Iniciado em	terça-feira, 16 mai. 2023, 19:30
Estado	Finalizada
Concluída em	terça-feira, 16 mai. 2023, 19:31
Tempo empregado	22 segundos
Avaliar	**2,00** de um máximo de 10,00(**20**%)

Questão **1**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Encontre a integral de reta de $f\left(x,y\right) = ye^{x^2}$ ao longo da curva $\vec{\mathbf{r}}\left(t\right) = 4t\mathbf{i} - 3t\mathbf{j}, -1 \leq t \leq 2$.

Escolha uma opção:

a. $-12\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$ ✖

b. $-11\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

c. $-15\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

d. $-13\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

e. $-14\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

$f = te^{t^2}$

Derivamos $\vec{\mathbf{r}}\left(t\right)$ e encontramos $\vec{\mathbf{v}}\left(t\right)$

$\vec{\mathbf{v}}\left(t\right) = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$

Calculamos o módulo de $\vec{\mathbf{v}}$:

$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$

$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{16+9}$

$\|\vec{\mathbf{v}}\| = 5$

Sabendo que $ds = 5dt$

I.L. $= \int_{-1}^{2} ye^{x^2}\, ds$

$= \int_{-1}^{2} -3te^{(4t)^2} 5dt$

$= -15\int_{-1}^{2} te^{16t^2} dt$

Chamamos $u = e^{16t^2}$

$du = 32te^{16t^2} dx$

$dx = \frac{du}{32tu}$

$= -15\int_{-1}^{2} \frac{tu}{32tu} du$

$= -15\int_{-1}^{2} \frac{1}{32}\, du$

$= -15\left[\frac{1}{32}u\right]_{-1}^{2}$

$= -15\left[\frac{e^{16t^2}}{32}\right]_{-1}^{2}$

$= -15\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

A resposta correta é: $-15\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Calcule $\int_C x\ ds$, onde C é a curva parabólica $x = t$,$y = t^2$, entre $(0,0)$ e $(2,4)$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{16\sqrt{17}-1}{12}$
- b. $\frac{15\sqrt{17}-1}{12}$ ✖
- c. $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$
- d. $\frac{13\sqrt{17}-1}{12}$
- e. $\frac{14\sqrt{17}-1}{12}$

Sua resposta está incorreta.

Similar ao item a que a curva parabólica é contínua sobre a curva C a integral pode ser calculada por :

$$\int_C x\ ds = \int_a^b x(t)\ \| \vec{\mathbf{v}}(t) \|\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} +\ t^2\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\| \vec{\mathbf{v}}(t) \| = \sqrt{1+4t^2}$$

Substituindo então os dados encontrados na integral, temos:

$$\int_C x\ ds = \int_0^2 t\sqrt{1+4t^2}\ dt$$

Aplicando método de resolução de integral substituição simples, tomemos:

$$u = 4t^2 + 1$$

$$du = 8t\ dt$$

$$\frac{du}{8} = t\ dt$$

Colocando os limites de integração em relação a variável u substituindo os valores iniciais:

$$u(0) = 4\ 0^2 + 1$$

$$u(0) = 1$$

$$u(2) = 4\ 2^2 + 1$$

$$u(2) = 17$$

Substituindo os limites de integração :

$$\int_0^2 t\sqrt{1+4t^2}\,dt = \frac{1}{8}\int_1^{17}\sqrt{u}\,du$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17}$$

Substituindo os dados temos:

$$\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17} = \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{17^3}) - \left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{1^3})\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2(17)(\sqrt{17})}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(17\sqrt{17}-1)$$

$$= \frac{17\sqrt{17}-1}{12}$$

A resposta correta é: $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$

Questão **3**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Encontre o fluxo do campo $\vec{\mathbf{F}}_1 = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ atarvés da elipse $\vec{\mathbf{r}}(t) = (cos(t))\mathbf{i} + (4sen(t))\mathbf{j}, 0 \leq t \leq 2\pi$.

Escolha uma opção:

- a. 4π
- b. 6π
- c. 7π ✖
- d. 8π
- e. 5π

Sua resposta está incorreta.

Solução:

Desta vez nós vamos usar a forma escalar para o cálculo do fluxo. Seja $\vec{r}(t) = \cos(t)\mathbf{i} + 4\sin(t)\mathbf{j}$, teremos que $x = \cos(t)$ e $y = 4\sin(t)$. Logo $dx = -\sin(t)\,dt$ e $dy = 4\cos(t)\,dt$

Agora podemos calcular o fluxo do campo $\vec{\mathbf{F}}_1$:

Teremos $M = \cos(t)$ e $N = 4\sin(t)$, substituindo na fórmula:

$\int_0^{2\pi} M dy - N dx$

$= \int_0^{2\pi} (4\cos(t)^2 + 4\sin(t)^2)\,dt$

$= \int_0^{2\pi} 4\,dt = 8\pi$

A resposta correta é: 8π

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$
- a curva C é dada pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = \sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j} + t\mathbf{k},\ 0 \leq\ t\ \leq\ 2p$

Escolha uma opção:

a. -3π

b. $-\pi$

c. 2π ✖

d. 3π

e. π

Sua resposta está incorreta.

SOLUÇÃO:

- Substituindo as variáveis pelas funções da curva parametrizada temos $\vec{\mathbf{F}} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k} = t\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + \cos(t)\mathbf{k}$

Calculando a derivada de $\vec{\mathbf{r}}(t)$, temos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \cos(t)\mathbf{i} - \sin(t)\mathbf{j} + \mathbf{k}$

Fazendo o produto escalar $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\mathbf{d\vec{r}}}{\mathbf{dt}}$, temos:

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\mathbf{d\vec{r}}}{\mathbf{dt}} = \mathbf{t\cos(t) - \sin^2(t) + \cos(t)}$

Assim, o trabalho realizado é dado por:

$\int_0^{2\pi}(t\cos(t) - \sin^2(t) + \cos(t))dt$

$=\int_0^{2\pi} t\cos(t)dt - \int_0^{2\pi} \sin^2(t)dt + \int_0^{2\pi} \cos(t)dt$

$=t\sin(t) - \int_0^{2\pi} \sin(t)dt + \int_0^{2\pi} \frac{1-\cos(2t)}{2}dt + \int_0^{2\pi} \cos(t)dt$

$=[t\sin(t) + \cos(t) + \frac{-1}{2}[t + \frac{\sin(2t)}{2}] + \sin(t)]\Big|_0^{2\pi}$

$=(0 + 1 - \pi + 0 + 0) - (0 + 1 + 0 + 0 + 0) = -\pi.$

A resposta correta é: $-\pi$

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int_C xydx + (x+y)\,dy$ ao longo da curva $y = x^2$ de $(-1,1)$ a $(2,4)$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{69}{4}$ ✔
- b. $\frac{65}{4}$
- c. $-\frac{63}{4}$
- d. $\frac{67}{4}$
- e. $\frac{63}{4}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciar, vamos parametrizar x e y para descobrirmos a curva que iremos utilizar no vetor $\vec{\mathbf{r}}$, logo obtemos:

$x = t,$

$y = x^2 = t^2.$

Com isso, podemos afirmar que a curva parametrizada é:

$\vec{\mathbf{r}} = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j}, -1 \leq t \leq 2.$

Antes de prosseguirmos, temos que saber que o campo vetorial $\vec{\mathbf{F}}$ é definido por:

$\vec{\mathbf{F}} = xy\mathbf{i} + (x+y)\mathbf{j}.$

Prosseguindo, sendo o campo vetorial $\vec{\mathbf{F}}$ já definido, então, para mudar os parâmetros para que o campo vetorial $\vec{\mathbf{F}}$ fique no caminho da curva parametrizada $\vec{\mathbf{r}}$, temos que fazer o seguinte produto escalar:

$\vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t)) = t^3\mathbf{i} + (t+t^2)\mathbf{j}.$

A seguir, vamos derivar o vetor parametrizado $\vec{\mathbf{r}}$.

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}.$

Com a derivada do vetor parametrizado $\vec{\mathbf{r}}$ definida, podemos fazer o produto escalar do $\vec{\mathbf{F}}$ com a derivada do vetor parametrizado $\vec{\mathbf{r}}$, logo:

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = t^3 + (2t^2 + 2t^3)$

$= 3t^3 + 2t^2.$

Para finalizar, vamos resolver a integral com o intervalo de integração descoberto com a curva parametrizada:

$\int_C xydx + (x+y)dy = \int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot (\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt})dt$

$\int_{-1}^{2} (3t^3 + 2t^2)dt$

$(12 + \frac{16}{3}) - (\frac{3}{4} - \frac{2}{3})$

$\frac{45}{4} + \frac{18}{3}$

$= \frac{69}{4}.$

A resposta correta é: $\frac{69}{4}$