Álgebra Linear
Aula 2

Josefran de Oliveira Bastos

Universidade Federal do Ceará

Exemplo

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 2x & - & y & - & 2w & + & 3z & = & 0 \\ -x & + & 2y & - & w & - & 3z & = & 0 \\ x & + & y & + & w & + & 4z & = & 0 \\ 4x & - & 2y & & & + & 10z & = & 0 \end{array}$$

Exemplo

$$\begin{array}{rcrcrcrcl} 2x & - & y & - & 2w & + & 3z & = & 0 \\ -x & + & 2y & - & w & - & 3z & = & 0 \\ x & + & y & + & w & + & 4z & = & 0 \\ 4x & - & 2y & & & + & 10z & = & 0 \end{array}$$

Teorema 1.2.1

Se um sistema homogêneo com n variáveis possuir, na sua matriz escalonada reduzida, r linhas não nulas então o sistema possui $n - r$ variáveis livres.

Exemplo

$$
\begin{array}{rcrcrcrcl}
2x & - & y & - & 2w & + & 3z & = & 0 \\
-x & + & 2y & - & w & - & 3z & = & 0 \\
x & + & y & + & w & + & 4z & = & 0 \\
4x & - & 2y & & & + & 10z & = & 0
\end{array}
$$

Teorema 1.2.1

Se um sistema homogêneo com n variáveis possuir, na sua matriz escalonada reduzida, r linhas não nulas então o sistema possui $n - r$ variáveis livres.

Teorema 1.2.2

Um sistema linear homogêneo com mais variáveis que equações tem uma infinidade de soluções.

Pergunta: Faz diferença a linha que escolhemos no processo para obter a matriz escalonada reduzida?

Pergunta: Faz diferença a linha que escolhemos no processo para obter a matriz escalonada reduzida?

Exemplo

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & - & y & - & 3z & = & 0 \\ -x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ x & + & y & + & 4z & = & 0 \end{array}$$

Pergunta: Faz diferença a linha que escolhemos no processo para obter a matriz escalonada reduzida?

Exemplo

$$\begin{array}{rcrcrcl} 2x & - & y & - & 3z & = & 0 \\ -x & + & 2y & - & 3z & = & 0 \\ x & + & y & + & 4z & = & 0 \end{array}$$

Teorema

A matriz escalonada reduzida de uma matriz A é única.

Exemplo

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & y & - & 3z & = & 7 \\ -x & + & 2y & - & 3z & = & 7 \\ x & + & y & + & 4z & = & -6 \end{array}$$

Exemplo

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & y & - & 3z & = & 7 \\ -x & + & 2y & - & 3z & = & 7 \\ x & + & y & + & 4z & = & -6 \end{array}$$

Retrosubstituição

Consiste em usar os resultados obtidos a partir da última linha até a primeira afim de obter a solução do sistema.

Exemplo

$$\begin{array}{rcrcrcr} 2x & - & y & - & 3z & = & 7 \\ -x & + & 2y & - & 3z & = & 7 \\ x & + & y & + & 4z & = & -6 \end{array}$$

Retrosubstituição

Consiste em usar os resultados obtidos a partir da última linha até a primeira afim de obter a solução do sistema.

Importante

Lembre-se que não é possível armazenar $\frac{1}{3}$ perfeitamente em computadores.

Vamos falar de matrizes.

Vamos falar de matrizes.

- Toda matriz neste curso, salvo exceções claras, possuem entradas reais.

Vamos falar de matrizes.

- Toda matriz neste curso, salvo exceções claras, possuem entradas reais.
- Uma matriz de tamanho $m \times n$ possui m linhas e n colunas;

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

Vamos falar de matrizes.

- Toda matriz neste curso, salvo exceções claras, possuem entradas reais.
- Uma matriz de tamanho $m \times n$ possui m linhas e n colunas;

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

- Matrizes geralmente são denotadas por letras maiúsculas enquanto seus elementos por letras minúsculas.

Vamos falar de matrizes.

Vamos falar de matrizes.

- Duas matrizes são iguais se possuírem o mesmo tamanho e todos os seus respectivos elementos forem iguais.

Matriz Transposta

Considere a seguinte matriz:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

A matriz transposta de A^T de A é definida como

$$A^T = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & \cdots & a_{m1} \\ a_{12} & a_{22} & \cdots & a_{m2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1n} & a_{2n} & \cdots & a_{nm} \end{bmatrix}.$$

Vamos falar de matrizes.

Vamos falar de matrizes.

- A matriz resultante da soma de duas matrizes de mesmo tamanho é obtida pela soma dos elementos correspondentes.

Vamos falar de matrizes.

- A matriz resultante da soma de duas matrizes de mesmo tamanho é obtida pela soma dos elementos correspondentes.

$$\begin{bmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \cdots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \cdots & a_{2n}+b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \cdots & a_{mn}+b_{mn} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

Vamos falar de matrizes.

- A matriz resultante da subtração de duas matrizes de mesmo tamanho é obtida pela subtração dos elementos correspondentes.

$$\begin{bmatrix} a_{11}-b_{11} & a_{12}-b_{12} & \cdots & a_{1n}-b_{1n} \\ a_{21}-b_{21} & a_{22}-b_{22} & \cdots & a_{2n}-b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}-b_{m1} & a_{m2}-b_{m2} & \cdots & a_{mn}-b_{mn} \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \cdots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

Vamos falar de matrizes.

- A matriz resultante produto por escalar.

$$c \cdot \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ca_{11} & ca_{12} & \cdots & ca_{1n} \\ ca_{21} & ca_{22} & \cdots & ca_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ ca_{m1} & ca_{m2} & \cdots & ca_{mn} \end{bmatrix}$$

Sejam A e B matrizes de mesmo tamanho e c uma constante qualquer.

- $$(A+B)_{ij} = (A)_{ij} + (B)_{ij};$$

Sejam A e B matrizes de mesmo tamanho e c uma constante qualquer.

- $$(A+B)_{ij} = (A)_{ij} + (B)_{ij};$$
- $$(A-B)_{ij} = (A)_{ij} - (B)_{ij};$$

Sejam A e B matrizes de mesmo tamanho e c uma constante qualquer.

- $$(A + B)_{ij} = (A)_{ij} + (B)_{ij};$$
- $$(A - B)_{ij} = (A)_{ij} - (B)_{ij};$$
- $$(cA)_{ij} = c(A)_{ij}.$$