

# Álgebra Linear

## Aula 7

Josefran de Oliveira Bastos

Universidade Federal do Ceará

A atividade deverá ser entregue em um prazo de no máximo 20 min após início da aula. Lembrando que  $m_i$  é o  $i$ -ésimo dígito a partir da esquerda da sua matrícula.

### Atividade 06

Na aula passada vimos duas formas distintas de obter a matriz inversa de uma matriz. Aplique as duas formas para obter a inversa da matriz abaixo.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & m_4 + 1 \\ m_1 & m_3 + 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

## Atividade 06 - Gabarito

As duas formas consistem em escalonar a matriz e obter a forma escalonada reduzida. A primeira você faz a multiplicação na ordem correta das matrizes elementares respectivas, enquanto a segunda consiste em realizar as mesmas operações na matriz  $I_3$ .

## Teorema (1.6.1)

Um sistema linear de equações tem zero, uma ou infinitas soluções.

## Exemplo

Analise o sistema linear  $Ax = b$ , onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

## Exemplo

Analise o sistema linear  $Ax = b$ , onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ e } b = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

## Teorema (1.6.2)

Se  $A$  é uma matriz invertível de tamanho  $n \times n$ , então para cada vetor  $b$  de tamanho  $n \times 1$  o sistema  $Ax = b$  tem uma única solução. A saber

$$x = A^{-1}b.$$

Como mostrar que uma matriz  $A$  é invertível:



Como mostrar que uma matriz  $A$  é invertível:

1. Encontrar  $B$  tal que  $BA = I$ ;

Como mostrar que uma matriz  $A$  é invertível:

1. Encontrar  $B$  tal que  $BA = I$ ;
2. Mostrar que  $AB = I$ .

Como mostrar que uma matriz  $A$  é invertível:

1. Encontrar  $B$  tal que  $BA = I$ ;
2. Mostrar que  $AB = I$ .

### Teorema 1.6.3

Seja  $A$  é uma matriz quadrada.

1. Se  $B$  é tal  $AB = I$  então  $A^{-1} = B$ ;
2. Se  $B$  é tal  $BA = I$  então  $A^{-1} = B$ ;

### Teorema 1.6.4

Seja  $A$  uma matriz quadrada. As seguintes afirmações são equivalentes.

1.  $A$  é invertível;
2.  $Ax = b$  tem exatamente uma solução para cada matriz  $b$ ;
3.  $Ax = b$  é consistente para toda cada matriz  $b$ ;

## Pergunta

O que podemos dizer sobre as matrizes  $A$  e  $B$  se soubermos que  $AB$  é invertível?

## Pergunta

O que podemos dizer sobre as matrizes  $A$  e  $B$  se soubermos que  $AB$  é invertível?

## Teorema 1.6.5

Sejam  $A$  e  $B$  matrizes quadradas. Se  $AB$  for invertível então  $A$  e  $B$  também serão invertíveis.

## Problema Fundamental

Encontre uma relação para os elementos de  $b^T = [b_1 \ b_2 \ b_3]$  tal que o sistema  $Ax = b$  seja consistente, onde

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$