Iniciado em	domingo, 18 jun. 2023, 20:40
Estado	Finalizada
Concluída em	domingo, 18 jun. 2023, 20:41
Tempo empregado	26 segundos
Notas	1,00/6,00
Avaliar	**1,67** de um máximo de 10,00(**16,67**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

O campo $\vec{\mathbf{F}} = (z+y)\vec{\mathbf{i}} + z\vec{\mathbf{j}} + (y+x)\vec{\mathbf{k}}$ é conservativo.

Escolha uma opção:

- Verdadeiro
- Falso ✔

Solução:

O teste das componentes para campos conservativos define que um campo

$\vec{\mathbf{F}} = M(x,y,z)\vec{\mathbf{i}} + N(x,y,z)\vec{\mathbf{j}} + P(x,y,z)\vec{\mathbf{k}}$

qualquer é conservativo se, e somente se,

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(N)}{\partial(z)}$, $\quad \frac{\partial(M)}{\partial(z)} = \frac{\partial(P)}{\partial(x)}$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(x)} = \frac{\partial(M)}{\partial(y)}$

Assim, temos que para este caso:

$M(x,y,z) = z + y$

$N(x,y,z) = z$

$P(x,y,z) = y + x$

E fazendo então os testes temos (lembrando que caso uma igualdade do teste seja quebrada já temos que o campo não é conservativo):

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(y+x)}{\partial(y)} = x$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(z)} = \frac{\partial(z)}{\partial(z)} = 1.$

Como a igualdade esperada não foi obtida, já podemos afirmar que $\vec{\mathbf{F}}$ **não é conservativo**.

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\oint_C xdy - ydx$ para encontrar a área da região delimitada pela circunferência $\vec{\mathbf{r}}(t) = (acos(t))\mathbf{i} + (asen(t))\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Escolha uma opção:

- a. $3\pi a^2$ ✖
- b. $1,5\pi a^2$
- c. $1,2\pi a^2$
- d. $2\pi a^2$
- e. πa^2

Sua resposta está incorreta.

SOLUÇÃO:

- Sabendo que $M = x = a\cos(t)$ e $N = y = a\sin(t)$, calculamos as derivadas de x e y. Logo, temos que

$x = -a\sin(t)\,dt$

$x = b\cos(t)\,dt$

$Area = \int_C xdy - ydx$

- Fazendo a substituição

$=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(a^2\cos^2(t) + a^2\sin^2(t))dt$

- Resolvendo a integral, temos que a área da região delimitada é

$=\pi a^2$

A resposta correta é: πa^2

Questão **3**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Qual parametrização do **cilindro parabólico entre planos**, cosiderando a superfície cortada do cilindro parabólico $z = 4 - y^2$ pelos planos $x = 0$, $x = 2$ e $z = 0$?

Escolha uma opção:

a. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = -x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$. ✖

b. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

c. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} - y\mathbf{j} - \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

d. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

e. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Para iniciarmos, a questão nos dá que a superfície cortada do cilindro parabólico é definida por: $z = 4 - y^2$.

Para prosseguir com a parametrização, podemos deixar o vetor $\vec{\mathbf{r}}$ ser uma função de x e y, logo obtemos:
$\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$.

A seguir, com o vetor $\vec{\mathbf{r}}$ obtido, e com o valor de $z = 0$ dada na questão, podemos substituir na função $z = 4 - y^2$, logo:

$0 = 4 - y^2$

$y^2 = 4$

$y = \sqrt{4}$

$y = -2$ e $y = 2$

Onde $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Considere o campo $\vec{\mathbf{F}} = z^2\mathbf{i} + x\mathbf{j} - 3z\mathbf{k}$, para fora (normal para longe do eixo x) através da superfície cortada do cilindro parabólico $z = 4 - y^2$ pelos planos $x = 0$, $x = 1$ e $z = 0$.

Utilize uma parametrização para encontrar o fluxo $\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$ através da superfície na direção determinada.

Resposta: 0 ✖

SOLUÇÃO:

- Sendo a parametrização:

$\vec{\mathbf{r}}\,(x\,,\,y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}\,, 0 \leq x \leq 1\,, -2 \leq y \leq 2$

- Sendo:

$z = 0 \;\Rightarrow\; 0 = 4 - y^2 \;\Rightarrow\; y = \pm 2$

- Logo,

$\vec{\mathbf{r}}_x = \mathbf{i}$ e $\vec{\mathbf{r}}_y = \mathbf{j} - 2y\mathbf{k}$

$$\Rightarrow\; \vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2y \end{vmatrix} = 2y\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

- Tendo:

$$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int_a^b \int_c^d \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y}{\|\,\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\,\|} \|\,\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\,\|\, dydx$$

- Substituindo z no produto escalar: $2xy - 3z$:

$= [2xy - 3(4 - y^2)]$

- Tendo finalmente: $\int_0^1 \int_{-2}^2 (2xy + 3y^2 - 12)\, dydx$

= $\int_0^1 \left[xy^2 + y^3 - 12y\right]_{-2}^2 dx$

= $\int_0^1 -32\, dx$

= -32

A resposta correta é: -32

Questão **5**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Seja $\vec{\mathbf{n}}$ a normal unitária exterior (normal para longe da origem) da casca parabólica S: $4x^2+y+z^2=4$, $y\geq 0$, e seja $\vec{\mathbf{F}}=\left(-z+\frac{1}{2+x}\right)\mathbf{i}+(tg^{-1}y)\mathbf{j}+\left(x+\frac{1}{4+z}\right)\mathbf{k}$. Encontre o valor de $\int\int_S \nabla\times\vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{n}}\,d\sigma$.

- a. -4π
- b. π
- c. 2π ✖
- d. -2π
- e. 4π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}}=\nabla\times\vec{\mathbf{F}}=\begin{vmatrix}\mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k}\\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z}\\ -z+\frac{1}{2+x} & tag^{-1} & x+\frac{1}{4+z}\end{vmatrix}=-2\mathbf{j}$.

Se $f(x,y,z)=4x^2+y+z^2$, então $\nabla f=8x\mathbf{i}+\mathbf{j}+2z\mathbf{k}$.

Como $\vec{\mathbf{n}}=\frac{\nabla f}{|\nabla f|}$ e $\vec{\mathbf{p}}=\mathbf{j}$, $|\nabla f\cdot\vec{\mathbf{p}}|=1$, $d\sigma=\frac{|\nabla f|}{|\nabla f\cdot\vec{\mathbf{p}}|}\,dA$=$|\nabla f|\,dA$, então $\nabla\times\vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{n}}=\frac{1}{|\nabla f|}(-2\mathbf{j}\cdot\nabla\mathbf{f})=\frac{-2}{|\nabla f|}$.

Então podemos escrever $\nabla\times\vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{n}}\,d\sigma=-2\,dA$.

Portanto, $\int\int_S\nabla\times\vec{\mathbf{F}}\cdot\vec{\mathbf{n}}\,d\sigma=\int\int_R -2\,dA=-2$ (Area de R)=$-2(\pi)(1)(2)=-4\pi$.

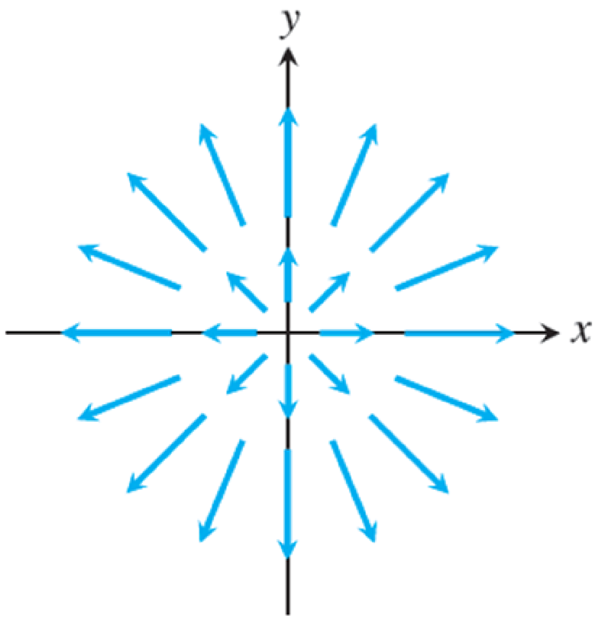
A resposta correta é:
-4π

Questão **6**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

encontre a divergência do campo radial da figura abaixo,



onde o campo é dado por $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$.

- a. 2
- b. 1
- c. 3
- d. 0 ✖
- e. 4

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos a equação $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, calculamos a derivada parcial e temos:

$$div\, \vec{\mathbf{F}} = 1 + 1 = 2$$

A resposta correta é:
2