

Questão 1

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral  $\int_{-1}^1 \int_0^1 \int_0^2 (x + y + z) \, dy dx dz$ .

Resposta: 6



**Resposta:**

Calculamos a integral tripla:

$$\begin{aligned} \int_0^2 (2x + y + z) \, dy &= \\ &= [xy]_0^2 + \left[ \frac{y^2}{2} \right]_0^2 + [zy]_0^2 \\ &= 2x + 2z + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_0^1 (2x + 2z + 2) \, dx &= \\ &= 2 \left[ \frac{x^2}{2} \right]_0^1 + [2zx]_0^1 + [2x]_0^1 \\ &= 2z + 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 (2z + 3) \, dz &= \\ &= 0 + [3z]_{-1}^1 \\ &= 6 \end{aligned}$$

A resposta correta é: 6.

Questão 2

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule as integral  $\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^\pi \cos(u + v + w) du dv dw$ .

Resposta: 0



SOLUÇÃO:

- Aplicando substituição de variável e atribuindo  $x = v + w + u$  :

$$= \int_0^\pi (\cos(u + v + w) dx)$$

$$= \int_{v+w}^{v+w+\pi} (\cos(x) dx)$$

$$= [\sin(t)]_{v+w}^{v+w+\pi}$$

$$= \sin(v + w + \pi) - \sin(v + w)$$

- Logo, a integral é:

$$= \int_0^\pi \int_0^\pi (\sin(v + w + \pi) - \sin(v + w)) dv dw$$

- Calculando a integral em função de  $dv$  para

$$\int_0^\pi \sin(v + w + \pi) - \sin(v + w) dv$$

- Aplicando substituição de variável atribuindo  $x = w + v$ , temos que:

$$= \int_w^{w+\pi} \sin(x + \pi) - \sin(x) dx$$

$$= \int_w^{w+\pi} \sin(x + \pi) dx - \int_w^{w+\pi} \sin(x) dx$$

$$= \int_w^{w+\pi} \cos(x) \sin(\pi) + \cos(\pi) \sin(x) dx - \int_w^{w+\pi} \sin(x) dx$$

- Simplificando a equação:

$$= \int_w^{w+\pi} -\sin(x) dx - \int_w^{w+\pi} \sin(x) dx$$

$$= -[-\cos(x)]_w^{w+\pi} - [-\cos(x)]_w^{w+\pi}$$

$$= -[-\cos(w + \pi) + \cos(w)] - [-\cos(w + \pi) + \cos(w)]$$

$$= \cos(w + \pi) - \cos(w) - [-\cos(w + \pi) + \cos(w)]$$

$$= 2 \cos(\pi + w) - 2 \cos(w)$$

- Calculando a integral em função de  $dw$  :

$$= \int_0^\pi (-2 \cos(w) + 2 \cos(\pi + w)) dw$$

$$= \int_0^\pi -2 \cos(w) + 2 [\cos(\pi) \cos(w) - \sin(\pi) \sin(w)] dw$$

$$= - \int_0^\pi 2 \cos(w) dw + \int_0^\pi 2 (\cos(\pi) \cos(w) - \sin(\pi) \sin(w)) dw$$

$$= 2 \int_0^\pi \cos(w) dw + 2 \int_0^\pi \cos(\pi) \cos(w) - \sin(\pi) \sin(w) dw$$

- Simplificando com a identidade trigonométrica:

$$= 2 \int_0^\pi \cos(w) dw + 2 \int_0^\pi -\cos(w) dw$$

$$= 2[\sin(w)]_0^\pi - 2[\sin(w)]_0^\pi$$

- Portanto,  $\int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^\pi \cos(u + v + w) \, du \, dv \, dw = 0$

A resposta correta é: 0.

Questão 3

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral iterada  $\int_0^\pi \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} \int_{-\sqrt{4-r^2}}^{3\sqrt{4-r^2}} r z dz dr d\theta$ ?

Escolha uma:

- ☐ a.  $\frac{38}{17}\pi$
- ☐ b.  $\frac{7}{5}\pi$
- ☐ c.  $\frac{39}{23}\pi$
- ☐ d.  $\frac{36}{13}\pi$
- ☒ e.  $\frac{37}{15}\pi$



Sua resposta está correta.

**Resposta:**

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r \frac{z^2}{2} \Big|_{-\sqrt{4-r^2}}^{3\sqrt{4-r^2}} dr d\theta \\
 &= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r \left( \frac{9(4-r^2)}{2} - \frac{(4-r^2)}{2} \right) dr d\theta \\
 &= \int_0^\pi \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r \left( \frac{8(4-r^2)}{2} \right) dr d\theta \\
 &= \int_0^\pi \frac{8}{2} \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r (4-r^2) dr d\theta \\
 &= \int_0^\pi 4 \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} 4r - r^3 dr d\theta
 \end{aligned}$$

Aplicando a regra da soma para integrais:

$$= \int_0^\pi 4 \left( \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} 4r dr - \int_0^{\frac{\theta}{\pi}} r^3 dr \right) d\theta$$

$$\begin{aligned}
&= \int_0^\pi 4 \left( \frac{4r^2}{2} - \frac{r^4}{4} \right) \bigg|_0^{\frac{\theta}{\pi}} d\theta \\
&= \int_0^\pi 4 \left( \frac{2\theta^2}{\pi^2} - \frac{\theta^4}{4\pi^4} \right) d\theta
\end{aligned}$$

Aplicando novamente a regra da soma:

$$\begin{aligned}
&= \int_0^\pi \frac{8\theta^2}{\pi^2} d\theta - \int_0^\pi \frac{\theta^4}{\pi^4} d\theta \\
&= \frac{8\theta^3}{3\pi^2} \bigg|_0^\pi - \frac{\theta^5}{5\pi^4} \bigg|_0^\pi \\
&= \frac{8\pi}{3} - \frac{\pi}{5} \\
&= \frac{37}{15} \pi
\end{aligned}$$

A resposta correta é:  $\frac{37}{15} \pi$

.

Questão 4

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral em coordenadas cilíndrica  $\int_0^{2\pi} \int_0^3 \int_{\frac{r^2}{3}}^{\sqrt{18-r^2}} dz \, r \, dr \, d\theta$ .

Escolha uma:

☐ a.  $-\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$

☐ b.  $\frac{2\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$

☐ c.  $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{5}$

☐ d.  $-\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{2}$

☒ e.  $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$



Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciar, vamos resolver  $dz$  e  $r$  da integral da primeira iteração:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^3 \left[ r(2 - r^2)^{\frac{1}{2}} - r^2 \right] dr \, d\theta.$$

Resolvendo  $dr$  da segunda integral:

$$\int_0^{2\pi} \left[ -\frac{1}{3}(2 - r^2)^{\frac{3}{2}} - \frac{r^3}{3} \right]_0^3 d\theta.$$

Finalizando, vamos resolver  $d\theta$  da última integral:

$$\begin{aligned} & \int_0^{2\pi} \left( \frac{2^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{2}{3} \right) d\theta \\ &= \frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}. \end{aligned}$$

A resposta correta é:  $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$

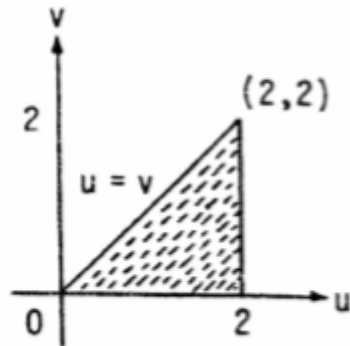
.

Questão 5

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a imagem pela transformação  $u = x + 2y$ ,  $v = x - y$  da região triangular no plano  $xy$  delimitadas pelas retas  $y = 0$ ,  $y = x$  e  $x + 2y = 2$ . Esboce a região transformada no plano  $uv$ . Depois compare com a figura abaixo.



Agora, resolva o sistema

$$u = x + 2y \text{ e } v = x - y$$

para  $x$  e  $y$  em termos de  $u$  e  $v$ . Em seguida, encontre o valor do jacobiano

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)}.$$

Resposta:  ✓

**Primeira Solução:**

A região triangular no plano  $xy$  possui vértices  $(0, 0)$ ,  $(2, 0)$  e  $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ .

O segmento de linha  $y = x$  de  $(0, 0)$  para  $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$  é  $x - y = 0 \Rightarrow v = 0$ ;

O Segmento de linha  $y = 0$  de  $(0, 0)$  para  $(2, 0) \Rightarrow u = v$ ;

O Segmento de linha  $x + 2y = 2$  de  $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$  para  $(2, 0) \Rightarrow u = 2$ .

**Segunda Solução:**

$$x + 2y = u \text{ e } x - y = v$$

$$\Rightarrow 3y = u - v \text{ e } x = v + y$$

$$\Rightarrow y = \frac{1}{3}u - v \text{ e } x = \frac{1}{3}(u + 2v);$$

$$\frac{\partial(x, y)}{\partial(u, v)} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & -1 \end{vmatrix} = -\frac{1}{9} - \frac{2}{9} = -\frac{1}{3}$$

A resposta correta é: -0,3333.



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ  
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

## Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

## Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará

☎ Telefone: (88) 3613-2603

✉ E-mail:

Social

