Álgebra Linear
Aula 21

Josefran de Oliveira Bastos

Universidade Federal do Ceará

Estude o espaço linha e coluna da matriz abaixo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Teorema 4.7.6

Sejam A e B matrizes equivalentes por linha.

1. Um conjunto qualquer de vetores coluna de A é LI se, e só se, o conjunto de vetores correspondentes de B é LI;
2. Um conjunto qualquer de vetores coluna de A forma uma base do espaço coluna de A se, e só se, o conjunto de vetores coluna correspondente de B formam uma base para o espaço coluna de B.

Teorema 4.8.1

Os espaços linhas e coluna de uma matriz tem mesma dimensão.

Posto

A dimensão do espaço linha/coluna da matriz A é chamado de posto do matriz $(\mathrm{pos}(A))$.

Posto

A dimensão do espaço linha/coluna da matriz A é chamado de posto do matriz $(\mathrm{pos}(A))$.

Nulidade

A dimensão do espaço nulo da matriz A é chamado de posto do matriz $(\mathrm{nul}(A))$.

Exemplo

Encontre o posto e a nulidade da matriz abaixo

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Exemplo

Encontre o posto e a nulidade da matriz abaixo

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Teorema 4.8.2 e 4.8.3

Se A for uma matriz com $m \times n$, então

$$\mathrm{pos}(A) + \mathrm{nul}(A) = n.$$

Em particular o sistema $Ax = 0$ terá $\mathrm{pos}(A)$ variáveis lideres na solução geral e $\mathrm{nul}(A)$ parâmetros.

Exemplo

Considere a seguinte matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

É correto afirmar que o sistema $Ax = b$ é consistente para todo vetor b?

Exemplo

Considere a seguinte matriz.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix}.$$

É correto afirmar que o sistema $Ax = b$ possui uma única solução para algum vetor b?

Teorema 4.8.6

Seja A uma matriz $m \times n$. Temos

1. (Caso sobredeterminado) Se $m > n$, então o sistema $Ax = b$ é inconsistente para pelo menos um vetor b em $\mathbb{R}^n$.
2. (Caso subdeterminado) Se $m < n$, então para qualquer vetor b em $\mathbb{R}^n$ temos que o sistema $Ax = b$ ou é inconsistente ou possui infinitas soluções.