Iniciado em	sábado, 10 jun. 2023, 11:38
Estado	Finalizada
Concluída em	sábado, 10 jun. 2023, 11:38
Tempo empregado	16 segundos
Avaliar	**0,00** de um máximo de 10,00(**0**%)

Questão **1**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Qual parametrização do **cilindro parabólico entre planos**, cosiderando a superfície cortada do cilindro parabólico $z = 4 - y^2$ pelos planos $x = 0$, $x = 2$ e $z = 0$?

Escolha uma opção:

a. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = -x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

b. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

c. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

d. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

e. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} - y\mathbf{j} - \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Para iniciarmos, a questão nos dá que a superfície cortada do cilindro parabólico é definida por: $z = 4 - y^2$.

Para prosseguir com a parametrização, podemos deixar o vetor $\vec{\mathbf{r}}$ ser uma função de x e y, logo obtemos:

$\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$.

A seguir, com o vetor $\vec{\mathbf{r}}$ obtido, e com o valor de $z = 0$ dada na questão, podemos substituir na função $z = 4 - y^2$, logo:

$0 = 4 - y^2$

$y^2 = 4$

$y = \sqrt{4}$

$y = -2$ e $y = 2$

Onde $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

Questão **2**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Qual a parametrização de uma faixa esférica, considerando a porção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ entre os planos $z = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $z = \frac{-\sqrt{3}}{2}$?

Escolha uma opção:

- a. $\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq \pi$
- b. $\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} - (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- c. $\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} - (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- d. $\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- e. $\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

Sua resposta está incorreta.

SOLUÇÃO:

- Em coordenadas esférica:

$x = \rho\sin(\phi)\cos(\theta)$

$y = \rho\sin(\phi)\sin(\theta)$

- Sabendo que

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

- Então,

$\rho^2 = 3$

$= \sqrt{3}$

- Logo,

$z = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Para a esfera.

$z = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi = \frac{\pi}{3}$

- Fazendo com o outro z, teremos

$z = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$z = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi = \frac{2\pi}{3}$

- Assim, a parametrização para a superfície dada é:

$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

Questão **3**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Qual o plano tangente ao cilindro circular $\vec{\mathbf{r}}(\theta, z) = (3\ \sin\ 2\theta)\mathbf{i} + (6\ \sin^2\ \theta)\mathbf{j} + z\mathbf{k},$ onde $0 \leq \theta \leq \pi$, no ponto $P_0(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}, 0)$ que corresponde a $(\theta, z) = (\frac{\pi}{3}, 0)$?

Escolha uma opção:

- a. $-\sqrt{3}x + y = 9$
- b. $-\sqrt{3}x - y = 3$
- c. $\sqrt{3}x - y = 3$
- d. $\sqrt{3}x + y = 9$
- e. $\sqrt{3}x + y = 3$

Sua resposta está incorreta.

Parametrização: $\vec{\mathbf{r}}(\theta, z) = (3\ \sin\ 2\theta)\mathbf{i} + (6\ \sin^2\ \theta)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ em $P_0 = (\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}, 0) \Rightarrow 0 = \frac{\pi}{3}$ e $z = 0$

Então:

$\vec{\mathbf{r}}_\theta = (6\ \cos 2\theta)\mathbf{i} + (12 \sin\theta \cos\theta)\mathbf{j}$

$= -3\mathbf{i} + 3\sqrt{3}\mathbf{j}$ e $\vec{\mathbf{r}}_z = \mathbf{k}$ em P_0

$$\Rightarrow \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_z = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -3 & 3\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 3\sqrt{3}\mathbf{i} + 3\mathbf{j}.$$

O plano tangente é:

$$(3\sqrt{3}i + 3\mathbf{j}) \cdot \left[\left(x - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\mathbf{i} + \left(y - \frac{9}{2}\right)\mathbf{j} + (z - 0)\mathbf{k}\right] = 0$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}x + y = 9.$$

A resposta correta é: $\sqrt{3}x + y = 9$

Questão **4**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Qual o fluxo $\iint\limits_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$ do campo $\vec{\mathbf{F}} = xy\mathbf{i} - z\mathbf{k}$ através do cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $0 \leq z \leq 1$.

Obs: o campo está para fora (normal no sentido oposto ao eixo z) atravessando o cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, $0 \leq z \leq 1$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{3\pi}{2}$
- b. $\frac{2\pi}{3}$
- c. $\frac{4\pi}{3}$
- d. $\frac{5\pi}{3}$
- e. $\frac{2\pi}{5}$

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Utilizamos a parametrização $\vec{\mathbf{r}}\,(r,\ \theta) = r\cos(\theta)\mathbf{i} + r\sin(\theta)\mathbf{j} + r\mathbf{k}$, $0 \leq r \leq 1$ e $0 \leq \theta \leq 2\pi$

Temos que:

$$\frac{\partial\vec{\mathbf{r}}}{\partial r} = \cos(\theta)\mathbf{i} + \sin(\theta)\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

$$\frac{\partial\vec{\mathbf{r}}}{\partial \theta} = -r\sin(\theta)\mathbf{i} + r\cos(\theta)\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$$

Agora calculamos o determinante dessas derivadas:

$$\vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -r\sin(\theta) & r\cos(\theta) & 0 \\ \cos(\theta) & \sin(\theta) & 1 \end{vmatrix}$$

$$= r\cos(\theta)\mathbf{i} - r\sin^2(\theta)\mathbf{k} + r\sin(\theta)\mathbf{j} - r\cos^2(\theta)\mathbf{k}$$

$$= r\cos(\theta)\mathbf{i} + r\sin(\theta)\mathbf{j} - r\mathbf{k}$$

Sabendo que o fluxo atravéz da superficie é:

$$\iint\limits_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \iint\limits_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r}{\parallel \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r \parallel} \parallel \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r \parallel d\theta dr$$

Que:

$$\frac{\vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r}{\parallel \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r \parallel} = \vec{\mathbf{n}}$$

E que o campo vetorial é:

$$\vec{\mathbf{F}} = xy\mathbf{i} - z\mathbf{k} = \left(r^2\cos(\theta)\sin(\theta)\right)\mathbf{i} - r\mathbf{k}$$

Calculamos:

$$\parallel \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r \parallel = \sqrt{(r\cos(\theta))^2 + (r\sin(\theta))^2 + (-r)^2}$$

$$= \sqrt{r^2\left(\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)\right) + r^2}$$

$$= r\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r}{\parallel \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r \parallel} \parallel \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r \parallel =$$

$= \left(\frac{r\cos(\theta)}{r\sqrt{2}}\mathbf{i} + \frac{r\sin(\theta)}{r\sqrt{2}}\mathbf{j} - \frac{r}{r\sqrt{2}}\mathbf{k} \right) \left(r\sqrt{2} \right)$

$= r\cos(\theta)\mathbf{i} + r\sin(\theta)\mathbf{j} - r\mathbf{k}$

Sendo assim, calculamos o produto escalar $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} \parallel \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_r \parallel$

$= (r^2\cos(\theta)\sin(\theta),\ 0,\ -r) \cdot (r\cos(\theta),\ r\sin(\theta),\ -r)$

$= r^3\cos^2(\theta)\sin(\theta) + r^2$

Agora calculamos a integral:

$\int_0^{2\pi} \int_0^1 \ \ r^3\cos^2(\theta)\sin(\theta) + r^2 \ drd\theta$

$= \cos^2(\theta)\sin(\theta) \int_0^1 \ r^3 dr + \int_0^1 r^2 dr$

$= \left[\frac{r^3}{3} \right]_0^1 + \cos^2(\theta)\sin(\theta) \left[\frac{r^4}{4} \right]_0^1$

$= \frac{1}{3} + \frac{\cos^2(\theta)\sin(\theta)}{4}$

$\int_0^{2\pi} \frac{1}{3} \ + \frac{\cos^2(\theta)\sin(\theta)}{4} \ d\theta$

$= \int_0^{2\pi} \frac{1}{3} \ d\theta + \int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(\theta)\sin(\theta)}{4} \ d\theta$

Para $\int_0^{2\pi} \frac{\cos^2(\theta)\sin(\theta)}{4} \ d\theta$ precisaremos utilizar uma substituição:

Chamaremos $u = \cos(\theta) \ \Rightarrow \ du = -\sin(\theta) \ d\theta$

$= -\frac{1}{4} \int u^2 \ du$

$= -\frac{1}{4} \left[\frac{u^3}{3} \right] = -\frac{\cos^3(\theta)}{12} + C$

Retomando:

$= \left[\frac{1}{3}\theta \right]_0^{2\pi} + \left[-\frac{\cos^3(\theta)}{12} \right]_0^{2\pi}$

$= \left(\frac{2\pi}{3} - \frac{1}{12} \right) - \left(0 - \frac{1}{12} \right)$

$= \frac{2\pi}{3}$

A resposta correta é: $\frac{2\pi}{3}$

Questão **5**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Integre $G(x, y, z) = x\, y\, z$ sobre a superfície do sólido retangular cortado do primeiro octante pelos planos $x = a$, $y = b$, $z = c$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$
- b. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{5}$
- c. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{2}$
- d. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{3}$
- e. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{6}$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

Como o sólido esta no primeiro octante então a superfície é uma caixa com face em :

$x = a$,$y = b$ e $z = c$

$x = 0$, $y = 0$ e $z = 0$

Para as faces que estão em zero a função $G(x, y, z)$ é igual a zero por isso não precisa calcular, para as outras a integral será:

Para $x = a$:

$G(a, y, z) = ayz$

$$\iint\limits_S G d\sigma = \iint\limits_S ayz\, d\sigma = \int_0^c \int_0^b ayz\, dydz = \frac{ab^2c^2}{4}$$

Para $y = b$:

$G(a, y, z) = xbz$

$$\iint\limits_S G d\sigma = \iint\limits_S xbz\, d\sigma = \int_0^c \int_0^a xbz\, dxdz = \frac{a^2bc^2}{4}$$

Para $z = c$:

$G(a, y, z) = xyc$

$$\iint\limits_S G d\sigma = \iint\limits_S xyc\, d\sigma = \int_0^b \int_0^a xyc\, dxdy = \frac{a^2b^2c}{4}$$

Logo:

$$\iint\limits_S G d\sigma = \int_0^c \int_0^b ayz\, dydz + \int_0^c \int_0^a xbz\, dxdz + \int_0^b \int_0^a xyc\, dxdy$$

$$\iint\limits_S G(x, y, z) d\sigma = \frac{abc(ab + ac + bc)}{4}.$$

A resposta correta é: $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$