Iniciado em	quinta-feira, 18 mai. 2023, 11:02
Estado	Finalizada
Concluída em	quinta-feira, 18 mai. 2023, 12:52
Tempo empregado	1 hora 49 minutos
Notas	8,00/9,00
Avaliar	**8,89** de um máximo de 10,00(**88,89**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral iterada: $\int_0^3 \int_0^2 (4 - y^2) dy dx.$

Resposta: 16 ✔

Resposta:

Passo 1: Temos que integrar a função em relação a y:

$$\int_0^3 \int_0^2 (4 - y^2) dy dx = \int_0^3 \left[4y - \frac{y^3}{3}\right]_0^2 dx =$$

$$\int_0^3 \left[8 - \frac{8}{3}\right] dx = \int_0^3 \frac{16}{3} dx$$

Passo 2: Agora temos que integrar a função em relação x:

$$\int_0^3 \frac{16}{3} dx = \left[\frac{16}{3} x\right]_0^3 = \frac{48}{3} = 16$$

A resposta correta é: 16

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Escreva a integral iterada de $\iint_R dA$ sobre a região descrita R limitada por $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ e $x = 9$ utilizando seções transversais horizontais.

Escolha uma opção:

a. $\int_9^0 \int_0^{\sqrt{x}} dydx$

b. $\int_3^0 \int_9^{y^2} dxdy$

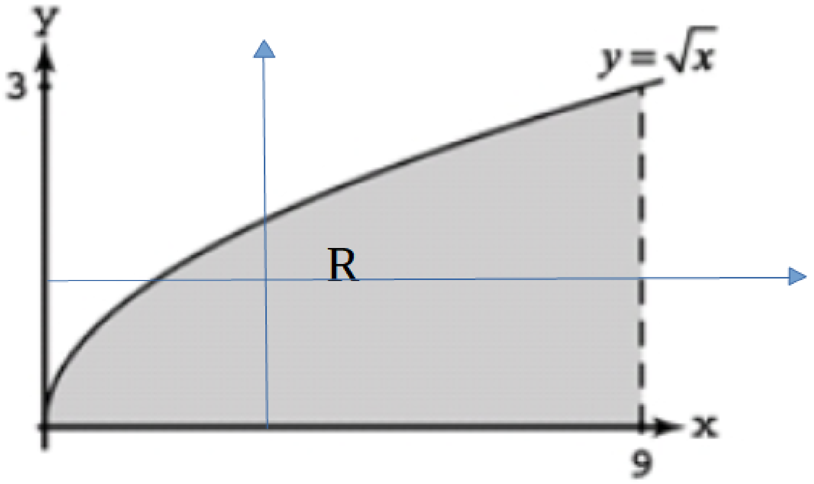
c. $\int_3^0 \int_{y^2}^9 dxdy$

d. $\int_0^9 \int_0^{\sqrt{x}} dydx$ ✖

e. $\int_0^3 \int_{y^2}^9 dxdy$

Sua resposta está incorreta.

Primeiramente, faça um esboço da região de integração. As curvas limitantes foram dadas no enunciado.



Para calcular a mesma integral dupla como uma integral iterada a partir de seções transversais horizontais, devemos inverter a ordem de integração, utilizando as retas horizontais no lugar das verticais como foi visto no item (a).

Logo, podemos concluir que: $\int_0^3 \int_{y^2}^9 dxdy$.

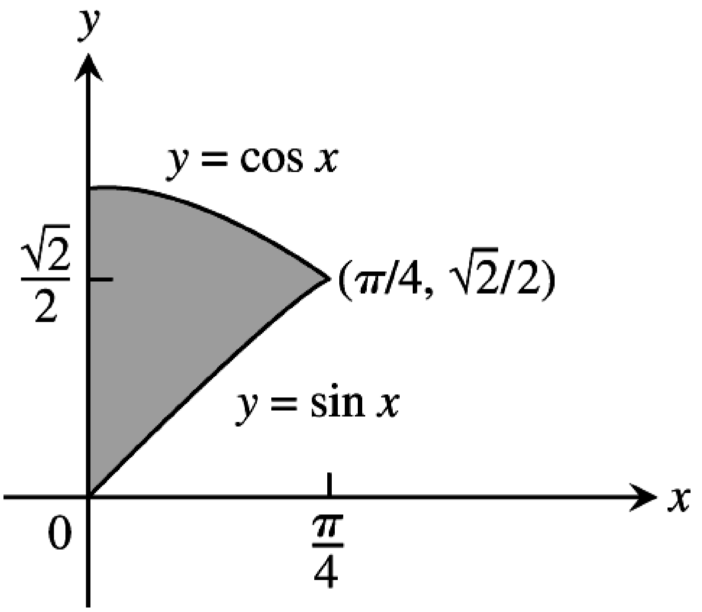
A resposta correta é: $\int_0^3 \int_{y^2}^9 dxdy$

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a área da região abaixo.



Q.15.3.15

Resposta: 0,414213562

Solução:

É necessário resolver a integral.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\sin(x)}^{\cos(x)} dydx$$

Resolvendo a integral em relação a y teremos:

$\int_{\sin(x)}^{\cos(x)} 1dy = [y]_{\sin(x)}^{\cos(x)}$

$= \cos(x) - \sin(x)$

Então pegando o resultado acima e resolvendo na integral de x teremos:

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos(x) - \sin(x))\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(x)dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2}} - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)$

$= \sqrt{2} - 1$

A resposta correta é: 0,414213562

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Substitua a integral cartesiana por uma integral equivalente em coordendas polares. Em seguida, calcule a integral polar.

$\int_{-1}^{1} \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} \, dy \, dx$

Qual o valor dessa integral?

Escolha uma opção:

- a. $\frac{\pi}{2}$ ✔
- b. 2π
- c. π
- d. $\frac{\pi}{3}$
- e. $\frac{3\pi}{2}$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Substituindo a integral cartesiana por uma equivalente polar e descobrindo o resultado.

= $\int_{-1}^{1} \int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} \, dy \, dx$

= $\int_{0}^{\pi} \int_{0}^{1} r \, dr \, d\theta$ (integral polar)

= $\frac{1}{2} \int_{0}^{\pi} \, d\theta$

= $\frac{\pi}{2}$

- O resultado é $\frac{\pi}{2}$.

A resposta correta é: $\frac{\pi}{2}$

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Qual o valor da integral abaixo?

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\ln(\sec(v))} \int_{-\infty}^{2t} e^x dx dt dv$$

Escolha uma opção:

- a. $I = -\frac{\pi+2}{8}$
- b. $I = \frac{\pi+2}{8}$
- c. $I = \frac{\pi+4}{8}$
- d. $I = \frac{\pi-2}{8}$
- e. $I = \frac{-\pi+4}{8}$ ✔

Sua resposta está correta.

Resposta:

Iniciaremos calculando os limites de integração da primeira iteração:

$\int_{-\infty}^{2t} e^x dx$

$e^{2t} - 0$

$= e^{2t}$.

Resolvendo a segunda iteração:

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_0^{\ln(\sec(v))} e^{2t} dt dv$

$= \int_0^{\ln(\sec(v))} e^{2t} dt.$

Aplicar a integração por substituição $u = 2t$ para resolver a segunda iteração:

$\int_0^{2\ln(\sec(v))} e^u \frac{1}{2} du$

$\frac{1}{2} \int_0^{2\ln(\sec(v))} e^u du$

$= \frac{1}{2} [e^u]_0^{2\ln(\sec(v))}$.

Calculando os limites de $[e^u]_0^{2\ln(\sec(v))} = \tan^2(v)$, temos:

$\frac{1}{2} \tan^2(v)$.

Resolvendo a última iteração: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{2} \tan^2(v) dv$.

A seguir, vamos remover a constante da integral:

$\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan^2(v) dv$.

Para concluir, vamos usar a identidade trigonométrica: $\sec^2(x) - \tan^2(x) = 1$.

$\frac{1}{2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} -1 + \sec^2(v) dv$

$\frac{1}{2} \left(-\int_0^{\frac{\pi}{4}} 1 dv + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sec^2(v) dv \right)$

$\frac{1}{2} \left(-\frac{\pi}{4} + 1 \right)$

$I = \frac{-\pi+4}{8}$.

A resposta correta é: $I = \frac{-\pi+4}{8}$

Questão **6**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral em coordenadas cilíndrica $\int_0^{2\pi} \int_0^3 \int_{\frac{r^2}{3}}^{\sqrt{18-r^2}} dz\, r\, dr\, d\theta$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{2\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$
- b. $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{5}$
- c. -$\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{2}$
- d. $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$ ✔
- e. -$\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciar, vamos resolver dz e r da integral da primeira iteração:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^3 \left[r\left(2-r^2\right)^{\frac{1}{2}} - r^2 \right] dr\, d\theta.$$

Resolvendo dr da segunda integral:

$$\int_0^{2\pi} \left[-\frac{1}{3}\left(2-r^2\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{r^3}{3} \right]_0^1 d\theta.$$

Finalizando, vamos resolver $d\theta$ da última integral:

$$\int_0^{2\pi} \left(\frac{2^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{2}{3} \right) d\theta$$

$$= \frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}.$$

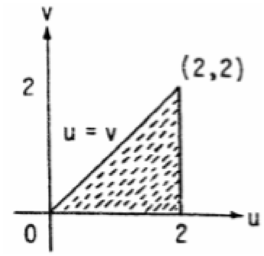
A resposta correta é: $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$

Questão **7**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a imagem pela transformação $u = x + 2y$, $v = x - y$ da região triangular no plano xy delimitadas pelas retas $y = 0$, $y = x$ e $x + 2y = 2$. Esboce a região transformada no plano uv. Depois compare com a figura abaixo.



Agora, resolva o sistema

$u = x + 2y$ e $v = x - y$

para x e y em termos de u e v. Em seguida, encontre o valor do jacobiano $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$.

Resposta: -0,3333

Primeira Solução:

A região triangular no plano xy possui vértices$(0,0)$,$(2,0)$ e $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$.

O segmento de linha $y = x$ de $(0,0)$ para $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ é $x - y = 0 \Rightarrow v = 0$;

O Segmento de linha $y = 0$ de $(0,0)$ para $(2,0) \Rightarrow u = v$;

O Segmento de linha $x + 2y = 2$ de $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ para $(2,0) \Rightarrow u = 2$.

Segunda Solução:

$x + 2y = u$ e $x - y = v$

$\Rightarrow 3y = u - v$ e $x = v + y$

$\Rightarrow y = \frac{1}{3}u - v$ e $x = \frac{1}{3}(u + 2v)$;

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = -\frac{1}{9} - \frac{2}{9} = -\frac{1}{3}$$

A resposta correta é: -0,3333

Questão **8**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a integral de reta de $f(x, y) = ye^{x^2}$ ao longo da curva $\vec{\mathbf{r}}(t) = 4t\mathbf{i} - 3t\mathbf{j}$, $-1 \leq t \leq 2$.

Escolha uma opção:

- a. $-14\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$
- b. $-15\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$ ✔
- c. $-13\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$
- d. $-11\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$
- e. $-12\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

$f = te^{t^2}$

Derivamos $\vec{\mathbf{r}}(t)$ e encontramos $\vec{\mathbf{v}}(t)$

$\vec{\mathbf{v}}(t) = 4\mathbf{i} - 3\mathbf{j}$

Calculamos o módulo de $\vec{\mathbf{v}}$:

$\| \vec{\mathbf{v}} \| = \sqrt{4^2 + (-3)^2}$

$\| \vec{\mathbf{v}} \| = \sqrt{16 + 9}$

$\| \vec{\mathbf{v}} \| = 5$

Sabendo que $ds = 5dt$

I.L. $= \int_{-1}^{2} ye^{x^2}\, ds$

$= \int_{-1}^{2} -3te^{(4t)^2} 5dt$

$= -15 \int_{-1}^{2} te^{16t^2} dt$

Chamamos $u = e^{16t^2}$

$du = 32te^{16t^2} dx$

$dx = \frac{du}{32tu}$

$= -15 \int_{-1}^{2} \frac{tu}{32tu} du$

$= -15 \int_{-1}^{2} \frac{1}{32}\, du$

$= -15 \left[\frac{1}{32}u\right]_{-1}^{2}$

$= -15 \left[\frac{e^{16t^2}}{32}\right]_{-1}^{2}$

$= -15\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

A resposta correta é: $-15\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

Questão **9**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \ - \ 2x\mathbf{j} \ + \sqrt{y}\mathbf{k}$
- C é união dos caminhos C_1 e C_2, dados repsectivamente pelas curvas $\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + \mathbf{tj}$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, para $0 \leq t \leq 1$.

Resposta: 0

Solução:

Primeiramente precisamos ressaltar que a questão pede a união dos caminhos C_1 e C_2 descritos pelas funções vetoriais $\vec{\mathbf{r}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t)$. Então precisamos encontrar $\vec{\mathbf{F}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{F}}_2(t)$, para os caminhos C_1 e C_2 respectivamente, e depois somar o resultado das integrais de cada um. Veja os passos abaixo:

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + \mathbf{tj}\,; 0 \leq t \leq 1.$

ii) Derivando $\vec{\mathbf{r}}_1(t)$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$

iii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \ - \ 2x\mathbf{j} \ + \sqrt{y}\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_1(t) = \sqrt{0}\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}$

iv) Simplificando para a integração:

$\vec{\mathbf{F}}_1(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} = \left(-2t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}\right) \cdot \left(\mathbf{i} \ + \ \mathbf{j} \ + \ 0\mathbf{k}\right) dt = -2t\,dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_1} \vec{\mathbf{F}}_1(t)dr = \int_0^1 -2t\,dt \ = -2\int_0^1 tdt \ = -2\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = -2\left[\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right] = -1$$

Para encontrarmos o caminho em C_2 é necessário repetirmos os passos anteriores utilizando a posição $\vec{\mathbf{r}}_2$.

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}\,, 0 \leq t \leq 1.$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \ - \ 2x\mathbf{j} \ + \sqrt{y}\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_2(t) = \sqrt{t}\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$

iii) Derivando $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k}$

iv) Simplificando para a integração:

$\vec{\mathbf{F}}_2(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt} = \left(\sqrt{t}\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}\right) \cdot (0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k})\,dt = (1)dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2(t)dr \ = \int_0^1 dt = [t]_0^1 = (1-0) = 1$$

Somando as integrais dos caminhos $C_1 \cup C_2$ obtemos:

$$\int_{C_1} \vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt + \int_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \int_0^1 -2t dt + \int_0^1 dt = (-1+1) = 0$$

Resposta: 0.

A resposta correta é: 0