Iniciado em	Tuesday, 8 Nov 2022, 10:42
Estado	Finalizada
Concluída em	Monday, 14 Nov 2022, 14:36
Tempo empregado	6 dias 3 horas
Avaliar	**9,00** de um máximo de 10,00(**90**%)

Questão **1**
Correto
Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2+z^2)\mathbf{i} + (x^2+z^2)\mathbf{j} + (x^2+y^2)\mathbf{k}$, onde C é a borda do triângulo cortado do plano $x+y+z=1$ pelo primeiro octante, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 3
- b. 4
- c. 0 ✔
- d. 2
- e. 1

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional:

$\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2+z^2 & x^2+z^2 & x^2+y^2 \end{vmatrix} = (2y-2z)\mathbf{i} + (2z-2x)\mathbf{j} + (2x-2y)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{3}}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \frac{2y-2z+2z-2x+2x-2y}{\sqrt{3}} = 0$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_S 0 d\sigma = 0$.

A resposta correta é:
0

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = x^2y^3\mathbf{i} + \mathbf{j} + z\mathbf{k}$, onde C é a interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z \geq 0$, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. -4π
- b. 4π
- c. 8π
- d. 3π
- e. -8π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2y^3 & 1 & z \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} - 3x^2y^2\mathbf{k}$. Como

$\vec{\mathbf{n}} = \frac{2x\mathbf{i}+2y\mathbf{j}+2z\mathbf{k}}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}}{4}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = -\frac{3}{4}x^2y^2z$. Dessa forma, $d\sigma = \frac{4}{z}\,dA$. Portanto,

$$\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_R \left(-\frac{3}{4}x^2y^2z\right)\left(\frac{4}{z}\right)\,dA = -3\int_0^{2\pi}\int_0^2 (r^2\cos^2\theta)(r^2\sin^2\theta)\,r\,dr\,d\theta = -3\int_0^{2\pi}\left[\frac{r^6}{6}\right]_0^2 (\cos\theta\,\sin\theta)^2\,d\theta = -3$$

A resposta correta é:
-8π

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = 2y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, onde C é a circunferência $x^2 + y^2 = 9$ no plano xy, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 5π
- b. 4π
- c. 11π
- d. 9π
- e. 7π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\mathbf{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2y & 3x & -z^2 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + (3-2)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\mathbf{rot}\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 1$. Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint\limits_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \;=\; \int\int_R dx\,dy$= Area do círculo $= 9\pi$.

A resposta correta é:
9π

.

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular o fluxo do rotacional do campo $\vec{\mathbf{F}} = (y - z)\mathbf{i} + (z - x)\mathbf{j} + (x + z)\mathbf{k}$ através da superfície S na direção da normal unitária exeterior $\vec{\mathbf{n}}$.

A superfície S é dada por $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (rcos\theta)\mathbf{i} + (rsen\theta)\mathbf{j} + (9 - r^2)\mathbf{k}, 0 \leq r \leq 3, 0 \leq \theta \leq 2\pi.$

- a. -15π
- b. -17π
- c. -13π
- d. -18π
- e. -12π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\mathbf{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y - z & z - x & x + z \end{vmatrix} = -\mathbf{i} - 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$. Em seguida calculamos $\vec{\mathbf{r}}_{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{r}}_\theta = (2r^2 \cos\theta)\mathbf{i} - 2r^2 \sin\theta\,\mathbf{j} + r\mathbf{k}$. Agora podemos calcular $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = (\nabla \times \vec{\mathbf{F}}) \cdot (\vec{\mathbf{r}}_{\mathbf{r}} \times \vec{\mathbf{r}}_\theta)\, dr\, d\theta.$
Portanto,
$\int \int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^3 (-2r^2 \cos\theta - 4r^2 \sin\theta - 2r)\, dr\, d\theta = \int_0^{2\pi} \left[-\frac{2}{3}r^3 \cos\theta - \frac{4}{3}r^3 \sin\theta - r^2\right]_0^3 d\theta = \int_0^{2\pi} (-18 \cos\theta$

A resposta correta é:
-18π

.

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2 + z^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j} + (x^2 + y^2)\mathbf{k}$, onde C é o quadrado limitado pelas retas $x = \pm 1$ e $y = \pm 1$ no plano xy, no sentido anti-horário quando visto de cima.

- a. 1
- b. -1
- c. 1.5
- d. 0 ✔
- e. 2

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional:

$\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2 + z^2 & x^2 + y^2 & x^2 + y^2 \end{vmatrix} = (2y)\mathbf{i} + (2z - 2x)\mathbf{j} + (2x - 2y)\mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 2x - 2y$.

Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}(2x - 2y)dxdy = \int_{-1}^{1} -4ydy = 0$.

A resposta correta é:

0

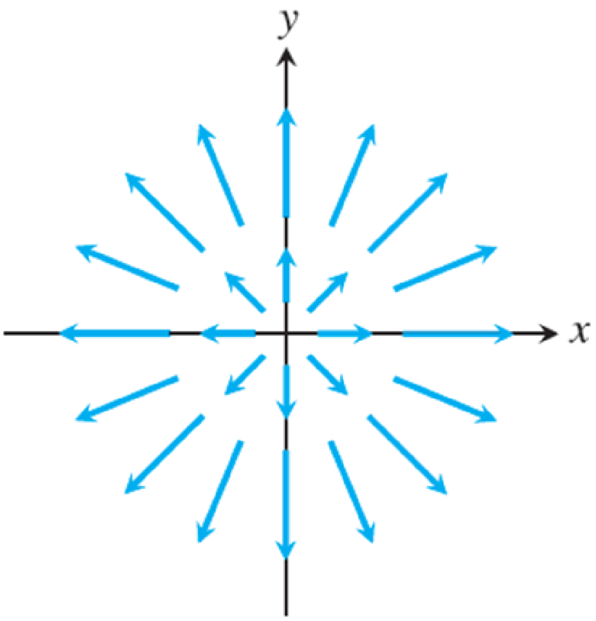
.

Questão **6**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

encontre a divergência do campo radial da figura abaixo,



onde o campo é dado por $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$.

- a. 3
- b. 0
- c. 2
- d. 4
- e. 1 ✖

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos a equação $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, calculamos a derivada parcial e temos:

$$div\,\vec{\mathbf{F}} = 1 + 1 = 2$$

A resposta correta é:
2
.

Questão **7**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$, D: A esfera sólida $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

- a. 31π
- b. 33π
- c. 32π ✔
- d. 29π
- e. 30π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^2) = 2x, \frac{\partial}{\partial y}(xz) = 0, \backslash, \frac{\partial}{\partial z}(3z) = 3$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 2x + 3$.

$$Flux = \int \int_D \int (2x+3)\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^2 (2\rho \sin\phi \cos\theta + 3)(\rho^2 \sin\phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\frac{\rho^4}{2} \sin\phi \cos\theta + \rho^3\right]_0^2 \sin\phi\, d\phi\, d$$

A resposta correta é:
32π
.

Questão **8**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Cunha $\vec{\mathbf{F}} = 2xz\mathbf{i} – xy\mathbf{j} – z^2\mathbf{k}$, D: A cunha cortada do primeiro octante pelo plano $y + z = 4$ e pelo cilindro elíptico $4x^2 + y^2 = 16$.

a. $-\frac{40}{3}$

b. $\frac{47}{3}$

c. $-\frac{47}{3}$

d. $-\frac{45}{2}$

e. $-\frac{45}{3}$

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(2xz) = 2z, \frac{\partial}{\partial y}(-xy) = -x, \frac{\partial}{\partial z}(-z^2) = -2z$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = -x$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int\int\int_D -x\,dV$

$=\int_0^2 \int_0^{\sqrt{16-4x^2}} \int_0^{4-y} -x\,dz\,dy\,dx$

$=\int_0^2 \int_0^{\sqrt{16-4x^2}} (xy - 4x)\,dy\,dx$

$=\int_0^2 \left[\frac{1}{2}x(16-4x^2) - 4x\sqrt{16-4x^2}\right]\,dx$

$=\left[4x^2 - \frac{1}{2}x^4 + \frac{1}{3}(16-4x^2)^{\frac{3}{2}}\right]_0^2$

$=-\frac{40}{3}$

A resposta correta é:

$-\frac{40}{3}$

.

Re

Questão **9**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^3\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$, D: A esfera sólida $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$.

- a. $\frac{12\pi a^5}{5}$
- b. $\frac{14\pi a^5}{5}$
- c. $\frac{19\pi a^5}{5}$
- d. $\frac{13\pi a^5}{5}$
- e. $\frac{17\pi a^5}{5}$

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^3) = 3x^2, \frac{\partial}{\partial y}(y^3) = 3y^2, \backslash, \frac{\partial}{\partial z}(z^3) = 3z^2$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int \int_D \int 3(x^2 + y^2 + z^2)\, d\vec{\mathbf{V}} = 3\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{a} \rho^2(\rho^2 \text{ sin } \phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = 3\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{a^5}{5} \text{sin } \phi\, d\phi\, d\theta = 3\int_0^{2\pi} \frac{2a^5}{5}\, d\theta = \frac{12\pi a^5}{5}$

A resposta correta é:

$\frac{12\pi a^5}{5}$

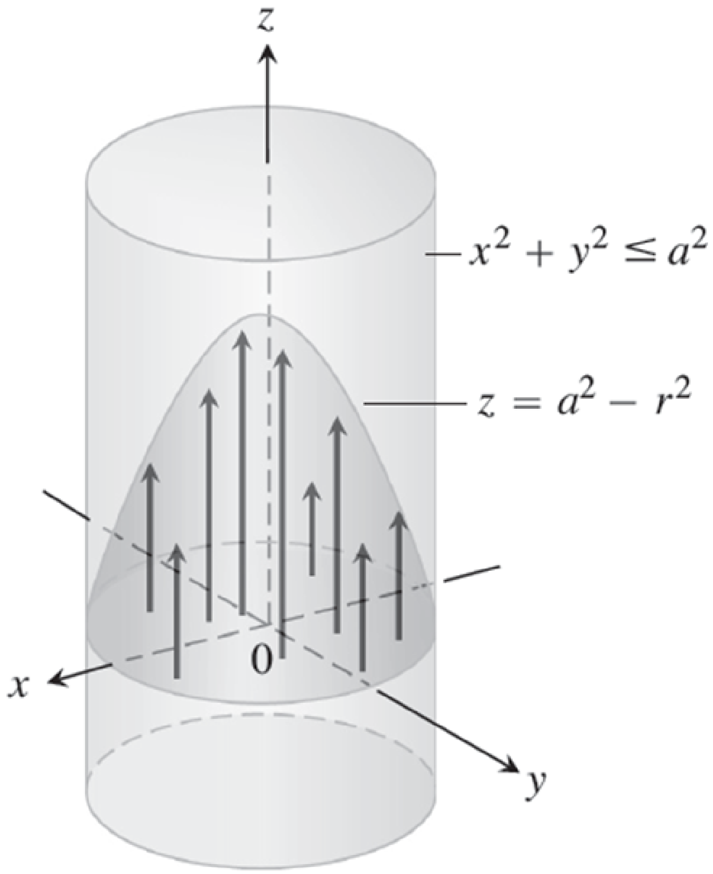
.

Questão **10**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a divergência do campo de velocidade da figura abaixo,



onde a equação do campo é dada por $\vec{\mathbf{v}} = (a^2 - x^2 - y^2)\mathbf{k}$, onde a base desses vetores encontra-se no plano xy e extremidades está no parabolóide $z = a^2 - r^2$.

- a. 0
- b. 2
- c. 1
- d. 3
- e. 4

Sua resposta está correta.

Solução: Temos $z = a^2 - r^2$ em coordenadas cilíndricas, como $r^2 = x^2 + y^2$, substituímos e obtemos $z = a^2 - (x^2 + y^2)$

$\vec{\mathbf{v}} = (a^2 - x^2 - y^2)\mathbf{k}$, assim \(div\,{\bf\vec v}=0\0

A resposta correta é:

0

.

◄ 16.8 Teorema da divergência (Gauss)

Seguir para...

Simulado da AP3 ►