



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CAMPUS DE SOBRAL

CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

7.1

Aluno(a): pxi Carlos Silva Gadelha

Matrícula: 389110

Curso: Eng. da Computação

Data: 20/05/2019

2ª AVALIAÇÃO - MÉTODOS NUMÉRICOS

AVISO: SE NECESSÁRIO, UTILIZE UM ERRO $\epsilon=0,005$

1- (5,5 pontos) Resolva os sistemas a seguir utilizando o método que julgar apropriado.

3,8
1,0
a)
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 3x_3 + 7x_4 = 15 \\ 2x_1 + 6x_2 - 7x_3 + x_4 = 12 \\ 3x_1 - 4x_2 + 5x_3 + 6x_4 = 16 \\ 8x_1 - x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 9 \end{cases}$$

2,8
b)
$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 72 \\ 3x_1 + 19x_2 + 4x_3 + 15x_4 = 25 \\ x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 12x_4 = 18 \\ 5x_1 + 33x_2 + 9x_3 + 3x_4 = 8 \end{cases}$$

1,0
c)
$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 25 \\ 3x_1 + 19x_2 + 4x_3 + 15x_4 = 20 \\ x_1 + 4x_2 + 8x_3 - 12x_4 = 32 \\ 5x_1 + 33x_2 + 9x_3 + 3x_4 = 10 \end{cases}$$

2- (2,5 pontos) Resolva o sistema a seguir utilizando um método iterativo.

3,8
1,2
2,0
$$\begin{cases} 4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 12 \\ 9x_1 + 1x_2 + 4x_3 = 15 \\ 2x_1 + 6x_2 + 1x_3 = 20 \end{cases} \quad \left| \begin{array}{ccc|c} 5 & 2 & 4 & \\ 4 & 1 & 9 & \\ 1 & 6 & 2 & \end{array} \right|$$

3- (2,0 pontos) Comente de **forma detalhada** sobre o método iterativo de **Gauss-Seidel**.

• Consiste em transformar o sistema $Ax=b$ em $x=Cx+q$
• Isola os termos da diagonal para encontrar a equação.

• Convergência $\rho_{\max} < 1$

• parâmetro $\rho = \frac{\text{maior valor } \alpha}{\text{maior valor em módulo } K+1}$

mais detalhes da questão 3 está na última folha

$|x_1^2 - x_1| = ?$

$|x_2^2 - x_2| = ?$

$|x_3^2 - x_3| = ?$

maior valor
 $\alpha = 2m$
módulo

for Carlos Silva Cardella - 389110

47. *Alnus* sp. *glabra*

8	1	h	5	9	$x_4 = a, a, b$
5	-4	5	6	16	$x_3 = -a, a, b$
2	6	-7	1	12	$x_2 = -a, b, b, 5$
1	4	-3	7	15	$x_1 = a, b, 7$

I. ite na ciao

111-15-88	59-0	17-54-64	8 = 1m
68-15-14	91-0	17-54-64	5 = 15m
81-15-13	2-0	17-54-64	2 = 12m
51-15-3	4-1	17-54-64	1 = 0m

55. The value of

$2 \times 10 = -2$	1	4	-5	7	15
$m_3 a = -16 / -2$	0	-2	-13	-13	-18
$m_4 a = -33 / -2$	0	0	0	118	89

II. Introduction

$\text{pivot} = 118$
 $m_{43} = 242.5 / 118$
 $L_4 = L_4 - m_{43} \cdot L_3$
 0
 0
 1
 4
 3
 1
 5
 -18
 -15
 -13
 -5
 89
 115

$$97,943 - 47 = 47$$

$$115 = 165'28 + 5 \times 911$$

$$118 \times 3 + 89(2,29) = 115$$

$$-2 \times 2 - 15(-6, 7) - 15(2, 9) = -18$$

$$Shb'O- = r \times t \quad | \quad -1 = t \times b' - b \times b' + r \times r -$$

$$S^1 = (b\tau'x) + (9t'o-) - (5hb'o-)h + 1x$$

$$|S' - S| = 1 \times$$

$$th'g = 1x$$

29

5	33	9	5
1	4	8	21 -
5	19	4	15
1	6	2	4

I → the man who

$$b = 0.170$$

$$G = 1 \text{ cm}$$

$$m_3 = 1$$

$$S = 1 \text{ hr}$$

II. Δ it is a group

$$1 = 0 \wedge d$$

M3d - d

$$E = E_{\text{in}} W$$

[illegible]

[[D. I. Kurov]]

$$Q1 = 0.125$$

$$m_{45} = 23/10 = 2.3$$

$$9x \cdot 5m - h7 = h7$$

8'101-	0	0	0
9t-	01-	0	0
05-	8-	1	0
h	6	9	1

$$\begin{aligned} a &= h \cdot \gamma \\ h &= x \cdot m \end{aligned}$$

$$= 3$$

$$\begin{bmatrix} 5 & 3 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 8 & 13 & 0 \end{bmatrix} = b \quad \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\tau_t = 1$$

$$5. + 2 + 42 = 25 \neq 42 = 25 - 2 + 2 - 191$$

$$y = 20 - 91 = 51 \quad y = 18 - 71 = 91 \quad y = 152 - 101 = 51$$

$$8 = \cancel{6} + \cancel{8} - \cancel{5} + \cancel{7} + (5+2)$$

$$8 = 4h + h'1h - 5t + 09g$$

$$9'56'' - 2 = 9'54''$$

$$9'585 - 2h$$

Para os calculos, foi usada a casas decimais e arredondamento.

2º

Convergencia linha

$$(2 + 5) / 4 = 1,75 > 1 \text{ não converge } L1 \neq L2$$

$$\begin{array}{ccc} 9 & 1 & 4 \end{array}$$

✓ Converge

$$\begin{array}{ccc} 4 & 2 & 5 \end{array}$$

não converge

$$L2 \neq L3$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 6 & 1 \end{array}$$

$$B_1 = 5 / 9 = 0,55$$

$$B_2 = \left(\frac{4 \cdot 5}{9} + 5 \right) = \frac{20 + 45}{9} = 7,22 / 4 > 1$$

$$\begin{array}{ccc} 9 & 1 & 4 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 6 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{ccc} 4 & 2 & 5 \end{array}$$

$$\frac{10}{9} + 1 = \frac{19}{9}$$

$$B_2 = \frac{2 \cdot 5}{9} + 1 = \left(\frac{10}{9} \right) / 6 \approx 0,55 \text{ OK}$$

$$B_3 = 4 \cdot 0,55 + 2(0,35) = 2,9 < 1 \text{ OK}$$

nova matriz

$$\begin{array}{ccc} 9 & 1 & 4 \end{array} = 15$$

$$\begin{array}{ccc} 2 & 6 & 1 \end{array} = 20$$

$$\begin{array}{ccc} 4 & 2 & 5 \end{array} = 12$$

~
Converge

$$9x_1 + 4x_2 + 4x_3 = 15$$

$$2x_1 + 6x_2 + 1x_3 = 20$$

$$4x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 12$$

$$x_1 = (15 - 4x_2 - 4x_3) / 9$$

$$x_2 = (20 - 2x_1 - 1x_3) / 6$$

$$x_3 = (12 - 4x_1 - 5x_2) / 9$$

1ª iteração

x_1 x_2 x_3

$$x_1 = 15/9 - 1/9(0) - 4/9(0) = 15/9 = 1,67$$

$$x_2 = 20/6 - 30/54 - 1/6(0) = 2,78$$

$$x_3 = 2,4 - 0,55 - 0,46 = 1,39$$

2ª iteração

$$x_1 = 1,67 - 1/9(2,78) - 4/9(1,39) = 0,74$$

$$x_2 = 20/6 - 2/6(0,74) - 1/6(1,39) = 2,855$$

$$x_3 = 12/5 - 4/12(0,74) - 1/6(2,855) = 1,6775$$

$$|0,74 - 1,67| = -0,921$$

$$|2,855 - 2,78| = 0,075$$

$$|1,6775 - 1,591| = 0,0875$$

$$d = \frac{0,92}{2,855} = 0,32$$

3ª iteração

$$x_1 = 1,67 - 1/9(2,855) - 4/9(1,6775) = 0,61$$

$$x_2 = 20/6 - 2/6(0,61) - 1/6(1,6775) = 2,85$$

$$x_3 = 12/5 - 4/12(0,61) - 1/6(2,85) = 1,72$$

$$|0,61 - 0,74| = 0,13$$

$$|2,85 - 2,855| = 0,005 \quad \Delta h = \frac{0,13}{2,85} = 0,046$$

$$|1,72 - 1,6775| = 0,0425$$

IVª iteração

$$x_1 = 1,67 - 1/4 (2,85) - 4/9 (1,72) = 0,59$$

$$x_2 = 20/6 - 2/6 (0,59) - 1/6 (1,72) = 2,85$$

$$x_3 = 12/5 - 4/12 (0,59) - 1/6 (2,85) = 1,73$$

$$|0,59 - 0,61| = 0,02$$

$$|2,85 - 2,85| = 0 \quad \Delta h = 0,02 = 7,01 \times 10^{-3}$$

$$|1,73 - 1,72| = 0,01$$

Vª iteração

$$x_1 =$$

$$x_2 =$$

$$x_3 =$$

$$= 0,58$$

$$= 2,85$$

$$= 1,73$$

valores de $x =$

0,58
2,85
1,73

30 Gauss - Seidel

$$Ax = b \Rightarrow Cx + q = x$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$$

$$x_1 = (b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3) / a_{11}$$

$$x_2 = (b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3) / a_{22}$$

$$x_3 = (b_3 - a_{31}x_1 - a_{32}x_2) / a_{33}$$

$$\begin{cases} |x_1^k - x_1| = \\ |x_2^k - x_2| = \\ |x_3^k - x_3| = \end{cases} \text{ maior valor}$$

→ maior valor da iteração k^r
 $dr = \text{maior valor}$
 maior valor $k+1$

$dr < \epsilon$ ou
 critério de parada

O valor de x é calculado em cada iteração, o valor de x , vai modificando. Como podemos perceber na questão 2.

O critério de parada é bem explicado na questão 2 e também a convergência.

$$C = \begin{pmatrix} 0 & -a_{12}/a_{11} & -a_{13}/a_{11} \\ -a_{21}/a_{22} & 0 & -a_{23}/a_{22} \\ -a_{31}/a_{33} & -a_{32}/a_{33} & 0 \end{pmatrix}$$

$$b = \begin{pmatrix} b_1/a_{11} \\ b_2/a_{22} \\ b_3/a_{33} \end{pmatrix}$$

$$\beta_1 = (a_{12} + a_{13}) / a_{11}$$

$$\beta_2 = (a_{21}\beta_1 + a_{23}) / a_{22}$$

$$\beta_3 = (a_{31}\beta_1 + a_{32}\beta_2) / a_{33}$$

$\beta_{\max} < 0$
 converge

$$u = \begin{vmatrix} 1 & 6 & 2 & 4 \\ 0 & 1 & -8 & -30 \\ 0 & 0 & -10 & -76 \\ 0 & 0 & 0 & -101,8 \end{vmatrix} \quad y = \begin{bmatrix} 72 \\ -191 \\ -4 \\ -385,6 \end{bmatrix}$$

-1

$$-101,8 x_4 = -385,6$$

$$x_4 = \frac{-385,6}{-101,8} = 3,79$$

$$-10x_3 - 76x_4 = -4$$

$$x_3 = \frac{-4 + 288,08}{-10} = -28,404$$

$$x_2 - 8x_3 - 30x_4 = -191$$

$$x_2 + 227,232 - 113,7 = -191$$

$$x_2 = -191 - 113,532 = 304,532$$

$$x_1 + 6(304,532) + 2(-28,404) + 4(3,79) = -385,6$$

$$x_1 + 1.827,192 + (-56,808) + 15,16 = -385,6$$

$$x_1 = -385,6 - 1.788,544$$

$$x_1 = -2.171,144$$

$$x = \begin{vmatrix} 2171,144 \\ 304,532 \\ -28,404 \\ 3,79 \end{vmatrix}$$

CV usando L.U

$$\begin{array}{c|ccc|ccc|c} L.U \cdot y = b & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 25 \\ L \cdot x = y & 3 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 \\ L = & 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 32 \\ & 5 & 3 & -2 & 1 & 1 & 0 & 10 \end{array}$$

$$y_1 = 25$$

$$\begin{aligned} 3(25) + y_2 &= 20 \Rightarrow y_2 = 20 - 75 = -55 \\ 25 + 110 + y_3 &= 32 \Rightarrow y_3 = 32 - 135 = -103 \\ 5(25) + 5(-55) - 2(3(-103)) + y_4 &= 10 \\ 125 + (-165) + 236.9 + y_4 &= 10 \\ y_4 &= 10 - 146.9 = -136.9 \end{aligned}$$

$$U = \left[\begin{array}{ccc|ccc|c} 1 & 6 & 2 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -8 & -30 & -10 & -26 & -101.8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -136.9 \end{array} \right] \quad Y = \left[\begin{array}{c} 25 \\ -55 \\ -103 \\ -136.9 \end{array} \right]$$

$$\begin{aligned} -101.8x_4 &= -136.9 \Rightarrow x_4 = -136.9 / -101.8 \approx 1.34 \\ -10x_5 - 76(1.34) &= -103 \\ -10x_5 &= -103 + 101.84 \\ x_5 &= 0.116 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_2 - 8(0.116) - 30(1.34) &= -55 \\ x_2 &= -55 + 0.928 + 40.2 \\ x_2 &= -13.872 \end{aligned}$$

$$x_2 = -13.872$$

$$\begin{aligned} x_1 + 6(-13.872) + 2(0.116) + 4(1.34) &= 25 \\ x_1 + (-83.232) + 0.232 + 5.36 &= 25 \\ x_1 &= 25 - 77.64 = 52.64 \end{aligned}$$

$$X = \left[\begin{array}{c} 52.64 \\ -13.872 \\ 0.116 \\ 1.34 \end{array} \right]$$