UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Iniciado em	sexta, 25 Set 2020, 18:50
Estado	Finalizada
Concluída em	sexta, 25 Set 2020, 19:07
Tempo empregado	17 minutos 2 segundos
Avaliar	**8,00** de um máximo de 10,00(**80**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre uma função potencial f para o campo $\vec{\mathbf{F}} = e^{y+2z}(\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2x\mathbf{k})$.

Escolha uma:

a. $f(x, y, z) = 2xe^{y+2z} + C$

b. $f(x, y, z) = 2xe^{y+3z} + C$

c. $f(x, y, z) = 3xe^{y+2z} + C$

d. $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + C$

e. $f(x, y, z) = xe^{y+3z} + C$

Sua resposta está correta.

Solução:

A definição de função potencial é:

$$\vec{\mathbf{F}} = \nabla f(x, y, z)$$

Sendo que ∇ é:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

Então, a questão quer que achemos a função f de forma:

$$\vec{\mathbf{F}} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right)$$

logo,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = e^{y+2z} \rightarrow f(x, y, z) = xe^{y+2z} + g(y, z) \rightarrow \frac{\partial f}{\partial y} = xe^{y+2z} + \frac{\partial g}{\partial y} = xe^{y+2z} \rightarrow \frac{\partial g}{\partial y} = 0$$

$$\rightarrow f(x, y, z) = xe^{y+2z} + h(z) \rightarrow \frac{\partial f}{\partial z} = 2xe^{y+2z} + h'(z) = 2xe^{y+2z}$$

$$\rightarrow h'(z) = 0 \rightarrow h(z) = c \rightarrow f(x, y, z) = xe^{y+2z} + c$$

Resposta: Concluímos que $\vec{\mathbf{F}}$ é um campo vetorial conservativo e que sua função potencial é $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + c$.

A resposta correta é: $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + C$

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral $\int_{(1,1,1)}^{(1,2,3)} 3x^2dx + \dfrac{z^2}{y}\,dy + 2z\ln(y)dz.$

Escolha uma:

a. $12\ln(2)$

b. $9\ln(2)$

c. $7\ln(2)$

d. $5\ln(2)$

e. $5\ln(2)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Aplicando o teste de exatidão:

Fazemos $M = 3x^2$, $N = \frac{z^2}{y}$ e $P = 2z\ln(y)$

$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{2z}{y} = \frac{\partial N}{\partial x}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$

Essas igualdades nos dizem que $3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz$ é exata, assim

$3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz = df$

para alguma função f e o valor da integral é $f(1,2,3) – (1,1,1)$.

Encontramos f a menos de uma constante integrando as equações

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{z^2}{y}$ e $\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y)$

A partir da primeira equação, obtemos

$f(x,y,z) = x^3 + g(y,z)$.

A segunda nos fornece

$g(y,z) = z^2\ln(y) + h\,(z)$

Então $f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + h\,(z)$

A partir da terceira temos que

$\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y) + h'\,(z)$

$h'\,(z) = 0$

$h\,(z) = C$

Portanto

$f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + C$

O valor da integral de linha é independente do caminho tomado de $(1,1,1)$ a $(1,2,3)$ e é igual a

$f(1,2,3)-f(1,1,1)$

$=(1+9\ln(2)+C)-(1+0+C)$

$=9\ln(2)$

A resposta correta é: $9\ln(2)$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Aplique o teorema de Green para calcular a integral $\oint_C y^2dx+x^2dy$ sobre o triângulo delimitado pelas retas $x=0$, $x+y=1$ e $y=0$.

Resposta: 0

Resposta:

Para iniciar, sabendo que como M multiplica dx e N multiplica dy, temos:

$M=y^2$ e $N=x^2$.

Para podermos usar o teorema de Green, temos que ter os valores das derivadas de M em função de y e N em função de x, logo:

$\frac{\partial M}{\partial y}=2y$, $\frac{\partial N}{\partial x}=2x$.

A seguir, para utilizar o teorema de Green, temos que fazer a integral das derivadas encontrada, então temos:

$\iint_R (2x-2y)dydx$.

Para concluir, vamos lembrar que o triângulo é limitado por $x=0$, $x+y=1$ e $y=0$, logo temos que:

$\int_0^1\int_1^{1-x}(2x-2y)dydx=\int_0^1(-3x^2+4-1)dx$

$\left[-x^3+2x^2-x\right]$

$-1+2-1$

$=0$.

A resposta correta é: 0.

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\oint_C xdy - ydx$ para encontrar a área da região delimitada pela circunferência $\vec{\mathbf{r}}(t) = (acos(t))\mathbf{i} + (asen(t))\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Escolha uma:

a. πa^2

b. $2\pi a^2$

c. $1,5\pi a^2$

d. $3\pi a^2$ ✗

e. $1,2\pi a^2$

Sua resposta está incorreta.

SOLUÇÃO:

- Sabendo que $M = x = a\cos(t)$ e $N = y = a\sin(t)$, calculamos as derivadas de x e y. Logo, temos que

$x = -a\sin(t)\,dt$

$x = b\cos(t)\,dt$

$Area = \int_C xdy - ydx$

- Fazendo a substituição

$=\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(a^2\cos^2(t) + a^2\sin^2(t))dt$

- Resolvendo a integral, temos que a área da região delimitada é

$=\pi a^2$

A resposta correta é: πa^2

.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo$\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: 9

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Circulação:

Neste caso podemos usar o Teorema de Green. Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} dA$.

Primeiro, nós calculamos:

$\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$

Agora, podemos calcular a integral:

$\int_0^3 \int_0^x 2x - 2y \, dydx$

$= \int_0^3 \left[2xy - \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 2x^2 - x^2 \, dx$

$= \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^3}{3}\right]_0^3$

$= \frac{2(3)^3}{3} - \frac{(3)^3}{3} = \frac{2(27)}{3} - \frac{(27)}{3}$

$= 18 - 9 = 9$

A resposta correta é: 9.

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social