

Iniciado em Monday, 3 Oct 2022, 21:08
Estado Finalizada
Concluída em Monday, 3 Oct 2022, 21:23
Tempo empregado 15 minutos 3 segundos
Avaliar 10,00 de um máximo de 10,00(100%)

Questão 1

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral dupla sobre a região R dada:

$$\int_0^1 \int_0^2 (6y^2 - 2x) dy dx.$$

Resposta:

14



Resposta:

Resolvendo a integral em relação a y teremos:

$$\begin{aligned} \int_0^1 \int_0^2 (6y^2 - 2x) dy dx &= - \int_0^2 2x dy + \int_0^2 6y^2 dy = -4x + \int_0^2 6y^2 dy \\ &= -4x + 16 \end{aligned}$$

Então pondo o resultando obtido na integral de x teremos:

$$\begin{aligned} \int_0^1 (-4x + 16) dx &= - \int_0^1 4x dx + \int_0^1 16 dx = -2 + 16 \\ &= 14 \end{aligned}$$

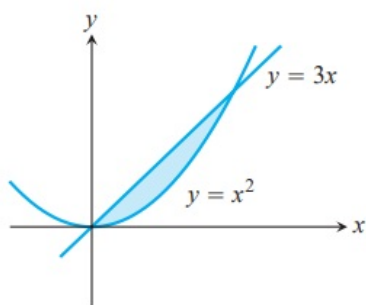
A resposta correta é: 14.

Questão 2

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Escreva a integral iterada de $\iint_R dA$ sobre a região descrita R utilizando seções transversais horizontais.



Escolha uma opção:

- ☐ a. $\int_0^3 \int_{\sqrt{y}}^{\frac{y}{3}} dx dy$
- ☒ b. $\int_0^3 \int_{\frac{y}{3}}^{\sqrt{y}} dx dy$
- ☐ c. $\int_3^0 \int_{\sqrt{y}}^{\frac{3}{y}} dx dy$
- ☐ d. $\int_0^3 \int_{\frac{3}{y}}^{\sqrt{y}} dx dy$
- ☐ e. $\int_0^3 \int_{\frac{3}{y}}^{\sqrt{y}} dx dy$

✓ Parabéns. Resposta correta.

Sua resposta está correta.

A resposta correta é:

$$\int_0^3 \int_{\frac{y}{3}}^{\sqrt{y}} dx dy$$

.

Questão 3

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Substitua a integral cartesiana por uma integral equivalente em coordenadas polares. Em seguida, calcule a integral polar.

$$\int_{-1}^0 \int_{-\sqrt{1-x^2}}^0 \left(\frac{2}{1 + \sqrt{x^2 + y^2}} \right) dy dx$$

Qual o valor da integral?

Escolha uma opção:

- ☒ a. $\pi (1 - \ln(2))$
- ☐ b. $\pi \ln(2)$
- ☐ c. $-\pi (1 + \ln(2))$
- ☐ d. $\pi (1 + \ln(2))$
- ☐ e. $-\pi (1 - \ln(2))$



Sua resposta está correta.

Resposta:

Mudamos o sistema de coordenadas cartesianas para coordenadas polar:

Como $-1 \leq x \leq 0$ e $-\sqrt{1-x^2} \leq y \leq 0$

Logo os limites de integração será:

$$\pi \leq \theta \leq \frac{3\pi}{2} \text{ e } 0 \leq r \leq 1$$

Como: $x = r \cos(\theta)$ e $y = r \sin(\theta)$

$$x^2 + y^2 = r^2 \cos^2(\theta) + r^2 \sin^2(\theta) = r^2 (\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta)) = r^2$$

Substituímos $dydx$ por $rdrd\theta$:

Logo:

$$= \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} \int_0^1 \left(\frac{2}{1 + \sqrt{r^2}} \right) r dr d\theta$$

A integral em relação a r fica:

$$= \int_0^1 \left(\frac{2}{1 + \sqrt{r^2}} \right) r dr$$

$$= 2 \int_0^1 \left(\frac{r}{1+r} \right) dr$$

Substituindo $u = 1 + r$:

$$= 2 \int_1^2 \left(\frac{u-1}{u} \right) du$$

$$= 2 \int_1^2 \left(1 - \frac{1}{u} \right) du$$

$$= 2 (1 - \ln(2))$$

Logo, a integral em relação a θ :

$$= \int_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}} 2 (1 - \ln(2)) d\theta$$

$$= [2 (1 - \ln(2)) \theta]_{\pi}^{\frac{3\pi}{2}}$$

$$= \pi (1 - \ln(2))$$

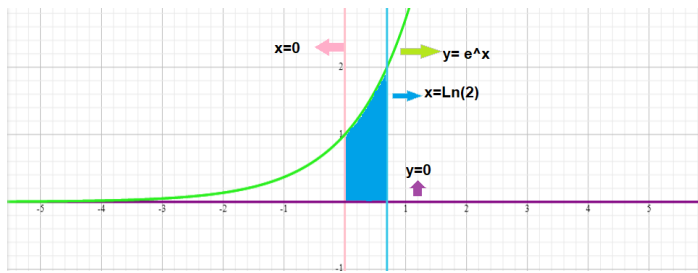
A resposta correta é: $\pi (1 - \ln(2))$

Questão 4

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a área da região em azul na figura abaixo:



A curva $y = e^x$ e as retas $y = 0$, $x = 0$ e $x = \ln 2$.

Resposta: ✓

Passo 2: Expressar a área da região como uma integral dupla iterada e calcule a integral.

$$A = \int_0^{\ln(2)} \int_0^{e^x} dy dx$$

$$A = [y]_0^{e^x}$$

$$A = e^x$$

$$A = \int_0^{\ln(2)} e^x dx$$

$$A = [e^x]_0^{\ln(2)}$$

$$A = 1$$

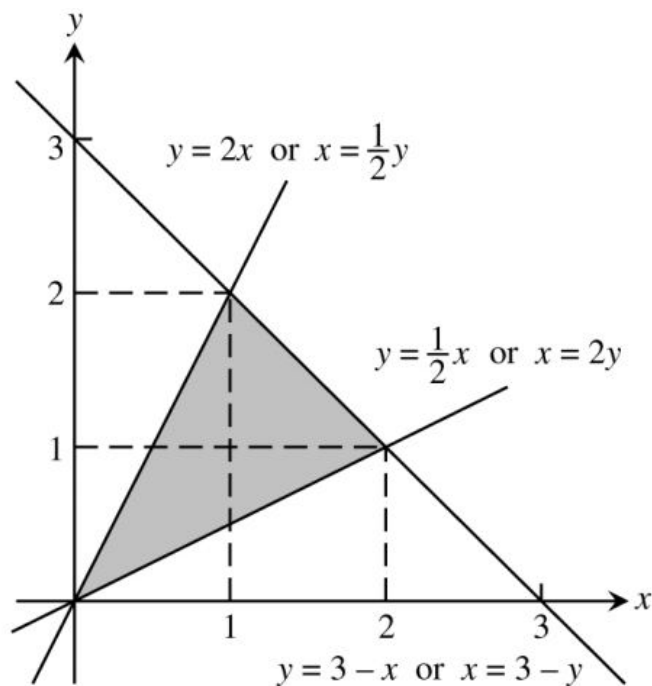
A resposta correta é: 1.

Questão 5

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a área da região delimitada por retas na figura abaixo.



As retas $y = 2x$, $y = \frac{x}{2}$ e $y = 3 - x$.

Resposta: 1,5



Solução:

Montaremos a integral dupla da primeira parte com os dados da questão, temos:

$$\int_0^1 \int_{\frac{x}{2}}^{2x} 1 dy dx + \int_1^2 \int_{\frac{x}{2}}^{3-x} 1 dy dx.$$

Resolvendo dy e dx da primeira iteração, obtemos:

$$\int_{\frac{x}{2}}^{2x} 1 dy = 2x - \frac{x}{2}$$

$$\int_0^1 2x - \frac{x}{2} dx = \frac{3}{4}.$$

Para finalizar, montamos a integral dupla da segunda iteração:

$$\int_{\frac{x}{2}}^{3-x} 1 dy = 3 - x - \frac{x}{2}$$

$$\int_1^2 3 - x - \frac{x}{2} dx = \frac{3}{4}$$

$$\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{3}{2}.$$

A resposta correta é: 1,5.

