Iniciado em	quarta-feira, 31 mai. 2023, 21:55
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta-feira, 31 mai. 2023, 21:55
Tempo empregado	8 segundos
Avaliar	**0,00** de um máximo de 10,00(**0**%)

Questão **1**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Calcule a integral $\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} \sin(y)\cos(x)\,dx + \cos(y)\sin(x)\,dy + \,dz$

Resposta:

Resposta:

A forma diferencial de $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ é exata em um domínio convexo, se e somente se :

$$M\,dx + N\,dy + P\,dz = \frac{\partial f}{\partial x}\,dx + \frac{\partial f}{\partial y}\,dy + \frac{\partial f}{\partial z}\,dz = \,df$$

Onde:

$$M\,dx = sen(y)\,cos(x)\,dx$$

$$N\,dy = cos(y)\,sen(x)\,dy$$

$$P\,dz = 1\,dz$$

Calculando os diferenciais da integral acima temos:

$$\frac{\partial\,M}{\partial y} = \frac{\partial\,sen(y)\,cos(x)}{\partial y} = cos(x)\,cos(y)$$

$$\frac{\partial\,M}{\partial z} = \frac{\partial\,sen(y)\,cos(x)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\,N}{\partial x} = \frac{\partial\,sen(x)\,cos(y)}{\partial x} = cos(x)\,cos(y)$$

$$\frac{\partial\,N}{\partial z} = \frac{\partial\,sen(x)\,cos(y)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\,P}{\partial x} = \frac{\partial\,(1)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial\,P}{\partial y} = \frac{\partial\,(1)}{\partial y} = 0$$

Logo observamos que a condição é satisfeita e o diferencial de $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ definida inicialmente é exata.

$$\vec{\mathbf{F}}(x) = sen(y)\,cos(x)\mathbf{i} + sen(x)\,cos(y)\mathbf{j} + 1\mathbf{k}$$

$$\frac{\partial f}{\partial\,x} = M\ = sen(y)\,cos(x)$$

Derivando em relação a x , temos:

$$f(x,y,z) = sen(x)\,sen(y) + g(y,z)$$

Derivando em relação a y , temos:

$$f_y(x, y, z) = sen(x)\ cos(y) + g_y(y, z)$$

$$f_y(x, y, z) = N\ = sen(x)\ cos(y)$$

Assim temos que $g(y, z) = 0$. Então integrando em relação a y, temos:

$$f(x, y, z) = sen(x)\ sen(y) + h(z)$$

Derivando em relação a z:

$$f_z(x, y, z) = h'(z) = 1$$

Derivando em relação a z, temos:

$$f_z(x, y, z) = h(z) = z + C$$

Logo,

$$f(x, y, z) = sen(x)\ sen(y) + z + C$$

$$\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} sen(y)\ cos(x)\ dx + cos(y)\ sen(x)\ dy\ + dz = f(0, 1, 1) - f(1, 0, 0)$$

$$(0 + 1) - (0 + 0) = 1$$

$$\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} sen(y)\ cos(x)\ dx + cos(y)\ sen(x)\ dy\ + dz = 1$$

A resposta correta é: 1

Questão **2**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

O campo $\vec{\mathbf{F}} = (z+y)\vec{\mathbf{i}} + z\vec{\mathbf{j}} + (y+x)\vec{\mathbf{k}}$ é conservativo.

Escolha uma opção:

- Verdadeiro
- Falso

Solução:

O teste das componentes para campos conservativos define que um campo

$\vec{\mathbf{F}} = M(x,y,z)\vec{\mathbf{i}} + N(x,y,z)\vec{\mathbf{j}} + P(x,y,z)\vec{\mathbf{k}}$

qualquer é conservativo se, e somente se,

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(N)}{\partial(z)}$, $\frac{\partial(M)}{\partial(z)} = \frac{\partial(P)}{\partial(x)}$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(x)} = \frac{\partial(M)}{\partial(y)}$

Assim, temos que para este caso:

$M(x,y,z) = z+y$

$N(x,y,z) = z$

$P(x,y,z) = y+x$

E fazendo então os testes temos (lembrando que caso uma igualdade do teste seja quebrada já temos que o campo não é conservativo):

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(y+x)}{\partial(y)} = x$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(z)} = \frac{\partial(z)}{\partial(z)} = 1.$

Como a igualdade esperada não foi obtida, já podemos afirmar que $\vec{\mathbf{F}}$ **não é conservativo**.

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **3**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\oint_C xdy - ydx$ para encontrar a área da região delimitada pela circunferência $\vec{\mathbf{r}}(t) = (acos(t))\mathbf{i} + (asen(t))\mathbf{j}$, $0 \le t \le 2\pi$.

Escolha uma opção:

a. πa^2

b. $2\pi a^2$

c. $3\pi a^2$

d. $1,5\pi a^2$

e. $1,2\pi a^2$

Sua resposta está incorreta.

SOLUÇÃO:

- Sabendo que $M = x = a\cos(t)$ e $N = y = a\sin(t)$, calculamos as derivadas de x e y. Logo, temos que

$x = -a\sin(t)\,dt$

$x = b\cos(t)\,dt$

$Area = \int_C xdy - ydx$

- Fazendo a substituição

=$\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(a^2\cos^2(t) + a^2\sin^2(t))dt$

- Resolvendo a integral, temos que a área da região delimitada é

=πa^2

A resposta correta é: πa^2

Questão **4**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo $\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: ✖

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Circulação:

Neste caso podemos usar o Teorema de Green. Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} dA$.

Primeiro, nós calculamos:

$\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$

Agora, podemos calcular a integral:

$\int_0^3 \int_0^x 2x - 2y \, dydx$

$= \int_0^3 \left[2xy - \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 2x^2 - x^2 \, dx$

$= \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^3}{3}\right]_0^3$

$= \frac{2(3)^3}{3} - \frac{(3)^3}{3} = \frac{2(27)}{3} - \frac{(27)}{3}$

$= 18 - 9 = 9$

A resposta correta é: 9

Questão **5**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Aplique o teorema de Green para calcular a integral $\oint_C y^2dx + x^2dy$ sobre o triângulo delimitado pelas retas $x = 0, x + y = 1$ e $y = 0$.

Resposta:

Resposta:

Para iniciar, sabendo que como M multiplica dx e N multiplica dy, temos:
$M = y^2$ e $N = x^2$.

Para podermos usar o teorema de Green, temos que ter os valores das derivadas de M em função de y e N em função de x, logo:
$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$.

A seguir, para utilizar o teorema de Green, temos que fazer a integral das derivadas encontrada, então temos:
$\iint_R (2x - 2y)dydx$.

Para concluir, vamos lembrar que o triângulo é limitado por $x = 0$, $x + y = 1$ e $y = 0$, logo temos que:

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} (2x - 2y)dydx = \int_0^1 (-3x^2 + 4x - 1)dx$$
$$= \left[-x^3 + 2x^2 - x\right]\Big|_0^1$$
$$= -1 + 2 - 1$$
$$= 0.$$

A resposta correta é: 0