Francilândio Lima Serafim 472644

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Painel ► SBL0059 ► 10 setembro - 16 setembro ► Teste de revisão

Iniciado em	domingo, 27 Set 2020, 10:29
Estado	Finalizada
Concluída em	domingo, 27 Set 2020, 11:26
Tempo empregado	56 minutos 51 segundos
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre uma função potencial f para o campo $\vec{\mathbf{F}} = e^{y+2z}(\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2x\mathbf{k})$.

Escolha uma:

a. $f(x,y,z) = 3xe^{y+2z} + C$

b. $f(x,y,z) = xe^{y+3z} + C$

c. $f(x,y,z) = xe^{y+2z} + C$ ✓

d. $f(x,y,z) = 2xe^{y+3z} + C$

e. $f(x,y,z) = 2xe^{y+2z} + C$

Sua resposta está correta.

Solução:

A definição de função potencial é:

$$\vec{\mathbf{F}} = \nabla f(x,y,z)$$

Sendo que ∇ é:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

Então, a questão quer que achemos a função f de forma:

$$\vec{\mathbf{F}} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right)$$

logo,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = e^{y+2z} \to f(x,y,z) = xe^{y+2z} + g(y,z) \to \frac{\partial f}{\partial y} = xe^{y+2z} + \frac{\partial g}{\partial y} = xe^{y+2z} \to \frac{\partial g}{\partial y} = 0$$

$$\to f(x,y,z) = xe^{y+2z} + h(z) \to \frac{\partial f}{\partial z} = 2xe^{y+2z} + h'(z) = 2xe^{y+2z}$$

$$\to h'(z) = 0 \to h(z) = c \to f(x,y,z) = xe^{y+2z} + c$$

Resposta: Concluímos que $\vec{\mathbf{F}}$ é um campo vetorial conservativo e que sua função potencial é $f(x,y,z) = xe^{y+2z} + c$.

A resposta correta é: $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + C$

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Mostre que a forma diferencial na integral $\int_{(2,3,-6)}^{(0,0,0)} 2x\,dx + 2y\,dy + 2z\,dz$ é exata. Em seguida, calcule a integral.

Resposta: 49

SOLUÇÃO:

- Como $\vec{\mathbf{F}}(x, y, z) = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ e que $\frac{\partial P}{\partial y} = 0 = \frac{\partial N}{\partial z}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$. Portanto, concluímos que $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ é exata.

- Temos que:

= $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$

Logo, $f(x, y, z) = x^2 + g(y, z)$

- Calculando $g(y, z)$

= $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} = 2y$. Assim, $g(y, z) = y^2 + h(z)$.

Logo, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + h(z)$.

- Calculando $h(z)$

$\frac{\partial f}{\partial z} = h'(z) = 2z$

Logo, $\int h'(z)\,dz \Rightarrow h(z) = z^2 + C$

Assim, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + C$

A resposta correta é: 49.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Aplique o teorema de Green para calcular a integral $\oint\limits_C y^2 dx + x^2 dy$ sobre o triângulo delimitado pelas retas $x = 0, x + y = 1$ e $y = 0$.

Resposta: 0

Resposta:

Para iniciar, sabendo que como M multiplica dx e N multiplica dy, temos:

$M = y^2$ e $N = x^2$.

Para podermos usar o teorema de Green, temos que ter os valores das derivadas de M em função de y e N em função de x, logo:

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$.

A seguir, para utilizar o teorema de Green, temos que fazer a integral das derivadas encontrada, então temos:

$\iint\limits_R (2x - 2y)dydx$.

Para concluir, vamos lembrar que o triângulo é limitado por $x = 0$, $x + y = 1$ e $y = 0$, logo temos que:

$\int_0^1 \int_1^{1-x} (2x - 2y)dydx = \int_0^1 (-3x^2 + 4 - 1)dx$

$\left[-x^3 + 2x^2 - x\right]$

$-1 + 2 - 1$

$= 0$.

A resposta correta é: 0.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Use o terema de Green para resolver a integral $\oint_C 6y + xdx + (y + 2x)dy$ sobre a circunferência $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Escolha uma:

- a. -8π
- b. -16π ✓
- c. -11π
- d. -6π
- e. -12π

Sua resposta está correta.

Resposta:

Logo $r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$

Passo 1: Transforma a integral de linha em integral dupla

$$\int_C (6y + x)dx + (y + 2x)dy = \iint\limits_C \left(\frac{\rho N}{\rho x}\right) - \left(\frac{\rho M}{\rho y}\right) dx\, dy$$

$$\frac{\rho N}{\rho x} = \frac{\rho y + 2x}{\rho x} = 2$$

$$\frac{\rho M}{\rho y} = \frac{\rho 6y + x}{\rho y} = 6$$

$$\oint\limits_C M(8y + x)dx + N(y + 2x)dy \iint\limits_R (2-6)\, dx\, dy \Rightarrow \iint\limits_R -4dxdy$$

Usando a área do círculo para concluir a integral temos:

$$\iint\limits_R -4dxdy = -4\pi r^2 = -4\pi(2)^2 = -16\pi$$

A resposta correta é: -16π

.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x - y)\,\mathbf{i} + (y - x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta: 2 ✓

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = 1; \frac{\partial N}{\partial y} = 1; \frac{\partial M}{\partial y} = -1; \frac{\partial N}{\partial x} = -1$$

Fluxo:

$$\iint\limits_R \left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}\right)\, dxdy$$

$$= \iint\limits_R \ 2\ dxdy$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 \ 2\ dxdy$$

$$= \int_0^1 \ 2\ dx = 2$$

$$= \int_0^1 \ 2\ dy$$

$$= 2$$

A resposta correta é: 2.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral