Álgebra Linear
Aula 4

Josefran de Oliveira Bastos

Universidade Federal do Ceará

A atividade deverá ser entregue em um prazo de no máximo 20 min após início da aula.
Lembrando que m_i é o i-ésimo dígito a partir da esquerda da sua matrícula.

Atividade 03

Considere a matriz a seguir

$$A = \begin{bmatrix} m_1 & 9 & 1 \\ m_3 & 1 & 9 \\ m_5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

1. Determine a transposta de A.
2. Determine o traço de A.
3. A matriz $\begin{bmatrix} m_1 & 9 \\ m_3 & 9 \end{bmatrix}$ é submatriz de A?
4. Se C é uma matriz de tamanho 3×2, é possível realizar o produto AC? E quanto a CA?

A atividade deverá ser entregue em um prazo de no máximo 20 min após início da aula.

Atividade 03 - Gabarito

Considere a matriz a seguir

$$A = \begin{bmatrix} m_1 & 9 & 1 \\ m_3 & 1 & 9 \\ m_5 & 2 & 6 \end{bmatrix}$$

1. $A^T = \begin{bmatrix} m_1 & m_3 & m_5 \\ 9 & 1 & 2 \\ 1 & 9 & 6 \end{bmatrix}$.
2. $\mathrm{Tr}(A) = m_1 + 7$.
3. Não.
4. É possível SIM realizar AC. Por outro lado, devido incompatibilidade de tamanho, CA NÃO é possível.

Sejam α, β e γ números reais. Temos que

Sejam α, β e γ números reais. Temos que

1. $\alpha + \beta = \beta + \alpha$;

Sejam α, β e γ números reais. Temos que

1. $\alpha + \beta = \beta + \alpha$;
2. $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$;

Sejam α, β e γ números reais. Temos que

1. $\alpha + \beta = \beta + \alpha$;
2. $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$;
3. $\alpha\beta = \beta\alpha$;

Sejam α, β e γ números reais. Temos que

1. $\alpha + \beta = \beta + \alpha$;
2. $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$;
3. $\alpha\beta = \beta\alpha$;
4. $(\alpha\beta)\gamma = \alpha(\beta\gamma)$;

Sejam α, β e γ números reais. Temos que

1. $\alpha + \beta = \beta + \alpha$;
2. $(\alpha + \beta) + \gamma = \alpha + (\beta + \gamma)$;
3. $\alpha\beta = \beta\alpha$;
4. $(\alpha\beta)\gamma = \alpha(\beta\gamma)$;
5. $\alpha(\beta + \gamma) = \alpha\beta + \alpha\gamma$;

Teorema

Suponha que as matrizes abaixo sejam tais que as operações indicadas possam ser efetuadas. Temos,

Teorema

Suponha que as matrizes abaixo sejam tais que as operações indicadas possam ser efetuadas. Temos,

1. $A + B = B + A$;

Teorema

Suponha que as matrizes abaixo sejam tais que as operações indicadas possam ser efetuadas. Temos,

1. $A + B = B + A$;
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$;

Teorema

Suponha que as matrizes abaixo sejam tais que as operações indicadas possam ser efetuadas. Temos,

1. $A + B = B + A$;
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$;
3. $A(BC) = (AB)C$;

Teorema

Suponha que as matrizes abaixo sejam tais que as operações indicadas possam ser efetuadas. Temos,

1. $A + B = B + A$;
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$;
3. $A(BC) = (AB)C$;
4. $A(B + C) = AB + AC$;

Teorema

Suponha que as matrizes abaixo sejam tais que as operações indicadas possam ser efetuadas. Temos,

1. $A + B = B + A$;
2. $(A + B) + C = A + (B + C)$;
3. $A(BC) = (AB)C$;
4. $A(B + C) = AB + AC$;
5. $(B + C)A = BA + CA$;

De volta aos números reais...

De volta aos números reais...

- $0 + \alpha = \alpha$;

De volta aos números reais...

- $0 + \alpha = \alpha$;

Enquanto nas matrizes...

- $0 + A = A$

De volta aos números reais...

De volta aos números reais...

- $1 \cdot \alpha = \alpha$;

De volta aos números reais...

- $1 \cdot \alpha = \alpha$;

Enquanto nas matrizes...

- I A = A

De volta aos números reais...

De volta aos números reais...

- $\beta \cdot \alpha = \alpha \cdot \beta$;

De volta aos números reais...

- $\beta \cdot \alpha = \alpha \cdot \beta$;

Enquanto nas matrizes...Nem sempre é verdade.

Relembrando...

Relembrando...

- A matriz identidade I_n é uma matriz quadrada tal que $(I_n)_{ij} = 0$ se $i \neq j$ e $(I_n)_{ii} = 1$ para todo $i \in [n]$;

Relembrando...

- A matriz identidade I_n é uma matriz quadrada tal que $(I_n)_{ij} = 0$ se $i \neq j$ e $(I_n)_{ii} = 1$ para todo $i \in [n]$;
- A matriz nula 0 de tamanho $m \times n$ é tal que toda entrada de 0 é 0.

Relembrando...

- A matriz identidade I_n é uma matriz quadrada tal que $(I_n)_{ij} = 0$ se $i \neq j$ e $(I_n)_{ii} = 1$ para todo $i \in [n]$;
- A matriz nula 0 de tamanho $m \times n$ é tal que toda entrada de 0 é 0.

Teorema (1.4.3)

Se R é a forma escalonada reduzida de uma matriz A de tamanho $n \times n$ então ou R tem uma linha de zeros ou $R = I_n$.

Propriedades de Matriz 0

Seja c um escalar e suponha que os tamanhos das matrizes abaixo sejam de tal forma que as operações possam ser efetuadas.

Propriedades de Matriz 0

Seja c um escalar e suponha que os tamanhos das matrizes abaixo sejam de tal forma que as operações possam ser efetuadas.

1. $A \pm 0 = 0 \pm A = A$;

Propriedades de Matriz 0

Seja c um escalar e suponha que os tamanhos das matrizes abaixo sejam de tal forma que as operações possam ser efetuadas.

1. $A \pm 0 = 0 \pm A = A$;
2. $A - A = A + (-A) = 0$;

Propriedades de Matriz 0

Seja c um escalar e suponha que os tamanhos das matrizes abaixo sejam de tal forma que as operações possam ser efetuadas.

1. $A \pm 0 = 0 \pm A = A$;
2. $A - A = A + (-A) = 0$;
3. $0A = 0$;

Propriedades de Matriz 0

Seja c um escalar e suponha que os tamanhos das matrizes abaixo sejam de tal forma que as operações possam ser efetuadas.

1. $A \pm 0 = 0 \pm A = A$;
2. $A - A = A + (-A) = 0$;
3. $0A = 0$;
4. Se $cA = 0$ então ou $c = 0$ ou $A = 0$.

Pergunta 1

Sejam A e B matrizes tais que o produto AB possa ser efetuado. Se $AB = 0$, é correto afirmar que ou $A = 0$ ou $B = 0$?

Pergunta 1

Sejam A e B matrizes tais que o produto AB possa ser efetuado. Se $AB = 0$, é correto afirmar que ou $A = 0$ ou $B = 0$?

Resposta: Não.

Pergunta 2

Sejam A,B e C matrizes tais que os produtos AB e AC possam ser efetuados. Se $AB = AC$ é correto afirmar que $B = C$?

Pergunta 2

Sejam A,B e C matrizes tais que os produtos AB e AC possam ser efetuados. Se $AB = AC$ é correto afirmar que $B = C$?

Resposta: Não.

Matriz Inversa

Uma matriz inversa de uma matriz quadrada A de tamanho $n \times n$ é uma matriz B tal que $AB = BA = I_n$.

Matriz Inversa

Uma matriz inversa de uma matriz quadrada A de tamanho $n \times n$ é uma matriz B tal que $AB = BA = I_n$.

- **Existência:** Nem toda matriz é invertível.

Matriz Inversa

Uma matriz inversa de uma matriz quadrada A de tamanho $n \times n$ é uma matriz B tal que $AB = BA = I_n$.

- **Existência:** Nem toda matriz é invertível.
- **Notação:** Se existir, denotamos por A^{-1} a matriz inversa de A;

Matriz Inversa

Uma matriz inversa de uma matriz quadrada A de tamanho $n \times n$ é uma matriz B tal que $AB = BA = I_n$.

- **Existência:** Nem toda matriz é invertível.
- **Notação:** Se existir, denotamos por A^{-1} a matriz inversa de A;
- **Mais notação:** Se a matriz A é não invertível dizemos que A é *singular*;

Teorema 1.4.4 - Unicidade da Matriz Invertível

Se A é uma matriz invertível então A^{-1} é única.

Inversa Matriz 2×2