Iniciado em	sábado, 17 jun. 2023, 16:48
Estado	Finalizada
Concluída em	sábado, 17 jun. 2023, 16:49
Tempo empregado	43 segundos
Avaliar	**4,00** de um máximo de 10,00(**40**%)

Questão **1**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular o fluxo do rotacional do campo $\vec{\mathbf{F}} = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x + z)\mathbf{k}$ através da superfície S na direção da normal unitária exeterior $\vec{\mathbf{n}}$.

A superfície S é dada por $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta) = (rcos\theta)\mathbf{i} + (rsen\theta)\mathbf{j} + (9 - r^2)\mathbf{k}$, $0 \le r \le 3$, $0 \le \theta \le 2\pi$.

- a. -15π ✖
- b. -13π
- c. -12π
- d. -18π
- e. -17π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y - z & z - x & x + z \end{vmatrix} = -\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$. Em seguida calculamos $\vec{\mathbf{r}}_{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{r}}_\theta = (2r^2 \cos\theta)\mathbf{i} - 2r^2 \sin\theta\,\mathbf{j} + r\mathbf{k}$. Agora podemos calcular $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = (\nabla \times \vec{\mathbf{F}}) \cdot (\vec{\mathbf{r}}_{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{r}}_\theta)\, dr\, d\theta$. Portanto,
$\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^3 (-2r^2 \cos\theta - 4r^2 \sin\theta - 2r)\, dr\, d\theta = \int_0^{2\pi} \left[-\frac{2}{3}r^3 \cos\theta - \frac{4}{3}r^3 \sin\theta - r^2\right]_0^3 d\theta = \int_0^{2\pi}(-18 \cos\theta - 36 \sin\theta -$

A resposta correta é:
-18π

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, onde C é a elipse $4x^2 + y^2 = 4$ no plano xy, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 4π ✔
- b. 0
- c. π
- d. 2π
- e. 3π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2 & 2x & z^2 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + (2-0)\mathbf{k} = 2\mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 2$. Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_S 2\,dA = 2$ (Área da elipse) $= 4\pi$.

A resposta correta é:
4π

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = x^2y^3\mathbf{i} + \mathbf{j} + z\mathbf{k}$, onde C é a interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z \geq 0$, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 3π
- b. -8π ✔
- c. -4π
- d. 8π
- e. 4π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2y^3 & 1 & z \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} - 3x^2y^2\mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \frac{2x\mathbf{i}+2y\mathbf{j}+2z\mathbf{k}}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}}{4}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = -\frac{3}{4}x^2y^2z$. Dessa forma, $d\sigma = \frac{4}{z}\,dA$. Portanto,

$$\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_R \left(-\frac{3}{4}x^2y^2z\right)\left(\frac{4}{z}\right)\,dA = -3\int_0^{2\pi}\int_0^2 (r^2\cos^2\theta)(r^2\sin^2\theta)\,r\,dr\,d\theta = -3\int_0^{2\pi}\left[\frac{r^6}{6}\right]_0^2 (\cos\theta\,\sin\theta)^2\,d\theta = -32\int_0^{2\pi}\frac{1}{4}\sin$$

A resposta correta é:
-8π

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Seja $\vec{\mathbf{n}}$ a normal unitária exterior (normal para longe da origem) da casca parabólica S: $4x^2 + y + z^2 = 4$, $y \geq 0$, e seja $\vec{\mathbf{F}} = \left(-z + \frac{1}{2+x}\right)\mathbf{i} + (tg^{-1}y)\mathbf{j} + \left(x + \frac{1}{4+z}\right)\mathbf{k}$. Encontre o valor de $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$.

- a. 2π
- b. -2π
- c. π
- d. 4π
- e. -4π ✔

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ -z + \frac{1}{2+x} & tag^{-1} & x + \frac{1}{4+z} \end{vmatrix} = -2\mathbf{j}$.

Se $f(x, y, z) = 4x^2 + y + z^2$, então $\nabla f = 8x\mathbf{i} + \mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$.

Como $\vec{\mathbf{n}} = \frac{\nabla f}{|\nabla f|}$ e $\vec{\mathbf{p}} = \mathbf{j}$, $|\nabla f \cdot \vec{\mathbf{p}}| = 1$, $d\sigma = \frac{|\nabla f|}{|\nabla f \cdot \vec{\mathbf{p}}|}\, dA$=$|\nabla f|\, dA$, então $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \frac{1}{|\nabla f|}(-2\mathbf{j} \cdot \nabla\mathbf{f}) = \frac{-2}{|\nabla f|}$.

Então podemos escrever $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = -2\, dA$.

Portanto, $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int\int_R -2\, dA = -2$ (Area de R)=$-2(\pi)(1)(2) = -4\pi$.

A resposta correta é:
-4π

Questão **5**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2+z^2)\mathbf{i} + (x^2+z^2)\mathbf{j} + (x^2+y^2)\mathbf{k}$, onde C é a borda do triângulo cortado do plano $x+y+z=1$ pelo primeiro octante, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 3
- b. 0
- c. 4
- d. 1
- e. 2 ✖

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2+z^2 & x^2+z^2 & x^2+y^2 \end{vmatrix} = (2y-2z)\mathbf{i} + (2z-2x)\mathbf{j} + (2x-2y)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{3}}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \frac{2y-2z+2z-2x+2x-2y}{\sqrt{3}} = 0$. Portanto, $\oint\limits_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_S 0 d\sigma = 0$.

A resposta correta é:
0

Questão **6**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Cunha $\vec{\mathbf{F}} = 2xz\mathbf{i} - xy\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, D: A cunha cortada do primeiro octante pelo plano $y + z = 4$ e pelo cilindro elíptico $4x^2 + y^2 = 16$.

- a. $-\frac{47}{3}$
- b. $-\frac{40}{3}$
- c. $-\frac{45}{2}$
- d. $-\frac{45}{3}$ ✖
- e. $\frac{47}{3}$

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(2xz) = 2z, \frac{\partial}{\partial y}(-xy) = -x$, $\frac{\partial}{\partial z}(-z^2) = -2z$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = -x$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int\int_D -x\, dV$

$= \int_0^2 \int_0^{\sqrt{16-4x^2}} \int_0^{4-y} -x\, dz\, dy\, dx$

$= \int_0^2 \int_0^{\sqrt{16-4x^2}} (xy - 4x)\, dy\, dx$

$= \int_0^2 \left[\frac{1}{2}x(16 - 4x^2) - 4x\sqrt{16 - 4x^2}\right]\, dx$

$= \left[4x^2 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}(16 - 4x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2$

$= -\frac{40}{3}$

A resposta correta é:
$-\frac{40}{3}$

Questão **7**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera espessa $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{x^2+y^2+z^2}\,(x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}$, D: A região $1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 2$.

- a. 14π ✖
- b. 11π
- c. 12π
- d. 10π
- e. 13π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos $\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, fazemos:

$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{x}{\rho}, \frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{y}{\rho}, \frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{z}{\rho}$. Dando continuidade

$\frac{\partial}{\partial x}(\rho x)$ = $\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right) x + \rho$= $\frac{x^2}{\rho} + \rho$, $\frac{\partial}{\partial y}(\rho y)$=$\left(\frac{\partial \rho}{\partial x}\right) y + \rho$=$\frac{y^2}{\rho} + \rho$, $\frac{\partial}{\partial z}(\rho z)$=$\left(\frac{\partial \rho}{\partial z}\right) z + \rho$=$\frac{z^2}{\rho} + \rho$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = \frac{x^2+y^2+z^2}{\rho} + 3\rho = 4\rho$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int_D \int 4\rho\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_1^{\sqrt{2}} (4\rho)\,(\rho^2\ \sin\ \phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} 3 \sin\ \phi\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi} 6\, d\theta = 12\pi$

A resposta correta é:
12π

Questão **8**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Parte da esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i}$–$2xy\mathbf{j} + 3xz\mathbf{k}$, D: A região cortada do primeiro octante pela esfera $x^2+y^2+z^2 = 4$.

- a. 2π
- b. 4π
- c. π
- d. 5π ✖
- e. 3π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^2) = 2x, \frac{\partial}{\partial y}(-2xy) = -2x$,\, $\frac{\partial}{\partial z}(3xz) = 3x$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 3x$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int_D \int 3x\, dx\, dy\, dz = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2} (3\rho\ \sin\ \phi\ \cos\ \theta)(\rho^2\ \sin\ \phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 12\ \sin^2\ \phi\ \cos\ \theta\, d\phi\, d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\pi\ \cos\ \theta\, d\theta = 3\pi$

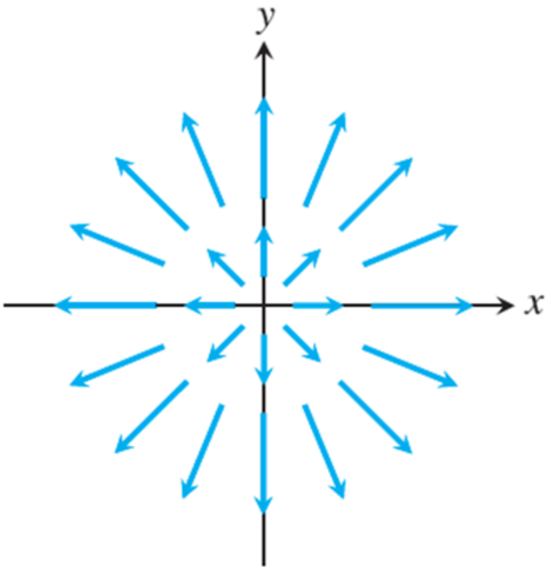
A resposta correta é:
3π

Questão **9**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

encontre a divergência do campo radial da figura abaixo,



onde o campo é dado por $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$.

- a. 2 ✔
- b. 1
- c. 3
- d. 0
- e. 4

Sua resposta está correta.

Solução: Temos a equação $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, calculamos a derivada parcial e temos:

$$div\,\vec{\mathbf{F}} = 1 + 1 = 2$$

A resposta correta é:
2

Questão **10**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Cilindro e paraboloide $\vec{\mathbf{F}} = y\mathbf{i} + xy\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, D: A região dentro do cilindro sólido $x^2 + y^2 \leq 4$ entre o plano $z = 0$ e o paraboloide $z = x^2 + y^2$.

- a. -14
- b. 16
- c. -16
- d. -8π
- e. 14

Sua resposta está incorreta.

Solução: Inicialmente calculamos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(y) = 0, \frac{\partial}{\partial y}(xy) = x,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(-z) = -1$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = x - 1$, como $z = x^2 + y^2$, em que $z = r^2$ em coordenadas cilíndricas. Seguimos calculando a integral tripla da divergência para encontrarmos o fluxo:

$$Flux = \int\int_D \int (x-1)\, dz\, dy\, dx = \int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_0^{r^2} (r \cos\theta - 1)\, dz\, r\, dr\, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^2 (r^3 \cos\theta - r^2)\, r\, dr\, d\theta = \int_0^{2\pi} \left[\frac{r^5}{5} \cos\theta - \frac{r^4}{4}\right]_0^2 d\theta = \int_0^{2\pi} \left(\frac{32}{5}\right.$$

A resposta correta é:
-8π