Klayver Ximenes Carmo 427651

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Painel ▸ SBL0059 ▸ 3 setembro - 9 setembro ▸ Teste de revisão

Iniciado em	quarta, 9 Set 2020, 09:42
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 9 Set 2020, 10:38
Tempo empregado	56 minutos 14 segundos
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int_C x\, ds$, onde C é a curva parabólica $x = t$,$y = t^2$, entre $(0,0)$ e $(2,4)$.

Escolha uma:

a. $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$ ✓

b. $\frac{14\sqrt{17}-1}{12}$

c. $\frac{16\sqrt{17}-1}{12}$

d. $\frac{13\sqrt{17}-1}{12}$

e. $\frac{15\sqrt{17}-1}{12}$

Sua resposta está correta.

Similar ao item a que a curva parabólica é contínua sobre a curva C a integral pode ser calculada por :

$$\int_C x\,ds = \int_a^b x(t)\ \| \vec{\mathbf{v}}(t) \|\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + \ t^2\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\| \vec{\mathbf{v}}(t) \| = \sqrt{1 + 4t^2}$$

Substituindo então os dados encontrados na integral, temos:

$$\int_C x\,ds = \int_0^2 t\sqrt{1 + 4t^2}\ dt$$

Aplicando método de resolução de integral substituição simples, tomemos:

$$u = 4t^2 + 1$$

$$du = 8t\ dt$$

$$\frac{du}{8} = t\ dt$$

Colocando os limites de integração em relação a variável u substituindo os valores iniciais:

$$u(0) = 4\,0^2 + 1$$

$$u(0) = 1$$

$$u(2) = 4\,2^2 + 1$$

$$u(2) = 17$$

Substituindo os limites de integração :

$$\int_0^2 t\sqrt{1+4t^2}\,dt = \frac{1}{8}\int_1^{17} \sqrt{u}\,du$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17}$$

Substituindo os dados temos:

$$\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17} = \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{17^3}) - \left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{1^3})\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2(17)(\sqrt{17})}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(17\sqrt{17} - 1)$$

$$= \frac{17\sqrt{17} - 1}{12}$$

A resposta correta é: $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int_C (xy + y + z)\, ds$ ao longo da curva $\vec{\mathbf{r}}(t) = 2t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + (2 - 2t)\mathbf{k}$, $0 \leq\ t\ \leq\ 1.$

Resposta: 6,5

SOLUÇÃO:

1°) Como a função $\vec{\mathbf{r}}(t)$ dada tem uma derivada primeira, descobrindo a equação da velocidade a derivando-a. Logo, $\vec{\mathbf{v}}(t) = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$.

2°) Encontramos o módulo de $\vec{\mathbf{v}}(t)$.

$\parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel = \sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (-2)^2} = 3$

3°) Calculamos a integral de linha $\int_b^a\ f(g(t), h(t), k(t)) \parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel\ dt$ para a parametrização lisa de C dada por $\vec{\mathbf{r}}(t) = 2t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + (2 - 2t)\mathbf{k}$, $0 \leq\ t\ \leq\ 1.$

= $\int_0^1 (2t^2\ - t + 2)3\, dt$

= $3\ \int_0^1 (2t^2\ - t + 2)dt$

= $3\ (\int_0^1 2t^2\, dt - \int_0^1 tdt + \int_0^1 2dt)$

= $3\ (2[\frac{t^3}{3}]_0^1\ -\ [\frac{t^2}{2}]_0^1\ +\ [2t]_0^1\ )$

= $3\ (\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 2)$

$= \frac{13}{2} = 6,5$

A resposta correta é: 6,5.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o fluxo do campo $\vec{\mathbf{F}}_2 = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j}$ através da elipse $\vec{\mathbf{r}}(t) = (cos(t))\mathbf{i} + (4sen(t))\mathbf{j}$, $0 \le t \le 2\pi$.

Resposta: 0 ✓

Solução:

Desta vez nós vamos usar a forma escalar para o cálculo do fluxo. Seja $\vec{r}(t) = \cos(t)\mathbf{i} + 4\sin(t)\mathbf{j}$, teremos que $x = \cos(t)$ e $y = 4\sin(t)$. Logo $dx = -\sin(t)\,dt$ e $dy = 4\cos(t)\,dt$

Agora podemos calcular o fluxo do campo Fluxo $\vec{\mathbf{F}}_2$:

Teremos $N = \cos(t)$ e $M = -4\sin(t)$, substituindo na fórmula:

$\int_0^{2\pi} Mdy - Ndx$

$= \int_0^{2\pi} [-4\sin(t)4\cos(t) - \cos(t)(-\sin(t))]\ dt$

$= \int_0^{2\pi} (-16\sin(t)\cos(t) + \sin(t)\cos(t))\,dt$

$= \int_0^{2\pi} -15\sin(t)\cos(t)\,dt = \frac{-15}{4}[\sin(t)]_0^{2\pi} = 0$

A resposta correta é: 0.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \; - \; 2x\mathbf{j} \; + \sqrt{y}\mathbf{k}$
- C é o caminho dado pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^{2}\mathbf{j} + t^{4}\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 1$.

Resposta: -0,2

Solução:

i) Derivando $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^{2}\mathbf{j} + t^{4}\mathbf{k}$, obtemos:

$$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^3\mathbf{k}$$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \; - \; 2x\mathbf{j} \; + \sqrt{y}\mathbf{k}$ em termos de t:

$$\vec{\mathbf{F}}(t) = \sqrt{t^4}\,\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + \sqrt{t^2}\,\mathbf{k} = t^2\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$$

iii) Simplificando para integração:

$$\vec{\mathbf{F}}(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = \left(t^2\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + t\mathbf{k}\right) \cdot \left(\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^3\mathbf{k}\right) dt = \left(t^2 \; - 4t^2 \; + 4t^4)dt\right) = \left(-3t^2 \; + 4t^4\right) dt$$

iv) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_2} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}\left(\vec{\mathbf{r}}(t)\right) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \int_0^1 -3t^2 + 4t^4 \, dt = \left[-\frac{3t^3}{3} + \frac{4t^5}{5}\right]_0^1 = -\frac{1}{5}$$

Resposta: $-\frac{1}{5} = -0,2.$

A resposta correta é: -0,2.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado pela força ${\bf \vec F}=xy{\bf i}+(y-x){\bf j}$ sobre o segmento de reta $(1,1)$ a $(2,3)$.

Escolha uma:

a. $\frac{25}{7}$

b. $\frac{25}{4}$

c. $\frac{25}{8}$

d. $\frac{25}{6}$

e. $\frac{25}{9}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Temos que descobrir um vetor ${\bf \vec u}$ que vai de um ponto a outro:

${\bf \vec u}=(2,3)-(1,1)$

${\bf \vec u}=(1,2)$

Agora vamos parametrizar a reta:

$x=x_1+at$ (a é o ponto x de ${\bf \vec u}$)

$x=1+1t$

$y=y_1+bt$ (b é o ponto y de ${\bf \vec u}$)

$y=1+2t$

Descobrindo o intervalo em que t se encontra:

Para $x=1$:

$1=1+t$

$t=0$

Para $x=2$:

$2=1+t$

$t=1$

Então $0 \le t \le 1$.

Descobrindo ${\bf \vec v}(t)$:

${\bf \vec r}(t)=(1+t){\bf i}+(1+2t){\bf j}$

${\bf \vec v}(t)={\bf i}+2{\bf j}$

Encontrando ${\bf \vec F}({\bf \vec r}(t))$:

${\bf \vec F}=xy{\bf i}+(y-x){\bf j}$

Substituindo os valores de x e y:

${\bf \vec F}=((1+t)(1+2t)){\bf i}+(1+2t-(1+t)){\bf j}$

$=(1+2t+t+2t^2){\bf i}+(1+2t-1-t){\bf j}$

${\bf \vec F}=(1+3t+2t^2){\bf i}+t{\bf j}$

Agora, produto escalar entre ${\bf \vec F}$ e ${\bf \vec v}$:

${\bf \vec F}\cdot {\bf \vec v}=(1+3t+2t^2,t)\cdot(1,2)$

$=1+3t+2t^2+2t$

$=1+5t+2t^2$

Calculando o trabalho W:

$W=\int _0^1\:\left(1+5t+2t^2\right)dt$

$=\left[t\right]^1_0+5\left[\frac{t^2}{2}\right]^1_0+2\left[\frac{t^3}{3}\right]^1_0$

$=1+\frac{5}{2}+\frac{2}{3}$

$=\frac{25}{6}$

A resposta correta é: $\frac{25}{6}$

.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social