Lista 01

Probabilidade e Estatística

Alanna Maria Machado Alves Paiva

421942

01

1) A soma dos desvios em relação a media é zero para qualquer amostra

Atribuindo os valores 2, 5, 8, 11, 14 como exemplo, temos que a media aritmética é $\bar{X} = \frac{2+5+8+11+14}{5} = 40/5 = 8$

A soma algebrica dos desvios para a aritmética é $\sum(x_i - \bar{x})$

$$\sum(x_i - 8) = (2-8) + (5-8) + (8-8) + (11-8) + (14-8)$$

$= 0$, pois, Soma $= (a_1 + a_2 + .. a_n) - n x \cdot \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + .. a_n)$
$= 0$

logo, a soma dos desvios em relação a media é sempre zero.

3) Atribuindo $m_1 = \frac{M_1}{x_1}$, $m_2 = \frac{M_2}{x_2}$ e $m_k = \frac{M_k}{x_k}$, temos que, $\bar{X} = \frac{M_1 + M_2 + M_k}{x_1 + x_2 + x_k}$,

como $M_1 = x_1 m_1$, $M_2 = x_2 m_2$ e $M_k = x_k m_k$, temos:

$$\bar{X} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_k \cdot x_k}{x_1 + x_2 + x_3}$$

②

notas	X	f (alunos)
50 ⊢ 54	53	1
54 ⊢ 58	57	1
58 ⊢ 62	59; 60; 60; 60; 61; 61	6
62 ⊢ 66	62; 62; 62; 62; 63; 63; 65; 65; 65;	9
66 ⊢ 70	66; 67; 67; 68; 68; 68; 69	7
70 ⊢ 74	71; 71; 71; 72; 72; 73; 73; 73; 73	9
74 ⊢ 78	74; 74; 74; 75; 75; 75; 75; 75; 75; 75; 75; 76; 76; 76; 76; 77; 77	16
78 ⊢ 82	78; 78; 78; 78; 78; 79; 79; 79; 80; 81	10
82 ⊢ 86	82; 82; 83; 84; 85; 85; 85	7
86 ⊢ 90	86; 87; 88; 88; 88; 89	6
90 ⊢ 94	90; 93; 93	3
94 ⊢ 98	94; 95; 95; 96; 97	5

a) Maior nota: 97 ; Menor nota: 53

b) Média Aritmética : $\frac{1}{n}\sum_{1}^{n} x_i$

$$(53+57+59+(60\cdot2)+(61\cdot2)+(62\cdot4)+(63\cdot2)+(65\cdot3)+66+(67\cdot2)+(68\cdot3)+69+(71\cdot3)+(72\cdot2)+$$
$$+(73\cdot4)+(74\cdot3)+(75\cdot7)+(76\cdot4)+(77\cdot2)+(78\cdot5)+(79\cdot3)+80+81+(82\cdot2)+83+84+$$
$$+(85\cdot3)+86+87+(88\cdot3)+89+90+(93\cdot2)+94+(95\cdot2)+96+97 = 6021$$

$$M = \frac{6021}{80} = 75{,}2625$$

Media ponderada: $(54+50)/_2 \cdot 1 + (58+54)/_2 \cdot 1 + (62+58)/_2 \cdot 6 + (66+62)/_2 \cdot 9 + (70+66)/_2 \cdot 7 +$
$(74+70)/_2 \cdot 9 + (78+74)/_2 \cdot 16 + (82+78)/_2 \cdot 10 \ (86+82)/_2 \cdot 7 + (90+86)/_2 \cdot 6 + (94+90)/_2 \cdot 3 +$
$+ (98+94)/_2 \cdot 5 = \frac{6056}{80} = 75{,}7$

c) Mediana:

$$Me \begin{cases} X_{(n+1)/2}, & \text{se } n = 2k+1 \\ \dfrac{X_{n/2} + X_{(n+2)/2}}{2}, & \text{se } n = 2k \end{cases}$$

$n = 80$, par

$$Me = \frac{X\left(\frac{80}{2}\right) + X\left(\frac{82}{2}\right)}{2} = \frac{X_{40} + X_{41}}{2}$$

$$= (75+75)/_2 = 75$$

d) Moda

$\Delta_1 = 18 - 4 = 7$

$\Delta_2 = 16 - 10 = 6$

$L_{INF} = 10$

$C = 78 - 74 = 4$

$$m_o = L_{1mo} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} C_{mo}$$

$$m_o = 10 + \frac{7}{13} \cdot 4$$

$$m_o = 74 + \frac{28}{13} \cong \underline{76,15}$$

e) Variancia

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \left[\sum_{i=1}^{n} F_i \bar{X}_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} F_i \bar{x}_i \right)^2}{n} \right]$$

$$= \frac{1}{80-1} \left[1 \cdot \left(\frac{5+50}{2} \right)^2 + 1 \cdot \left(\frac{50+54}{2} \right)^2 + 6 \cdot \left(\frac{62+58}{2} \right)^2 + 9 \cdot \left(\frac{66+62}{2} \right)^2 + 7 \cdot \left(\frac{70+66}{2} \right)^2 + 9 \cdot \left(\frac{74+70}{2} \right)^2 + 16 \cdot \left(\frac{78+74}{2} \right)^2 + 10 \left(\frac{82+98}{2} \right)^2 + \cdots 5 \cdot \left(\frac{98+94}{2} \right)^2 \right]^2$$

$$= \frac{1}{79} \left[(2704 + 3136 + 21600 + 36864 + 32368 + 46656 + 92416 + 64000 + 49392 + 46464 + 25392 + 46080) \right] - (6056)^2 \cdot \frac{1}{80} = \frac{1}{79} (467072 - 458439,2) = \underline{109,275949}$$

f) Desvio Padrão

$$S = \sqrt{Var(x)} = \sqrt{109,275949} \cong \underline{10,45}$$

(03)

a) Média de ganho por horas

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N} = \frac{(60 \cdot 1000) + (20 \cdot 1300)}{60 + 20} = \underline{10{,}75}$$

b) Sim, o resultado é o mesmo.

Para provar isso, iremos supor que os números n1 e n2 tenham médias M1 e M2, logo,

$$m_1 = \frac{M1}{n1} \quad e \quad m_2 = \frac{M2}{n2}$$

A média de todos números é:

$$\bar{X} = \frac{n1M1 + n2M2}{n1 + n2}$$

$$\bar{X} = \frac{M_1 + M_2}{n1 + n2} = \frac{n1M1 + n2M2}{n1 + n2}$$

c)

Um salário de \$10,75 por hora é considerado típico, visto que, a maioria ganha em torno de R\$ 10,00.

$$S^2 = \frac{1}{80} \cdot \left[60 \cdot (10)^2 + 20 \cdot (13)^2 - \frac{60 \cdot 10 + 20 \cdot 13^2}{80} \right]$$

$$= \frac{1}{80} \left[600 + 3980 - \frac{(860)^2}{80} \right] = \frac{1}{80} \left[9380 - 9245 \right]$$

$$= \frac{134}{80} = \underline{1{,}675}$$

(04)

Height	Number of students
60 ⊢ 62	5
63 ⊢ 65	18
66 ⊢ 68	42
69 ⊢ 71	27
72 ⊢ 74	8
TOTAL	100

1) Altura média:

$$fX = (61 \cdot 3) + (64 \cdot 18) + (67 \cdot 42) + (70 \cdot 27) + (73 \cdot 8) = 6745$$

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N} = \frac{6745}{100} = \underline{67{,}45}$$

2) Altura mais frequente

$\Delta_1 = 42 - 18 = 24$

$\Delta_2 = 42 - 27 = 15$

$L_{imo} = 66$

$C_{mo} = 68 - 66 = 2$

$$m_o = L_{imo} + \frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} C_{mo}$$

$$= 66 + \frac{24}{39} \cdot 2 = 66 + \frac{48}{39} \Rightarrow m_o = \underline{67{,}2}$$

3) Mediana

$$Me = \frac{lim_{inf} + \frac{n}{2} - F_{ant\,MO}}{f_{MO}} \times h \Rightarrow Me = 66 + \left(\frac{\frac{100}{2} - (5 + 18)}{42}\right) \cdot 2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow Me = 66 + \left(50 - 22/_{42}\right) \cdot 2 \Rightarrow Me = 66 + 1{,}33 = \underline{67{,}33}$$

4) Variancia

$$S^2 = \frac{\sum (\bar{x} - X_i)^2 \cdot f}{n} = \frac{(67{,}45 - 61) \cdot 5 + (67{,}45 - 64)^2 \cdot 18 + (67{,}45 - 67)^2 \cdot 42 + (67{,}45 - 70)^2 \cdot 27 + (67{,}45 - 73) \cdot 8}{100}$$

$$= \frac{208 + 214{,}2 + 8{,}4 + 175{,}5 + 246{,}4}{100} = \frac{852{,}5}{100} = \underline{8{,}525}$$

5) Desvio Padrão: $\sqrt{\frac{\sum (\bar{X} - X_i)^2 \cdot f}{n}} = \sqrt{8{,}525} = \underline{2{,}92}$

5

50 peças $\rightarrow$ 3 defeituosas
$\searrow$ 47 não defeituosas

a) $\binom{3}{2} = \frac{3!}{2!\,1!} = 3$

$\binom{47}{4} = \frac{47!}{4!\,43!} = 178{,}365$

logo, a quantidade de amostras de tamanho 6 que contém 2 com defeito é:

$3 \cdot 178{,}365 = \underline{535{,}095}$

b) o número total de diferentes subconjuntos de tamanho 6 é:

$\binom{50}{6} = \frac{50!}{6!\,44!} = 15{,}890{,}700$

portanto, a probabilidade que contenha duas peças defeituosas é:

$\frac{535{,}095}{15{,}890{,}700} = \underline{0{,}034}$

6

Contamination	Center	Edge	Total
Low	514	68	582
Hight	112	246	358
Total	626	314	940

1) Seja A o caso de altas concentrações de contaminação, temos:

$P(A) = 358/940 \cong 0{,}38085$

2) Seja C o evento em que está localizado no centro de uma ferramenta de pulverização catódica

$P(C) = 626/940 \cong 0{,}66595$

3) $P(A \cap C) = 112/940 \cong 0{,}11914$

4) $P(A \cup C) = P(A) + P(C) - P(A \cap C)$
$= (358 + 626 - 112)/940$
$\cong \underline{0{,}92765}$

07.

1) 90% de que o 1º estágio sirva.

2) Se o 1º estágio servir, o 2º há 95% de probabilidade de que o segundo também atenda as especificações

Logo, a probabilidade de ambos servirem é:

$P(1) \cdot P(2) = 0{,}9 \cdot 0{,}95 = 0{,}855 = 85{,}5\%$

08

Meninos = H → 3

Meninas = M → 0

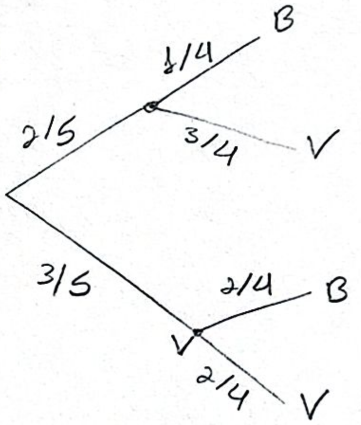
X = nº de H

HHH → 3
HHM → 2
HMH → 2
HMM → 1
MHH → 2
MHM → 1
MMH → 1
MMM → 0

x	P(x)	Resultado
0	1/8	MMM
1	3/8	HMM, MHM, MMH
2	3/8	HMH, HHM, MHH
3	1/8	HHH

$1/8 + 3/8 + 3/8 + 1/8 = 1$ ✓

09



$p(0) = P(X=0) = P(BB) = 1/10$

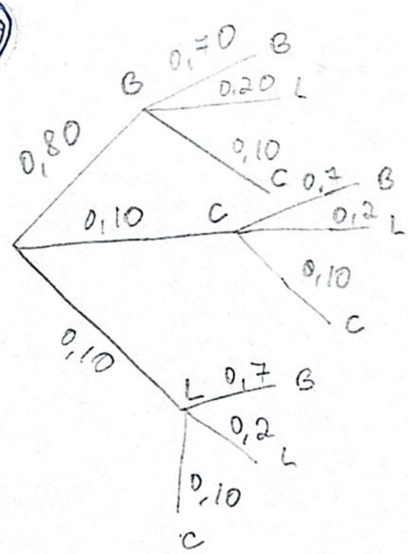
$p(1) = P(X=1) = P(BV \text{ ou } VB) = 6/10$

$p(2) = P(X=2) = P(VV) = 3/10$

Distribuição de prob. v. a

x	p(x)
0	1/10
1	6/10
2	3/10

10



Produto	Prob.
BB	0,56
BL	0,16
BC	0,08
LB	0,07
LL	0,02
LC	0,01
CB	0,07
CL	0,02
CC	0,01

a) $E(x) = \sum_{i=1}^{n} X_i P(x = x_i) =$

$= \sum_{i=1}^{4} X_i P_i = (15 \cdot 0{,}66) + (10 \cdot 0{,}23) + (5 \cdot 0{,}02) +$

$(-5 \cdot 0{,}09) = 9{,}85$

b) $Var(x) = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} [X_i - E(x)]^2}{N}$

$Var(x) = \dfrac{26{,}5225 + 0{,}0225 + 23{,}5225 + 220{,}5225}{25}$

$Var(x) = 270{,}59 / 25 = 10{,}82$

$DP(x) = \sqrt{Var(x)} = \sqrt{10{,}82} \cong 3{,}28$