Iniciado em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:23
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:24
Tempo empregado	38 segundos
Notas	1,00/6,00
Avaliar	**1,67** de um máximo de 10,00(**16,67**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Mostre que a forma diferencial na integral $\int_{(2,3,-6)}^{(0,0,0)} 2x\,dx + 2y\,dy + 2z\,dz$ é exata. Em seguida, calcule a integral.

Resposta: -49

SOLUÇÃO:

- Como $\vec{\mathbf{F}}(x,y,z) = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ e que $\frac{\partial P}{\partial y} = 0 = \frac{\partial N}{\partial z}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$. Portanto, concluímos que $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ é exata.

- Temos que:

= $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + g(y,z)$

- Calculando $g(y,z)$

= $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} = 2y$. Assim, $g(y,z) = y^2 + h(z)$.

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + h(z)$.

- Calculando $h(z)$

$\frac{\partial f}{\partial z} = h'(z) = 2z$

Logo, $\int h'(z)\,dz \Rightarrow h(z) = z^2 + C$

Assim, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + C$

A resposta correta é: -49

Questão **2**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Use o terema de Green para resolver a integral $\oint_C 6y + xdx + (y+2x)dy$ sobre a circunferência $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Escolha uma opção:

- a. -6π
- b. -12π
- c. -11π
- d. -8π
- e. -16π

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Logo $r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$

Passo 1: Transforma a integral de linha em integral dupla

$$\int_C (6y+x)dx + (y+2x)dy = \iint_C \left(\frac{\rho N}{\rho x}\right) - \left(\frac{\rho M}{\rho y}\right)\, dx\, dy$$

$$\frac{\rho N}{\rho x} = \frac{\rho y + 2x}{\rho x} = 2$$

$$\frac{\rho M}{\rho y} = \frac{\rho 6y + x}{\rho y} = 6$$

$$\oint_C M(8y+x)dx + N(y+2x)dy \iint_R (2-6)\, dx\, dy \Rightarrow \iint_R -4dxdy$$

Usando a área do círculo para concluir a integral temos:

$$\iint_R -4dxdy = -4\pi r^2 = -4\pi(2)^2 = -16\pi$$

A resposta correta é: -16π

Questão **3**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Qual a parametrização do plano $x + y + z = 1$ inclinado dentro de um cilindro $x^2 + y^2 = 9$.

Escolha uma opção:

a. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r \cos\,\theta)\mathbf{i} + (r \sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 + r \cos\,\theta - r \sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

b. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r \cos\,\theta)\mathbf{i} - (r \sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 - r \cos\,\theta - r \sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

c. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r \cos\,\theta)\mathbf{i} - (r \sin\,\theta)\mathbf{j} - (1 - r \cos\,\theta - r \sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

d. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r \cos\,\theta)\mathbf{i} + (r \sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 - r \cos\,\theta - r \sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

e. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r \cos\,\theta)\mathbf{i} + (r \sin\,\theta)\mathbf{j} - (1 - r \cos\,\theta - r \sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

Sua resposta está incorreta.

Solução:

$x + y + z = 1 \Rightarrow z = 1 - x - y$.

Usando coordenadas cilíndricas $x = r \cos\,\theta$ e $y = r \sin\,\theta$, substituindo em z, temos $z = 1 - r \cos\,\theta - r \sin\,\theta$.

Substituindo x, y e z na função de superfície, temos:

$\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r \cos\,\theta)\mathbf{i} + (r \sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 - r \cos\,\theta - r \sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

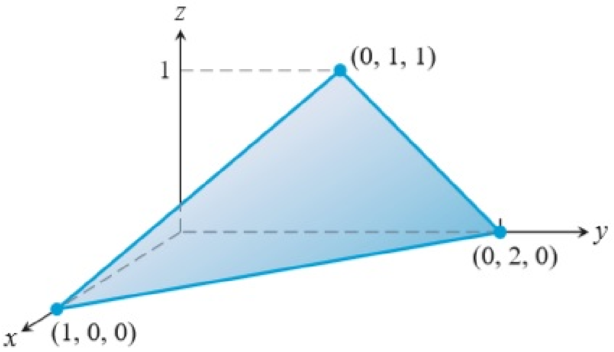
A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r \cos\,\theta)\mathbf{i} + (r \sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 - r \cos\,\theta - r \sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

Questão **4**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Integre $G(x, y, z) = xyz$ sobre a superfície triangular com vértices $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ e $(0, 1, 1)$.



Escolha uma opção:

- a. $\frac{2}{\sqrt{6}}$
- b. $\frac{7}{3\sqrt{6}}$
- c. $\frac{1}{5\sqrt{6}}$
- d. $\frac{7}{5\sqrt{6}}$
- e. $\frac{5}{\sqrt{6}}$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

Para uma superfície S fornecida implicitamente por $F(x, y, z) = c$, onde F é uma função continuamente derivável, com S acima de sua região fechada e limitada R no plano coordenado abaixo dela, a integral de superfície da função contínua G sobre S é fornecida pela integral dupla sobre R:

$$\iint_S G(x, y, z)\, d\sigma = \iint_R G(x, y, z) \frac{|\nabla F|}{|\nabla F \cdot \vec{\mathbf{p}}|}\, dA,$$

onde $\vec{\mathbf{p}}$ é um vetor unitário normal a R e $\nabla F \cdot \vec{\mathbf{p}} \neq 0$

Assim, temos:

$$F(x, y, z) = 2x + y + z = 2\,, \qquad p = k$$

E calculando o gradiente de F, temos:

$\nabla F = 2i + j + k$, onde $|\nabla F| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

e

$|\nabla F \cdot p| = 1$, assim como $d\sigma = \frac{|\nabla F|}{|\nabla F \cdot p|} dA = \frac{\sqrt{6}}{1} = \sqrt{6} dydx$.

Assim, substituindo os valores na integral mostrada anteriormente e calculando esta, obtemos:

$$\Rightarrow \iint_S G d\sigma = \int_0^1 \int_{1-x}^{2-2x} xy(2 - 2x - y)\sqrt{6} dydx = \sqrt{6} \int_0^1 \int_{1-x}^{2-2x} \left(2xy - 2x^2 y - xy^2\right) dydx$$

$$= \sqrt{6} \int_0^1 \left(\frac{2}{3}x - 2x^2 + 2x^3 - \frac{2}{3}x^4\right) dx = \sqrt{6}\left(\frac{1}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{2}{15}\right) = \sqrt{6}\frac{1}{30} = \frac{1}{5\sqrt{6}}$$

A resposta correta é: $\frac{1}{5\sqrt{6}}$

Questão **5**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, onde C é a elipse $4x^2 + y^2 = 4$ no plano xy, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 3π
- b. π
- c. 4π
- d. 0
- e. 2π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2 & 2x & z^2 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + (2-0)\mathbf{k} = 2\mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 2$. Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_S 2\,dA = 2$ (Área da elipse) $= 4\pi$.

A resposta correta é:
4π

Questão **6**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Cunha $\vec{\mathbf{F}} = 2xz\mathbf{i} - xy\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, D: A cunha cortada do primeiro octante pelo plano $y + z = 4$ e pelo cilindro elíptico $4x^2 + y^2 = 16$.

- a. $-\frac{45}{2}$
- b. $\frac{47}{3}$
- c. $-\frac{45}{3}$
- d. $-\frac{47}{3}$
- e. $-\frac{40}{3}$

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(2xz) = 2z, \frac{\partial}{\partial y}(-xy) = -x$, $\frac{\partial}{\partial z}(-z^2) = -2z$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = -x$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int\int_D -x\, dV$

$= \int_0^2 \int_0^{\sqrt{16-4x^2}} \int_0^{4-y} -x\, dz\, dy\, dx$

$= \int_0^2 \int_0^{\sqrt{16-4x^2}} (xy - 4x)\, dy\, dx$

$= \int_0^2 \left[\frac{1}{2}x(16-4x^2) - 4x\sqrt{16-4x^2}\right] dx$

$= \left[4x^2 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}(16-4x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2$

$= -\frac{40}{3}$

A resposta correta é:
$-\frac{40}{3}$