Iniciado em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 19:23
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 19:38
Tempo empregado	14 minutos 42 segundos
Notas	2,00/6,00
Avaliar	**3,33** de um máximo de 10,00(**33,33**%)

Questão **1**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Encontre uma função potencial f para o campo $\vec{\mathbf{F}} = e^{y+2z}(\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2x\mathbf{k})$.

Escolha uma opção:

- a. $f(x, y, z) = 3xe^{y+2z} + C$
- b. $f(x, y, z) = 2xe^{y+3z} + C$
- c. $f(x, y, z) = 2xe^{y+2z} + C$
- d. $f(x, y, z) = xe^{y+3z} + C$
- e. $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + C$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

A definição de função potencial é:

$$\vec{\mathbf{F}} = \nabla f(x, y, z)$$

Sendo que ∇ é:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

Então, a questão quer que achemos a função f de forma:

$$\vec{\mathbf{F}} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right)$$

logo,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = e^{y+2z} \rightarrow f(x, y, z) = xe^{y+2z} + g(y, z) \rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = xe^{y+2z} + \frac{\partial g}{\partial y} = xe^{y+2z} \rightarrow \frac{\partial g}{\partial y} = 0$$

$$\rightarrow f(x, y, z) = xe^{y+2z} + h(z) \rightarrow \frac{\partial f}{\partial z} = 2xe^{y+2z} + h'(z) = 2xe^{y+2z}$$
$$\rightarrow h'(z) = 0 \rightarrow h(z) = c \rightarrow f(x, y, z) = xe^{y+2z} + c$$

Resposta: Concluímos que $\vec{\mathbf{F}}$ é um campo vetorial conservativo e que sua função potencial é $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + c$.

A resposta correta é: $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + C$

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Aplique o teorema de Green para calcular a integral $\oint_C y^2dx + x^2dy$ sobre o triângulo delimitado pelas retas $x = 0, x + y = 1$ e $y = 0$.

Resposta: 0

Resposta:

Para iniciar, sabendo que como M multiplica dx e N multiplica dy, temos:
$M = y^2$ e $N = x^2$.

Para podermos usar o teorema de Green, temos que ter os valores das derivadas de M em função de y e N em função de x, logo:
$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$.

A seguir, para utilizar o teorema de Green, temos que fazer a integral das derivadas encontrada, então temos:
$\iint_R (2x - 2y)dydx$.

Para concluir, vamos lembrar que o triângulo é limitado por $x = 0$, $x + y = 1$ e $y = 0$, logo temos que:

$$\int_0^1 \int_0^{1-x} (2x - 2y)dydx = \int_0^1 (-3x^2 + 4x - 1)dx$$
$$= \left[-x^3 + 2x^2 - x\right]\Big|_0^1$$
$$= -1 + 2 - 1$$
$$= 0.$$

A resposta correta é: 0

Questão **3**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Qual a parametrização da calota cortada da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ cortada pelo cone $z = \sqrt{x^2 + y^2}$?

Escolha uma opção:

a. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = r\cos(\theta)\mathbf{i} + r\sin(\theta)\mathbf{j} - \sqrt{9 - r^2}\mathbf{k}$; para $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

b. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = r\cos(\theta)\mathbf{i} - r\sin(\theta)\mathbf{j} + \sqrt{9 - r^2}\mathbf{k}$; para $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

c. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = r\cos(\theta)\mathbf{i} + r\sin(\theta)\mathbf{j} + \sqrt{9 + r^2}\mathbf{k}$; para $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

d. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = r\cos(\theta)\mathbf{i} + r\sin(\theta)\mathbf{j} + \sqrt{9 - r^2}\mathbf{k}$; para $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

e. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = r\cos(\theta)\mathbf{i} - r\sin(\theta)\mathbf{j} - \sqrt{9 - r^2}\mathbf{k}$; para $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

A coordenada cilíndrica fornece uma parametrização.

Um ponto no cone tem $x = r\cos(\theta)$; $y = r\sin(\theta)$;

como $x^2 + y^2 = r^2$, então $z^2 = 9 - \left(x^2 + y^2\right) = 9 - r^2$

assim, $z = \sqrt{9 - r^2}$, para $z \geq 0$.

Tomando $u = r$ e $v = \theta$, temos a parametrização:

$\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = r\cos(\theta)\mathbf{i} + r\sin(\theta)\mathbf{j} + \sqrt{9 - r^2}\mathbf{k}$; para $0 \leq \theta \leq 2\pi$

Para o domínio de r temos que:

$z = \sqrt{9 - r^2}$ e $x^2 + y^2 + z^2 = 9$,

logo,

$x^2 + y^2 + (\sqrt{x^2 + y^2})^2 = 9$

$2(x^2 + y^2) = 9$

$2r^2 = 9$

$r^2 = \dfrac{9}{2}$

$r = \sqrt{\frac{9}{2}}$

$r = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$;

$0 \leq r \leq \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

$\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = r\cos(\theta)\mathbf{i} + r\sin(\theta)\mathbf{j} + \sqrt{9 - r^2}\mathbf{k}$; para $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

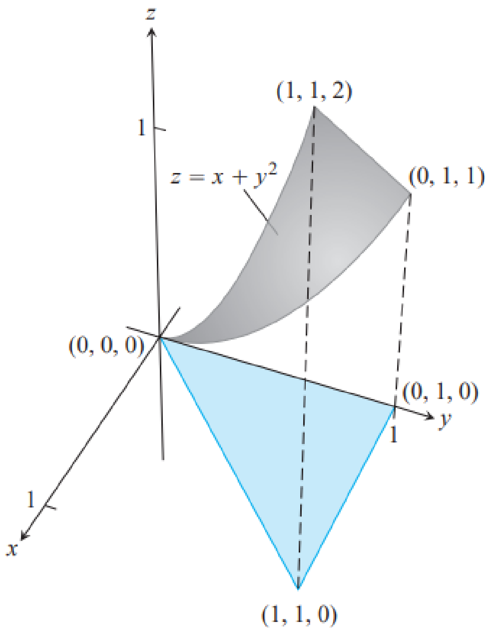
A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = r\cos(\theta)\mathbf{i} + r\sin(\theta)\mathbf{j} + \sqrt{9 - r^2}\mathbf{k}$; para $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq \dfrac{3}{\sqrt{2}}$

Questão **4**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Integre $G(x, y, z) = z - x$ sobre a porção do gráfico de $z = x + y^2$ acima do triângulo no plano xy tendo vértices $(0, 0, 0)$, $(1, 1, 0)$ e $(0, 1, 0)$. (Veja a figura a seguir).



Escolha uma opção:

- a. $\frac{\sqrt{3}+6\sqrt{6}}{20}$
- b. $\frac{\sqrt{2}+8\sqrt{6}}{70}$
- c. $\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{6}}{30}$
- d. $\frac{\sqrt{3}+6\sqrt{6}}{30}$
- e. $\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{7}}{20}$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

$f(z, y, z) = x + y^2 - z = 0.$

O gradiente será $\nabla f = \mathbf{i} + 2y\mathbf{j} - \mathbf{k}$.

A norma do gradiente é $||\nabla f|| = \sqrt{4y^2 + 2} = \sqrt{2}\sqrt{2y^2 + 1}$ e $\vec{\mathbf{p}} = \mathbf{k}$.

Logo $||\nabla f \cdot \vec{\mathbf{p}}|| = 1$.

$$d\sigma = \frac{||\nabla f||}{||\nabla f \cdot \vec{\mathbf{p}}||} dA = \sqrt{2}\sqrt{2y^2 + 1}\, dx\, dy.$$

Logo $\displaystyle\iint_S G\, d\sigma = \int_0^1 \int_0^y (x + y^2 - x)\sqrt{2}\sqrt{2y^2 + 1}\, dx\, dy$

$$= \sqrt{2}\int_0^1 \int_0^y y^2\sqrt{2y^2 + 1}\, dx\, dy$$

$$= \sqrt{2}\int_0^1 y^3\sqrt{2y^2 + 1}\, dy$$

$= \dfrac{\sqrt{2}+6\sqrt{6}}{30}.$

A resposta correta é: $\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{6}}{30}$

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2+z^2)\mathbf{i} + (x^2+y^2)\mathbf{j} + (x^2+y^2)\mathbf{k}$, onde C é o quadrado limitado pelas retas $x = \pm 1$ e $y = \pm 1$ no plano xy, no sentido anti-horário quando visto de cima.

- a. 0 ✔
- b. 1
- c. 1.5
- d. 2
- e. -1

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional:

$\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2+z^2 & x^2+y^2 & x^2+y^2 \end{vmatrix} = (2y)\mathbf{i} + (2z-2x)\mathbf{j} + (2x-2y)\mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 2x - 2y$.

Dessa forma, $d\sigma = dx\, dy$. Portanto, $\displaystyle\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}(2x-2y)dxdy = \int_{-1}^{1} -4ydy = 0.$

A resposta correta é:

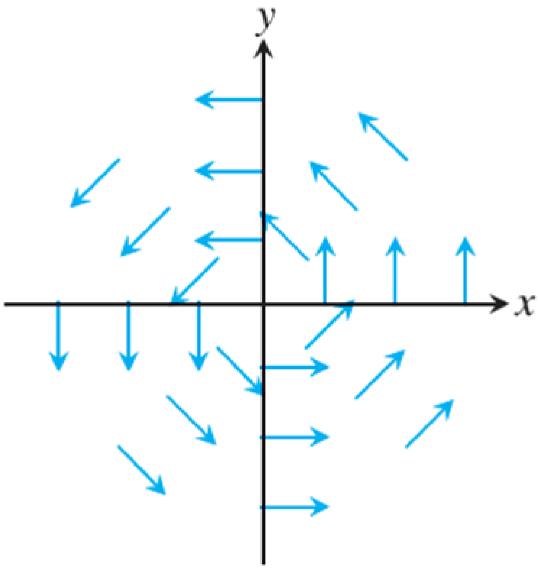
0

Questão **6**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Encontre a divergência do campo de rotação da figura abaixo,



onde o campo é dado por $\vec{\mathbf{F}} = \frac{-y\mathbf{i}+x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

- a. 1
- b. 0
- c. -1
- d. 2
- e. -2

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos a equação $\vec{\mathbf{F}} = \frac{-y\mathbf{i}+x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$, para calcularmos a divergência, calculamos a derivada parcial e obtemos:

$$div\,\vec{\mathbf{F}} = \frac{xy-xy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

A resposta correta é:
0