Pedro Afonso Gomes Moura 389112

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Iniciado em	quarta, 23 Set 2020, 16:27
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta, 23 Set 2020, 16:44
Tempo empregado	17 minutos 5 segundos
Avaliar	**0,00** de um máximo de 10,00(**0**%)

Questão **1**
Incorreto
Atingiu 0,00 de 2,00

Mostre que a forma diferencial na integral $\int_{(2,3,-6)}^{(0,0,0)} 2x\,dx + 2y\,dy + 2z\,dz$ é exata. Em seguida, calcule a integral.

Resposta: -36 ✗

SOLUÇÃO:

- Como $\vec{\mathbf{F}}(x,y,z) = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ e que $\frac{\partial P}{\partial y} = 0 = \frac{\partial N}{\partial z}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$. Portanto, concluímos que $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ é exata.

- Temos que:

= $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + g(y,z)$

- Calculando $g(y,z)$

= $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} = 2y$. Assim, $g(y,z) = y^2 + h(z)$.

Logo, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + h(z)$.

- Calculando $h(z)$

$\frac{\partial f}{\partial z} = h'(z) = 2z$

Logo, $\int h'(z)\,dz \Rightarrow h(z) = z^2 + C$

Assim, $f(x,y,z) = x^2 + y^2 + z^2 + C$

A resposta correta é: 49.

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Calcule a integral $\int_{(1,1,1)}^{(1,2,3)} 3x^2dx + \frac{z^2}{y}\,dy + 2z\ln(y)dz$.

Escolha uma:

- a. $5\ln(2)$ ✗
- b. $9\ln(2)$
- c. $7\ln(2)$
- d. $12\ln(2)$
- e. $5\ln(2)$

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Aplicando o teste de exatidão:

Fazemos $M = 3x^2$, $N = \frac{z^2}{y}$ e $P = 2z\ln(y)$

$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{2z}{y} = \frac{\partial N}{\partial x}, \frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$

Essas igualdades nos dizem que $3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz$ é exata, assim

$3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz = df$

para alguma função f e o valor da integral é $f(1,2,3) - (1,1,1)$.

Encontramos f a menos de uma constante integrando as equações

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{z^2}{y}$ e $\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y)$

A partir da primeira equação, obtemos

$f(x,y,z) = x^3 + g(y,z)$.

A segunda nos fornece

$g(y,z) = z^2\ln(y) + h(z)$

Então $f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + h(z)$

A partir da terceira temos que

$\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y) + h'(z)$

$h'(z) = 0$

$h(z) = C$

Portanto

$f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + C$

O valor da integral de linha é independente do caminho tomado de $(1,1,1)$ a $(1,2,3)$ e é igual a

$f(1,2,3) - f(1,1,1)$

$= (1 + 9\ln(2) + C) - (1 + 0 + C)$

$= 9\ln(2)$

A resposta correta é: $9\ln(2)$

.

Questão **3**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: 9 ✗

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Fluxo:

Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \left(\frac{\partial}{\partial x}(M) + \frac{\partial}{\partial y}(N)\right) dA$

$\frac{\partial}{\partial x}(M) = -2x$

$\frac{\partial}{\partial y}(N) = 2y$

$\int_0^3 \int_0^x -2x + 2y \, dydx$

$= \int_0^3 \left[-2xy + \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 -2x^2 + x^2 \, dx$

$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= -\frac{27}{3} = -9$

A resposta correta é: -9.

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\oint_C xdy - ydx$ para encontrar a área da região delimitada pela circunferência $\vec{\mathbf{r}}(t) = (acos(t))\mathbf{i} + (asen(t))\mathbf{j},\ 0 \leq t \leq 2\pi.$

Escolha uma:

- a. $1,2\pi a^2$
- b. πa^2
- c. $3\pi a^2$
- d. $1,5\pi a^2$
- e. $2\pi a^2$

✗

Sua resposta está incorreta.

SOLUÇÃO:

- Sabendo que $M = x = a\cos(t)$ e $N = y = a\sin(t)$, calculamos as derivadas de x e y. Logo, temos que

$x = -a\sin(t)\,dt$

$x = b\cos(t)\,dt$

$Area = \int_C xdy - ydx$

- Fazendo a substituição

=$\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(a^2\cos^2(t) + a^2\sin^2(t))dt$

- Resolvendo a integral, temos que a área da região delimitada é

=πa^2

A resposta correta é: πa^2

.

Questão **5**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\oint_C xdy - ydx$ para encontrar a área do astroide

$\vec{\mathbf{r}}(t) = \left(\cos^3 t\right)\mathbf{i} + \left(\sin^3 t\right)\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Escolha uma:

- a. $\dfrac{7\pi}{2}$
- b. $\dfrac{3\pi}{8}$
- c. $\dfrac{5\pi}{2}$ ✗
- d. $\dfrac{3\pi}{2}$
- e. $\dfrac{5\pi}{8}$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

i) Derivando x e y temos:

$$M = x = \cos^3 t \to dx = -3\cos^2 t\ \sin t$$

$$N = y = \sin^3 t \to dy = 3\sin^2 t \cos t$$

ii) De acordo com o Teorema de Green faz-se necessário respeitar o seguinte formato:

$$Mdy - Ndx$$

Realizando a substituição, obtemos:

$$\cos^3 t\ (3\sin^2 t \cos t) - \sin^3 t\ (-3\sin^2 t\ \sin t)$$

iii) Simplificando:

$$3\sin^2 t\ \cos^4 t + 3\cos^2 t\ \sin^4 t = 3\sin^2 t\ \cos^2 t\ (\cos^2 t + \sin^2 t) = 3\sin^2 t\ \cos^2 t$$

iv) Dado que a área da região R é $\frac{1}{2}\oint_C xdy - ydx$, temos que após as devidas substituições a integral é:

$$\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} 3\sin^2 t\cos^2 t dt = \frac{1}{2}\left[3\int_0^{2\pi}\frac{1-\cos(4t)}{8}dt\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{8}\left(\int_0^{2\pi} dt - \int_0^{2\pi}\cos(4t)dt\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{8}(t+\sin(4t))\right]_0^{2\pi} = \frac{3\pi}{8}.$$

Resposta = $\dfrac{3\pi}{8}$

A resposta correta é: $\dfrac{3\pi}{8}$

.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social