Iniciado em	sexta-feira, 5 mai. 2023, 10:20
Estado	Finalizada
Concluída em	sábado, 6 mai. 2023, 13:23
Tempo empregado	1 dia 3 horas
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral dupla sobre a região R dada:

$\iint\limits_R e^{x-y} dA$, R: $0 \leq x \leq \ln 2,\ 0 \leq y \leq \ln 2$

Resposta: 0,5

Parabéns!

SOLUÇÃO:

- Primeiro calculamos a integral em função de x:

= $\int_0^{\ln 2} e^{x-y} dx$

= $\int_0^{\ln 2} e^{-y}\ e^{x} dx$

= $e^{-y} \int_0^{\ln 2} e^{x} dx$

= $e^{-y}[e^{x}]_0^{\ln 2}$

= e^{-y}

- Agora calculamos a integral do resultado em função de y:

= $\int_0^{\ln 2} e^{-y} dy$

= $- \int_0^{\ln 2} -e^{-y} dy$

= $-[e^{-y}]_0^{\ln 2}$

= $-e^{-\ln 2} + e^{0}$

= $0,5$

- A resposta é $0,5$

A resposta correta é: 0,5

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral $\int_0^\pi \int_0^x x\ sen(y)\ dy\ dx$.

Escolha uma opção:

- a. $-\frac{\pi^2+4}{2}$
- b. $\frac{\pi^2+4}{4}$
- c. -$\frac{\pi^2-4}{2}$
- d. $\frac{\pi^2+4}{2}$
- e. $\frac{\pi^2-4}{2}$

Sua resposta está correta.

Parabéns! Resposta correta.

Utilizando o Teorema de Fubini para a integrais em regiões não retangulares, iremos resolver primeiro a integral em relação a y na função que depende de y, no caso $sen(y)$. Logo:

$$\int_0^x sen(y)\ dy$$

$$= [-cos(x) + cos(0)]$$

$$= 1 - cos(x)$$

Com isso, resolveremos a integral em relação a x da função resultante:

$$\int_0^\pi x(1 - cos(x))\ dx$$

$$= \int_0^\pi (x\ - xcos(x))\ dx$$

$$= \int_0^\pi x\ dx - \int_0^\pi x\ cos(x)\ dx$$

Resolvendo a integral por partes:

$$\int_0^\pi x\ cos(x)\ dx$$

Sabendo que:

$$\int_a^b u\ dv = (u\ v)_a^b - \int_a^b v\ du$$

No caso, tomemos:

$$u = x$$

$$du = dx$$

$$v = sen(x)$$

$$dv = cos(x)$$

Usando a substituição na Integral por partes temos:

$$\int_0^\pi x\ cos(x)\ dx = (x\ sen(x))_0^\pi - \int_0^\pi sen(x)\ dx$$

$$= \left[x\ sen\,(x) - \int sen\,(x)\,dx\right]_0^\pi$$

$$= [x\ sen\,(x) - (-\cos(x))]_0^\pi$$

$$= (0\ -1)\ -(0\ +1)$$

$$= -2$$

Somando esse resultado ao valor da outra integral, $\int_0^\pi x\ dx = \frac{\pi^2}{2}$ temos que o resultado da expressão original é:

$$= \frac{\pi^2}{2} - (-2)$$

$$= \frac{\pi^2}{2} + 2$$

$$= \frac{\pi^2 + 4}{2}$$

A resposta correta é: $\frac{\pi^2+4}{2}$

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Substitua a integral cartesiana por uma integral equivalente em coordenadas polares. Em seguida, calcule a integral polar.

$$\int_{-1}^{0}\int_{-\sqrt{1-x^2}}^{0}\left(\frac{2}{1+\sqrt{x^2+y^2}}\right)dydx$$

Qual o valor da integral?

Escolha uma opção:

- a. $-\pi\left(1+\ln(2)\right)$
- b. $\pi\left(1+\ln(2)\right)$
- c. $\pi\ln(2)$
- d. $-\pi\left(1-\ln(2)\right)$
- e. $\pi\left(1-\ln(2)\right)$ ✔

Sua resposta está correta.

Resposta:

Mudamos o sistema de coordenadas cartesianas para coordenadas polar:

Como $-1\leq x\leq 0$ e $-\sqrt{1-x^2}\leq y\leq 0$

Logo os limites de integração será:

$\pi\leq\theta\leq\frac{3\pi}{2}$ e $0\leq r\leq 1$

Como: $x=r\cos(\theta)$ e $y=r\sin(\theta)$

$x^2+y^2=r^2\cos^2(\theta)+r^2\sin^2(\theta)=r^2\left(\cos^2(\theta)+\sin^2(\theta)\right)=r^2$

Substituímos $dydx$ por $rdrd\theta$:

Logo:

$=\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}}\int_{0}^{1}\left(\frac{2}{1+\sqrt{r^2}}\right)rdrd\theta$

A integral em relação a r fica:

$=\int_{0}^{1}\left(\frac{2}{1+\sqrt{r^2}}\right)rdr$

$=2\int_{0}^{1}\left(\frac{r}{1+r}\right)dr$

Substituindo $u=1+r$:

$=2\int_{1}^{2}\left(\frac{u-1}{u}\right)du$

$=2\int_{1}^{2}\left(1-\frac{1}{u}\right)du$

$=2\left(1-\ln(2)\right)$

Logo, a integral em relação a θ**:**

$=\int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}}2\left(1-\ln(2)\right)d\theta$

$=\left[2\left(1-\ln(2)\right)\theta\right]_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}}$

$=\pi\left(1-\ln(2)\right)$

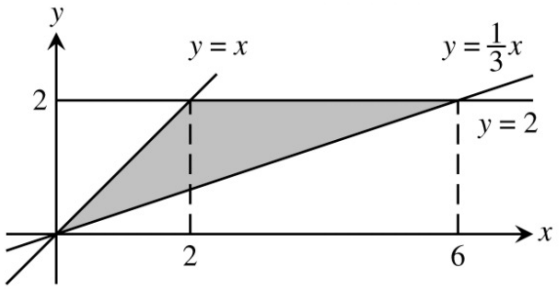
A resposta correta é: $\pi\left(1-\ln(2)\right)$

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a área da região abaixo.



Resposta: 4

SOLUÇÃO:

- A integral dupla envolvendo as retas é: $\int_0^2 \int_y^{3y} \, dx \, dy$. Resolvendo-a, temos:

= $\int_0^2 \int_y^{3y} \, dx \, dy$

= $\int_0^2 [x]_y^{3y} \, dy$

= $\int_0^2 2y \, dy$

= $[y^2]_0^2$

=4

- A área formada pela interseção das retas é 4 unidades quadradas.

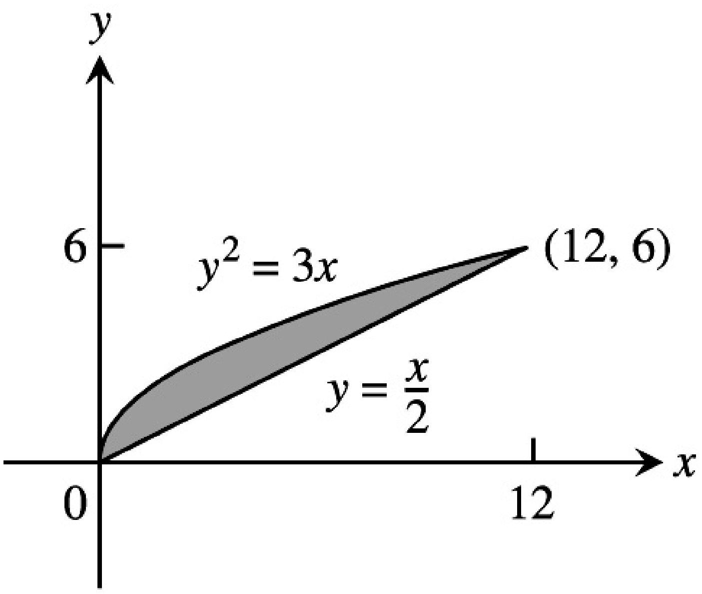
A resposta correta é: 4

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a área da região em cinza na figura abaixo.



Resposta: 12

Resposta:

Precisamos resolver a integral.

$$\int_0^6 \int_{\frac{y^2}{3}}^{2y} dx\, dy$$

Resolvendo a integral de dentro, segundo o teorema de Fubini, temos :

$$\int_{\frac{y^2}{3}}^{2y} dx = 2y - \frac{y^2}{3}$$

Resolvendo a integral de fora

$$\int_0^6 \left(2y - \frac{y^2}{3}\right) dy$$

$$= 2\int_0^6 y\, dy - \frac{1}{3}\int_0^6 y^2\, dy$$

$$= 2\,\frac{6^2}{2} - \frac{1}{3}\,\frac{6^3}{3}$$

$$= 6^2 - \frac{6^3}{9}$$

$$= 36 - 24 = 12$$

A resposta correta é: 12