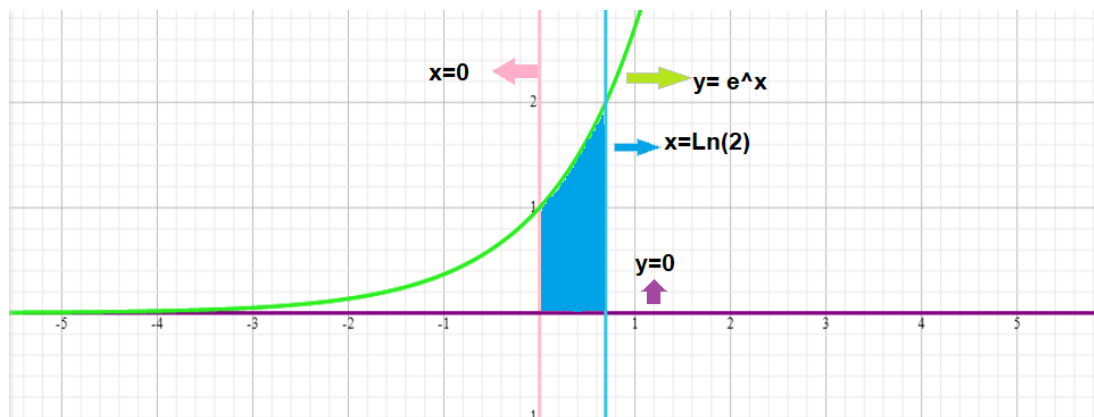
A resposta correta é: 1,5.

Questão 5

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a área da região em azul na figura abaixo:



A curva  $(y = e^x)$  e as retas  $(y = 0)$ ,  $(x = 0)$  e  $(x = \ln 2)$ .

Resposta: 1



Passo 2: Expressar a área da região como uma integral dupla iterada e calcule a integral.

$$A = \int_0^{\ln(2)} \int_0^{e^x} dy dx$$

$$A = \left[ y \right]_0^{e^x} \Big|_0^{\ln(2)}$$

$$A = e^x \Big|_0^{\ln(2)}$$

$$A = \int_0^{\ln(2)} e^x dx$$

$$A = \left[ e^x \right]_0^{\ln(2)}$$

$$A = 1$$

A resposta correta é: 1.



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ  
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

## Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

## Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará

☎ Telefone: (88) 3613-2603

✉ E-mail:

Social

