Iniciado em	Thursday, 20 Oct 2022, 10:00
Estado	Finalizada
Concluída em	Thursday, 20 Oct 2022, 10:55
Tempo empregado	55 minutos 20 segundos
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral dupla sobre a região R dada:

$$\int_0^1 \int_0^2 6y^2 - 2x \; dydx.$$

Resposta: 14

Resposta:

Resolvendo a integral em relação a y teremos:

$\int_0^1 \int_0^2 (6y^2 - 2x)\, dydx = -\int_0^2 2xdy + \int_0^2 6y^2 dy = -4x + \int_0^2 6y^2 dy$
$= -4x + 16$

Então pondo o resultando obtido na integral de x teremos:

$\int_0^1 (-4x + 16)\, dx = -\int_0^1 4xdx + \int_0^1 16dx = -2 + 16$
$= 14$

A resposta correta é: 14.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral dupla sobre a região R dada:

$\iint\limits_R e^{x-y} dA$, $R\colon\ 0 \leq x \leq \ln 2,\ 0 \leq y \leq \ln 2$

Resposta: 0,5 ✔

Parabéns!

SOLUÇÃO:

- Primeiro calculamos a integral em função de x:

= $\int_0^{\ln 2} e^{x-y} dx$

= $\int_0^{\ln 2} e^{-y}\ e^{x} dx$

= $e^{-y} \int_0^{\ln 2} e^{x} dx$

= $e^{-y} [e^{x}]_0^{\ln 2}$

= e^{-y}

- Agora calculamos a integral do resultado em função de y:

= $\int_0^{\ln 2} e^{-y} dy$

= $-\int_0^{\ln 2} -e^{-y} dy$

= $-[e^{-y}]_0^{\ln 2}$

= $-e^{-\ln 2} + e^{0}$

= $0,5$

- A resposta é $0,5$

A resposta correta é: 0,5.

Questão **3**

Correto

Atingiu 3,00 de 3,00

Calcule $\int_C (xy + y + z)\, ds$ ao longo da curva $\vec{\mathbf{r}}(t) = 2t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + (2 - 2t)\mathbf{k}$, $0 \leq\ t\ \leq\ 1$.

Resposta: 6,5

SOLUÇÃO:

1º) Como a função $\vec{\mathbf{r}}(t)$ dada tem uma derivada primeira, descobrindo a equação da velocidade a derivando-a. Logo, $\vec{\mathbf{v}}(t) = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$.

2º) Encontramos o módulo de $\vec{\mathbf{v}}(t)$.

$\|\, \vec{\mathbf{v}}(t)\, \| = \sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (-2)^2} = 3$

3º) Calculamos a integral de linha $\int_b^a\ f(g(t), h(t), k(t))\, \|\, \vec{\mathbf{v}}(t)\, \|\ dt$ para a parametrização lisa de C dada por $\vec{\mathbf{r}}(t) = 2t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + (2 - 2t)\mathbf{k}$, $0 \leq\ t\ \leq\ 1$.

= $\int_0^1 (2t^2 - t + 2) 3\, dt$

= $3\ \int_0^1 (2t^2 - t + 2) dt$

= $3\, (\int_0^1 2t^2 dt - \int_0^1 t dt + \int_0^1 2dt)$

= $3\, (2[\frac{t^3}{3}]_0^1\ -\ [\frac{t^2}{2}]_0^1\ +\ [2t]_0^1\,)$

= $3\, \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 2\right)$

= $\frac{13}{2} = 6,5$

A resposta correta é: 6,5.

Questão **4**

Correto

Atingiu 4,00 de 4,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
- C é união dos caminhos C_1 e C_2, dados repsectivamente pelas curvas $\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j}$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, para $0 \leq t \leq 1$.

Resposta: 7

Solução:

Primeiramente precisamos ressaltar que a questão pede a união dos caminhos C_1 e C_2 descritos pelas funções vetoriais $\vec{\mathbf{r}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t)$. Então precisamos encontar $\vec{\mathbf{F}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{F}}_2(t)$, para os caminhos C_1 e C_2 respectivamente, e depois somar o resultado das integrais de cada um. Veja os passos abaixo:

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j}\,; 0 \leq t \leq 1.$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) = 3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$

iii) Derivando $\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 0\mathbf{k}$

iv) Simplificando para integração:

$\vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = (3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 0\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j} + 0\mathbf{k})\, dt = (3t + 2t)\, dt = (5t)\, dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_3} \vec{\mathbf{F}}_1 \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \int_0^1 5t dt = 5 \int_0^1 t dt = 5\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = 5\left[\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right]_0^1 = \frac{5}{2}$$

Re
Mı

Resposta: $\frac{5}{2}$.

Agora faremos o mesmo procedimento para $\vec{\mathbf{r}}_2(t)$ e $\vec{\mathbf{F}}_2(t)$.

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_2(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k}\,, 0 \leq t \leq 1.$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) = 3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}$

iii) Derivando: $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$

iv) Simplificando para integração:

$\vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = (3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})\, dt = (9t)\, dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2 \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \int_0^1 9t dt = 9 \int_0^1 t dt = 9\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = 9\left[\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right]_0^1 = \frac{9}{2}$$

Somando as integrais dos caminhos $C_1 \cup C_2$ obtemos:

$$\int_{C_1} \vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt + \int_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2\left(\vec{\mathbf{r}}_2(t)\right) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = \int_0^1 5tdt + \int_0^1 9tdt = \left(\frac{5}{2} + \frac{9}{2}\right) = \frac{14}{2} = 7$$

Resposta: 7.

A resposta correta é: 7.

← AP2 da turma 01

Seguir para...

16.3 Campos conservativos e funções potenciais →