

## Cálculo Vetorial

[Painel](#) / [Meus cursos](#) / [SBL0059\\_2022.2](#) / [1 November - 7 November](#) / [16.5 Parametrização de superfícies e o cálculo de áreas](#)  
/ [Continuar](#)

### 16.5 Parametrização de superfícies e o cálculo de áreas

Qual a área da porção do plano  $y + 2z = 2$  dentro do cilindro  $x^2 + y^2 = 1$ ?

A sua resposta :

$$\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$$

Retorno:

**Resposta:**

Podemos usar a parametrização explícita:

$$z = f(x, y) \quad z = \frac{2 - y}{2}$$

Definindo os parâmetros:

$$x = r \cos \theta$$

$$y = r \sin \theta$$

$$\vec{r}(r, \theta) = (r \cos \theta) \mathbf{i} + (r \sin \theta) \mathbf{j} + \left( \frac{2 - r \sin \theta}{2} \right) \mathbf{k}$$

$$0 \leq r \leq 1$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

Fazendo a Derivada Parcial de  $r$ :

$$\vec{r}_r = (\cos \theta) \mathbf{i} + (\sin \theta) \mathbf{j} - \left( \frac{\sin \theta}{2} \right) \mathbf{k}$$

Fazendo a Derivada Parcial de  $\theta$ :

$$\vec{r}_\theta = (-r \sin \theta) \mathbf{i} + (r \cos \theta) \mathbf{j} - \left( \frac{r \cos \theta}{2} \right) \mathbf{k}$$

Calculando o produto vetorial temos:

$$\vec{r}_r \times \vec{r}_\theta = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \cos \theta & \sin \theta & -\frac{\sin \theta}{2} \\ -r \sin \theta & r \cos \theta & -\frac{r \cos \theta}{2} \end{vmatrix}$$

$$= \left( \frac{-r \sin \theta \cos \theta}{2} + \frac{\sin \theta r \cos \theta}{2} \right) \mathbf{i} + \left( \frac{r \sin^2 \theta + r \cos^2 \theta}{2} \right) \mathbf{j} + (r \cos^2 \theta + r \sin^2 \theta) \mathbf{k}$$

Simplificando:

$$\vec{r}_r \times \vec{r}_\theta = \left( \frac{r}{2} \right) \mathbf{j} + (r) \mathbf{k}$$

Calculando o diferencial da área de superfície:

$$d\sigma = \|\vec{r}_r \times \vec{r}_\theta\| \, dr \, d\theta$$

$$d\sigma = \|\vec{r}_r \times \vec{r}_\theta\| = \sqrt{\frac{r^2}{4} + r^2} = \frac{\sqrt{5}r}{2}$$

Calculando a área pela fórmula diferencial para área da superfície  $A = \iint_S d\sigma$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{\sqrt{5}r}{2} \, dr \, d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \left. \frac{\sqrt{5}r^2}{4} \right|_0^1 d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{5}}{4} \, d\theta \\ &= \left. \frac{\sqrt{5}\theta}{4} \right|_0^{2\pi} \\ &= \frac{\sqrt{5}\pi}{2} \end{aligned}$$

Continuar

◀ Teste de revisão 7

Seguir para...

16.6 Integrais de superfícies ▶



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ

O universal pelo regional.

## Informação

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

## Contato

Rua Coronel Estandislau Frota, 563 - Bloco I - Centro - Campus de Sobral - Mucambinho - CEP 62010-560 - Sobral - CE

[Resumo de retenção de dados](#)