Iniciado em	quarta-feira, 31 mai. 2023, 21:16
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta-feira, 31 mai. 2023, 21:47
Tempo empregado	31 minutos 11 segundos
Avaliar	**8,00** de um máximo de 10,00(**80**%)

Questão **1**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Mostre que a forma diferencial na integral $\int_{(2,3,-6)}^{(0,0,0)} 2x\,dx + 2y\,dy + 2z\,dz$ é exata. Em seguida, calcule a integral.

Resposta: 49 ✖

SOLUÇÃO:

- Como $\vec{\mathbf{F}}(x,y,z) = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ e que $\frac{\partial P}{\partial y} = 0 = \frac{\partial N}{\partial z}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$. Portanto, concluímos que $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ é exata.

- Temos que:

= $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + g(y,z)$

- Calculando $g(y,z)$

= $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} = 2y$. Assim, $g(y,z) = y^2 + h(z)$.

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + h(z)$.

- Calculando $h(z)$

$\frac{\partial f}{\partial z} = h'(z) = 2z$

Logo, $\int h'(z)\,dz \Rightarrow h(z) = z^2 + C$

Assim, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + C$

A resposta correta é: -49

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral $\int_{(1,1,1)}^{(1,2,3)} 3x^2dx\ + \dfrac{z^2}{y}\,dy + 2z\ln(y)dz.$

Escolha uma opção:

- a. $7\ln(2)$
- b. $5\ln(2)$
- c. $9\ln(2)$ ✔
- d. $12\ln(2)$
- e. $5\ln(2)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Aplicando o teste de exatidão:

Fazemos $M = 3x^2$, $N = \frac{z^2}{y}$ e $P = 2z\ln(y)$

$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{2z}{y} = \frac{\partial N}{\partial x}, \frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$

Essas igualdades nos dizem que $3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz$ é exata, assim

$3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz = df$

para alguma função f e o valor da integral é $f(1,2,3) – (1,1,1)$.

Encontramos f a menos de uma constante integrando as equações

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{z^2}{y}$ e $\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y)$

A partir da primeira equação, obtemos

$f(x,y,z) = x^3 + g(y,z).$

A segunda nos fornece

$g(y,z) = z^2\ln(y) + h\,(z)$

Então $f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + h\,(z)$

A partir da terceira temos que

$\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y) + h'\,(z)$

$h'\,(z) = 0$

$h\,(z) = C$

Portanto

$f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + C$

O valor da integral de linha é independente do caminho tomado de $(1,1,1)$ a $(1,2,3)$ e é igual a

$f(1,2,3) - f(1,1,1)$

$= (1 + 9\ln(2) + C) - (1 + 0 + C)$

$= 9\ln(2)$

A resposta correta é: $9\ln(2)$

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: -9

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Fluxo:

Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \left(\frac{\partial}{\partial x}(M) + \frac{\partial}{\partial y}(N)\right) dA.$

$\frac{\partial}{\partial x}(M) = -2x$

$\frac{\partial}{\partial y}(N) = 2y$

$\int_0^3 \int_0^x -2x + 2y \, dydx$

$= \int_0^3 \left[-2xy + \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 -2x^2 + x^2 \, dx$

$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= -\frac{27}{3} = -9$

A resposta correta é: -9

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\oint\limits_C xdy - ydx$ para encontrar a área da região delimitada pela circunferência $\vec{\mathbf{r}}(t) = (acos(t))\mathbf{i} + (asen(t))\mathbf{j}$, $0 \leq\ t\ \leq\ 2\pi$.

Escolha uma opção:

- a. $3\pi a^2$
- b. $1,2\pi a^2$
- c. πa^2 ✔
- d. $1,5\pi a^2$
- e. $2\pi a^2$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Sabendo que $M = x = a\cos(t)$ e $N = y = a\sin(t)$, calculamos as derivadas de x e y. Logo, temos que

$x = -a\sin(t)\,dt$

$x = b\cos(t)\,dt$

$Area = \int_C\ xdy - ydx$

- Fazendo a substituição

=$\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(a^2\cos^2(t) + a^2\sin^2(t))dt$

- Resolvendo a integral, temos que a área da região delimitada é

=πa^2

A resposta correta é: πa^2

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}} = 2xy^3\mathbf{i} + 4x^2y^2\mathbf{j}$ para mover uma partícula uma vez em sentido anti-horário ao redor da fronteira da região "triangular" no primeiro quadrante delimitada superiormente pelo eixo x, a reta $x = 1$ e a curva $y = x^3$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{2}{35}$
- b. $\frac{2}{33}$ ✔
- c. $\frac{2}{37}$
- d. $\frac{2}{39}$
- e. $\frac{2}{31}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Sendo $\vec{\mathbf{F}}$ um campo conservativo do tipo $\vec{\mathbf{F}} = M\mathbf{i} + N\mathbf{j}$ de derivadas parciais de primeira ordem contínuas.

$$\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds = \oint_C M dx + N dy = \iint_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right)\, dx\, dy$$

.

Aplicando o Teorema de Green com a fórmula Circulação Rotacional Tangencial, onde

Onde M corresponde os componentes em $\mathbf{i}$ e N os componentes em $\mathbf{j}$. Assim:

$$M = 2xy^3$$

$$N = 4x^2y^2$$

Para as derivadas parciais teremos:

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 8xy^2$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 6xy^2$$

Da curva C obtemos as variações de x e y onde:

$$0 < x < 1$$

$$0 < y < x^3$$

Substituindo os dados na fórmula de Circulação Rotacional e resolvendo a integral obtemos:

$$\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds = \int_0^1 \int_0^{x^3} 8xy^2 - 6xy^2\, dy\, dx$$

$$= \int_0^1 \int_0^{x^3} 2xy^2\, dy\, dx$$

$$= \int_0^1 \frac{2xy^3}{3}\Big|_0^{x^3}\, dx$$

$$= \int_0^1 \frac{2x(x^3)^3}{3}\, dx$$

$$= \int_0^1 \frac{2x^{10}}{3}\, dx$$

$$= \frac{2x^{11}}{33}\Big|_0^1$$

$$= \frac{2}{33}$$

A resposta correta é: $\frac{2}{33}$