Matheus Henrique 470894

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Painel ► SBL0059 ► 10 setembro - 16 setembro ► Teste de revisão

Iniciado em	segunda, 14 Set 2020, 20:03
Estado	Finalizada
Concluída em	segunda, 14 Set 2020, 21:46
Tempo empregado	1 hora 42 minutos
Avaliar	**6,00** de um máximo de 10,00(**60**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral

$$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\, dx + \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)\, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\, dz.$$

Resposta: 0

Resolução:

$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\, dx + \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)\, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\, dz$

A partir da integral dada teremos que:

$M = \frac{1}{y}$

$N = \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)$

$P = \left(-\frac{y}{z^2}\right)$

Como :

$\frac{\partial}{\partial y}(M) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{y}\right) = -\frac{1}{y^2}$

$\frac{\partial}{\partial x}(N) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right) = -\frac{1}{y^2}$

$\frac{\partial}{\partial y}(P) = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{y}{z^2}\right) = -\frac{1}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(N) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right) = -\frac{1}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(M) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{y}\right) = 0$

$\frac{\partial}{\partial x}(P) = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{y}{z^2}\right) = 0$

A função na forma diferencial é exata.

Como $\frac{\partial}{\partial x}(f) = \frac{\partial}{\partial x}(M)$, teremos:

$\int \frac{\partial}{\partial x}(f) = \int (M)\, dx = \int \frac{1}{y}\, dx = \frac{x}{y} + g(y,z)$

Derivando $f(x,y,z)$ em relação à y:

$\frac{\partial}{\partial y}(f) = -\frac{x}{y^2} + \frac{\partial}{\partial y}(g)$

Como $\frac{\partial}{\partial y}(f) = N$ teremos:

$-\frac{x}{y^2} + \frac{\partial}{\partial y}(g) = \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)$

$\frac{\partial}{\partial y}(g) = \frac{1}{z}$

$\int \frac{\partial}{\partial y}(g) = \int \frac{1}{z}\, dy$

$g(x,y) = \frac{y}{z} + h(z)$

Logo:

$f(x,y,z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + h(z)$

Derivando $f(x,y,z)$ em relação à z:

$\frac{\partial}{\partial z}(f) = -\frac{y}{z^2} + \frac{\partial}{\partial z}(h)$

Como $\frac{\partial}{\partial z}(f) = P$ teremos:

$-\frac{y}{z^2} + \frac{\partial}{\partial z}(h) = -\frac{y}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(h) = 0$

Integrando $\frac{\partial}{\partial z}(h)$, teremos $h(z) = C$, em que C é uma constante.

Assim $f(x,y,z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + C$

Resolvendo a Integral:

$$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\, dx + \left(\frac{1}{z}\right) - \left(\frac{x}{y^2}\right)\, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\, dz$$
$$= f(2,2,2) - f(1,1,1)$$
$$= \left(\frac{2}{2} + \frac{2}{2} + C\right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + C\right) = 0$$

A resposta correta é: 0.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Mostre que a forma diferencial na integral $\int_{(2,3,-6)}^{(0,0,0)} 2x\,dx + 2y\,dy + 2z\,dz$ é exata. Em seguida, calcule a integral.

Resposta: 49

SOLUÇÃO:

- Como $\vec{\mathbf{F}}(x,y,z) = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ e que $\frac{\partial P}{\partial y} = 0 = \frac{\partial N}{\partial z}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$. Portanto, concluímos que $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ é exata.

- Temos que:

= $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + g(y,z)$

- Calculando $g(y,z)$

= $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} = 2y$. Assim, $g(y,z) = y^2 + h(z)$.

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + h(z)$.

- Calculando $h(z)$

$\frac{\partial f}{\partial z} = h'(z) = 2z$

Logo, $\int h'(z)\,dz \Rightarrow h(z) = z^2 + C$

Assim, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + C$

A resposta correta é: 49.

Questão **3**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x - y)\,\mathbf{i} + (y - x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta: 2 ✗

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$\frac{\partial M}{\partial x} = 1; \frac{\partial N}{\partial y} = 1; \frac{\partial M}{\partial y} = -1; \frac{\partial N}{\partial x} = -1$

Circulação:

$$\iint\limits_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right)\,dxdy$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 -1 - (-1)\,\,dxdy$$

$$= 0$$

A resposta correta é: 0.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Aplique o teorema de Green para calcular a integral $\oint\limits_C y^2dx + x^2dy$ sobre o triângulo delimitado pelas retas $x = 0, x + y = 1$ e $y = 0$.

Resposta: 0

Resposta:

Para iniciar, sabendo que como M multiplica dx e N multiplica dy, temos:
$M = y^2$ e $N = x^2$.

Para podermos usar o teorema de Green, temos que ter os valores das derivadas de M em função de y e N em função de x, logo:
$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$.

A seguir, para utilizar o teorema de Green, temos que fazer a integral das derivadas encontrada, então temos:
$\iint\limits_R (2x - 2y)dydx$.

Para concluir, vamos lembrar que o triângulo é limitado por $x = 0$, $x + y = 1$ e $y = 0$, logo temos que:

$$\int_0^1 \int_1^{1-x} (2x - 2y)dydx = \int_0^1 (-3x^2 + 4 - 1)dx$$
$$\left[-x^3 + 2x^2 - x\right]$$
$$-1 + 2 - 1$$
$$= 0.$$

A resposta correta é: 0.

Questão **5**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: 9 ✗

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Fluxo:

Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \left(\frac{\partial}{\partial x}(M) + \frac{\partial}{\partial y}(N)\right) dA$.

$\frac{\partial}{\partial x}(M) = -2x$

$\frac{\partial}{\partial y}(N) = 2y$

$\int_0^3 \int_0^x -2x + 2y\, dydx$

$= \int_0^3 \left[-2xy + \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 -2x^2 + x^2\, dx$

$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= -\frac{27}{3} = -9$

A resposta correta é: -9.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará

Telefone: (88) 3613-2603

E-mail:

Elétrica
EC - Engenharia da Computação
PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Social