RESOLUÇÃO DE UMA PROVA DE FÍSICA 3

14 de Agosto de 2015

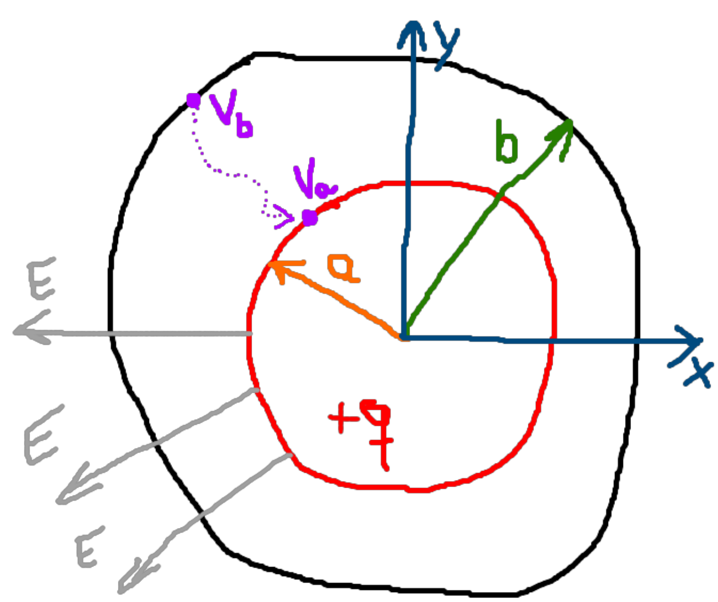
Exercício 1. Um capacitor cilíndrico tem comprimento l, raios a e b $(b > a)$. Encontre uma expressão para sua capacitância C.

Solução

- Sabe-se que
$$\Delta V = -\int_b^a \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dr}$$

- O campo elétrico na superfície de um cilindro carregado é $\frac{q}{\varepsilon_0} = E\,(2\pi r l) \Rightarrow E = \frac{q}{2\varepsilon_0 \pi r l}$. Foi usada a lei de Gauss, tendo em consideração a área lateral da superfície gaussiana cilíndrica e o fato de que o vetor $\overrightarrow{E}$ seja paralelo ao vetor $\overrightarrow{\mathrm{d}S}$. Além de isso, o fluxo do campo elétrico na base e no topo da superfície gaussiana é zero.

- Substituindo
$$\Delta V = -\int_b^a \overrightarrow{E} \cdot \overrightarrow{dr} = -\int_b^a E dr = -\int_b^a \frac{q}{2\varepsilon_0 \pi r l} dr = -\frac{q}{2\varepsilon_0 \pi l} \ln\left(\frac{a}{b}\right) = \frac{q}{2\varepsilon_0 \pi l} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$$



- A definição da capacitância é $C = \left|\frac{q}{\Delta V}\right|$ onde q é a carga do cilindro de raio a, a mesma carga que gera o campo elétrico.
- Substituindo, tem-se o seguinte

$$C = \left| \frac{q}{\frac{q}{2\varepsilon_0 \pi l} \ln\left(\frac{b}{a}\right)} \right| = \frac{2\varepsilon_0 \pi l}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}\, F \qquad \blacklozenge$$

Exercício 2. Dois capacitores, quando ligados em paralelo, dão uma capacitância equivalente de $9,00\,pF$. Quando ligados em série a capacitância equivalente é de $2,00\,pF$. Qual é a capacitância de cada capacitor?

Solução

- Sejam as capacitâncias a e b. Da primeira condição do problema, tem-se (esquecendo a formalidade das unidades)

$$a + b = 9$$

- Da segunda condição, tem-se

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{a+b}{ab} = \frac{9}{ab} = \frac{1}{2} \Rightarrow ab = 18$$

- Logo, os valores naturais para a e b são $a = 6$ e $b = 3$.

- A capacitância de cada capacitor é $3,00\,pF$ e $6,00\,pF$. ♦

Exercício 3. Uma corrente elétrica é dada por $I\left(t\right) = 100 \cdot \sin\left(120 \cdot \pi t\right)$ onde I está em amperes e t em segundos. Qual a carga transportada no intervalo $t = 0$ a $t = \frac{1}{240}$ segundos?

Solução

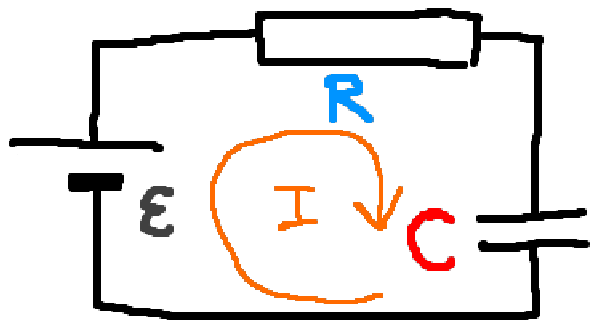
- Sabe-se que a intensidade e a carga têm a seguinte relação

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} \Rightarrow q = \int_0^{1/240} I \mathrm{d}t = \int_0^{1/240} \left[100 \cdot \sin\left(120 \cdot \pi t\right)\right] \mathrm{d}t = \frac{100}{120\pi} = \frac{5}{6\pi}$$

- A carga transportada em dito intervalo é $q = \frac{5}{6\pi}\,C$ ♦

Exercício 4. Considere um circuito onde todos seus componentes estão em série. O circuito em questão consiste em uma resistência R, uma bateria ideal que fornece uma força eletromotriz ε e um capacitor com capacitância C. Considerando que em $t = 0$ o capacitor está descarregado, escreva uma expressão para a corrente em função do tempo.

Solução



- Sabe-se que a equação de carregamento do capacitor é $(t = 0 \Rightarrow q = 0)$

$$q = \varepsilon \cdot C \left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

- Finalmente, pela definição de intensidade

$$I = \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \varepsilon \cdot C \left(\frac{e^{-t/RC}}{RC}\right) = \frac{\varepsilon}{R} e^{-t/RC}\, A \qquad \blacklozenge$$

Exercício 5. Quanto custa manter uma lâmpada ligada durante todo o dia? Suponha que esta lâmpada trabalhe com uma corrente de $1,7\,A$ e esteja ligada em uma rede de 120 V. Suponha que o preço da energia elétrica é 0,4 $^{R\$}/_{kWh}$.

Solução

- Sabe-se que a potência elétrica é dada como

$$P = I \,.\, V = (1,7)\,(120) = 204\,W = 0,204\,kW$$

- O trabalho realizado pela lâmpada em $\Delta t = 24$ horas será

$$W = P \,.\, \Delta t = 0,204 \,.\, 24 = 4,896\,kWh$$

- Logo, tem-se que o custo D será

$$D = W\,(0,4) = 1,958$$

- Finalmente, custo de manter uma lâmpada ligada todo o dia é $D = 1,958$ reais. ⧫