Painel / Meus cursos / SBL0059_2022.2 / 4 October - 10 October / Teste de revisão 6

Iniciado em	Sunday, 9 Oct 2022, 20:35
Estado	Finalizada
Concluída em	Sunday, 9 Oct 2022, 21:01
Tempo empregado	25 minutos 56 segundos
Notas	3,00/5,00
Avaliar	**6,00** de um máximo de 10,00(**60**%)

Questão **1**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Calcule a integral $\int_0^1 \int_0^{2-x} \int_0^{2-x-y} 6\, dz\, dy\, dx$.

Resposta: 0

Solução:

$$\int_0^1 \int_0^{2-x} \int_0^{2-x-y} dz\, dy\, dx = \int_0^1 \int_0^{2-x} [z]_0^{2-x-y}\, dy\, dx = \int_0^1 \int_0^{2-x} [2-x-y]\, dy\, dx = \int_0^1 2[y]_0^{2-x} - x[y]_0^{2-x} - \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^{2-x} dx$$

$$= \int_0^1 4 - 2x - 2x + x^2 - \frac{(2-x)^2}{2}\, dx = \int_0^1 (2-x^2) - \frac{(2-x)^2}{2}\, dx = \int_0^1 \frac{(2-x)^2}{2}\, dx$$

$$= \tfrac{1}{2}\int_0^1 (2-x)^2\, dx = \frac{1}{2}\int_0^1 4 - 4x + x^2\, dx = \frac{1}{2}\left(\int_0^1 4\, dx - \int_0^1 4x\, dx \int_0^1 x^2\, dx\right)$$

$$= \tfrac{1}{2}\left[(4x) - (\tfrac{4x^2}{2}) + (\tfrac{x^3}{3})\right]_0^1 = \tfrac{1}{2}[4 - 2 + \tfrac{1}{3}] = \tfrac{1}{2}(\tfrac{7}{3}) = \tfrac{7}{6}$$

.

Resposta: $6\frac{7}{6} = 7$

A resposta correta é: 7.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral $\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} \int_0^{2x+y} dzdxdy.$

Resposta: 5,333333

Resposta:

$\int_0^{2x+y} dz$

$= 2x + y$

$\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} (2x+y)\, dxdy$

Aplicando a regra da soma $\int f(x) \pm g(x)\, dx = \int f(x)\, dx \pm \int g(x)\, dx$

Temos que:

$\int_0^2 \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} (2x+y)\, dxdy$

$= \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} (2x)\, dx + \int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} (y)\, dx$

Resolvendo as integrais:

$\int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} (y)\, dx = 2y\sqrt{4-y^2}$

$\int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} (2x)\, dx = 0$

Pois, se $f(x)$ é uma função ímpar e contínua em: $[-a, a]$ então $\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 0$

Paridade de $2x$: ímpar

Logo, $\int_{-\sqrt{4-y^2}}^{\sqrt{4-y^2}} (2x)\, dx = 0$

Somando, temos:

$= 2y\sqrt{4-y^2} + 0$

$= 2y\sqrt{-y^2+4}$

Por fim, integrando em relação a dy:

$\int_0^2 (2y\sqrt{-y^2+4})\, dy$

$= 2\int_0^2 (y\sqrt{-y^2+4})\, dy$

Aplicando integração por substituição: $u = -y^2 + 4$

$= 2\int_4^0 \left(-\frac{\sqrt{u}}{2}\right)\, du$

Temos que, $\int_a^b f(x)\, dx = -\int_b^a\, dx\,,\, a < b$

$= 2\left(-\int_0^4 -\frac{\sqrt{u}}{2} du\right)$

$= 2\left(-\left(-\frac{1}{2}\int_0^4 \sqrt{u}\, du\right)\right)$

Aplicando a regra da potência:

$= 2\left(-\left(-\frac{1}{2}\left[\frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\right]_0^4\right)\right)$

Simplificando, temos:

$= \left[\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right]_0^4$

Por último, calculamos os limites:

$= \left[\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right]_0^4$

$= \frac{16}{3}$

A resposta correta é: 5,33333.

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Qual o valor da integral $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{1+\cos(\theta)} 4r\, dr d\theta dz$

Escolha uma opção:

- a. 14π
- b. 13π
- c. 11π
- d. 10π
- e. 12π

Sua resposta está correta.

Resposta:

Resolvendo por partes, vamos resolver primeiro a integral mais interna, ou seja, o dr:

$\int_0^{1+\cos(\theta)} (4r)\, dr$

Substituindo:

$= 4\left[\frac{r^2}{2}\right]_0^{1+\cos(\theta)}$

$= \left[2r^2\right]_0^{1+\cos(\theta)}$

$= 2(1+\cos(\theta)^2 - 0)$

Depois, resolvendo a integral que está mais externa do que a anterior, a $d\theta$:

$\int_0^{2\pi} (2(1+2\cos(\theta)+\cos^2(\theta)))\, d\theta$

$= 2\int_0^{2\pi} (1+2\cos(\theta)+\cos^2(\theta))\, d\theta$

$= 2\left[\theta + 2\sin(\theta) + \frac{\theta}{2} + \frac{\sin(2\theta)}{4}\right]_0^{2\pi}$

Substituindo, temos que:

$= 2\left(2\pi + 2\sin(2\pi) + \frac{2\pi}{2} + \frac{\sin(4\pi)}{4}\right)$

$= 2(2\pi + 0 + \pi + 0)$

$= 2(3\pi)$

$= 6\pi$

Resolvendo a integral mais externa de todas, o dz:

$\int_{-1}^{1} (6\pi)\, dz$

Como 6π em relação a dz é uma constante, temos que:

$6\pi \int_{-1}^{1} dz$

$= 6\pi[z]_{-1}^{1}$

$= 6\pi(1-(-1))$

$= 6\pi 2$

Logo, o resultado é:

$= 12\pi$

A resposta correta é: 12π

.

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Calcule a integral em coordenadas cilíndricas $\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\theta}{2\pi}} \int_0^{3+24r^2} dz\, r\, dr\, d\theta.$

Escolha uma opção:

- a. $\frac{11\pi}{3}$
- b. $\frac{11\pi}{5}$
- c. $\frac{17\pi}{5}$
- d. $\frac{13\pi}{5}$
- e. $\frac{17\pi}{3}$ ✖

Sua resposta está incorreta.

Solução:

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\theta}{2\pi}} \int_0^{3+24r^2} dz\, r\, dr\, d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\theta}{2\pi}} (3r + 24r^3)\, dr\, d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \left[\frac{3}{2}r^2 + 6r^4\right]_0^{\frac{\theta}{2\pi}} d\theta$$

$$= \frac{3}{2} \int_0^{2\pi} \left(\frac{\theta^2}{4\pi^2} + \frac{4\theta^4}{16\pi^4}\right) d\theta$$

$$= \frac{3}{2}\left[\frac{\theta^3}{12\pi^2} + \frac{\theta^5}{20\pi^4}\right]_0^{2\pi}$$

$$= \frac{17\pi}{5}$$

A resposta correta é: $\frac{17\pi}{5}$

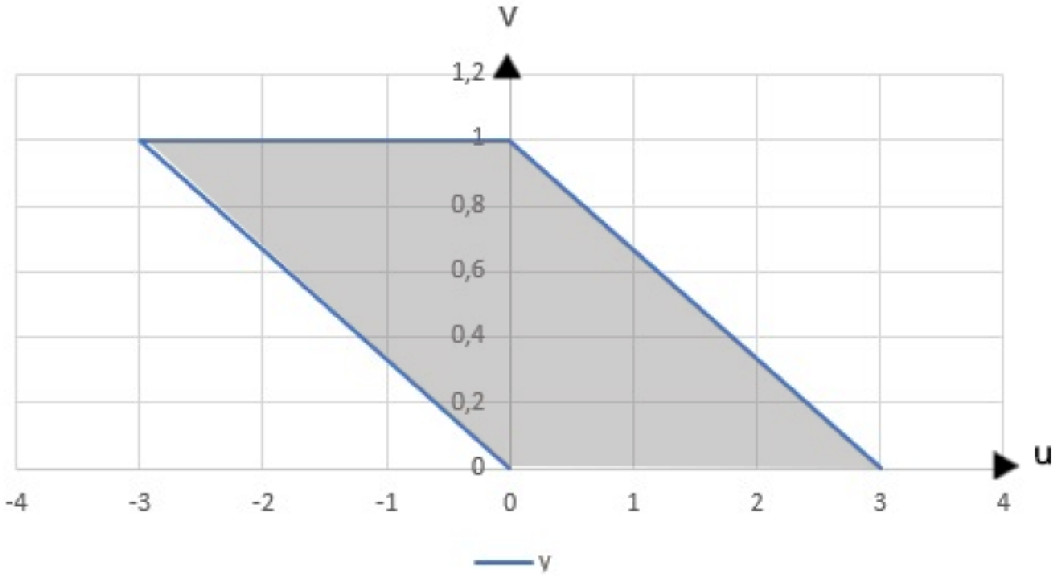
.

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a imagem pela transformação $u = 2x - 3y$, $v = -x + y$ do paralelogramo R no plano xy com fronteiras $x = -3$, $x = 0$, $y = x$ e $y = x + 1$. Esboce no seu caderno a região transformada no plano uv. Depois compare com figura abaixo.



Agora, resolva o sistema $u = 2x - 3y$, $v = -x + y$ para x e y em termos de u e v. Em seguida, encontre o valor do jacobiano $\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,y)}$.

Resposta: -1

Primeira Solução:

Resolvendo as equações $u = 2x - 3y$ e $v = x + y$ para x e y temos:

$x = -u - 3v \ \ (1)$

$y = -u - 2v \ \ (2)$

Substituindo x da equação (1) pelo valor das fronteiras $x = -3$ encontramos

$-u - 3v = -3$

$u + 3v = 3$

para $x = 0$

$-u - 3v = 0$

$u + 3v = 0$

substituindo y da equação (2) pelo valor das fronteiras $y = x$, temos:

$-u - 3v = -u - 2v$

Resolvendo a equação acima, trazemos $-u-2v$ para a esquerda e somamos com $-u-3v$,obtendo $-v=0$, entao mutiplicamos por (-1) temos

$v=0$

quando $y=x+1$

$-u-3v+1=-u-2v$

Pegamos $-u-2v$ levamos para o lado esquerdo e somamos com $-u-3v+1$ resultando em $-v+1=0$, levando o 1 para direita e multiplicando os dois lado da equação por -1 obtemos

$v=1$

Dessa forma para $v=0$ e $u+3v=3$ encontramos $u=3$ e quando $v=1$ encontramos $u=0$ assim encontramos as coordenadas $(3,0)$ e $(0,1)$.

Quando temos $v=0$ e $u+3v=0$ obtemos $u=0$ e quando $v=1$ e $u+3v=0$ obtemos $u=-3$, então temos as coordenadas $(0,0)$ e $(-3,1)$.

Segunda Solução:

Primeiro resolvemos o sistema para x e y em termos de u e v.

$x=-u-3v$

$y=-u-2v$.

Para resolver o jacobiano iremos derivar x e y em relação a (u,v), respectivamente.

$\frac{\partial(x)}{\partial(u,v)}=-1-3$

$\frac{\partial(y)}{\partial(u,v)}=-1-2$

Então a partir da definição do jacobiano

$$J(u,v)=\begin{vmatrix} \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial x}{\partial v} \\ \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial v} \end{vmatrix}$$

Resolvemos

$$J(u,v)=\begin{vmatrix} -1 & -3 \\ -1 & -2 \end{vmatrix}=2-3=-1 .$$

Resposta: Jacobiano = -1.

A resposta correta é: -1.

◄ 15.8 Jacobiano - Substituição em integrais múltiplas

Seguir para...

16.1 Integrais de Caminho ►

Resumo de retenção de dados