Iniciado em	sábado, 17 jun. 2023, 16:47
Estado	Finalizada
Concluída em	sábado, 17 jun. 2023, 16:47
Tempo empregado	31 segundos
Avaliar	**0,00** de um máximo de 10,00(**0**%)

Questão **1**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = (y^2 + z^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j} + (x^2 + y^2)\mathbf{k}$, onde C é o quadrado limitado pelas retas $x = \pm 1$ e $y = \pm 1$ no plano xy, no sentido anti-horário quando visto de cima.

- a. 1
- b. -1
- c. 2
- d. 1.5
- e. 0

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\mathrm{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ y^2 + z^2 & x^2 + y^2 & x^2 + y^2 \end{vmatrix} = (2y)\mathbf{i} + (2z - 2x)\mathbf{j} + (2x - 2y)\mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 2x - 2y$. Dessa forma, $d\sigma = dx\,dy$. Portanto, $\oint\limits_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_{-1}^{1}\int_{-1}^{1}(2x - 2y)dxdy = \int_{-1}^{1} -4ydy = 0$.

A resposta correta é:
0

Questão **2**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Seja S o cilindro $x^2 + y^2 = a^2$, $0 \leq z \leq h$, juntamente com seu topo, $x^2 + y^2 \leq a^2$, $z = h$. Seja $\vec{\mathbf{F}} =-y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$. Utilize o teorema de Stokes para encontrar o fluxo exterior de $\nabla \times \vec{\mathbf{F}}$ através de S.

- a. $-3\pi a^2$
- b. $2\pi a^2$
- c. πa^2
- d. $3\pi a^2$
- e. $-\pi a^2$

Sua resposta está incorreta.

Solução: O fluxo de $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$, então $\vec{\mathbf{r}} = (a \cos t)\mathbf{i} + (a \sin t)\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$,

$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = (-a \sin t)\mathbf{i} + (a \cos t)\mathbf{j}$. Portanto, $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} = ay \sin t + ax \cos t = a^2 \sin^2 t + a^2 \cos^2 t = a^2$

O fluxo de $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_0^{2\pi} a^2\, dt = 2\pi a^2$

A resposta correta é:
$2\pi a^2$

Questão **3**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = 2y\mathbf{i} + 3x\mathbf{j} - z^2\mathbf{k}$, onde C é a circunferência $x^2 + y^2 = 9$ no plano xy, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. 4π
- b. 11π
- c. 7π
- d. 9π
- e. 5π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ 2y & 3x & -z^2 \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + (3-2)\mathbf{k} = \mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \mathbf{k}$, então $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = 1$. Dessa forma, $d\sigma = dx\, dy$. Portanto, $\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_R dx\, dy$= Area do círculo $= 9\pi$.

A resposta correta é:
9π

Questão **4**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Seja $\vec{\mathbf{n}}$ a normal unitária exterior da casca elíptica S: $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 = 36$, $z \geq 0$, e seja $\vec{\mathbf{F}} = y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + (x^2 + y^4)^{\frac{3}{2}} \sin e^{\sqrt{xyz}}\mathbf{k}$. Encontre o valor de $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$.

- a. -4π
- b. 6π
- c. 8π
- d. -8π
- e. -6π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos $x = 3\ \cos\ t$ e $y = 2\ \sin\ t$

$\vec{\mathbf{F}} = (2\ \sin\ t)\mathbf{i} + (9\ \cos^2\ t)\mathbf{j} + (9\ \cos^2\ t + 16\ \sin^4\ t)\ \sin\ e^{\sqrt{(6\ \sin\ t\ \cos\ t)(0)}}\mathbf{k}$

$r = (3\ \cos\ t)\mathbf{i} + (2\ \sin\ t)\mathbf{j}$, então $d\vec{\mathbf{r}} = (-3\ \sin\ t)\mathbf{i} + (2\ \cos\ t)\mathbf{j}$

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = -6\ \sin^2\ t + 18\ \cos^3\ t$

$\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int_0^{2\pi} (-6\ \sin^2\ t + 18\ \cos^3\ t)\, dt = \left[-3t + \frac{3}{2}\sin\ 2t + 6(\sin\ t)(\cos^2\ t + 2)\right]_0^{2\pi} = -6\pi.$

A resposta correta é:
-6π

Questão **5**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Seja $\vec{\mathbf{F}}$ um campo vetorial diferenciável definido em uma região contendo uma superfície orientada fechada e lisa S e seu interior. Seja $\vec{\mathbf{n}}$ o campo vetorial normal unitário em S. Suponha que S seja a união de duas superfícies S_1 e S_2 unidas ao longo de uma curva fechada simples e lisa C. Pode-se dizer algo sobre $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$?

- a. 2π
- b. 0
- c. 5π
- d. 4π
- e. π

Sua resposta está incorreta.

Solução:

Dado que $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int\int_{S_1} \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma + \int\int_{S_2} \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$, e como S_1 e S_2 estão unidos pela curva fechada simples C, cada uma das integrais acima será igual a uma integral de circulação em C. Mas para uma superfície a circulação será no sentido anti-horário, e para a outra superfície a circulação será no sentido horário. Como os integrandos são iguais, a soma será 0. Portanto $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = 0.$

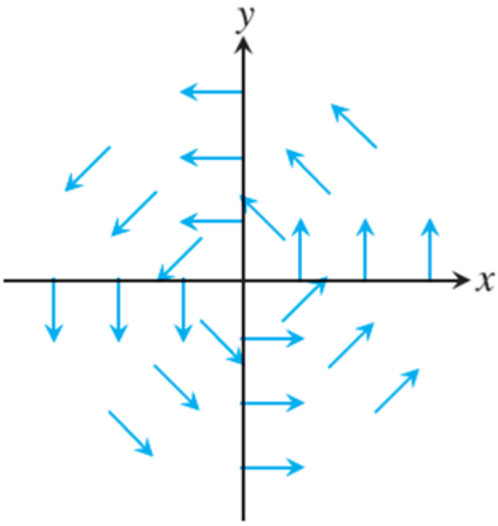
A resposta correta é:
0

Questão **6**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Encontre a divergência do campo de rotação da figura abaixo,



onde o campo é dado por $\vec{\mathbf{F}} = \frac{-y\mathbf{i}+x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$.

- a. 0
- b. 1
- c. -2
- d. 2
- e. -1

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos a equação $\vec{\mathbf{F}} = \frac{-y\mathbf{i}+x\mathbf{j}}{\sqrt{x^2+y^2}}$, para calcularmos a divergência, calculamos a derivada parcial e obtemos:

$$div\,\vec{\mathbf{F}} = \frac{xy-xy}{(x^2+y^2)^{\frac{3}{2}}} = 0$$

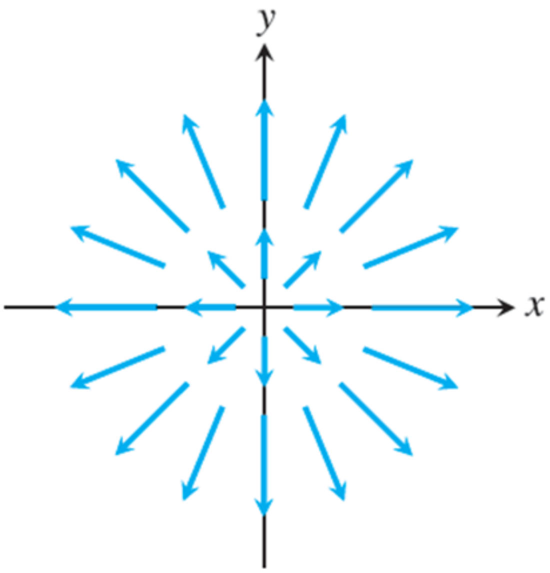
A resposta correta é:
0

Questão **7**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

encontre a divergência do campo radial da figura abaixo,



onde o campo é dado por $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$.

- a. 2
- b. 1
- c. 3
- d. 0
- e. 4

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos a equação $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$, calculamos a derivada parcial e temos:

$$div\,\vec{\mathbf{F}} = 1 + 1 = 2$$

A resposta correta é:
2

Questão **8**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Cubo $\vec{\mathbf{F}} = (y - x)\mathbf{i} + (z - y)\mathbf{j} + (y - x)\mathbf{k}$, D: O cubo limitado pelos planos $x = \pm 1$, $y = \pm 1$ e $z = \pm 1$.

- a. -16
- b. 11
- c. 15
- d. -15
- e. 16

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro calculamos as derivadas parciais

$$\frac{\partial}{\partial x}(y - x) = -1, \frac{\partial}{\partial y}(z - y) = -1,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(y - x) = 0$$

Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = -2$ como a divergência, então podemos calcular o fluxo

$$flux = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} -2\,dx\,dy\,dz = -2(2^3) = -16$$

A resposta correta é:
-16

Questão **9**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} + xz\mathbf{j} + 3z\mathbf{k}$, D: A esfera sólida $x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

- a. 33π
- b. 32π
- c. 29π
- d. 30π
- e. 31π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(x^2) = 2x, \frac{\partial}{\partial y}(xz) = 0,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(3z) = 3$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 2x + 3$.

$$Flux = \int\int_D \int (2x + 3)\,d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{2} (2\rho\,\sin\,\phi\,\cos\,\theta + 3)(\rho^2\,\sin\,\phi)\,d\rho\,d\,\phi\,d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \left[\frac{\rho^4}{2}\sin\,\phi\,\cos\,\theta + \rho^3\right]_0^2 \sin\,\phi\,d\phi\,d\theta = \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} (8$$

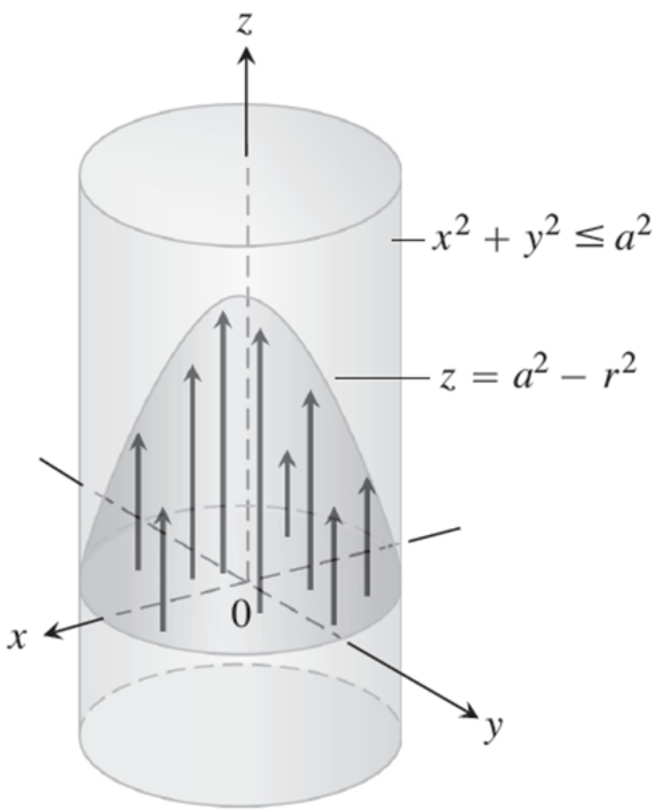
A resposta correta é:
32π

Questão **10**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Encontre a divergência do campo de velocidade da figura abaixo,



onde a equação do campo é dada por $\vec{\mathbf{v}} = (a^2 - x^2 - y^2)\mathbf{k}$, onde a base desses vetores encontra-se no plano xy e extremidades está no parabolóide $z = a^2 - r^2$.

- a. 0
- b. 1
- c. 4
- d. 3
- e. 2

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos $z = a^2 - r^2$ em coordenadas cilíndricas, como $r^2 = x^2 + y^2$, substituímos e obtemos $z = a^2 - (x^2 + y^2)$

$\vec{\mathbf{v}} = (a^2 - x^2 - y^2)\mathbf{k}$, assim \(div\,{\bf\vec v}=0\0

A resposta correta é:
0