Iniciado em	sábado, 17 jun. 2023, 16:50
Estado	Finalizada
Concluída em	domingo, 18 jun. 2023, 23:59
Tempo empregado	1 dia 7 horas
Avaliar	**0,00** de um máximo de 10,00(**0**%)

Questão **1**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2+z^2)\mathbf{i} + (x^2+z^2)\mathbf{j} + (x^2+y^2)\mathbf{k}$, onde C é a borda do triângulo cortado do plano $x+y+z=1$ pelo primeiro octante, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 0
- b. 4
- c. 1
- d. 2
- e. 3

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional:

$\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2+z^2 & x^2+z^2 & x^2+y^2 \end{vmatrix} = (2y-2z)\mathbf{i} + (2z-2x)\mathbf{j} + (2x-2y)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \frac{\mathbf{i}+\mathbf{j}+\mathbf{k}}{\sqrt{3}}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = \frac{2y-2z+2z-2x+2x-2y}{\sqrt{3}} = 0$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_S 0 d\sigma = 0$.

A resposta correta é:
0

Questão **2**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = 2y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, onde C é a circunferência $x^2 + y^2 = 9$ no plano xy, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 4π
- b. 11π
- c. 5π
- d. 9π
- e. 7π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2y & 3x & -z^2 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + (3-2)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 1$. Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint\limits_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_R dx\,dy$= Area do círculo $= 9\pi$.

A resposta correta é:
9π

Questão **3**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Seja $\vec{\mathbf{n}}$ a normal unitária exterior da casca elíptica S: $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 = 36$, $z \geq 0$, e seja $\vec{\mathbf{F}} = y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + (x^2 + y^4)^{\frac{3}{2}} \sin e^{\sqrt{xyz}}\mathbf{k}$. Encontre o valor de $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$.

- a. 8π
- b. -4π
- c. 6π
- d. -6π
- e. -8π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos $x = 3\cos t$ e $y = 2\sin t$

$\vec{\mathbf{F}} = (2\sin t)\mathbf{i} + (9\cos^2 t)\mathbf{j} + (9\cos^2 t + 16\sin^4 t)\sin e^{\sqrt{(6\sin t\cos t)(0)}}\mathbf{k}$

$r = (3\cos t)\mathbf{i} + (2\sin t)\mathbf{j}$, então $d\vec{\mathbf{r}} = (-3\sin t)\mathbf{i} + (2\cos t)\mathbf{j}$

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = -6\sin^2 t + 18\cos^3 t$

$\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int_0^{2\pi} (-6\sin^2 t + 18\cos^3 t)\, dt = \left[-3t + \frac{3}{2}\sin 2t + 6(\sin t)(\cos^2 t + 2)\right]_0^{2\pi} = -6\pi$.

A resposta correta é:
-6π

Questão **4**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2 + z^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j} + (x^2 + y^2)\mathbf{k}$, onde C é o quadrado limitado pelas retas $x = \pm 1$ e $y = \pm 1$ no plano xy, no sentido anti-horário quando visto de cima.

- a. 1.5
- b. 2
- c. -1
- d. 1
- e. 0

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2 + z^2 & x^2 + y^2 & x^2 + y^2 \end{vmatrix} = (2y)\mathbf{i} + (2z - 2x)\mathbf{j} + (2x - 2y)\mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 2x - 2y$. Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}(2x - 2y)dxdy = \int_{-1}^{1} -4ydy = 0$.

A resposta correta é:
0

Questão **5**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + z^2\mathbf{k}$, onde C é a elipse $4x^2 + y^2 = 4$ no plano xy, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 3π
- b. 4π
- c. 2π
- d. 0
- e. π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2 & 2x & z^2 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + (2 - 0)\mathbf{k} = 2\mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 2$. Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_S 2\,dA = 2$ (Área da elipse) $= 4\pi$.

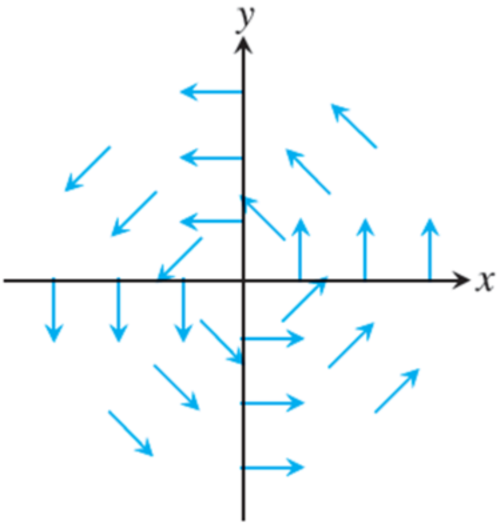
A resposta correta é:
4π

Questão **6**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Encontre a divergência do campo de rotação da figura abaixo,



onde o campo é dado por $\vec{\mathbf{F}} = \frac{-y\mathbf{i}+x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

- a. 1
- b. -1
- c. 0
- d. 2
- e. -2

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos a equação $\vec{\mathbf{F}} = \frac{-y\mathbf{i}+x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$, para calcularmos a divergência, calculamos a derivada parcial e obtemos:

$$div\,\vec{\mathbf{F}} = \frac{xy-xy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

A resposta correta é:
0

Questão **7**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Lata cilíndrica $\vec{\mathbf{F}} = (6x^2 + 2xy)\mathbf{i} + (2y + x^2 z)\mathbf{j} + 4x^2y^3\mathbf{k}$, D: A região cortada do primeiro octante pelo cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e pelo plano $z = 3$.

- a. $112 + 6\pi$
- b. $115 - 6\pi$
- c. $114 - 6\pi$
- d. $-111 - 6\pi$
- e. $-113 + 6\pi$

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(6x^2 + 2xy) = 12x + 2y, \frac{\partial}{\partial y}(2y + x^2 z) = 2,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(4x^2y^3) = 0$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 12x + 2y + 2$. Então calculamos o fluxo:

$$flux = \int\int_D \int (12x + 2y + 2)\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 (12r\, \cos\,\theta + 2r\, \sin\,\theta + 2)\, r\, dr\, d\theta\, dz = \int_0^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(32\, \cos\,\theta\, + \frac{16}{3}\sin\,\theta + 4\right)\, d\theta\, dz = \int_0^3 (32 + 2$$

A resposta correta é:
$112 + 6\pi$

Questão **8**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^3\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$, D: A esfera sólida $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$.

- a. $\frac{19\pi a^5}{5}$
- b. $\frac{12\pi a^5}{5}$
- c. $\frac{14\pi a^5}{5}$
- d. $\frac{17\pi a^5}{5}$
- e. $\frac{13\pi a^5}{5}$

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^3) = 3x^2, \frac{\partial}{\partial y}(y^3) = 3y^2,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(z^3) = 3z^2$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2$. Então calculamos o fluxo:

$$flux = \int\int_D \int 3(x^2 + y^2 + z^2)\, d\vec{\mathbf{V}} = 3\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{a} \rho^2(\rho^2\, \sin\,\phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = 3\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{a^5}{5}\sin\,\phi\, d\phi\, d\theta = 3\int_0^{2\pi} \frac{2a^5}{5}\, d\theta = \frac{12\pi a^5}{5}$$

A resposta correta é:
$\frac{12\pi a^5}{5}$

Questão **9**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera espessa $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}/\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, D: A região $1 \leq x^2+y^2+z^2 \leq 4$.

- a. 12π
- b. 14π
- c. 13π
- d. 11π
- e. 15π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos $\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, fazemos:

$\frac{\partial\rho}{\partial x} = \frac{x}{\rho}$, $\frac{\partial\rho}{\partial y} = \frac{y}{\rho}$, $\frac{\partial\rho}{\partial z} = \frac{z}{\rho}$. Dando continuidade

$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho} - \left(\frac{x}{\rho^2}\right)\frac{\partial\rho}{\partial x} = \frac{1}{\rho} - \frac{x^2}{\rho^3}$. Similar $\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho} - \frac{y^2}{\rho^3}$ e $\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{z}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho} - \frac{z^2}{\rho^3}$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = \frac{3}{\rho} - \frac{x^2+y^2+z^2}{\rho^3} = \frac{2}{\rho}$. Então calculamos o fluxo:

$$flux = \int\int_D\int \frac{2}{\rho}\,d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_1^2 \left(\frac{2}{\rho}\right)(\rho^2\ \sin\ \phi)\,d\rho\,d\phi\,d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3\sin\ \phi\,d\phi\,d\theta = \int_0^{2\pi} 6\,d\theta = 12\pi$$

A resposta correta é:
12π

Questão **10**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Cilindro e paraboloide $\vec{\mathbf{F}} = y\mathbf{i} + xy\mathbf{j} - z\mathbf{k}$, D: A região dentro do cilindro sólido $x^2 + y^2 \leq 4$ entre o plano $z = 0$ e o paraboloide $z = x^2 + y^2$.

- a. -16
- b. 16
- c. 14
- d. -8π
- e. -14

Sua resposta está incorreta.

Solução: Inicialmente calculamos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(y) = 0, \frac{\partial}{\partial y}(xy) = x,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(-z) = -1$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = x - 1$, como $z = x^2 + y^2$, em que $z = r^2$ em coordenadas cilíndricas. Seguimos calculando a integral tripla da divergência para encontrarmos o fluxo:

$$Flux = \int\int_D \int (x-1)\,dz\,dy\,dx = \int_0^{2\pi}\int_0^2\int_0^{r^2} (r\,\cos\,\theta - 1)\,dz\,r\,dr\,d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^2 (r^3\,\cos\,\theta - r^2)\,r\,dr\,d\theta = \int_0^{2\pi}\left[\frac{r^5}{5}\cos\,\theta - \frac{r^4}{4}\right]_0^2 d\theta = \int_0^{2\pi}\left(\frac{32}{5}\right.$$

A resposta correta é:
-8π