Universidade Federal do Ceará
Campus Sobral
Engenharia da Computação e Engenharia Elétrica

Sistemas Lineares (SBL0091)

Prof. C. Alexandre Rolim Fernandes

Nome: ____ Matrícula:_______________

Avaliação Parcial 1 (AP1) - 04/05/2023

1) Encontre a energia total dos sinais abaixo:

a) $x[n] = 2\delta[n+1] + 3\delta[n] - 2\delta[n-1]$.

b) $x(t) = t.[u(t) - u(t-5)]$.

Solução:

a) Este sinal possui 3 componentes não nulas, com amplitudes iguais a 2, 3 e -2. Logo:

$$E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2[n] = 2^2 + 3^2 + (-2)^2 = 4 + 9 + 4 = 17.$$

b) Este sinal é não nulo apenas entre $t = 0$ e $t = 5$. Neste intervalo, ele é dado por $x(t) = t$. Logo:

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt = \int_0^5 t^2 dt = \left.\frac{t^3}{3}\right|_0^5 = 125/3 = 41,67.$$

2) Considere o seguinte sistema discreto no tempo: $y[n] = T\{x[n]\} = e^{x[n]}$. Diga se ele é: (1) linear, (2) invariante no tempo, (3) estável, (4) causal. Justifique suas respostas.

Solução:

(1) Linearidade:

$T\{a.x[n]\} = e^{ax[n]} \neq a.e^{x[n]} = a.T\{x[n]\} \rightarrow$ Homogeneidade não é válida $\rightarrow$ SISTEMA NÃO LINEAR

(2) Invariância no tempo:

$y[n-n_0] = e^{x[n-n_0]}$

$T\{x[n-n_0]\} = e^{x[n-n_0]}$

Logo: $y[n-n_0] = T\{x[n-n_0]\} \rightarrow$ SISTEMA INVARIANTE NO TEMPO

(3) Estabilidade

Suponha que $|x[n]| \leq B_x$. Visto que a função $f(x) = e^x$ é estritamente crescente, temos: $|y[n]| = |e^{x[n]}| \leq e^{B_x} < +\infty$. Ou seja, $y[n]$ é limitado se $|x[n]|$ for limitado $\rightarrow$ SISTEMA ESTÁVEL.

(4) Causalidade:

A saída depende da entrada apenas do instante $n \rightarrow$ SISTEMA CAUSAL.

3) Um sistema LTI possui resposta ao impulso dada por: $h[n] = u[-n]$, em que $u[n]$ é a função degrau unitário. Usando a soma de convolução, determine a saída do sistema quando a entrada é dada por: $x[n] = (1/3)^n u[n]$.

Solução:

1^o caso: Para $n < 0$, a interseção entre $x[k]$ e $h[n-k]$, está entre 0 e $+\infty$. Logo:

$$y[n] = \sum_{k=0}^{+\infty} (1/3)^k = \frac{1}{1-1/3} = 3/2.$$

2^o caso: Para $n \geq 0$, a interseção entre $x[k]$ e $h[n-k]$, está entre n e $+\infty$. Logo:

$$y[n] = \sum_{k=n}^{+\infty} (1/3)^k = \frac{(1/3)^n}{1-1/3} = \frac{1}{2}(1/3)^{n-1}.$$

4) Um sistema LTI possui resposta ao impulso dada por: $h(t) = u(t)$, em que $u(t)$ é a função degrau unitário. Usando a integral de convolução, determine a saída do sistema quando a entrada é dada por: $x(t) = u(t)$.

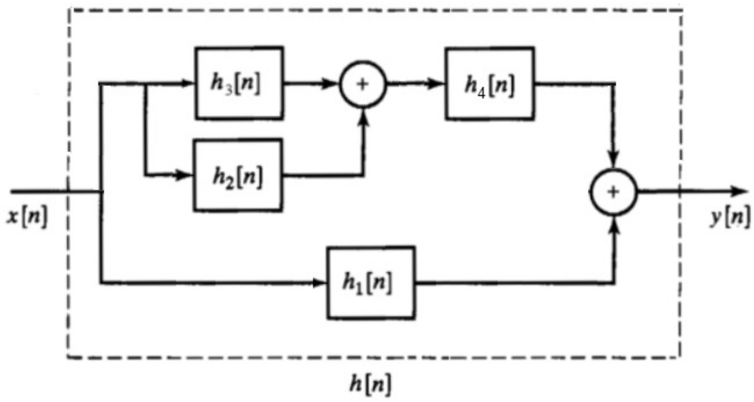
Solução:

1^o caso: Para $t < 0$, não há interseção entre $h(\tau)$ e $x(t-\tau)$, logo $y(t) = 0$.

2^o caso: Para $t \geq 0$, a interseção entre $h(\tau)$ e $x(t-\tau)$ está entre 0 e t. Logo:

$$y(t) = \int_0^t d\tau = t.$$

5) Uma interconexão de sistemas lineares e invariantes no tempo é mostrada na figura abaixo. Suponha que a resposta ao impulso do sistema global (pontilhado), com entada $x[n]$ e saída $y[n]$, seja dada por $h[n]$. Resolva às questões abaixo.



a) Expresse $h[n]$ em função de $h_1[n]$, $h_2[n]$, $h_3[n]$ e $h_4[n]$.

b) Encontre $h[n]$ para o caso em que $h_1[n] = -u[n-1]$, $h_2[n] = u[n]$ e $h_3[n] = \delta[n]$ e $h_4[n] = \delta[n-1]$.

c) Para o caso do item **b)**, o sistem é causal?

d) Para o caso do item **b)**, o sistem é estável?

Solução:

a)

RI da conexão em paralelo entre entre os sistemas $h_2[n]$ e $h_3[n]$: $h_2[n] + h_3[n]$

RI da conexão em série entre os sistemas $h_4[n]$ e $(h_2[n] + h_3[n])$: $h_4[n] * (h_2[n] + h_3[n])$

RI conexão em paralelo entre os sistemas $h_1[n]$ e $h_4[n] * (h_2[n] + h_3[n])$:

$h[n] = h_1[n] + h_4[n] * (h_2[n] + h_3[n])$

$h[n] = h_1[n] + h_4[n] * h_2[n] + h_4[n] * h_3[n]$

b)

$h[n] = -u[n-1] + \delta[n-1] * u[n] + \delta[n-1] * \delta[n]$

$h[n] = -u[n-1] + u[n-1] + \delta[n-1]$

$h[n] = \delta[n-1]$

c) Sim, o sistema é causal, pois $h[n] = 0$ para $n < 0$.

d) O sistema é estável pois a resposta ao impulso é absolutamente somável: $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[n]| = 1$

Formulário:

Soma de convolução:

$$y[n] = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} x[k]h[n-k]$$

Integral de de convolução:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Soma dos N primeiros termos de uma PG:

$$S_N = \frac{a_0(q^N - 1)}{q - 1}$$

Soma de todos termos de uma PG infinita:

$$S_\infty = \frac{a_0}{1-q},$$

para $|q| < 1$.