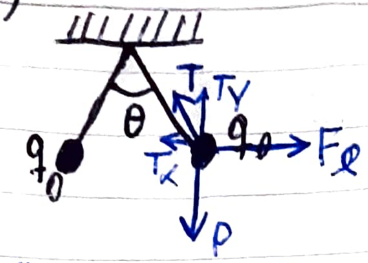
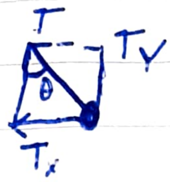
1) 2018.2



Como o sistema está em equilíbrio, $F_R = 0$:

$$\begin{cases} T_Y = P \\ T_X = F_e \end{cases}$$

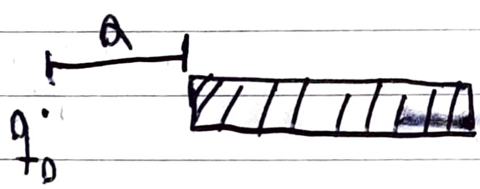


$$tg\,2\theta = \frac{T_X}{T_Y} = \frac{F_e}{P}$$

$$\theta = tg^{-1}\frac{2F_e}{P} = tg^{-1}\frac{\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0 q_0}{d^2}\cdot 2}{m_0 \cdot g} = tg^{-1}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0^2\cdot 2}{d^2\cdot m_0\cdot g}$$

$$\boxed{\theta = tg^{-1}\frac{q_0^2\cdot 2}{4\pi\varepsilon_0\cdot d^2\cdot m_0\cdot g}}$$

2)



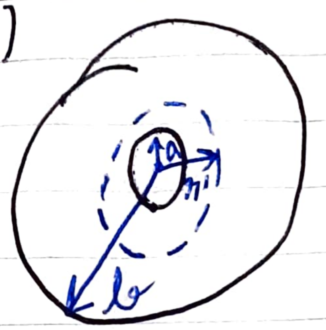
$$dF_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_0\,dq}{r^2} \qquad dq = \lambda \cdot dx \qquad r = x$$

$$dF_e = \frac{q_0\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{dx}{x^2}$$

Integrando dos dois lados

$$\int dF_e = \frac{q_0\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\int_a^{a+L}\frac{dx}{x^2} \Rightarrow F_e = \frac{q_0\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{a} - \frac{1}{a+L}\right]$$

3)



Pela lei de gauss

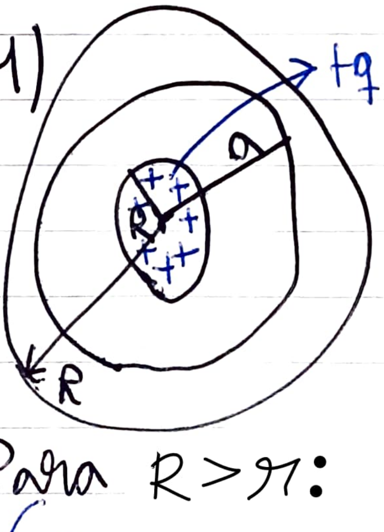
$$\Phi = \int \vec{E} \cdot d\vec{a} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|r'|^2}$$

Cálculo do potencial

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{|r'|^2} dr' =$$

$$\frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \int_b^a \frac{dr'}{|r'|^2} = \frac{-q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{-1}{r}\right]_b^a = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{b-a}{ab}\right]$$

4)



Para $R > r$:

$$\int \vec{E} \cdot da = \frac{q_0}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_0}{\epsilon_0} \Rightarrow |\vec{E}| = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2}$$

Para $r > R$:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{a} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q_0}{\varepsilon_0}$$

$$Q_{s_2} = \rho \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4\pi R^3}{3}}$$

$$Q_{s_2} = Q \, \frac{\frac{4}{3}\pi r^3}{\frac{4}{3}\pi R^3} = Q\left(\frac{r}{R}\right)^3$$

$$E \cdot 4\pi \cancel{r^2} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \, \frac{r^{\cancel{3}}}{R^3}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \, \frac{Q}{R^2} \left(\frac{r}{R}\right)$$

2018.1

1) → 2018.2

2)

→ Primeiro, calculamos o campo elétrico $\vec{E}$.

$$E_s = -\frac{\partial V}{\partial s}$$

$$E_x = -(3ax^2z - 5bx^{-6}y^5z^4)$$

$$E_y = -(5bx^{-5}y^4z^4)$$

$$E_z = -(ax^3 + 4bx^{-5}y^5z^3)$$

Como $E = \frac{F}{q_0}$ temos que

$$F = E \cdot q_0$$

$$F_x = (-3ax^2z - 5bx^{-6}y^5z^4)q_0$$

$$F_y = -5bx^{-5}y^4z^4 \, q_0$$

$$F_z = -(ax^3 - 4bx^{-5}y^5z^3)q_0$$

Como $\vec{F} = m_0 \cdot \vec{a}$, temos que

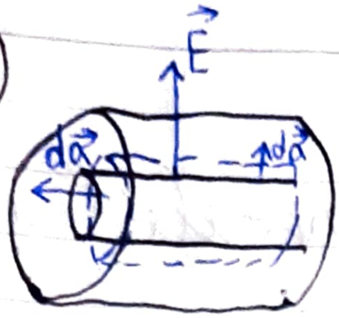
$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m_0}$$

$$a(x,y,z) = -(3ax^2z - 5bx^{-6}y^5z^4)\frac{q_0}{m_0}\hat{i}$$

$$-(5bx^{-5}y^4z^4)\frac{q_0}{m_0}\hat{j} - (ax^3 - 4bx^{-5}y^5z^3)\frac{q_0}{m_0}\hat{k}$$

tilibra

3)



Pela Lei de Gauss:

$$\oint \vec{E}\, d\vec{a} = \frac{q_{env}}{\epsilon_0}$$

Como área lateral é a única que importa porque nos outros casos $d\vec{a}$ e $\vec{E}$ são perpendiculares.

$$\vec{E}\cdot 2\pi\cdot r\cdot L = \frac{q_{env}}{\epsilon_0} \Rightarrow \vec{E} = \frac{q_{env}}{2\pi\epsilon_0 r L}$$

$V = -\int_b^a \vec{E}\, ds$ onde $d\vec{s} = dr \Rightarrow V = \frac{-q_{env}}{2\pi\epsilon_0 L}\int_b^a \frac{dr'}{r'}$

$$V = \frac{-q_{env}}{2\pi\epsilon_0 L}\Big[\ln(r')\Big]_b^a$$

2017.2

1) $V = \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\displaystyle\int \dfrac{dq}{r}$

$r = \sqrt{Z^2 + R^2}$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 \cdot \sqrt{Z^2+R^2}} \int dq = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 \sqrt{Z^2+R^2}}$$

2. → Já feita
3. → Já feita
4.

$$\varepsilon - i(t)\cdot R - \frac{q(t)}{C} = 0$$

Como $i(t) = \dfrac{dq(t)}{dt}$, temos que

$$\varepsilon - \frac{dq(t)}{dt}\cdot R - \frac{q(t)}{C} = 0$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = \frac{\varepsilon}{r}\cdot\frac{C}{C} - \frac{q(t)}{r\cdot C} = (\varepsilon C - q(t))\frac{1}{rC}$$

$$\frac{dq(t)}{-q(t)+\varepsilon C} = \frac{dt}{rC}$$

$$\int \frac{dq(t)}{-q(t)+\mathcal{E}C} = \int \frac{dt}{RC}$$

$u = \mathcal{E}C - q(t)$
$du = -dq$

$$\int \frac{-du}{u} = \frac{1}{RC}\int dt$$

$$\ln(\mathcal{E}C - q(t)) = \frac{-t}{RC} + K$$

$$e^{\ln(\mathcal{E}C - q(t))} = e^{\frac{-t}{RC}+K}$$

$$\mathcal{E}C - q(t) = e^{\frac{-t}{RC}+K}$$

$$\mathcal{E}C - q(t) = e^{\frac{-t}{RC}} \cdot e^{K}$$

$$q(t) = \mathcal{E}C - e^{K} e^{-\frac{t}{RC}}$$

Depois que foi calculada a integral, é necessário descobrir o e^K, como é t_0 a carga no capacitor é 0, temos

$$q(t=0) = \mathcal{E}C - e^K = 0 \Rightarrow \mathcal{E}C = e^K$$

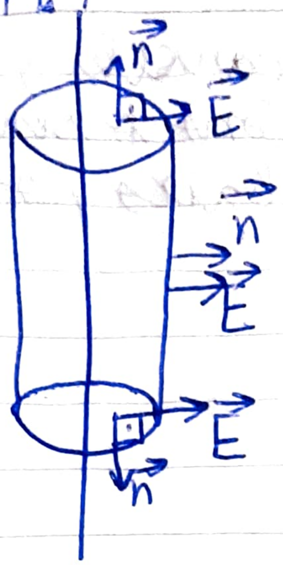
Logo, $q(t) = \mathcal{E}C - \mathcal{E}C \cdot e^{\frac{-t}{RC}}$

Como $i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$, temos que para encontrar basta derivar

$$i(t) = \frac{\mathcal{E}}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

2017.1

1)



Como o vetor que representa a normal é perpendicular ao campo na base e no topo, basta calcular na superfície lateral, porque o cos 90° = 0. Pela lei de Gauss temos:

$$\int \vec{E}\, d\vec{a} = \frac{q_{env}}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} \cdot 2\pi R \cdot h = \frac{q_0}{\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \frac{q_0}{2\pi R \cdot h \cdot \epsilon_0}$$

como $q_0 = \lambda \cdot h$, temos:

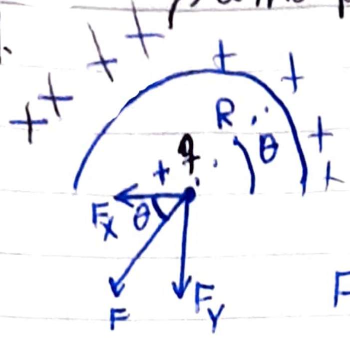
$$\vec{E} = \frac{\lambda \cdot \cancel{h}}{2\pi R \cdot \cancel{h} \cdot \epsilon_0} = \frac{\lambda}{2\pi R \epsilon_0}$$

2 Já feita

3. Já feita

$$\boxed{\int \frac{1}{2}\sin(2x)\,dx = \frac{1}{4}\cos(2x)}$$

4. → como para valores entre



Como os F_x vão se cancelar, basta calcular o F_Y. Como o sentido é vertical para baixo podemos considerar $-\hat{j}$

$F_Y = F\cdot\sin\theta$

$dQ = \lambda\, dl = \lambda R d\theta$

Como, $\lambda = \lambda_0 \cos\theta$

$= \lambda_0 |\cos\theta| r\, d\theta \Rightarrow \int dq = \int \lambda_0 |\cos\theta| r\, d\theta$

Como o semicírculo é 0 a π temos:

$$\int dq = r\lambda_0 \int_0^{\pi} |\cos\theta|\, d\theta =$$

$$Q = r\lambda_0\left(\int_0^{\pi/2}\cos\theta\, d\theta - \int_{\pi/2}^{\pi}\cos\theta\, d\theta\right) = 2R\lambda_0$$

$$\lambda_0 = \frac{Q}{2R}$$

Como $F_Y = F\cdot\sin\theta$ e o sentido é $-\hat{j}$.

$$\vec{F} = \frac{-q\cdot\sin\theta}{4\pi\varepsilon_0}\int_0^{\pi}\frac{dQ}{R^2}\hat{j} = \frac{-q\lambda_0}{(4\pi\varepsilon_0)R}\int_0 |\cos\theta|\sin(\theta)\, d\theta\, \hat{j}$$

$$= \frac{-q\lambda_0}{(4\pi\varepsilon_0)R}\left[\int_0^{\pi/2}\cos(\theta)\sin(\theta)\, d\theta - \int_{\pi}^{\pi/2}\cos(\theta)\cdot\sin\theta\, d\theta\right]\hat{j}$$

$$= -\frac{q\lambda_0}{(4\pi\varepsilon_0)R}\left[-\frac{1}{4}\cos(2x)\Big|_0^{\pi/2} + \frac{1}{4}\cos(2x)\Big|_{\pi/2}^{\pi}\right]\hat{j} = \frac{-q\lambda_0}{(4\pi\varepsilon_0)R}\hat{j}$$

tilibra

Aplicando $\lambda_0 = \frac{Q}{2R}$ e $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, temos

$$\vec{E} = \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 2R^2}\hat{j}$$