Iniciado em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:21
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:22
Tempo empregado	1 minuto 6 segundos
Notas	1,00/6,00
Avaliar	**1,67** de um máximo de 10,00(**16,67**%)

Questão **1**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

O campo $\vec{\mathbf{F}} = (z+y)\vec{\mathbf{i}} + z\vec{\mathbf{j}} + (y+x)\vec{\mathbf{k}}$ é conservativo.

Escolha uma opção:

- Verdadeiro
- Falso

Solução:

O teste das componentes para campos conservativos define que um campo

$\vec{\mathbf{F}} = M(x,y,z)\vec{\mathbf{i}} + N(x,y,z)\vec{\mathbf{j}} + P(x,y,z)\vec{\mathbf{k}}$

qualquer é conservativo se, e somente se,

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(N)}{\partial(z)}$, $\frac{\partial(M)}{\partial(z)} = \frac{\partial(P)}{\partial(x)}$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(x)} = \frac{\partial(M)}{\partial(y)}$

Assim, temos que para este caso:

$M(x,y,z) = z+y$

$N(x,y,z) = z$

$P(x,y,z) = y+x$

E fazendo então os testes temos (lembrando que caso uma igualdade do teste seja quebrada já temos que o campo não é conservativo):

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(y+x)}{\partial(y)} = x$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(z)} = \frac{\partial(z)}{\partial(z)} = 1.$

Como a igualdade esperada não foi obtida, já podemos afirmar que $\vec{\mathbf{F}}$ **não é conservativo**.

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}} = 2xy^3\mathbf{i} + 4x^2y^2\mathbf{j}$ para mover uma partícula uma vez em sentido anti-horário ao redor da fronteira da região "triangular" no primeiro quadrante delimitada superiormente pelo eixo x, a reta $x = 1$ e a curva $y = x^3$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{2}{37}$
- b. $\frac{2}{31}$
- c. $\frac{2}{33}$ ✔
- d. $\frac{2}{39}$
- e. $\frac{2}{35}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Sendo $\vec{\mathbf{F}}$ um campo conservativo do tipo $\vec{\mathbf{F}} = M\mathbf{i} + N\mathbf{j}$ de derivadas parciais de primeira ordem contínuas.

$$\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds = \oint_C M dx + N dy = \iint_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right) dx\, dy$$

.

Aplicando o Teorema de Green com a fórmula Circulação Rotacional Tangencial, onde

Onde M corresponde os componentes em $\mathbf{i}$ e N os componentes em $\mathbf{j}$. Assim:

$$M = 2xy^3$$

$$N = 4x^2y^2$$

Para as derivadas parciais teremos:

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 8xy^2$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 6xy^2$$

Da curva C obtemos as variações de x e y onde:

$$0 < x < 1$$

$$0 < y < x^3$$

Substituindo os dados na fórmula de Circulação Rotacional e resolvendo a integral obtemos:

$$\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds = \int_0^1 \int_0^{x^3} 8xy^2 - 6xy^2\, dy\, dx$$

$$= \int_0^1 \int_0^{x^3} 2xy^2\, dy\, dx$$

$$= \int_0^1 \left. \frac{2xy^3}{3} \right|_0^{x^3} dx$$

$$= \int_0^1 \frac{2x(x^3)^3}{3}\, dx$$

$$= \int_0^1 \frac{2x^{10}}{3}\, dx$$

$$= \left. \frac{2x^{11}}{33} \right|_0^1$$

$$= \frac{2}{33}$$

A resposta correta é: $\frac{2}{33}$

Questão **3**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Qual a área da porção do plano $y + 2z = 2$ dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$?

Escolha uma opção:

- a. $\frac{\sqrt{5}\pi}{3}$
- b. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$
- c. $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$
- d. $\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$
- e. $\frac{\sqrt{7}\pi}{2}$

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Podemos usar a parametrização explicita:

$$z = f(x, y) \qquad z = \frac{2-y}{2}$$

Definindo os parâmetros:

$$x = rcos\theta$$

$$y = rsen\theta$$

$$\vec{\mathbf{r}}(r,\theta) = (rcos\theta)\mathbf{i} + (rsen\theta)\mathbf{j} + \left(\frac{2 - rsen\theta}{2}\right)\mathbf{k}$$

$$0 \leq r \leq 1$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

Fazendo a Derivada Parcial de r:

$$\vec{\mathbf{r}}_r = (cos\theta)\mathbf{i} + (sen\theta)\mathbf{j} - \left(\frac{sen\theta}{2}\right)\mathbf{k}$$

Fazendo a Derivada Parcial de θ:

$$\vec{\mathbf{r}}_\theta = (-rsen\theta)\mathbf{i} + (rcos\theta)\mathbf{j} - \left(\frac{rcos\theta}{2}\right)\mathbf{k}$$

Calculando o produto vetorial temos:

$$\vec{\mathbf{r}}_r \times \vec{\mathbf{r}}_\theta = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ cos\theta & sen\theta & -\frac{sen\theta}{2} \\ --rsen\theta & rcos\theta & -\frac{rcos\theta}{2} \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{-rsen\theta cos\theta}{2} + \frac{sen\theta rcos\theta}{2}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{rsen^2\theta + rcos^2\theta}{2}\right)\mathbf{j} + \left(rcos^2\theta + rsen^2\theta\right)\mathbf{k}$$

Simplificando:

$$\vec{\mathbf{r}}_r \times \vec{\mathbf{r}}_\theta = \left(\frac{r}{2}\right)\mathbf{j} + (r)\mathbf{k}$$

Calculando o diferencial da área de superficie:

$$d\sigma = \|\,\vec{\mathbf{r}}_r \times \vec{\mathbf{r}}_\theta\,\| \; dr\, d\theta$$

$$d\sigma = \| \vec{\mathbf{r}}_r \times \vec{\mathbf{r}}_\theta \| = \sqrt{\frac{r^2}{4} + r^2} = \frac{\sqrt{5}r}{2}$$

Calculando a área pela fórmula diferencial para área da superfície $A = \iint\limits_S \, d\sigma$

$$A = \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{\sqrt{5}r}{2} \, dr \, d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{5}r^2}{4} \Big|_0^1 \, d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{5}}{4} \, d\theta$$

$$= \frac{\sqrt{5}\theta}{4} \Big|_0^{2\pi}$$

$$= \frac{\sqrt{5}\pi}{2}$$

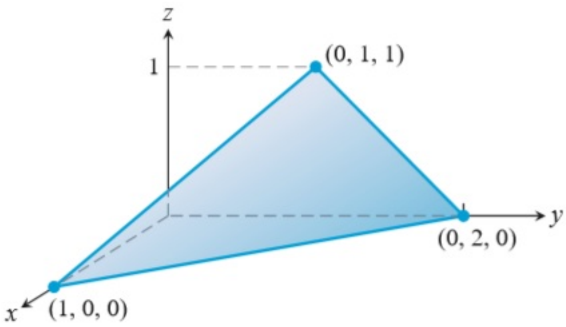
A resposta correta é: $\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$

Questão **4**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Integre $G(x, y, z) = xyz$ sobre a superfície triangular com vértices $(1, 0, 0)$, $(0, 2, 0)$ e $(0, 1, 1)$.



Escolha uma opção:

- a. $\frac{7}{5\sqrt{6}}$
- b. $\frac{2}{\sqrt{6}}$
- c. $\frac{5}{\sqrt{6}}$
- d. $\frac{1}{5\sqrt{6}}$
- e. $\frac{7}{3\sqrt{6}}$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

Para uma superfície S fornecida implicitamente por $F(x, y, z) = c$, onde F é uma função continuamente derivável, com S acima de sua região fechada e limitada R no plano coordenado abaixo dela, a integral de superfície da função contínua G sobre S é fornecida pela integral dupla sobre R:

$$\iint_S G(x, y, z)\, d\sigma = \iint_R G(x, y, z) \frac{|\nabla F|}{|\nabla F \cdot \vec{\mathbf{p}}|}\ dA,$$

onde $\vec{\mathbf{p}}$ é um vetor unitário normal a R e $\nabla F \cdot \vec{\mathbf{p}} \neq 0$

Assim, temos:

$$F(x, y, z) = 2x + y + z = 2\ , \qquad p = k$$

E calculando o gradiente de F, temos:

$\nabla F = 2i + j + k$, onde $|\nabla F| = \sqrt{2^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$

e

$|\nabla F \cdot p| = 1$, assim como $d\sigma = \frac{|\nabla F|}{|\nabla F \cdot p|} dA = \frac{\sqrt{6}}{1} = \sqrt{6} dydx$.

Assim, substituindo os valores na integral mostrada anteriormente e calculando esta, obtemos:

$$\Rightarrow \iint_S G d\sigma = \int_0^1 \int_{1-x}^{2-2x} xy(2 - 2x - y)\sqrt{6} dydx = \sqrt{6}\int_0^1 \int_{1-x}^{2-2x} \left(2xy - 2x^2y - xy^2\right) dydx$$

$$= \sqrt{6}\int_0^1 \left(\tfrac{2}{3}x - 2x^2 + 2x^3 - \tfrac{2}{3}x^4\right) dx = \sqrt{6}\left(\tfrac{1}{3} - \tfrac{2}{3} + \tfrac{1}{2} - \tfrac{2}{15}\right) = \sqrt{6}\tfrac{1}{30} = \tfrac{1}{5\sqrt{6}}$$

A resposta correta é: $\frac{1}{5\sqrt{6}}$

Questão **5**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular o fluxo do rotacional do campo $\vec{\mathbf{F}} = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x + z)\mathbf{k}$ através da superfície S na direção da normal unitária exeterior $\vec{\mathbf{n}}$.

A superfície S é dada por $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (rcos\theta)\mathbf{i} + (rsen\theta)\mathbf{j} + (9 - r^2)\mathbf{k}$, $0 \le r \le 3$, $0 \le \theta \le 2\pi$.

- a. -15π
- b. -13π
- c. -18π
- d. -17π
- e. -12π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y - z & z - x & x + z \end{vmatrix} = -\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$. Em seguida calculamos

$\vec{\mathbf{r}}_\mathbf{r} \times \vec{\mathbf{r}}_\theta = (2r^2 \cos\theta)\mathbf{i} - 2r^2 \sin\theta\,\mathbf{j} + r\mathbf{k}$. Agora podemos calcular $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = (\nabla \times \vec{\mathbf{F}}) \cdot (\vec{\mathbf{r}}_\mathbf{r} \times \vec{\mathbf{r}}_\theta)\, dr\, d\theta$. Portanto,

$\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^3 (-2r^2 \cos\theta - 4r^2 \sin\theta - 2r)\, dr\, d\theta = \int_0^{2\pi} \left[-\frac{2}{3}r^3 \cos\theta - \frac{4}{3}r^3 \sin\theta - r^2\right]_0^3 d\theta = \int_0^{2\pi}(-18 \cos\theta - 36 \sin\theta -$

A resposta correta é:
-18π

Questão **6**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Lata cilíndrica $\vec{\mathbf{F}} = (6x^2 + 2xy)\mathbf{i} + (2y + x^2z)\mathbf{j} + 4x^2y^3\mathbf{k}$, D: A região cortada do primeiro octante pelo cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e pelo plano $z = 3$.

- a. $114 - 6\pi$
- b. $115 - 6\pi$
- c. $-111 - 6\pi$
- d. $-113 + 6\pi$
- e. $112 + 6\pi$

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(6x^2 + 2xy) = 12x + 2y, \frac{\partial}{\partial y}(2y + x^2z) = 2, \backslash, \frac{\partial}{\partial z}(4x^2y^3) = 0$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 12x + 2y + 2$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int_D \int (12x + 2y + 2)\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 (12r \cos\theta + 2r \sin\theta + 2)\, r\, dr\, d\theta\, dz = \int_0^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(32 \cos\theta + \frac{16}{3}\sin\theta + 4\right)\, d\theta\, dz = \int_0^3 (32 + 2$

A resposta correta é:
$112 + 6\pi$