Iniciado em	Saturday, 15 Oct 2022, 16:00
Estado	Finalizada
Concluída em	Saturday, 15 Oct 2022, 16:09
Tempo empregado	8 minutos 55 segundos
Avaliar	**8,00** de um máximo de 10,00(**80**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre a integral de reta de $f\left(x,y\right) \;=\; ye^{x^2}$ ao longo da curva $\vec{\mathbf{r}}\left(t\right) \;=\; 4t\mathbf{i} \;-\; 3t\mathbf{j}, -1 \leq t \leq 2.$

Escolha uma opção:

- a. $-13\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$
- b. $-15\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$ ✔
- c. $-11\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$
- d. $-14\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$
- e. $-12\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

$f = te^{t^2}$

Derivamos $\vec{\mathbf{r}}\left(t\right)$ e encontramos $\vec{\mathbf{v}}\left(t\right)$

$\vec{\mathbf{v}}\left(t\right) = 4\mathbf{i} \;-\; 3\mathbf{j}$

Calculamos o módulo de $\vec{\mathbf{v}}$:

$$|| \,\vec{\mathbf{v}}\, || = \sqrt{4^2 + \left(-3\right)^2}$$

$$|| \,\vec{\mathbf{v}}\, || = \sqrt{16+9}$$

$$|| \,\vec{\mathbf{v}}\, || = 5$$

Sabendo que $ds = 5dt$

I.L. $= \int_{-1}^{2} ye^{x^2}\; ds$

$= \int_{-1}^{2} -3te^{\left(4t\right)^2} 5dt$

$= -15\int_{-1}^{2} te^{16t^2}\, dt$

Chamamos $u = e^{16t^2}$

$du = 32te^{16t^2}dx$

$dx = \frac{du}{32tu}$

$= -15\int_{-1}^{2}\; \frac{tu}{32tu}du$

$= -15\int_{-1}^{2} \frac{1}{32}\; du$

$= -15\left[\frac{1}{32}u\right]_{-1}^{2}$

$= -15\left[\frac{e^{16t^2}}{32}\right]_{-1}^{2}$

$= -15\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

A resposta correta é: $-15\left(\frac{e^{64}-e^{16}}{32}\right)$

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre a integral de linha de $f(x,\ y,\ z) = x + y + z$ sobre o segmento de reta de $(1, 2, 3)$ a $(0, -1, 1)$.

Escolha uma opção:

- a. $2\sqrt{15}$
- b. $3\sqrt{15}$
- c. $3\sqrt{14}$
- d. $4\sqrt{14}$
- e. $2\sqrt{14}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciarmos, temos que definir os segmentos de reta como $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ para ser feita a parametrização, logo:

$\vec{\mathbf{r}}_0 = (0, -1, 1)$; $\vec{\mathbf{r}}_1 = (1, 2, 3)$.

Com $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ definidos, podemos então parametrizar eles para descobrir os valores de x, y e z.

$\vec{\mathbf{r}}(t) = (1 - t)\vec{\mathbf{r}}_0 + t\vec{\mathbf{r}}_1$

$\langle x, y, z\rangle = (1 - t)\langle 0, -1, 1\rangle + t\langle 1, 2, 3\rangle$

$\langle x, y, z\rangle = \langle 0, -1 + t, 1 - t\rangle + \langle t, 2t, 3t\rangle$

$\langle x, y, z\rangle = \langle t, -1 + 3t, 1 + 2t\rangle$.

Com isso, obtemos os valores de x, y e z:

$x = t$,

$y = -1 + 3t$,

$z = 1 + 2t$.

Essa é a integral que vamos utilizar para encontrar a integral de linha utilizada para resolver a questão:

$\int_a^b f(x(t), y(t), z(t))\, \|\vec{\mathbf{v}}\|\, dt$.

Agora com a integral definida, vamos começar calculando o módulo do vetor velocidade, que é definido por:

$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$

Partindo para a resolução, primeiro obtemos os valores de $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ e $\frac{dz}{dt}$.

$\frac{dx}{dt} = 1$, $\frac{dy}{dt} = 3$ e $\frac{dz}{dt} = 2$

Com os valores em mãos, podemos substitui-los e encontrar o valor do módulo do vetor velocidade.

$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{1^2 + 3^2 + 2^2}$

$= \sqrt{14}$.

Concluindo, com o módulo do vetor velocidade definido podemos fazer a integral para solucionar a questão.

$\int_0^1 (t + (-1 + 3t) + (1 + 2t))\sqrt{14}dt$

$\int_0^1 6t\sqrt{14}dt$

$3t^2\sqrt{14}|_0^1$

$= 3\sqrt{14}.$

A resposta correta é: $3\sqrt{14}$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = xy\mathbf{i} + y\mathbf{j} - yz\mathbf{k}$
- C é o caminho dado pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}, 0 \leq t \leq 1.$

Resposta: 0,5

Resposta:

Passo 1: Calculamos $\vec{\mathbf{F}}$ na curva $\vec{\mathbf{r}}(\mathbf{t})$:

$\vec{\mathbf{F}} = (t)(t^2)\mathbf{i} + (t^2)\mathbf{j} + (t^2)(t)\mathbf{k}$

$\vec{\mathbf{F}} = t^3\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$

Passo 2: Encontramos $\dfrac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}$:

$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}$

$\dfrac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + \mathbf{k}$

Passo 3: Encontramos $\vec{\mathbf{F}} \cdot \dfrac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}$ e depois integrar de $t = 0$ a $t = 1$ para encontrar o trabalho:

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \dfrac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = t^3 + 2t^3 - t^3 = 2t^3$

$$W = \int_0^1 2t^3 dt = 2\int_0^1 t^3 = 2\left[\frac{t^4}{4}\right]_0^1 = 2\left[\frac{1}{4}\right] = \frac{1}{2}$$

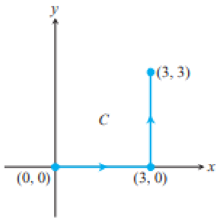
A resposta correta é: 0,5.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre a integral de linha $\int_C (x^2 + y^2)\, ds$, onde C é dado na figura a seguir.



Resposta: 36

Solução:

$C_1 : x = t$ e $y = 0$, $0 \leq t \leq 3$, temos que $dy = 0$;

$C_2 : x = 3$ e $y = t$, $0 \leq t \leq 3$, temos que $dy = dt$;

Calculando a integral:

$$\int_C (x^2 + y^2)\, dy$$

$$= \int_{C_1} (x^2 + y^2)\, dy + \int_{C_2} (x^2 + y^2)\, dy$$

Como $dy = 0$ em C_1, ficamos apenas com:

$$\int_{C_2} (x^2 + y^2)\, dy$$

$$= \int_0^3 (3^2 + t^2)\, dt$$

$$= \int_0^3 (9 + t^2)\, dt$$

$$= \left[9t + \frac{1}{3}t^3\right]_0^3$$

$$= 36.$$

A resposta correta é: 36.

Questão **5**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
- C é união dos caminhos C_1 e C_2, dados repsectivamente pelas curvas $\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j}$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, para $0 \leq t \leq 1$.

Resposta: 0 ✖

Solução:

Primeiramente precisamos ressaltar que a questão pede a união dos caminhos C_1 e C_2 descritos pelas funções vetoriais $\vec{\mathbf{r}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t)$. Então precisamos encontrar $\vec{\mathbf{F}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{F}}_2(t)$, para os caminhos C_1 e C_2 respectivamente, e depois somar o resultado das integrais de cada um. Veja os passos abaixo:

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j}\;;0 \leq t \leq 1.$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) = 3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$

iii) Derivando $\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 0\mathbf{k}$

iv) Simplificando para integração:

$\vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = (3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 0\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j} + 0\mathbf{k})\,dt = (3t + 2t)\,dt = (5t)\,dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_3} \vec{\mathbf{F}}_1 \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = \int_0^1 5tdt = 5\int_0^1 tdt = 5\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = 5\left[\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right]_0^1 = \frac{5}{2}$$

Resposta: $\frac{5}{2}$.

Agora faremos o mesmo procedimento para $\vec{\mathbf{r}}_2(t)$ e $\vec{\mathbf{F}}_2(t)$.

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}\;, 0 \leq t \leq 1.$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}$

iii) Derivando: $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k}$

iv) Simplificando para integração:

$\vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = (3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}) \cdot (0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k})\,dt = (4t)\,dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2 \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = \int_0^1 4tdt = 4\int_0^1 tdt = 4\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = 4\left[\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right]_0^1 = \frac{4}{2} = 2$$

Somando as integrais dos caminhos $C_1 \cup C_2$ obtemos:

$$\int\limits_{C_1} \vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt + \int\limits_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2\left(\vec{\mathbf{r}}_2(t)\right) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = \int\limits_0^1 5tdt + \int\limits_0^1 4tdt = \left(\frac{5}{2} + 2\right) = \frac{9}{2}$$

Resposta: $\frac{9}{2}$.

A resposta correta é: 4,5.