

# Álgebra Linear

## Aula 5

Josefran de Oliveira Bastos

Universidade Federal do Ceará

## Transposta de uma matriz

A Transposta de uma matriz  $A$  de tamanho  $m \times n$  é uma matriz  $A^T$  de tamanho  $n \times m$  tal que

$$(A)_{ij} = (A^T)_{ji}.$$

## Transposta de uma matriz

A Transposta de uma matriz  $A$  de tamanho  $m \times n$  é uma matriz  $A^T$  de tamanho  $n \times m$  tal que

$$(A)_{ij} = (A^T)_{ji}.$$

## Teorema

Se tomarmos as matrizes a seguir de forma que as operações indicadas possam ser efetuadas, então

## Transposta de uma matriz

A Transposta de uma matriz  $A$  de tamanho  $m \times n$  é uma matriz  $A^T$  de tamanho  $n \times m$  tal que

$$(A)_{ij} = (A^T)_{ji}.$$

## Teorema

Se tomarmos as matrizes a seguir de forma que as operações indicadas possam ser efetuadas, então

1.  $(A^T)^T = A;$

## Transposta de uma matriz

A Transposta de uma matriz  $A$  de tamanho  $m \times n$  é uma matriz  $A^T$  de tamanho  $n \times m$  tal que

$$(A)_{ij} = (A^T)_{ji}.$$

## Teorema

Se tomarmos as matrizes a seguir de forma que as operações indicadas possam ser efetuadas, então

1.  $(A^T)^T = A$ ;
2.  $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$ ;

## Transposta de uma matriz

A Transposta de uma matriz  $A$  de tamanho  $m \times n$  é uma matriz  $A^T$  de tamanho  $n \times m$  tal que

$$(A)_{ij} = (A^T)_{ji}.$$

## Teorema

Se tomarmos as matrizes a seguir de forma que as operações indicadas possam ser efetuadas, então

1.  $(A^T)^T = A$ ;
2.  $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$ ;
3.  $(kA)^T = kA^T$ ;

## Transposta de uma matriz

A Transposta de uma matriz  $A$  de tamanho  $m \times n$  é uma matriz  $A^T$  de tamanho  $n \times m$  tal que

$$(A)_{ij} = (A^T)_{ji}.$$

## Teorema

Se tomarmos as matrizes a seguir de forma que as operações indicadas possam ser efetuadas, então

1.  $(A^T)^T = A$ ;
2.  $(A \pm B)^T = A^T \pm B^T$ ;
3.  $(kA)^T = kA^T$ ;
4.  $(AB)^T = B^T A^T$ .

## Teorema - Inversa Transposta

Se a matriz  $A$  é invertível então sua transposta também é invertível e

$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T.$$



## Equivalência de Matrizes

Duas matrizes  $A$  e  $B$  são equivalentes por linhas se podemos a partir de  $A$  realizar uma sequência finita de operações elementares nas linhas e obter  $B$ .

## Equivalência de Matrizes

Duas matrizes  $A$  e  $B$  são equivalentes por linhas se podemos a partir de  $A$  realizar uma sequência finita de operações elementares nas linhas e obter  $B$ .

### Teorema (1.5.1)

Cada operação elementar na linha possui uma matriz  $E$ , chamada de matriz elementar, tal que a matriz resultante  $EA$  é igual a matriz resultante da operação elementar em  $A$ .

## Teorema (1.5.2)

Toda matriz elementar é invertível e sua inversa também é uma matriz elementar.

### Teorema (1.5.3)

Seja  $A$  uma matriz  $n \times n$ . As seguintes afirmações são equivalentes:

### Teorema (1.5.3)

Seja  $A$  uma matriz  $n \times n$ . As seguintes afirmações são equivalentes:

1.  $A$  é invertível;

### Teorema (1.5.3)

Seja  $A$  uma matriz  $n \times n$ . As seguintes afirmações são equivalentes:

1.  $A$  é invertível;
2.  $Ax = 0$  tem somente a solução trivial;

### Teorema (1.5.3)

Seja  $A$  uma matriz  $n \times n$ . As seguintes afirmações são equivalentes:

1.  $A$  é invertível;
2.  $Ax = 0$  tem somente a solução trivial;
3. A forma escalonada reduzida de  $A$  é  $I_n$ ;

### Teorema (1.5.3)

Seja  $A$  uma matriz  $n \times n$ . As seguintes afirmações são equivalentes:

1.  $A$  é invertível;
2.  $Ax = 0$  tem somente a solução trivial;
3. A forma escalonada reduzida de  $A$  é  $I_n$ ;
4.  $A$  pode ser expressa como um produto de matrizes elementares.



## Algoritmo para encontrar a inversa de $A$

Encontre a sequência de matrizes elementares que levam  $A$  até  $I$   
então execute a mesma sequência em  $I$ .

## Teorema (1.6.1)

Um sistema linear de equações tem zero, uma ou infinitas soluções.