Iniciado em	domingo, 18 jun. 2023, 20:38
Estado	Finalizada
Concluída em	domingo, 18 jun. 2023, 20:39
Tempo empregado	1 minuto 5 segundos
Notas	4,00/6,00
Avaliar	**6,67** de um máximo de 10,00(**66,67**%)

Questão **1**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Mostre que a forma diferencial na integral $\int_{(2,3,-6)}^{(0,0,0)} 2x\,dx + 2y\,dy + 2z\,dz$ é exata. Em seguida, calcule a integral.

Resposta: 2 ✖

SOLUÇÃO:

- Como $\vec{\mathbf{F}}(x,y,z) = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ e que $\frac{\partial P}{\partial y} = 0 = \frac{\partial N}{\partial z}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$. Portanto, concluímos que $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ é exata.

- Temos que:

= $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + g(y,z)$

- Calculando $g(y,z)$

= $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} = 2y$. Assim, $g(y,z) = y^2 + h(z)$.

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + h(z)$.

- Calculando $h(z)$

$\frac{\partial f}{\partial z} = h'(z) = 2z$

Logo, $\int h'(z)\,dz \Rightarrow h(z) = z^2 + C$

Assim, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + C$

A resposta correta é: -49

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x - y)\,\mathbf{i} + (y - x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta: -9 ✖

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$\frac{\partial M}{\partial x} = 1$; $\frac{\partial N}{\partial y} = 1$; $\frac{\partial M}{\partial y} = -1$; $\frac{\partial N}{\partial x} = -1$

Fluxo:

$$\iint_R \left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}\right)\,dxdy$$

$$= \iint_R 2\,dxdy$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 2\,dxdy$$

$$= \int_0^1 2\,dx = 2$$

$$= \int_0^1 2\,dy$$

$$= 2$$

A resposta correta é: 2

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Qual o plano tangente ao cilindro circular $\vec{\mathbf{r}}(\theta, z) = (3\ \sin\ 2\theta)\mathbf{i} + (6\ \sin^2\ \theta)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, onde $0 \le \theta \le \pi$, no ponto $P_0(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}, 0)$ que corresponde a $(\theta, z) = (\frac{\pi}{3}, 0)$?

Escolha uma opção:

- a. $\sqrt{3}x + y = 3$
- b. $-\sqrt{3}x + y = 9$
- c. $\sqrt{3}x - y = 3$
- d. $\sqrt{3}x + y = 9$ ✔
- e. $-\sqrt{3}x - y = 3$

Sua resposta está correta.

Parametrização: $\vec{\mathbf{r}}(\theta, z) = (3\ \sin\ 2\theta)\mathbf{i} + (6\ \sin^2\ \theta)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ em $P_0 = (\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}, 0) \Rightarrow 0 = \frac{\pi}{3}$ e $z = 0$

Então:

$\vec{\mathbf{r}}_\theta = (6\ \cos 2\theta)\mathbf{i} + (12 \sin\theta \cos\theta)\mathbf{j}$

$= -3\mathbf{i} + 3\sqrt{3}\mathbf{j}$ e $\vec{\mathbf{r}}_z = \mathbf{k}$ em P_0

$$\Rightarrow \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_z = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -3 & 3\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 3\sqrt{3}\mathbf{i} + 3\mathbf{j}.$$

O plano tangente é:

$$(3\sqrt{3}i + 3\mathbf{j}) \cdot \left[\left(x - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\mathbf{i} + \left(y - \frac{9}{2}\right)\mathbf{j} + (z - 0)\mathbf{k}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x + y = 9.$$

A resposta correta é: $\sqrt{3}x + y = 9$

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Qual o fluxo $\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$ do campo $\vec{\mathbf{F}} = 2xy\mathbf{i} + 2yz\mathbf{j} + 2xz\mathbf{k}$ através da porção do plano $x + y + z = 2a$ que está acima do quadrado $0 \leq x \leq a,\ 0 \leq y \leq a$, no plano xy.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{13a^4}{7}$
- b. $\frac{11a^4}{6}$
- c. $\frac{19a^4}{7}$
- d. $\frac{13a^4}{6}$ ✔
- e. $\frac{17a^4}{6}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para esse exercicio utilizaremos a equação do fluxo dada por:

$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$, onde $\vec{\mathbf{n}} = \frac{\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y}{\|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|}$ e $d\sigma = \|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|\ dy\, dx.$

Como foi dado a variação de x e y descobriremos uma função de $f(x,y)$ dada pela equação $x + y + z = 2a$ onde:

$$x = x$$

$$y = y$$

$$z = (2a - x - y)$$

Assim $f(x,y) = (x)\mathbf{i} + (y)\mathbf{j} + (2a - x - y)\mathbf{k}$. Sabendo que:

$$\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \mathbf{k} + \mathbf{j} + \mathbf{i}$$

Substituindo os dados na equação do fluxo obtemos:

$$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y}{\|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|} \|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|\ dy\, dx$$

$$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot (\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y)\, dy\, dx = \int_0^a \int_0^a (2xy\mathbf{i} + 2yz\mathbf{j} + 2xz\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})\, dy\, dx$$

Substituindo o valor de z na integral

$$\int_0^a \int_0^a [(2xy + 2y(2a - x - y) + 2x(2a - x - y)]\, dy\, dx$$

$$= \int_0^a \int_0^a (4ay - 2y^2 + 4ax - 2x^2 - 2xy)\, dy\, dx$$

$$= \int_0^a \left(\frac{4ay^2}{2} - \frac{2y^3}{3} + 4ax - 2x^2 - \frac{2xy^2}{2} \right) \Big|_0^a dx$$

$$= \int_0^a \left(\frac{4a^3}{3} + 3a^2x - 2ax^2 \right)\, dx$$

$$= \left(\frac{4a^3x}{3} + \frac{3a^2x^2}{2} - \frac{2ax^3}{3}\right)\Big|_0^a$$

$$= \left(\frac{4a^4}{3} + \frac{3a^4}{2} - \frac{2a^4}{3}\right)$$

$$= \frac{13a^4}{6}$$

A resposta correta é: $\frac{13a^4}{6}$

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2 + z^2)\mathbf{i} + (x^2 + z^2)\mathbf{j} + (x^2 + y^2)\mathbf{k}$, onde C é a borda do triângulo cortado do plano $x + y + z = 1$ pelo primeiro octante, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 3
- b. 4
- c. 1
- d. 0 ✔
- e. 2

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional:

$\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2 + z^2 & x^2 + z^2 & x^2 + y^2 \end{vmatrix} = (2y - 2z)\mathbf{i} + (2z - 2x)\mathbf{j} + (2x - 2y)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{3}}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \frac{2y-2z+2z-2x+2x-2y}{\sqrt{3}} = 0$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_S 0 d\sigma = 0$.

A resposta correta é:
0

Questão **6**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera espessa $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,(x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$, D: A região $1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 2$.

a. 14π

b. 12π ✔

c. 13π

d. 10π

e. 11π

Sua resposta está correta.

Solução: Temos $\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, fazemos:

$\frac{\partial\rho}{\partial x} = \frac{x}{\rho}, \frac{\partial\rho}{\partial y} = \frac{y}{\rho}, \frac{\partial\rho}{\partial z} = \frac{z}{\rho}$. Dando continuidade

$\frac{\partial}{\partial x}(\rho x)$ = $\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) x + \rho$= $\frac{x^2}{\rho} + \rho$, $\frac{\partial}{\partial y}(\rho y)$=$\left(\frac{\partial\rho}{\partial x}\right) y + \rho$=$\frac{y^2}{\rho} + \rho$, $\frac{\partial}{\partial z}(\rho z)$=$\left(\frac{\partial\rho}{\partial z}\right) z + \rho$=$\frac{z^2}{\rho} + \rho$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = \frac{x^2+y^2+z^2}{\rho} + 3\rho = 4\rho$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int_D \int 4\rho\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_1^{\sqrt{2}}(4\rho)\,(\rho^2\ \sin\ \phi)\,d\rho\,d\phi\,d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3\sin\ \phi\,d\phi\,d\theta = \int_0^{2\pi} 6\,d\theta = 12\pi$

A resposta correta é:
12π