

16.1 Integrais de Caminho

Encontre a integral de linha de $f(x, y, z) = x + y + z$ sobre o segmento de reta de $(1, 2, 3)$ a $(0, -1, 1)$.

A sua resposta :

$$3\sqrt{14}$$

Retorno:

Resposta:

Para iniciarmos, temos que definir os segmentos de reta como \vec{r}_0 e \vec{r}_1 para ser feita a parametrização, logo:

$$\vec{r}_0 = (0, -1, 1) ; \vec{r}_1 = (1, 2, 3).$$

Com \vec{r}_0 e \vec{r}_1 definidos, podemos então parametrizar eles para descobrir os valores de x , y e z .

$$\vec{r}(t) = (1-t)\vec{r}_0 + t\vec{r}_1$$

$$\langle x, y, z \rangle = (1-t)\langle 0, -1, 1 \rangle + t\langle 1, 2, 3 \rangle$$

$$\langle x, y, z \rangle = \langle 0, -1+t, 1-t \rangle + \langle t, 2t, 3t \rangle$$

$$\langle x, y, z \rangle = \langle t, -1+3t, 1+2t \rangle.$$

Com isso, obtemos os valores de x , y e z :

$$x = t,$$

$$y = -1 + 3t,$$

$$z = 1 + 2t.$$

Essa é a integral que vamos utilizar para encontrar a integral de linha utilizada para resolver a questão:

$$\int_a^b f(x(t), y(t), z(t)) \|\vec{v}\| dt.$$

Agora com a integral definida, vamos começar calculando o módulo do vetor velocidade, que é definido por:

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

Partindo para a resolução, primeiro obtemos os valores de $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ e $\frac{dz}{dt}$.

$$\frac{dx}{dt} = 1, \quad \frac{dy}{dt} = 3 \text{ e } \frac{dz}{dt} = 2$$

Com os valores em mãos, podemos substituí-los e encontrar o valor do módulo do vetor velocidade.

$$\|\vec{v}\| = \sqrt{1^2 + 3^2 + 2^2}$$

$$= \sqrt{14}.$$

Concluindo, com o módulo do vetor velocidade definido podemos fazer a integral para solucionar a questão.

$$\int_0^1 (t + (-1 + 3t) + (1 + 2t)) \sqrt{14} dt$$

$$\int_0^1 6t \sqrt{14} dt$$

$$3t^2 \sqrt{14} \Big|_0^1$$

$$= 3\sqrt{14}.$$

Continuar

◀ Teste de revisão 6

Seguir para...

16.2 Trabalho, circulação e fluxo ►



UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ

O universal pelo regional.

Informação

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estandislaú Frota, 563 - Bloco I - Centro - Campus de Sobral - Mucambinho - CEP 62010-560 - Sobral - CE

[Resumo de retenção de dados](#)