Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre a integral de linha de $f(x,\ y,\ z) = x + y + z$ sobre o segmento de reta de $(1,2,3)$ a $(0,-1,1)$.

Escolha uma:

- a. $4\sqrt{14}$
- b. $3\sqrt{14}$ ✓
- c. $2\sqrt{15}$
- d. $3\sqrt{15}$
- e. $2\sqrt{14}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciarmos, temos que definir os segmentos de reta como $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ para ser feita a parametrização, logo:

$\vec{\mathbf{r}}_0 = (0,-1,1)\,;\vec{\mathbf{r}}_1 = (1,2,3)$.

Com $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ definidos, podemos então parametrizar eles para descobrir os valores de x, y e z.

$\vec{\mathbf{r}}(t) = (1-t)\,\vec{\mathbf{r}}_0 + t\vec{\mathbf{r}}_1$

$\langle x,y,z\rangle = (1-t)\langle 0,-1,1\rangle + t\langle 1,2,3\rangle$

$\langle x,y,z\rangle = \langle 0,-1+t,1-t\rangle + \langle t,2t,3t\rangle$

$\langle x,y,z\rangle = \langle t,-1+3t,1+2t\rangle$.

Com isso, obtemos os valores de x, y e z:

$x = t,$

$y = -1+3t,$

$z = 1+2t.$

Essa é a integral que vamos utilizar para encontrar a integral de linha utilizada para resolver a questão:

$\int_a^b f(x(t),y(t),z(t))\,\|\vec{\mathbf{v}}\|\,dt.$

Agora com a integral definida, vamos começar calculando o módulo do vetor velocidade, que é definido por:

$$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

Partindo para a resolução, primeiro obtemos os valores de $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ e $\frac{dz}{dt}$.

$\frac{dx}{dt} = 1$, $\frac{dy}{dt} = 3$ e $\frac{dz}{dt} = 2$

Com os valores em mãos, podemos substitui-los e encontrar o valor do módulo do vetor velocidade.

$$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{1^2 + 3^2 + 2^2}$$
$$= \sqrt{14}.$$

Concluindo, com o módulo do vetor velocidade definido podemos fazer a integral para solucionar a questão.

$$\int_0^1 (t + (-1 + 3t) + (1 + 2t))\sqrt{14}dt$$
$$\int_0^1 6t\sqrt{14}dt$$
$$3t^2\sqrt{14}|_0^1$$
$$= 3\sqrt{14}.$$

A resposta correta é: $3\sqrt{14}$

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int\limits_C x\ ds$, onde C é o segmento de reta $x = t$, $y = \frac{t}{2}$, entre $(0,0)$ e $(4,2)$.

Escolha uma:

- a. $3\sqrt{5}$
- b. $5\sqrt{5}$
- c. $4\sqrt{5}$ ✓
- d. $6\sqrt{5}$
- e. $2\sqrt{5}$

Sua resposta está correta.

Sabendo que o segmento de reta é continuo sobre a curva C a integral pode ser calculada por :

$$\int\limits_C x\ ds = \int_a^b x(t)\ \parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + \frac{t}{2}\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$:

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + \frac{1}{2}\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel = \sqrt{(1)^2 + (\frac{1}{2})^2}$$

Simplificando,

$$\parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel = \sqrt{1 + \frac{1}{4}}$$

$$\parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Usando x em função de t como dado no enunciado:

$$x(t) = t$$

Substituimos então os dados encontrados na expressão inicial:

$$\int_a^b x(t)\ \|\vec{\mathbf{v}}(t)\|\ dt = \int_0^4 (t)\frac{\sqrt{5}}{2}\ dt$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^4$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{4^2}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{0^2}{2}\right)$$

$$= \frac{16\sqrt{5}}{4}$$

$$= 4\sqrt{5}$$

A resposta correta é: $4\sqrt{5}$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$
- a curva C é dada pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = \sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 2p$

Escolha uma:

a. $-\pi$ ✓

b. 3π

c. -3π

d. π

e. 2π

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Substituindo as variáveis pelas funções da curva parametrizada temos

$\vec{\mathbf{F}} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k} = t\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + \cos(t)\mathbf{k}$

Calculando a derivada de $\vec{\mathbf{r}}(t)$, temos:

$\frac{d\vec{r}}{dt} = \cos(t)\mathbf{i} - \sin(t)\mathbf{j} + \mathbf{k}$

Fazendo o produto escalar $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\mathbf{d\vec{r}}}{\mathbf{dt}}$, temos:

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\mathbf{d\vec{r}}}{\mathbf{dt}} = \mathbf{t}\cos(\mathbf{t}) - \sin^{\mathbf{2}}(\mathbf{t}) + \cos(\mathbf{t})$

Assim, o trabalho realizado é dado por:

$\int_0^{2\pi} (t\cos(t) - \sin^2(t) + \cos(t))dt$

$= \int_0^{2\pi} t\cos(t)dt - \int_0^{2\pi} \sin^2(t)dt + \int_0^{2\pi} \cos(t)dt$

$= t\sin(t) - \int_0^{2\pi} \sin(t)dt + \int_0^{2\pi} \frac{1-\cos(2t)}{2}dt + \int_0^{2\pi} \cos(t)dt$

$= [t\sin(t) + \cos(t) + \frac{-1}{2}[t + \frac{\sin(2t)}{2}] + \sin(t)]\Big|_0^{2\pi}$

$= (0 + 1 - \pi + 0 + 0) - (0 + 1 + 0 + 0 + 0) = -\pi.$

A resposta correta é: $-\pi$

.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = xy\mathbf{i} + y\mathbf{j} - yz\mathbf{k}$
- C é o caminho dado pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}, 0 \leq t \leq 1.$

Resposta: 0,5

Resposta:

Passo 1: Calculamos $\vec{\mathbf{F}}$ *na curva* $\vec{\mathbf{r}}(\mathbf{t})$*:*

$\vec{\mathbf{F}} = (t)(t^2)\mathbf{i} + (t^2)\mathbf{j} + (t^2)(t)\mathbf{k}$

$\vec{\mathbf{F}} = t^3\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$

Passo 2: Encontramos $\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}$*:*

$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}$

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + \mathbf{k}$

Passo 3: Encontramos $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}$ *e depois integrar de* $t = 0$ *a* $t = 1$ *para encontrar o trabalho:*

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = t^3 + 2t^3 - t^3 = 2t^3$

$W = \int_0^1 2t^3\,dt = 2\int_0^1 t^3 = 2\left[\frac{t^4}{4}\right]_0^1 = 2\left[\frac{1}{4}\right] = \frac{1}{2}$

A resposta correta é: 0,5.

Questão **5**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
- C é união dos caminhos C_1 e C_2, dados repsectivamente pelas curvas $\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + \mathbf{tj}$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, para $0 \leq t \leq 1$.

Resposta: 14.5 ✗

Solução:

Primeiramente precisamos ressaltar que a questão pede a união dos caminhos C_1 e C_2 descritos pelas funções vetoriais $\vec{\mathbf{r}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t)$. Então precisamos encontar $\vec{\mathbf{F}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{F}}_2(t)$, para os caminhos C_1 e C_2 respectivamente, e depois somar o resultado das integrais de cada um. Veja os passos abaixo:

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + \mathbf{tj}$; $0 \leq t \leq 1$.

ii) Derivando $\vec{\mathbf{r}}_1(t)$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$

iii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} - 2x\mathbf{j} + \sqrt{y}\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_1(t) = \sqrt{0}\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}$

iv) Simplificando para a integração:

$\vec{\mathbf{F}}_1(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} = \left(-2t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}\right) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j} + 0\mathbf{k})\, dt = -2t\, dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_1} \vec{\mathbf{F}}_1(t) dr = \int_0^1 -2t\, dt = -2\int_0^1 t dt = -2\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = -2\left[\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right] = -1$$

Para encontrarmos o caminho em C_2 é necessário repetirmos os passos anteriores utilizando a posição $\vec{\mathbf{r}}_2$.

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 1$.

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} - 2x\mathbf{j} + \sqrt{y}\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_2(t) = \sqrt{t}\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$

iii) Derivando $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k}$

iv) Simplificando para a integração:

$$\vec{\mathbf{F}}_2(t)\cdot\frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt}=\left(\sqrt{t}\mathbf{i}-2\mathbf{j}+\mathbf{k}\right)\cdot\left(0\mathbf{i}+0\mathbf{j}+\mathbf{k}\right)dt=(1)dt$$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_2}\vec{\mathbf{F}}_2(t)dr \;=\int_0^1 dt=[t]_0^1=(1-0)=1$$

Somando as integrais dos caminhos $C_1 \cup C_2$ obtemos:

$$\int_{C_1}\vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t))\cdot\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt+\int_{C_2}\vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t))\cdot\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt=\int_0^1-2tdt+\int_0^1 dt=(-1+1)=0$$

Resposta: 0.

A resposta correta é: 0.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará

Telefone: (88) 3613-2603

E-mail:

Social