Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Qual a parametrização de uma faixa esférica, considerando a porção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ entre os planos $z = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $z = \frac{-\sqrt{3}}{2}$?

Escolha uma:

a. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$, $\frac{\pi}{3} \le \phi \le \frac{2\pi}{3}$, $0 \le \theta \le \pi$

b. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$, $\frac{\pi}{3} \le \phi \le \frac{2\pi}{3}$, $0 \le \theta \le 2\pi$

c. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} - (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$, $\frac{\pi}{3} \le \phi \le \frac{2\pi}{3}$, $0 \le \theta \le 2\pi$

d. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} - (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$, $\frac{\pi}{3} \le \phi \le \frac{2\pi}{3}$, $0 \le \theta \le 2\pi$

e. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$, $\frac{\pi}{3} \le \phi \le \frac{2\pi}{3}$, $0 \le \theta \le 2\pi$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Em coordenadas esférica:

$x = \rho\sin(\phi)\cos(\theta)$

$y = \rho\sin(\phi)\sin(\theta)$

- Sabendo que

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

- Então,

$\rho^2 = 3$

$= \sqrt{3}$

- Logo,

$z = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Para a esfera.

$z = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi = \frac{\pi}{3}$

- Fazendo com o outro z, teremos

$z = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$z = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi = \frac{2\pi}{3}$

- Assim, a parametrização para a superfície dada é:

$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$,
$\frac{\pi}{3} \le \phi \le \frac{2\pi}{3}$, $0 \le \theta \le 2\pi$

A resposta correta é:
$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$,
$\frac{\pi}{3} \le \phi \le \frac{2\pi}{3}$, $0 \le \theta \le 2\pi$

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Qual a parametrização da porção do cilindro $y^2 + z^2 = 9$ entre os planos $x = 0$ e $x = 3$.

Escolha uma:

a. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 6\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

b. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} - 6\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

c. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

✓ $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 6\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

d. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 6\cos u\vec{\mathbf{j}} + 6\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

e. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} - 6\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

Sua resposta está correta.

Solução:

Temos que $r = \sqrt{9} = 3$. Assim, temos que $y = 3\cos\theta$ e $z = 3\sin\theta$, pois $y^2 = 9\cos^2\theta$ e $z^2 = 9\sin^2\theta$ e assim, $9\cos^2\theta + 9\sin^2\theta = 9(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 9$. Então, tomando $u = \theta$ e $v = x$ temos que a parametrização da superfície é dada por:

$r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

A resposta correta é: $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \leq u \leq 2\pi$ e $0 \leq v \leq 3$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Qual o plano tangente ao cilindro circular $\vec{\mathbf{r}}(\theta, z) = (3\ \sin\ 2\theta)\mathbf{i} + (6\ \sin^2\ \theta)\mathbf{j} + z\mathbf{k},$ onde $0 \leq \theta \leq \pi$, no ponto $P_0(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}, 0)$ que corresponde a $(\theta, z) = (\frac{\pi}{3}, 0)$?

Escolha uma:

a. $\sqrt{3}x + y = 3$

b. $-\sqrt{3}x - y = 3$

c. $\sqrt{3}x - y = 3$

d. $\sqrt{3}x + y = 9$ ✓

e. $-\sqrt{3}x + y = 9$

Sua resposta está correta.

Parametrização: $\vec{\mathbf{r}}(\theta, z) = (3\ \sin\ 2\theta)\mathbf{i} + (6\ \sin^2\ \theta)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ em $P_0 = (\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}, 0) \Rightarrow 0 = \frac{\pi}{3}$ e $z = 0$

Então:

$\vec{\mathbf{r}}_\theta = (6\ \cos 2\theta)\mathbf{i} + (12 \sin\theta \cos\theta)\mathbf{j}$

$= -3\mathbf{i} + 3\sqrt{3}\mathbf{j}$ e $\vec{\mathbf{r}}_z = \mathbf{k}$ em P_0

$$\Rightarrow \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_z = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -3 & 3\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 3\sqrt{3}\mathbf{i} + 3\mathbf{j}.$$

O plano tangente é:

$$(3\sqrt{3}i + 3\mathbf{j}) \cdot \left[\left(x - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\mathbf{i} + \left(y - \frac{9}{2}\right)\mathbf{j} + (z - 0)\mathbf{k}\right] = 0$$

$\Rightarrow \sqrt{3}x + y = 9.$

A resposta correta é: $\sqrt{3}x + y = 9$

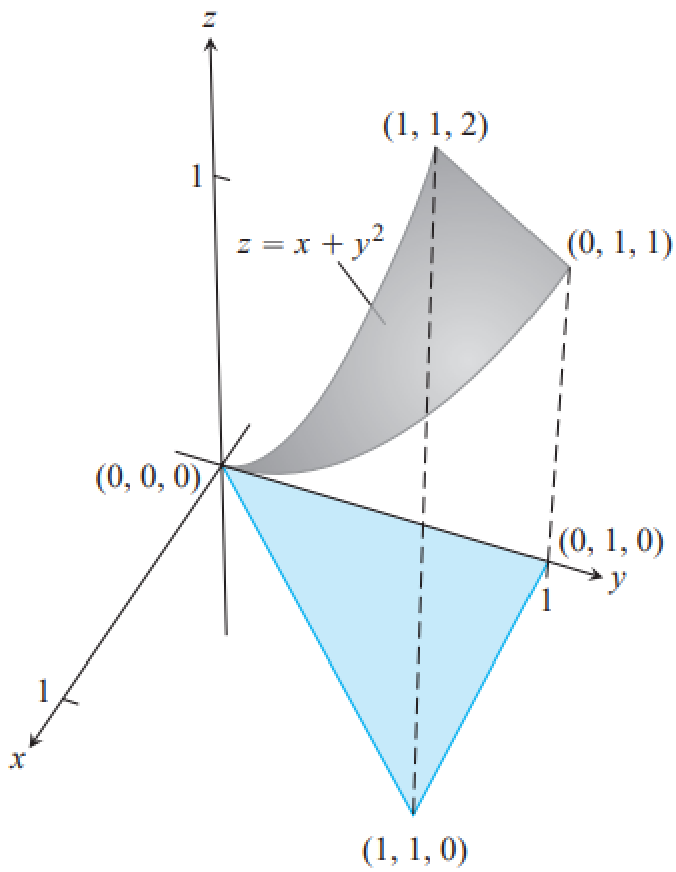
.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Integre $G(x,y,z) = z - x$ sobre a porção do gráfico de $z = x^2 + y^2$ acima do triângulo no plano xy tendo vértices $(0,0,0)$, $(1,1,0)$ e $(0,1,0)$. (Veja a figura a seguir).



Escolha uma:

- a. $\frac{\sqrt{2}+8\sqrt{6}}{70}$
- b. $\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{7}}{20}$
- c. $\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{6}}{30}$ ✓
- d. $\frac{\sqrt{3}+6\sqrt{6}}{30}$
- e. $\frac{\sqrt{3}+6\sqrt{6}}{20}$

Sua resposta está correta.

Solução:

$f(z, y, z) = x + y^2 - z = 0$.

O gradiente será $\nabla f = \mathbf{i} + 2y\mathbf{j} - \mathbf{k}$.

A norma do gradiente é $||\nabla f|| = \sqrt{4y^2+2} = \sqrt{2}\sqrt{2y^2+1}$ e $\vec{\mathbf{p}} = \mathbf{k}$.

Logo $||\nabla f \cdot \vec{\mathbf{p}}|| = 1$.

$$d\sigma = \frac{||\nabla f||}{||\nabla f \cdot \vec{\mathbf{p}}||} dA = \sqrt{2}\sqrt{2y^2+1}\, dx\, dy.$$

Logo $\displaystyle\iint_S G\, d\sigma = \int_0^1 \int_0^y (x + y^2 - x)\sqrt{2}\sqrt{2y^2+1}\, dx\, dy$

$$= \sqrt{2}\int_0^1 \int_0^y y^2\sqrt{2y^2+1}\, dx\, dy$$

$$= \sqrt{2}\int_0^1 y^3\sqrt{2y^2+1}\, dy$$

$$= \frac{\sqrt{2}+6\sqrt{6}}{30}.$$

A resposta correta é: \(\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{6}}{30} \)

.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Integre $G(x,y,z) = xyz$ sobre a superfície do sólido retangular cortado do primeiro octante pelos planos $x=2$, $y=b$ e $z=c$.

Escolha uma:

- a. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{5}$
- b. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{3}$
- c. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{2}$
- d. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$
- e. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{7}$

Sua resposta está correta.

Nas faces dos planos de coordenadas, $G(x,y,z)=0 \Rightarrow$ a integral sobre essas faces é 0.

Na face $x=a$, temos $F(x,y,z) = x = a$ e $G(x,y,z) = G(a,y,z)\Rightarrow {\bf p}={\bf i}$ e $\nabla f ={\bf i} \Rightarrow ||\nabla f|| = 1$

e $||\nabla f \cdot {\bf p}||=1 \Rightarrow d \sigma = dy\,dz \Rightarrow \iint\limits _S{}^{}{G}\,d \sigma = \iint\limits _S{}^{}{ayz} \,d \sigma = \int_{0}^{c}{ \int_{0}^{b}{ayz}\,dy}dz = \frac{ab^2c^2}{4}$.

Na face $y=b$, temos $f(x,y,z)=y=b$ e $G(x,y,z) = G(x,b,z)=bxz \Rightarrow {\bf p} = {\bf j}$ e $\nabla f= {\bf j} \Rightarrow ||\nabla f|| = 1$

e $||\nabla f \cdot {\bf p}||=1 \Rightarrow d \sigma = dx\,dz \Rightarrow \iint\limits _S{}^{}{G}\,d \sigma = \iint\limits _S{}^{}{bxz}\,d\sigma = \int_{0}^{c}{\int_{0}^{a}{bxz}\,dx}dz = \frac{a^2bc^2}{4}$.

Na face $z=c$, temos $f(x,y,z) = z = c$ e $G(x,y,z) = G(x,y,c) = cxy \Rightarrow {\bf p}={\bf k}$ e $\nabla f = {\bf k} \Rightarrow ||\nabla f|| = 1$

e $||\nabla f \cdot {\bf p}|| = 1 \Rightarrow d \sigma = dy\,dx \Rightarrow \iint\limits _S{}^{}{G}\,d \sigma= \iint\limits _S{}^{}{cxy}\,d\sigma= \int_{0}^{b}{\int_{0}^{a}{cxy}\,dx}dy =\frac{a^2b^2c}{4}$.

Logo,

$\frac{ab^2c^2}{4} + \frac{a^2bc^2}{4} +\frac{a^2b^2c}{4} = \frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

Assim sendo, $\iint\limits _S{}^{}{G\left(x,y,z\right)}\,d\sigma = \frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

A resposta correta é: \(\frac{abc(ab+ac+bc)}{4} \)

.

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social