Iniciado em	domingo, 18 jun. 2023, 18:51
Estado	Finalizada
Concluída em	domingo, 18 jun. 2023, 19:04
Tempo empregado	12 minutos 28 segundos
Notas	6,00/6,00
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

O campo $\vec{\mathbf{F}} = y\mathbf{i} + (x+z)\mathbf{j} - y\mathbf{k}$ é conservativo.

Escolha uma opção:

- Verdadeiro
- Falso ✔

Solução:

$\vec{\mathbf{F}}$ é conservativo se, e somente se,

$\dfrac{\partial P}{\partial y} = \dfrac{\partial N}{\partial z}$, $\dfrac{\partial M}{\partial z} = \dfrac{\partial P}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial N}{\partial z} = \dfrac{\partial M}{\partial y}$.

Encontrando M , N e P:

$M = \dfrac{\partial f}{\partial x} = y$, $N = \dfrac{\partial f}{\partial y} = x + z$ e $P = \dfrac{\partial f}{\partial z} = -y$;

Calculando as derivadas parciais de P em relação a y, M em relação a z e N em relação a z:

$\dfrac{\partial P}{\partial y} = -1$, $\dfrac{\partial M}{\partial z} = 1$ e $\dfrac{\partial N}{\partial z} = 0$;

Como $\dfrac{\partial P}{\partial y} \neq \dfrac{\partial N}{\partial z}$, $\dfrac{\partial M}{\partial z} \neq \dfrac{\partial P}{\partial x}$ e $\dfrac{\partial N}{\partial z} \neq \dfrac{\partial M}{\partial y}$, então o campo é não conservativo.

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: -9

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Fluxo:

Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \left(\frac{\partial}{\partial x}(M) + \frac{\partial}{\partial y}(N)\right) dA.$

$\frac{\partial}{\partial x}(M) = -2x$

$\frac{\partial}{\partial y}(N) = 2y$

$\int_0^3 \int_0^x -2x + 2y\, dydx$

$= \int_0^3 \left[-2xy + \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 -2x^2 + x^2\, dx$

$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= -\frac{27}{3} = -9$

A resposta correta é: -9

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Qual a parametrização da porção do cilindro $y^2 + z^2 = 9$ entre os planos $x = 0$ e $x = 3$.

Escolha uma opção:

a. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$ ✔ $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 6\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

b. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} - 6\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

c. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} - 6\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

d. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 6\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

e. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 6\cos u\vec{\mathbf{j}} + 6\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

Sua resposta está correta.

Solução:

Temos que $r = \sqrt{9} = 3$. Assim, temos que $y = 3\cos\theta$ e $z = 3\sin\theta$, pois $y^2 = 9\cos^2\theta$ e $z^2 = 9\sin^2\theta$ e assim, $9\cos^2\theta + 9\sin^2\theta = 9(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 9$. Então, tomando $u = \theta$ e $v = x$ temos que a parametrização da superfície é dada por:

$r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

A resposta correta é: $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Integre $G(x,y,z) = xyz$ sobre a superfície do sólido retangular cortado do primeiro octante pelos planos $x = 2$, $y = b$ e $z = c$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$ ✔
- b. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{2}$
- c. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{5}$
- d. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{7}$
- e. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{3}$

Sua resposta está correta.

Nas faces dos planos de coordenadas, $G(x,y,z) = 0 \Rightarrow$ a integral sobre essas faces é 0.

Na face $x = a$, temos $F(x,y,z) = x = a$ e $G(x,y,z) = G(a,y,z) \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{i}$ e $\nabla f = \mathbf{i} \Rightarrow ||\nabla f|| = 1$

e $||\nabla f \cdot \mathbf{p}|| = 1 \Rightarrow d\sigma = dy\,dz \Rightarrow \iint\limits_S G\,d\sigma = \iint\limits_S ayz\,d\sigma = \int_0^c \int_0^b ayz\,dydz = \frac{ab^2c^2}{4}$.

Na face $y = b$, temos $f(x,y,z) = y = b$ e $G(x,y,z) = G(x,b,z) = bxz \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{j}$ e $\nabla f = \mathbf{j} \Rightarrow ||\nabla f|| = 1$

e $||\nabla f \cdot \mathbf{p}|| = 1 \Rightarrow d\sigma = dx\,dz \Rightarrow \iint\limits_S G\,d\sigma = \iint\limits_S bxz\,d\sigma = \int_0^c \int_0^a bxz\,dxdz = \frac{a^2bc^2}{4}$.

Na face $z = c$, temos $f(x,y,z) = z = c$ e $G(x,y,z) = G(x,y,c) = cxy \Rightarrow \mathbf{p} = \mathbf{k}$ e $\nabla f = \mathbf{k} \Rightarrow ||\nabla f|| = 1$

e $||\nabla f \cdot \mathbf{p}|| = 1 \Rightarrow d\sigma = dy\,dx \Rightarrow \iint\limits_S G\,d\sigma = \iint\limits_S cxy\,d\sigma = \int_0^b \int_0^a cxy\,dxdy = \frac{a^2b^2c}{4}$.

Logo,

$\frac{ab^2c^2}{4} + \frac{a^2bc^2}{4} + \frac{a^2b^2c}{4} = \frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

Assim sendo, $\iint\limits_S G\,(x,y,z)\,d\sigma = \frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

A resposta correta é: $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = 2y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, onde C é a circunferência $x^2 + y^2 = 9$ no plano xy, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 4π
- b. 9π ✔
- c. 7π
- d. 5π
- e. 11π

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2y & 3x & -z^2 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + (3-2)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 1$. Dessa forma, $d\sigma = dx\, dy$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int \int_R dx\, dy$= Area do círculo $= 9\pi$.

A resposta correta é:
9π

Questão **6**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^3\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} + z^3\mathbf{k}$, D: A esfera sólida $x^2 + y^2 + z^2 \leq a^2$.

a. $\frac{14\pi a^5}{5}$

b. $\frac{12\pi a^5}{5}$ ✔

c. $\frac{13\pi a^5}{5}$

d. $\frac{19\pi a^5}{5}$

e. $\frac{17\pi a^5}{5}$

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^3) = 3x^2$, $\frac{\partial}{\partial y}(y^3) = 3y^2$,\\, $\frac{\partial}{\partial z}(z^3) = 3z^2$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 3x^2 + 3y^2 + 3z^2$. Então calculamos o fluxo:

$$flux = \int\int_D \int 3(x^2 + y^2 + z^2)\, d\vec{\mathbf{V}} = 3\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{a} \rho^2(\rho^2\ \sin\,\phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = 3\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \frac{a^5}{5}\sin\,\phi\, d\phi\, d\theta = 3\int_0^{2\pi} \frac{2a^5}{5}\, d\theta = \frac{12\pi a^5}{5}$$

A resposta correta é:
$\frac{12\pi a^5}{5}$