Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral $\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} \sin(y)\cos(x)\,dx + \cos(y)\sin(x)\,dy + \,dz$

Resposta: 1

Resposta:

A forma diferencial de $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ é exata em um domínio convexo, se e somente se :

$$M\,dx + N\,dy + P\,dz = \frac{\partial f}{\partial x}\,dx + \frac{\partial f}{\partial y}\,dy + \frac{\partial f}{\partial z}\,dz = \,df$$

Onde:

$$M\,dx = sen(y)\,cos(x)\,dx$$

$$N\,dy = cos(y)\,sen(x)\,dy$$

$$P\,dz = 1\,dz$$

Calculando os diferenciais da integral acima temos:

$$\frac{\partial\,M}{\partial y} = \frac{\partial\,sen(y)\,cos(x)}{\partial y} = cos(x)\,cos(y)$$

$$\frac{\partial\,M}{\partial z} = \frac{\partial\,sen(y)\,cos(x)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\,N}{\partial x} = \frac{\partial\,sen(x)\,cos(y)}{\partial x} = cos(x)\,cos(y)$$

$$\frac{\partial\,N}{\partial z} = \frac{\partial\,sen(x)\,cos(y)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\,P}{\partial x} = \frac{\partial\,(1)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial\,P}{\partial y} = \frac{\partial\,(1)}{\partial y} = 0$$

Logo observamos que a condição é satisfeita e o diferencial de $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ definida inicialmente é exata.

$$\vec{\mathbf{F}}(x) = sen(y)\,cos(x)\mathbf{i} + sen(x)\,cos(y)\mathbf{j} + 1\mathbf{k}$$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = M \ = sen(y)\ cos(x)$$

Derivando em relação a x , temos:

$$f(x,y,z) = sen(x)\ sen(y) + g(y,z)$$

Derivando em relação a y , temos:

$$f_y(x,y,z) = sen(x)\ cos(y) + g_y(y,z)$$

$$f_y(x,y,z) = N \ = sen(x)\ cos(y)$$

Assim temos que $g(y,z) = 0$. Então integrando em relação a y, temos:

$$f(x,y,z) = sen(x)\ sen(y) + h(z)$$

Derivando em relação a z:

$$f_z(x,y,z) = h'(z) = 1$$

Derivando em relação a z, temos:

$$f_z(x,y,z) = h(z) = z + C$$

Logo,

$$f(x,y,z) = sen(x)\ sen(y) + z + C$$

$$\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} sen(y)\ cos(x)\ dx + cos(y)\ sen(x)\ dy \ + dz = f(0,1,1) - f(1,0,0)$$

$$(0+1) - (0+0) = 1$$

$$\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} sen(y)\ cos(x)\ dx + cos(y)\ sen(x)\ dy \ + dz = 1$$

A resposta correta é: 1.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral $\int_{(1,1,1)}^{(1,2,3)} 3x^2dx \, + \dfrac{z^2}{y}\, dy + 2z\ln(y)dz.$

Escolha uma:

- a. $9\ln(2)$ ✓
- b. $5\ln(2)$
- c. $12\ln(2)$
- d. $7\ln(2)$
- e. $5\ln(2)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Aplicando o teste de exatidão:

Fazemos $M = 3x^2$, $N = \frac{z^2}{y}$ e $P = 2z\ln(y)$

$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{2z}{y} = \frac{\partial N}{\partial x}, \frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$

Essas igualdades nos dizem que $3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz$ é exata, assim

$3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz = df$

para alguma função f e o valor da integral é $f(1,2,3) - (1,1,1)$.

Encontramos f a menos de uma constante integrando as equações

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{z^2}{y}$ e $\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y)$

A partir da primeira equação, obtemos

$f(x, y, z) = x^3 + g(y, z)$.

A segunda nos fornece

$g(y, z) = z^2\ln(y) + h\,(z)$

Então $f(x, y, z) = x^3 + z^2\ln(y) + h\,(z)$

A partir da terceira temos que

$\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y) + h'\,(z)$

$h'\,(z) = 0$

$h\,(z) = C$

Portanto

$f(x, y, z) = x^3 + z^2 \ln(y) + C$

O valor da integral de linha é independente do caminho tomado de $(1, 1, 1)$ a $(1, 2, 3)$ e é igual a

$f(1, 2, 3) - f(1, 1, 1)$

$= (1 + 9\ln(2) + C) - (1 + 0 + C)$

$= 9\ln(2)$

A resposta correta é: $9\ln(2)$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo$\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: 9

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Circulação:

Neste caso podemos usar o Teorema de Green. Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} dA$.

Primeiro, nós calculamos:

$\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$

Agora, podemos calcular a integral:

$\int_0^3 \int_0^x 2x - 2y\, dydx$

$= \int_0^3 \left[2xy - \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 2x^2 - x^2\, dx$

$= \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^3}{3}\right]_0^3$

$= \frac{2(3)^3}{3} - \frac{(3)^3}{3} = \frac{2(27)}{3} - \frac{(27)}{3}$

$= 18 - 9 = 9$

A resposta correta é: 9.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x - y)\,\mathbf{i} + (y - x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta: 2

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$\frac{\partial M}{\partial x} = 1; \frac{\partial N}{\partial y} = 1; \frac{\partial M}{\partial y} = -1; \frac{\partial N}{\partial x} = -1$

Fluxo:

$\iint\limits_R \left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}\right)\, dxdy$

$= \iint\limits_R\ 2\ dxdy$

$= \int_0^1 \int_0^1\ 2\ dxdy$

$= \int_0^1\ 2\ dx = 2$

$= \int_0^1\ 2\ dy$

$= 2$

A resposta correta é: 2.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: -9

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Fluxo:

Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \left(\frac{\partial}{\partial x}(M) + \frac{\partial}{\partial y}(N)\right) dA$.

$\frac{\partial}{\partial x}(M) = -2x$

$\frac{\partial}{\partial y}(N) = 2y$

$\int_0^3 \int_0^x -2x + 2y\, dydx$

$= \int_0^3 \left[-2xy + \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 -2x^2 + x^2\, dx$

$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= -\frac{27}{3} = -9$

A resposta correta é: -9.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social