Iniciado em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:25
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:25
Tempo empregado	17 segundos
Notas	0,00/6,00
Avaliar	**0,00** de um máximo de 10,00(**0**%)

Questão **1**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

O campo $\vec{\mathbf{F}} = y\mathbf{i} + (x+z)\mathbf{j} - y\mathbf{k}$ é conservativo.

Escolha uma opção:

- Verdadeiro
- Falso

Solução:

$\vec{\mathbf{F}}$ é conservativo se, e somente se,

$\dfrac{\partial P}{\partial y} = \dfrac{\partial N}{\partial z}$, $\dfrac{\partial M}{\partial z} = \dfrac{\partial P}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial N}{\partial z} = \dfrac{\partial M}{\partial y}$.

Encontrando M, N e P:

$M = \dfrac{\partial f}{\partial x} = y$, $N = \dfrac{\partial f}{\partial y} = x + z$ e $P = \dfrac{\partial f}{\partial z} = -y$;

Calculando as derivadas parciais de P em relação a y, M em relação a z e N em relação a z:

$\dfrac{\partial P}{\partial y} = -1$, $\dfrac{\partial M}{\partial z} = 1$ e $\dfrac{\partial N}{\partial z} = 0$;

Como $\dfrac{\partial P}{\partial y} \neq \dfrac{\partial N}{\partial z}$, $\dfrac{\partial M}{\partial z} \neq \dfrac{\partial P}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial N}{\partial z} \neq \dfrac{\partial M}{\partial y}$, então o campo é não conservativo.

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **2**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta:

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Fluxo:

Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \left(\frac{\partial}{\partial x}(M) + \frac{\partial}{\partial y}(N)\right) dA.$

$\frac{\partial}{\partial x}(M) = -2x$

$\frac{\partial}{\partial y}(N) = 2y$

$\int_0^3 \int_0^x -2x + 2y\, dydx$

$= \int_0^3 \left[-2xy + \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 -2x^2 + x^2\, dx$

$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= -\frac{27}{3} = -9$

A resposta correta é: -9

Questão **3**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Qual a parametrização do plano $x+y+z=1$ inclinado dentro de um cilindro $x^2+y^2=9$.

Escolha uma opção:

a. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=(r\cos\,\theta)\mathbf{i}+(r\sin\,\theta)\mathbf{j}+(1+r\cos\,\theta-r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0\leq\theta\leq 2\pi$ e $0\leq r\leq 3$.

b. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=(r\cos\,\theta)\mathbf{i}-(r\sin\,\theta)\mathbf{j}+(1-r\cos\,\theta-r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0\leq\theta\leq 2\pi$ e $0\leq r\leq 3$.

c. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=(r\cos\,\theta)\mathbf{i}+(r\sin\,\theta)\mathbf{j}-(1-r\cos\,\theta-r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0\leq\theta\leq 2\pi$ e $0\leq r\leq 3$.

d. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=(r\cos\,\theta)\mathbf{i}-(r\sin\,\theta)\mathbf{j}-(1-r\cos\,\theta-r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0\leq\theta\leq 2\pi$ e $0\leq r\leq 3$.

e. $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=(r\cos\,\theta)\mathbf{i}+(r\sin\,\theta)\mathbf{j}+(1-r\cos\,\theta-r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0\leq\theta\leq 2\pi$ e $0\leq r\leq 3$.

Sua resposta está incorreta.

Solução:

$x+y+z=1\Rightarrow z=1-x-y.$

Usando coordenadas cilíndricas $x=r\cos\,\theta$ e $y=r\sin\,\theta$, substituindo em z, temos $z=1-r\cos\,\theta-r\sin\,\theta.$

Substituindo x, y e z na função de superfície, temos:

$\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=(r\cos\,\theta)\mathbf{i}+(r\sin\,\theta)\mathbf{j}+(1-r\cos\,\theta-r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0\leq\theta\leq 2\pi$ e $0\leq r\leq 3$.

A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(r,\theta)=(r\cos\,\theta)\mathbf{i}+(r\sin\,\theta)\mathbf{j}+(1-r\cos\,\theta-r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0\leq\theta\leq 2\pi$ e $0\leq r\leq 3$.

Questão **4**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Considere o campo $\vec{\mathbf{F}} = z^2\mathbf{i} + x\mathbf{j} - 3z\mathbf{k}$, para fora (normal para longe do eixo x) através da superfície cortada do cilindro parabólico $z = 4 - y^2$ pelos planos $x = 0$, $x = 1$ e $z = 0$.

Utilize uma parametrização para encontrar o fluxo $\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$ através da superfície na direção determinada.

Resposta:

SOLUÇÃO:

- Sendo a parametrização:

$\vec{\mathbf{r}}\,(x\,,\,y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}\,,\, 0 \leq x \leq 1\,,\, -2 \leq y \leq 2$

- Sendo:

$z = 0 \;\Rightarrow\; 0 = 4 - y^2 \;\Rightarrow\; y = \pm 2$

- Logo,

$\vec{\mathbf{r}}_x = \mathbf{i}$ e $\vec{\mathbf{r}}_y = \mathbf{j} - 2y\mathbf{k}$

$$\Rightarrow\; \vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2y \end{vmatrix} = 2y\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

- Tendo:

$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int_a^b \int_c^d \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y}{\|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|} \|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|\, dydx$

- Substituindo z no produto escalar: $2xy - 3z$:

$= [2xy - 3(4 - y^2)]$

- Tendo finalmente: $\int_0^1 \int_{-2}^2 (2xy + 3y^2 - 12)\, dydx$

= $\int_0^1 \left[xy^2 + y^3 - 12y\right]_{-2}^2 dx$

= $\int_0^1 -32\, dx$

= -32

A resposta correta é: -32

Questão **5**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = 2y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, onde C é a circunferência $x^2 + y^2 = 9$ no plano xy, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 9π
- b. 11π
- c. 4π
- d. 7π
- e. 5π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\operatorname{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2y & 3x & -z^2 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + (3-2)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\operatorname{rot}\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 1$. Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_R dx\,dy$= Area do círculo $= 9\pi$.

A resposta correta é:
9π

Questão **6**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Parte da esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} - 2xy\mathbf{j} + 3xz\mathbf{k}$, D: A região cortada do primeiro octante pela esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

- a. π
- b. 3π
- c. 2π
- d. 4π
- e. 5π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^2) = 2x, \frac{\partial}{\partial y}(-2xy) = -2x,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(3xz) = 3x$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 3x$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int_D \int 3x\,dx\,dy\,dz = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 (3\rho\ \sin\ \phi\ \cos\ \theta)(\rho^2\ \sin\ \phi)\,d\rho\,d\phi\,d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} 12\ \sin^2\ \phi\ \cos\ \theta\,d\phi\,d\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 3\pi\ \cos\ \theta\,d\theta = 3\pi$

A resposta correta é:
3π