6,5

# UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ

**CAMPUS DE SOBRAL**

**CURSO DE ENGENHARIA ELÉTRICA**

Aluno(a): José Carlos Silva Gadelha Matrícula: 389110

Curso: Eng. Computação Data: __/__/__

## 3ª AVALIAÇÃO – MÉTODOS NUMÉRICOS

2,0

1. **(2,0 pontos)** Encontre o polinômio interpolador de Lagrange do conjunto de pontos {(0,1), (1,6), (2,5), (3,-8)}. $-x^3 - 6x + 1$

$Y_0L_0 + Y_1L_1$

2,0

2. **(2,5 pontos)** Considere a tabela a seguir.

| x | 0,2 | 0,34 | 0,4 | 0,52 | 0,6 | 0,72 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | 0,16 | 0,22 | 0,27 | 0,29 | 0,32 | 0,37 |

a) Obter f(0,47) usando um polinômio de grau 3.

b) Dar uma estimativa para o erro.

2,0

3. **(3,0 pontos)** Para a tabela abaixo:

| x | 0,0 | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| f(x) | -2,78 | -2,241 | -1,65 | -0,594 | 1,34 | 4,564 |

a) Encontre o valor de f(1,23) da melhor maneira possível. Estime o erro cometido.

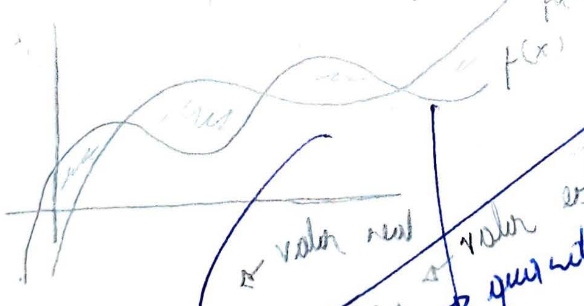
b) Justifique o grau do polinômio que você escolheu para resolver o item anterior. 3

0,5

4. **(2,5 pontos)** Explique de forma **detalhada** as formas para estimação do erro no cálculo das funções interpoladoras.

Ao interpolar uma função, existe um erro associado

função interpoladora




valor real

valor estimado

erro = |f(x) - g(x)|

→ quando se tem o valor real de f(x)

n+1 no polinômio de newton

valor em módulo = β

$erro = (x - x_0)(x - x_n) \cdot \frac{F_{M+1}}{(n+1)!}$ → estimado o erro, é um dos mais usados.

$$\begin{array}{lcccc} & x_0 & x_1 & x_2 & x_3 \\ 1) & 0 & \boxed{1} & \boxed{2} & 3 \\ & 1 & \boxed{6} & \boxed{5} & -8 \end{array}$$

$P(x) = L_0 Y_0 + L_1 Y_1 + L_2 Y_2 + L_3 Y_3$

$$L_0 = \frac{(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)(x_0-x_3)}$$

$$\frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(0-1)(0-2)(0-3)} = \frac{x^3-5x^2-8x-4}{-6}$$

$$L_1 = \frac{(x-x_0)(x-x_2)(x-x_3)}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)(x_1-x_3)}$$

$$\frac{(x-0)(x-2)(x-3)}{(1-0)(1-2)(1-3)} = \frac{x^3-5x^2-6x}{2}$$

$$L_2 = \frac{(x-x_0)(x-x_1)(x-x_3)}{(x_2-x_0)(x_2-x_1)(x_2-x_3)}$$

$$\frac{(x-0)(x-1)(x-3)}{(2-0)(2-1)(2-3)} = \frac{x^3-4x^2-3x}{-2}$$

$$L_3 = \frac{(x-0)(x-1)(x-2)}{(3-0)(3-1)(3-2)} = \frac{x^3-3x^2-2x}{9}$$

$$P(x) = L_0 Y_0 + L_1 Y_1 + L_2 Y_1$$

$$= 1\left(\frac{x^3-5x^2-8x-4}{-6}\right) + \left(\frac{x^3-5x^2-6x}{2}\right)6$$

$$+ \left(\frac{x^3-4x^2-3x}{-2}\right)\cdot 5 + \left(\frac{x^3-3x^2-2x}{9}\right)\cdot(-3) = \alpha$$

$$= -x^3 + 6x + 1$$

o outro lado a resposta

como existe um único polinômio interpolador, podemos obter $x$, através de newton.

$$
\begin{array}{cccccc}
0 & 1 \to d_0 & & & \\
 & & 5 \to d_1 & & \\
1 & 6 & & -3 \to d_2 & \\
 & & -1 & & -1 \to d_3 \\
2 & 5 & & -6 & \\
 & & -13 & & \\
3 & -8 & & &
\end{array}
$$

$p(x) = d_0 + (x-x_0) \cdot d_1 + (x-x_0) \cdot (x-x_1) \cdot d_2 + (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2) d_3$

$= 1 + (x-0)5 + (x-0)(x-1) \cdot -3 + (x-0)(x-1)(x-2)(-1)$

$= 1 + 5x - 3x^2 + 3x + (x^3 - 3x^2 + 2x) \cdot -1$

$\boxed{= -x^3 + 6x + 1}$

arredondamento 2 casas

2▷

| $x$ | $f(x)$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,2 | 0,16 | | | | | |
| | | 0,43 | | | | |
| 0,34 | 0,22 | | 2 | | | |
| | | -0,83 | | -17.72 | | |
| 0,4 | 0,27 ← $d_0$ | | -3.67 | | 89.2 | ▷ β |
| | | 0,17 ← $d_1$ | | 17.96 | | |
| 0,52 | 0,29 | | 1 ← $d_2$ | | $\boxed{-53,42}$ | |
| | | 0.37 | | -2,34 ← $d_3$ | | |
| 0,6 | 0,32 | | -0,25 | | | |
| | | 0,42 | | | | |
| 0,72 | 0,37 | | | | | |

Vc fez muitos arredondamentos

a▷ $P(x) = d_0 + (x-x_0)d_1 + (x-x_0)(x-x_1)d_2 +$

$P(0,47) = (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)d_3$

$= 0,27 + (\underbrace{0,47-0,4}_{0.07}) \cdot 0,17 + (\underbrace{0,47-0,4}_{0.07}) \cdot$ -0,05

$(\underbrace{0,47-0,52}_{-0.05}) \cdot 1 + (\underbrace{0,47-0,4}_{0.07}) \cdot (0,47-0,52)$

$\cdot (\underbrace{0,47-0,6}_{-0,13}) \cdot (-2,34)$

$\boxed{= 0,2780958}$

Maior valor em módulo

b▷ erro

$erro = (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) \cdot |-57,55|$

$(0,47-0,4)(0,47-0,52)(0,47-0,6) \cdot (0,47-0,$

$\cdot |-53,42|$

Seria 90136

$erro(4,7) = \boxed{-6,0768}$ ▷ aproximadamente

3▷ ordem 0

| $x$ | $y$ | 1 | 2 | 3 | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | -2,78 | | | | |
| | | -1,078 | | | |
| 0,5 | -2.241 | | 2.26 | | |
| | | 1,182 | | -0.88 | |
| 1 | -1,65 $d_0$ | | 0,93 | | -0.075 |
| | | 2.112 $d_1$ | | 0,55 | |
| 1,5 | -0,594 | | 1,756 $d_2$ | | 2.37 |
| | | 3.363 | | 0,55 $d_3$ | |
| 2 | 1,34 | | 2,58 | | |
| | | 6.448 | | | |
| 2,5 | 4,564 | | | | |

Vc fez muitos arredondamentos

0

0.978

-0,00065

▷ valores praticamente não mudam

$P(x) = d_0 + (x-x_0)d_1 + (x-x_0)(x-x_1)d_2 + (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)d_3$

$P(1,23) = -1,65 + (1,23-1) \cdot 2.112 + (1,23-1)(1,23-1,5) \cdot (1,756) + (1,23-1)(1,23-1,5)(1,23-2) \cdot 0,55$

0.23 — -0,27 — -0,77

▷ $= -1,2468825 \approx -1,247$

$\text{erro} = (x-x_0)(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3) \cdot 12.371$ ($n+1$)

$\text{erro}(1,23) = (1,23-1)(1,23-1,5)(1,23-2)(1,23-2,5) \cdot 2.37$

$= -0,144$ ▷ aproximadamente.

b▷ na terceira ordem, os valores permanecem mais estáveis, então podemos escolher de ordem 3, nos possibilitar encontrar o valor de $f(1,23)$ da melhor maneira possível