Iniciado em	terça-feira, 16 mai. 2023, 19:33
Estado	Finalizada
Concluída em	terça-feira, 16 mai. 2023, 19:33
Tempo empregado	17 segundos
Avaliar	**0,00** de um máximo de 10,00(**0**%)

Questão **1**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Calcule $\int_C x\ ds$, onde C é o segmento de reta $x = t$, $y = \frac{t}{2}$, entre $(0,0)$ e $(4,2)$.

Escolha uma opção:

- a. $5\sqrt{5}$ ✖
- b. $4\sqrt{5}$
- c. $2\sqrt{5}$
- d. $3\sqrt{5}$
- e. $6\sqrt{5}$

Sua resposta está incorreta.

Sabendo que o segmento de reta é continuo sobre a curva C a integral pode ser calculada por :

$$\int_C x\ ds = \int_a^b x(t)\ \|\vec{\mathbf{v}}(t)\|\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + \frac{t}{2}\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$:

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + \frac{1}{2}\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\|\vec{\mathbf{v}}(t)\| = \sqrt{(1)^2 + (\frac{1}{2})^2}$$

Simplificando,

$$\|\vec{\mathbf{v}}(t)\| = \sqrt{1 + \frac{1}{4}}$$

$$\|\vec{\mathbf{v}}(t)\| = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Usando x em função de t como dado no enunciado:

$$x(t) = t$$

Substituimos então os dados encontrados na expressão inicial:

$$\int_a^b x(t)\ \|\vec{\mathbf{v}}(t)\|\ dt = \int_0^4 (t)\frac{\sqrt{5}}{2}\ dt$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^4$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{4^2}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{0^2}{2}\right)$$

$$= \frac{16\sqrt{5}}{4}$$

$$= 4\sqrt{5}$$

A resposta correta é: $4\sqrt{5}$

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Encontre a integral de linha de $f\left(x,\ y,\ z\right) = x + y + z$ sobre o segmento de reta de $(1, 2, 3)$ a $(0, -1, 1)$.

Escolha uma opção:

- a. $2\sqrt{15}$
- b. $2\sqrt{14}$ ✖
- c. $3\sqrt{15}$
- d. $3\sqrt{14}$
- e. $4\sqrt{14}$

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Para iniciarmos, temos que definir os segmentos de reta como $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ para ser feita a parametrização, logo:

$\vec{\mathbf{r}}_0 = (0, -1, 1)\,;\, \vec{\mathbf{r}}_1 = (1, 2, 3).$

Com $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ definidos, podemos então parametrizar eles para descobrir os valores de x, y e z.

$\vec{\mathbf{r}}\left(t\right) = \left(1 - t\right)\vec{\mathbf{r}}_0 + t\vec{\mathbf{r}}_1$

$\langle x, y, z\rangle = (1 - t)\langle 0, -1, 1\rangle + t\langle 1, 2, 3\rangle$

$\langle x, y, z\rangle = \langle 0, -1 + t, 1 - t\rangle + \langle t, 2t, 3t\rangle$

$\langle x, y, z\rangle = \langle t, -1 + 3t, 1 + 2t\rangle.$

Com isso, obtemos os valores de x, y e z:

$x \ = \ t,$

$y \ = \ -1 + 3t,$

$z \ = \ 1 + 2t.$

Essa é a integral que vamos utilizar para encontrar a integral de linha utilizada para resolver a questão:

$\int_a^b \ f\left(x\left(t\right), y\left(t\right), z\left(t\right)\right) \|\vec{\mathbf{v}}\|\, dt.$

Agora com a integral definida, vamos começar calculando o módulo do vetor velocidade, que é definido por:

$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$

Partindo para a resolução, primeiro obtemos os valores de $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ e $\frac{dz}{dt}$.

$\frac{dx}{dt} = 1$, $\frac{dy}{dt} = 3$ e $\frac{dz}{dt} = 2$

Com os valores em mãos, podemos substitui-los e encontrar o valor do módulo do vetor velocidade.

$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{1^2 + 3^2 + 2^2}$

$= \sqrt{14}.$

Concluindo, com o módulo do vetor velocidade definido podemos fazer a integral para solucionar a questão.

$\int_0^1 (t + (-1+3t) + (1+2t))\sqrt{14}dt$

$\int_0^1 6t\sqrt{14}dt$

$3t^2\sqrt{14}|_0^1$

$= 3\sqrt{14}.$

A resposta correta é: $3\sqrt{14}$

Questão **3**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Calcule $\int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds$ para o campo vetorial $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} - y\mathbf{j}$ ao longo da curva $x = y^2$ de $(4, 2)$ a $(1, -1)$.

Resposta:

Como podemos deixar tanto o $\vec{\mathbf{F}}$ como a curva em $\vec{\mathbf{r}}$ em função de y , faremos os cálculos em relação a y:

Delimitando y temos:

$$2 \geq y \geq -1$$

Invertendo os limites de integração em relação a y para o cálculo da integral, :

$$-1 \leq y \leq 2$$

Substituindo os valores de x e y em $\vec{\mathbf{r}}$ temos:

$$\vec{\mathbf{r}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{r}} = y^2\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

Substituindo os valores de x e y em $\vec{\mathbf{F}}$ temos:

$$\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} - y\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{F}} = y^4\mathbf{i} - y\mathbf{j}$$

Podemos utilizar a integral do trabalho de Avaliação paramétrica vetorial : $\int_a^b \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy}\, dy$.

Encontrando o valor de $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy}$.

$$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy} = 2y\mathbf{i} + \mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy} = (y^4, -y) \cdot (2y, 1) = 2y^5 - y$$

Substituindo na Integral do trabalho de Avaliação paramétrica vetorial:

$$\int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds = \int_{-1}^{2} \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy}\, dy = \int_{-1}^{2} 2y^5 - y\, dy$$

$$= \frac{2y^6}{6}\bigg|_{-1}^{2} - \frac{y^2}{2}\bigg|_{-1}^{2}$$

$$= 2\left(\frac{2^6}{6} - \frac{-1^6}{6}\right) - \left(\frac{2^2}{2} - \frac{-1^2}{2}\right)$$

$$= 2\left(\frac{64}{6} - \frac{1}{6}\right) - \left(2 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 21 - \frac{3}{2} = \frac{39}{2}$$

A resposta correta é: 19,5

Questão **4**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
- C é o caminho dado pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^4\mathbf{k},\ 0 \leq t \leq 1.$

Resposta:

Solução:

i) Derivando $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^4\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^3\mathbf{k}$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t)) = 3t^2\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^4\mathbf{k}$

iii) Simplificando para a integração:

$\vec{\mathbf{F}}(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \left(3t^2\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^4\mathbf{k}\right) \cdot \left(\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^3\mathbf{k}\right) dt = \left(3t^2 + 4t^2 + 16t^7\right) dt = \left(7t^2 + 16t^7\right) dt$

iv) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_2} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = 7\int_0^1 t^2\, dt + 16\int_0^1 t^7\, dt = 7\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^1 + 16\left[\frac{t^8}{8}\right]_0^1 = \left(\frac{7+6}{3}\right) = \frac{13}{3}$$

Resposta: $\frac{13}{3}$.

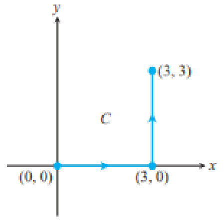
A resposta correta é: 4,3333333

Questão **5**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Encontre a integral de linha $\int_C (x^2 + y^2)\, ds$, onde C é dado na figura a seguir.



Resposta:

Solução:

$C_1 : x = t$ e $y = 0$, $0 \leq t \leq 3$, temos que $dy = 0$;

$C_2 : x = 3$ e $y = t$, $0 \leq t \leq 3$, temos que $dy = dt$;

Calculando a integral:

$$\int_C (x^2 + y^2)\, dy$$

$$= \int_{C_1} (x^2 + y^2)\, dy + \int_{C_2} (x^2 + y^2)\, dy$$

Como $dy = 0$ em C_1, ficamos apenas com:

$$\int_{C_2} (x^2 + y^2)\, dy$$

$$= \int_0^3 (3^2 + t^2)\, dt$$

$$= \int_0^3 (9 + t^2)\, dt$$

$$= \left[9t + \frac{1}{3}t^3 \right]_0^3$$

$$= 36.$$

A resposta correta é: 36