Iniciado em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:25
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:26
Tempo empregado	1 minuto 6 segundos
Notas	4,00/6,00
Avaliar	**6,67** de um máximo de 10,00(**66,67**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral

$$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\, dx + \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)\, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\, dz.$$

Resposta: 0

Resolução:

$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\, dx + \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)\, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\, dz$

A partir da integral dada teremos que:

$M = \frac{1}{y}$

$N = \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)$

$P = \left(-\frac{y}{z^2}\right)$

Como :

$\frac{\partial}{\partial y}(M) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{y}\right) = -\frac{1}{y^2}$

$\frac{\partial}{\partial x}(N) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right) = -\frac{1}{y^2}$

$\frac{\partial}{\partial y}(P) = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{y}{z^2}\right) = -\frac{1}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(N) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right) = -\frac{1}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(M) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{y}\right) = 0$

$\frac{\partial}{\partial x}(P) = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{y}{z^2}\right) = 0$

A função na forma diferencial é exata.

Como $\frac{\partial}{\partial x}(f) = \frac{\partial}{\partial x}(M)$, teremos:

$\int \frac{\partial}{\partial x}(f) = \int (M)\, dx = \int \frac{1}{y}\, dx = \frac{x}{y} + g(y,z)$

Derivando $f(x,y,z)$ em relação à y:

$\frac{\partial}{\partial y}(f) = -\frac{x}{y^2} + \frac{\partial}{\partial y}(g)$

Como $\frac{\partial}{\partial y}(f) = N$ teremos:

$-\frac{x}{y^2} + \frac{\partial}{\partial y}(g) = \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)$

$\frac{\partial}{\partial y}(g) = \frac{1}{z}$

$\int \frac{\partial}{\partial y}(g) = \int \frac{1}{z}\, dy$

$g(x,y) = \frac{y}{z} + h(z)$

Logo:

$f(x,y,z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + h(z)$

Derivando $f(x,y,z)$ em relação à z:

$\frac{\partial}{\partial z}(f) = -\frac{y}{z^2} + \frac{\partial}{\partial z}(h)$

Como $\frac{\partial}{\partial z}(f) = P$ teremos:

$-\frac{y}{z^2} + \frac{\partial}{\partial z}(h) = -\frac{y}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(h) = 0$

Integrando $\frac{\partial}{\partial z}(h)$, teremos $h(z) = C$, em que C é uma constante.

Assim $f(x,y,z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + C$

Resolvendo a Integral:

$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right) \, dx + \left(\frac{1}{z}\right) - \left(\frac{x}{y^2}\right) \, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right) \, dz$

$= f(2,2,2) - f(1,1,1)$

$= \left(\frac{2}{2} + \frac{2}{2} + C\right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + C\right) = 0$

A resposta correta é: 0

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x-y)\,\mathbf{i} + (y-x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta: 0

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$\frac{\partial M}{\partial x} = 1$; $\frac{\partial N}{\partial y} = 1$; $\frac{\partial M}{\partial y} = -1$; $\frac{\partial N}{\partial x} = -1$

Circulação:

$\iint\limits_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right) \, dxdy$

$= \int_0^1 \int_0^1 \; -1 - (-1) \; dxdy$

$= 0$

A resposta correta é: 0

Questão **3**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Qual a parametrização da calota cortada da esfera $x^2+y^2+z^2=9$ cortada pelo cone $z=\sqrt{x^2+y^2}$?

Escolha uma opção:

- a. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=r\cos(\theta)\mathbf{i}-r\sin(\theta)\mathbf{j}+\sqrt{9-r^2}\mathbf{k}$; para $0\le\theta\le 2\pi$ e $0\le r\le\dfrac{3}{\sqrt{2}}$
- b. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=r\cos(\theta)\mathbf{i}+r\sin(\theta)\mathbf{j}-\sqrt{9-r^2}\mathbf{k}$; para $0\le\theta\le 2\pi$ e $0\le r\le\dfrac{3}{\sqrt{2}}$
- c. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=r\cos(\theta)\mathbf{i}+r\sin(\theta)\mathbf{j}+\sqrt{9+r^2}\mathbf{k}$; para $0\le\theta\le 2\pi$ e $0\le r\le\dfrac{3}{\sqrt{2}}$
- d. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=r\cos(\theta)\mathbf{i}-r\sin(\theta)\mathbf{j}-\sqrt{9-r^2}\mathbf{k}$; para $0\le\theta\le 2\pi$ e $0\le r\le\dfrac{3}{\sqrt{2}}$
- e. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=r\cos(\theta)\mathbf{i}+r\sin(\theta)\mathbf{j}+\sqrt{9-r^2}\mathbf{k}$; para $0\le\theta\le 2\pi$ e $0\le r\le\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

A coordenada cilíndrica fornece uma parametrização.

Um ponto no cone tem $x=r\cos(\theta)$; $y=r\sin(\theta)$;

como $x^2+y^2=r^2$, então $z^2=9-\left(x^2+y^2\right)=9-r^2$

assim, $z=\sqrt{9-r^2}$, para $z\ge 0$.

Tomando $u=r$ e $v=\theta$, temos a parametrização:

$\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=r\cos(\theta)\mathbf{i}+r\sin(\theta)\mathbf{j}+\sqrt{9-r^2}\mathbf{k}$; para $0\le\theta\le 2\pi$

Para o domínio de r temos que:

$z=\sqrt{9-r^2}$ e $x^2+y^2+z^2=9$,

logo,

$x^2+y^2+(\sqrt{x^2+y^2})^2=9$

$2(x^2+y^2)=9$

$2r^2=9$

$r^2=\dfrac{9}{2}$

$r=\sqrt{\frac{9}{2}}$

$r=\dfrac{3}{\sqrt{2}}$;

$0\le r\le\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

$\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=r\cos(\theta)\mathbf{i}+r\sin(\theta)\mathbf{j}+\sqrt{9-r^2}\mathbf{k}$; para $0\le\theta\le 2\pi$ e $0\le r\le\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=r\cos(\theta)\mathbf{i}+r\sin(\theta)\mathbf{j}+\sqrt{9-r^2}\mathbf{k}$; para $0\le\theta\le 2\pi$ e $0\le r\le\dfrac{3}{\sqrt{2}}$

Questão **4**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Integre $G(x, y, z) = xyz$ sobre a superfície do sólido retangular cortado do primeiro octante pelos planos $x = 2$, $y = b$ e $z = c$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{7}$
- b. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{3}$
- c. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$
- d. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{2}$
- e. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{5}$

Sua resposta está incorreta.

Nas faces dos planos de coordenadas, $G(x, y, z) = 0 \Rightarrow$ a integral sobre essas faces é 0.

Na face $x = a$, temos $F(x, y, z) = x = a$ e $G(x, y, z) = G(a, y, z) \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{i}$ e $\nabla f = \mathbf{i} \Rightarrow ||\nabla f|| = 1$

e $||\nabla f \cdot \mathbf{p}|| = 1 \Rightarrow d\sigma = dy\, dz \Rightarrow \iint\limits_S G\, d\sigma = \iint\limits_S ayz\, d\sigma = \int_0^c \int_0^b ayz\, dydz = \frac{ab^2c^2}{4}$.

Na face $y = b$, temos $f(x, y, z) = y = b$ e $G(x, y, z) = G(x, b, z) = bxz \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{j}$ e $\nabla f = \mathbf{j} \Rightarrow ||\nabla f|| = 1$

e $||\nabla f \cdot \mathbf{p}|| = 1 \Rightarrow d\sigma = dx\, dz \Rightarrow \iint\limits_S G\, d\sigma = \iint\limits_S bxz\, d\sigma = \int_0^c \int_0^a bxz\, dxdz = \frac{a^2bc^2}{4}$.

Na face $z = c$, temos $f(x, y, z) = z = c$ e $G(x, y, z) = G(x, y, c) = cxy \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{k}$ e $\nabla f = \mathbf{k} \Rightarrow ||\nabla f|| = 1$

e $||\nabla f \cdot \mathbf{p}|| = 1 \Rightarrow d\sigma = dy\, dx \Rightarrow \iint\limits_S G\, d\sigma = \iint\limits_S cxy\, d\sigma = \int_0^b \int_0^a cxy\, dxdy = \frac{a^2b^2c}{4}$.

Logo,

$\frac{ab^2c^2}{4} + \frac{a^2bc^2}{4} + \frac{a^2b^2c}{4} = \frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

Assim sendo, $\iint\limits_S G\,(x, y, z)\, d\sigma = \frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

A resposta correta é: $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2+z^2)\mathbf{i} + (x^2+z^2)\mathbf{j} + (x^2+y^2)\mathbf{k}$, onde C é a borda do triângulo cortado do plano $x+y+z=1$ pelo primeiro octante, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 3
- b. 1
- c. 4
- d. 0 ✔
- e. 2

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional:

$\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2+z^2 & x^2+z^2 & x^2+y^2 \end{vmatrix} = (2y-2z)\mathbf{i} + (2z-2x)\mathbf{j} + (2x-2y)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{3}}$, então

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \frac{2y-2z+2z-2x+2x-2y}{\sqrt{3}} = 0$. Portanto, $\oint\limits_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_S 0 d\sigma = 0$.

A resposta correta é:
0

Questão **6**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$, D: A esfera sólida $x^2+y^2+z^2 \leq 4$.

- a. 30π
- b. 31π
- c. 29π
- d. 32π ✔
- e. 33π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^2) = 2x, \frac{\partial}{\partial y}(xz) = 0,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(3z) = 3$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 2x+3$.

$Flux = \int\int_D \int (2x+3)\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2} (2\rho \sin\phi \cos\theta + 3)(\rho^2 \sin\phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\frac{\rho^4}{2} \sin\phi \cos\theta + \rho^3\right]_0^2 \sin\phi\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (8$

A resposta correta é:
32π