Iniciado em	domingo, 14 mai. 2023, 14:58
Estado	Finalizada
Concluída em	domingo, 14 mai. 2023, 15:35
Tempo empregado	37 minutos 4 segundos
Notas	5,00/5,00
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral tripla $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{\sqrt{9-x^2}} dzdydx.$

Resposta: 18

Resposta:

Passo 1: Temos que integrar a função em relação a z:

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{\sqrt{9-x^2}} 1dzdydx$$

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} [1z]_0^{\sqrt{9-x^2}} dydx =$$

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \left(\sqrt{9-x^2}\right) dydx =$$

Passo 2: Temos que integrar a função em relação a y:

$$\int_0^3 \left[\sqrt{9-x^2}\,y\right]_0^{\sqrt{9-x^2}} dx =$$

$$\int_0^3 \left[\left(\sqrt{9-x^2}\,\sqrt{9-x^2}\right) - \left(\sqrt{9-x^2}\right) 0\right] dx$$

$$\int_0^3 \left(9-x^2\right) dx =$$

Passo 3: Temos que integrar a função em relação a x:

$$I = \int_0^3 9dx - \int_0^3 x^2 dx$$

$$\int_0^3 9dx = [9x]_0^3 = 27$$

$$\int_0^3 x^2 dx = \left[\frac{x^{2+1}}{2+1}\right]_0^3 = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^3 = 9$$

$$I = 27 - 9 = 18$$

A resposta correta é: 18

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral iterada $\int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{3y} \int_{x^2+3y^2}^{8-x^2-y^2} \, dz\, dx\, dy$

Resposta: -6

Resposta:

$$= \int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{3y} z\Big|_{x^2+3y^2}^{8-x^2-y^2} \, dx\, dy$$

$$= \int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{3y} 8 - x^2 - y^2 - x^2 - 3y^2 \, dx\, dy$$

$$= \int_0^{\sqrt{2}} \int_0^{3y} -2x^2 - 4y^2 + 8 \, dx\, dy$$

$$= \int_0^{\sqrt{2}} \left(\frac{-2x^3}{3} - 4y^2x + 8x \right) \Big|_0^{3y} dy$$

$$= \int_0^{\sqrt{2}} \frac{-2(3)^3}{3} y - 12y^3 + 24y \, dy$$

$$= \int_0^{\sqrt{2}} -30y^3 + 24y \, dy$$

$$= \frac{-30y^4}{4}\Big|_0^{\sqrt{2}} + \frac{24y^2}{2}\Big|_0^{\sqrt{2}}$$

$$= \frac{-30(4)}{4} + \frac{24(2)}{2}$$

$$= -30 + 24$$

$$= -6$$

A resposta correta é: -6

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Qual o valor da integral $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{z}} \int_0^{2\pi} \left(r^2\, cos^2\,\theta\, + z^2\,\right)\, r\, d\theta\, dr\, dz$?

Escolha uma opção:

- a. $\frac{2\pi}{3}$
- b. $\frac{3\pi}{2}$
- c. $\frac{5\pi}{2}$
- d. $\frac{\pi}{3}$ ✔
- e. $\frac{\pi}{2}$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Calculando a Integral: $\int_0^{2\pi} \left(r^2 \cos^2(\theta) + z^2\right) r d\theta$

= $r \int_0^{2\pi} (z^2 + r^2 \cos^2(\theta)) d\theta$

= $r \left(\int_0^{2\pi} z^2 d\theta + \int_0^{2\pi} r^2 cos^2\,(\theta)\, d\theta \right)$

= $r\left(2\pi z^2 + \pi r^2\right)$

- $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{z}} r\left(2\pi z^2 + \pi r^2\right) drdz$

- Calculando a Integral: $\int_0^{\sqrt{z}} r\left(2\pi z^2 + \pi r^2\right) dr$

= $\int_0^{\sqrt{z}} (\pi r^3 + 2\pi z^2 r) dr$

= $\int_0^{\sqrt{z}} \pi r^3 dr + \int_0^{\sqrt{z}} 2\pi z^2 r dr$

= $\pi \frac{z^2}{4} + \pi z^3$

- $\int_0^1 \left(\pi \frac{z^2}{4} + \pi z^3\right) dz$

- Calculando a Integral: $\int_0^1 \left(\pi \frac{z^2}{4} + \pi z^3\right) dz$

= $\int_0^1 (\frac{\pi z^2}{4} + \pi z^3) dz$

= $\int_0^1 \frac{\pi z^2}{4} dz + \int_0^1 \pi z^3 dz$

= $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}$

= $\frac{\pi}{3}$

- Temos então que:

$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{z}} \int_0^{2\pi} \left(r^2\, cos^2\,\theta\, + z^2\,\right)\, r\, d\theta\, dr\, dz = \frac{\pi}{3}$

A resposta correta é: $\frac{\pi}{3}$

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral iterada $\int_0^\pi \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} \int_{-\sqrt{4-r^2}}^{3\sqrt{4-r^2}} r\, z\, dz\, dr\, d\theta$?

Escolha uma opção:

- a. $\frac{36}{13}\pi$
- b. $\frac{39}{23}\pi$
- c. $\frac{7}{5}\pi$
- d. $\frac{38}{17}\pi$
- e. $\frac{37}{15}\pi$ ✔

Sua resposta está correta.

Resposta:

$$= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r\frac{z^2}{2}\Big|_{-\sqrt{4-r^2}}^{3\sqrt{4-r^2}} dr\, d\theta$$

$$= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r\left(\frac{9(4-r^2)}{2} - \frac{(4-r^2)}{2}\right) dr\, d\theta$$

$$= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r\left(\frac{8(4-r^2)}{2}\right) dr\, d\theta$$

$$= \int_0^\pi \frac{8}{2} \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r\left(4-r^2\right) dr\, d\theta$$

$$= \int_0^\pi 4 \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} 4r - r^3\, dr\, d\theta$$

Aplicando a regra da soma para integrais:

$$= \int_0^\pi 4\left(\int_0^{\frac{\theta}{\pi}} 4r\, dr - \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r^3\, dr\right) d\theta$$

$$= \int_0^\pi 4\left(\frac{4r^2}{2} - \frac{r^4}{4}\right)\Big|_0^{\frac{\theta}{\pi}} d\theta$$

$$= \int_0^\pi 4\left(\frac{2\theta^2}{\pi^2} - \frac{\theta^4}{4\pi^4}\right) d\theta$$

Aplicando novamente a regra da soma:

$$= \int_0^\pi \frac{8\theta^2}{\pi^2}\, d\theta - \int_0^\pi \frac{\theta^4}{\pi^4}\, d\theta$$

$$= \frac{8\theta^3}{3\pi^2}\Big|_0^\pi - \frac{\theta^5}{5\pi^4}\Big|_0^\pi$$
$$= \frac{8\pi}{3} - \frac{\pi}{5}$$

$$= \frac{37}{15}\pi$$

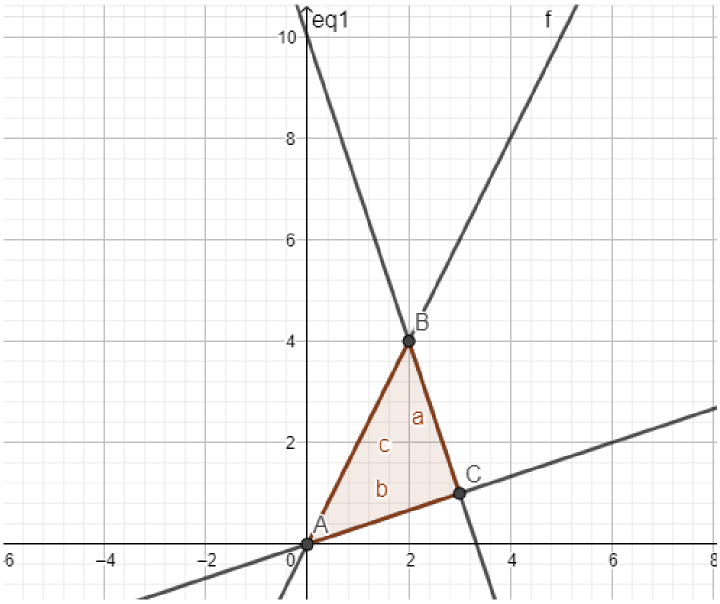
A resposta correta é: $\frac{37}{15}\pi$

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a imagem pela transformação $u = 3x + 2y, y = x + 4y$ da região triangular no plano xy delimitada pelo eixo x, eixo y e a reta $x + y = 1$. Depois compare com a figura abaixo.



Agora, resolva o sistema $u = 3x + 2y, y = x + 4y$ para$x$ e y em termos de u e v. Em seguida, encontre o valor do jacobiano $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$.

Resposta: 0,1

Resposta correta. Parabéns!

$$\begin{Bmatrix} 3x + 2y = u \times (-2) \\ x + 4y = v \end{Bmatrix} \Rightarrow \begin{Bmatrix} -6x - 4y = -2u \\ x + 4y = v \end{Bmatrix} \Rightarrow -5x = -2u + v \Rightarrow x = \frac{1}{5}(2u - v)$$

$3x + 2y = u \Rightarrow 2y = u - 3x \Rightarrow y = \frac{1}{2}(u - 3x)$

Desenvolvendo y:

$$y = \frac{1}{2}(u - 3x) \Rightarrow y = \frac{u}{2} - \frac{3}{2}x \Rightarrow y = \frac{u}{2} - \frac{3}{2}\left[\frac{1}{5}(2u - v)\right] \Rightarrow y = \frac{u}{2} - \frac{3}{10}(2u - v) \Rightarrow$$

$$y = \frac{u}{2} - \frac{6u + 3v}{10} \Rightarrow y = \frac{5u}{10} - \frac{6u + 3v}{10} \Rightarrow y = \frac{-u + 3v}{10} \Rightarrow y = \frac{1}{10}(-u + 3v)$$

Jacobiano:

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{2}{5} & \frac{-1}{5} \\ \frac{-1}{10} & \frac{3}{10} \end{vmatrix} = \frac{6}{50} - \frac{1}{50} = \frac{1}{10}$$

A resposta correta é: 0,1