Iniciado em	Monday, 3 Oct 2022, 16:28
Estado	Finalizada
Concluída em	Monday, 3 Oct 2022, 20:54
Tempo empregado	4 horas 25 minutos
Avaliar	**6,00** de um máximo de 10,00(**60**%)

Questão **1**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Cálcule a integral iterada $\int_0^1 \int_0^1 \frac{y}{1+xy} dxdy$

Escolha uma opção:

- a. $-2ln2$
- b. $2ln2$
- c. $-2ln2-1$ ✖
- d. $2ln2-1$
- e. $1-2ln2$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

Iniciaremos pelo cálculo da integral interna $\rightarrow \int_0^1 \frac{y}{1+xy}dx = \int_0^1 y(1+xy)^{-1}dx$ chegando nesse ponto vemos que não podemos resolver a integral diretamente então a resolveremos por substituição escolhendo como "u" $1+xy$. Obtendo:

$u=(1+xy) \Rightarrow \frac{du}{dx} = y \Leftrightarrow dx = \frac{du}{y}$

Posteriormente a isso substituiremos o u na integral obtendo

$$\int_0^1 y(1+xy)^{-1}dx = \int_0^1 yu^{-1}\frac{du}{y} = \int_0^1 u^{-1}du = [\ln(u)]_0^1 = ln[(1+xy)]_0^1 = ln(1+y) - ln(1) = ln(1+y) - 0 = ln(1+y$$

Agora resolveremos a integral por completo colocando o valor obtido com a integral de dentro para ser o integrando a de fora

\(\displaystyle\int_{0}^{1}\int_{0}^{1}\frac{y}{1+xy}dxdy = \int_{0}^{1}\ln(1+y)dy = \left[(1+y)ln(1+y)-(1+y)\right]^{1}_0 = ((1+1)ln(2)-2)-((1+0)ln(1+0)-(1+0))= (2ln2-2)-(1ln1-1) = \$2ln2-2)-(0-1) = 2ln2-2+1 = 2ln2-1$.

Resposta: $2ln2-1$.

A resposta correta é: $2ln2-1$

.

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Calcule a integral $\int_0^\pi \int_0^x x\ sen(y)\ dy\ dx$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{\pi^2-4}{2}$ ✖
- b. $\frac{\pi^2+4}{4}$
- c. $\frac{\pi^2+4}{2}$
- d. $-\frac{\pi^2+4}{2}$
- e. $-\frac{\pi^2-4}{2}$

Sua resposta está incorreta.

Parabéns! Resposta correta.

Utilizando o Teorema de Fubini para a integrais em regiões não retangulares, iremos resolver primeiro a integral em relação a y na função que depende de y, no caso $sen(y)$. Logo:

$$\int_0^x sen(y)\ dy$$

$$= [-cos(x) + cos(0)]$$

$$= 1 - cos(x)$$

Com isso, resolveremos a integral em relação a x da função resultante:

$$\int_0^\pi x(1 - cos(x))\ dx$$

$$= \int_0^\pi (x\ - xcos(x))\ dx$$

$$= \int_0^\pi x\ dx - \int_0^\pi x\ cos(x)\ dx$$

Resolvendo a integral por partes:

$$\int_0^\pi x\ cos(x)\ dx$$

Sabendo que:

$$\int_a^b u\ dv = (u\ v)_a^b - \int_a^b v\ du$$

No caso, tomemos:

$$u = x$$

$$du = dx$$

$$v = sen(x)$$

$$dv = cos(x)$$

Usando a substituição na Integral por partes temos:

$$\int_0^{\pi} x\ cos(x)\ dx = (x\ sen(x))_0^{\pi} - \int_0^{\pi} sen(x)\ dx$$

$$= \left[x\ sen\,(x) - \int sen\,(x)\,dx \right]_0^{\pi}$$

$$= [x\ sen\,(x) - (-\cos(x))]_0^{\pi}$$

$$= (0\ -1)\ - (0\ +1)$$

$$= -2$$

Somando esse resultado ao valor da outra integral, $\int_0^{\pi} x\ dx = \frac{\pi^2}{2}$ temos que o resultado da expressão original é:

$$= \frac{\pi^2}{2} - (-2)$$

$$= \frac{\pi^2}{2} + 2$$

$$= \frac{\pi^2 + 4}{2}$$

A resposta correta é: $\frac{\pi^2+4}{2}$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Substitua a integral cartesiana por uma integral equivalente em coordenadas polares. Em seguida, calcule a integral polar:

$$\int_{1}^{\sqrt{3}} \int_{1}^{x} dy dx$$

Qual o valor da integral?

Escolha uma opção:

- a. $2 + \sqrt{3}$
- b. $\sqrt{3} - 2$
- c. $2\sqrt{3}$
- d. $2 - \sqrt{3}$ ✔
- e. $-2 - \sqrt{3}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Resolvendo a integral em relação acima teremos:

$$\int_{1}^{\sqrt{3}} \int_{1}^{x} dy dx = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \int_{\csc(\theta)}^{\sqrt{3}\sec(\theta)} r dr d\theta = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \left(\frac{3}{2}\sec^2\theta - \frac{1}{2}\csc^2\theta\right) d\theta = \left[\frac{3}{2}\tan(\theta) + \frac{1}{2}\cot(\theta)\right]_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}}$$
$$= 2 - \sqrt{3}$$

A resposta correta é: $2 - \sqrt{3}$

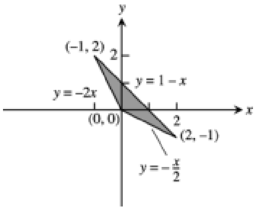
.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a área da região ilustrada na figura abaixo.



Resposta: 1,5

Solução:

Precisamos resolver a integral $\int_{-1}^{0}\int_{-2x}^{1-x} dydx + \int_{0}^{2}\int_{\frac{-x}{2}}^{1-x} dydx$.

Vamos integrar os dois sistemas em relação a y de forma separada.

Primeira parte:

$\int_{-1}^{0} [(1-x) - (-2x)]\ dx$

Segunda parte:

$\int_{0}^{2} \left[(1-x) - \left(\frac{-x}{2}\right)\right]\ dx$

Agora vamos integrar em relação a x:

Somamos as duas:

$\int_{-1}^{0} [(1-x) - (-2x)]\ dx + \int_{0}^{2} \left[(1-x) - \left(\frac{-x}{2}\right)\right]\ dx$

$= \int_{-1}^{0} (1+x)\ dx + \int_{0}^{2} \left(x - \frac{x}{2}\right)\ dx$

$= \left[x + \frac{x^2}{2}\right]_{-1}^{0} + \left[x - \frac{x^2}{4}\right]_{0}^{2}$

Substituindo os valores dos intervalos:

$-\left(-1 + \frac{1}{2}\right) + (2-1)$

$= 1 - \frac{1}{2} + 1$

$= 2 - \frac{1}{2}$

$= \frac{3}{2}$

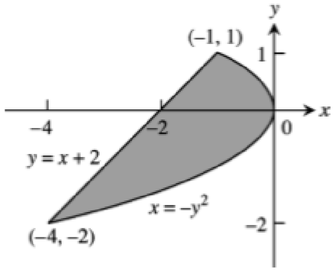
A resposta correta é: 1,5.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a área da região abaico através da integral dupla.



A parábola $x = -y^2$ e a reta $y = x + 2$.

Resposta: 4,5

Solução:

$$= \int_{-2}^{1} \int_{y-2}^{-y^2} dx\, dy$$

$$= \int_{-2}^{1} (-y^2 - y + 2)\, dy$$

$$= \left[-\frac{y^3}{3} - \frac{y^2}{2} + 2y \right]_{-2}^{1}$$

$$= \left(-\frac{1}{3} - \frac{1}{2} + 2 \right) - \left(\frac{8}{3} - 6 \right)$$

$$= \frac{9}{2}$$

A resposta correta é: 4,5.

◄ 15.4 Integrais duplas na forma polar

Seguir para...

15.5 Integrais triplas em coordenadas cartesianas ►

Resumo de retenção de dados