$$\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y} = \text{FLUXO}$$

$$\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} = \text{CI}$$

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

CAMPUS SOBRAL

ENGENHARIA ELÉTRICA

Cálculo Vetorial – Turma 02

Prof. José Cláudio do Nascimento

Nome: João Artur Sales Rocha ______ Matrícula: 511375

Consulte os dados da sua prova na plataforma www.calculo.sobral.ufc.br.

1) Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para campo $\vec{F} = (x-y)i + (y-x)j$ e a curva C (o quadrado limitado por $x=0,\ x=1,\ y=0,\ y=1$)

$$\iint_C \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\, dy\,dx \Rightarrow \int_0^1\int_0^1 -1-(-1)\, dy\,dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^1\int_0^1 0\, dy\,dx = \int_0^1 0 \cdot y\Big|_0^1 dx = \int_0^1 0\, dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0 \cdot x\Big|_0^1 = 0$$

2) Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\vec{F} = (x-y)i + (y-x)j$ e a curva C (o quadrado limitado por $x=0,\ x=1,\ y=0,\ y=1$).

$$\iint_F \frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}\, dy\,dx = \int_0^1\int_0^1 1+1\, dy\,dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^1\int_0^1 2\, dy\,dx = \int_0^1 2y\Big|_0^1 dx = \int_0^1 2\, dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2x\Big|_0^1 = 2$$

3) Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo $\vec{F} = (y^2 - x^2)i + (x^2 + y^2)j$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

$$\iint_C \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \, dy\,dx = \int_0^3 \int_0^x (2x - 2y)\, dy\,dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int_0^3 \left[2xy - y^2\right]_0^x dx = \int_0^3 (2x^2 - x^2)\,dx \Rightarrow$$

$$\int_0^3 x^2\,dx = \frac{x^3}{3}\Big|_0^3 = \frac{3^3}{3} = \frac{27}{3} = 9$$

$\frac{12}{13}$

4) Qual o fluxo $\iint_S \vec{F}\cdot\vec{n}\,d\sigma$ do $\vec{F} = \frac{6}{13}(2xyi + 2yzj + 2xzk)$ atraves da porçao do plano $x+y+z=6$ que está acima do quadrado $0 \le x \le 3$, $0 \le y \le 3$, no plano xy.

$$\text{rot}\,\vec{F} = (0 - 2y)i + (0 - 2z)j + (0 - 2x)k$$
$$= -2yi - 2zj - 2xk \qquad -42,47\,24$$

$$z = 6 - x - y$$

$$= -2yi - 2(6-x-y)j - 2xk$$
$$= -2yi - (12 - 2x - 2y)j - 2xk$$
$$= -2yi + (-12 + 2x + 2y)j - 2xk$$

$$2x = 0i + 2j - 2k$$
$$2y = -2i + 2j + 0k$$

$$\begin{array}{ccc} -2 & & 0 \\ i & j & k \\ 0 & 2 & -2 \\ -2 & 2 & 0 \\ i & & k \end{array} \qquad 4j - (-4i - 4k)$$

$$n \; \boxed{4i + 4j + 4k}$$

OBS: A respostas devem ser enviadas a plataforma até o horário marcado para o fim dessa prova, mas lembre de que o desenvolvimento escrito é muito relevante na nota.

$$\left(\cancel{-2y} \quad \cancel{-12 + 2x + 2y} - \cancel{2x}\right) - \int_0^3\int_0^3 -48\,dy\,dx = \int_0^3 48y|$$
$$-48$$
$$= \int_0^3 144\,dx = 144 \times |_0^3 = 4$$