Francilândio Lima Serafim 472644

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Painel ► SBL0059 ► 3 setembro - 9 setembro ► Teste de revisão

| | |
|---|---|
| **Iniciado em** | segunda, 21 Set 2020, 20:59 |
| **Estado** | Finalizada |
| **Concluída em** | segunda, 21 Set 2020, 21:29 |
| **Tempo empregado** | 29 minutos 15 segundos |
| **Avaliar** | **8,00** de um máximo de 10,00(**80**%) |

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre a integral de linha de $f\,(x,\ y,\ z) = x + y + z$ sobre o segmento de reta de $(1, 2, 3)$ a $(0, -1, 1)$.

Escolha uma:

- a. $2\sqrt{15}$
- b. $3\sqrt{14}$ ✓
- c. $2\sqrt{14}$
- d. $3\sqrt{15}$
- e. $4\sqrt{14}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciarmos, temos que definir os segmentos de reta como $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ para ser feita a parametrização, logo:

$\vec{\mathbf{r}}_0 = (0, -1, 1)\,;\vec{\mathbf{r}}_1 = (1, 2, 3).$

Com $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ definidos, podemos então parametrizar eles para descobrir os valores de $x$, $y$ e $z$.

$\vec{\mathbf{r}}\,(t) = (1 - t)\,\vec{\mathbf{r}}_0 + t\vec{\mathbf{r}}_1$

$\langle x, y, z\rangle = (1 - t)\langle 0, -1, 1\rangle + t\langle 1, 2, 3\rangle$

$\langle x, y, z\rangle = \langle 0, -1 + t, 1 - t\rangle + \langle t, 2t, 3t\rangle$

$\langle x, y, z\rangle = \langle t, -1 + 3t, 1 + 2t\rangle.$

Com isso, obtemos os valores de $x$, $y$ e $z$:

$x = t,$

$y = -1 + 3t,$

$z = 1 + 2t.$

Essa é a integral que vamos utilizar para encontrar a integral de linha utilizada para resolver a questão:

$\int_a^b f\,(x\,(t)\,, y\,(t)\,, z\,(t))\,\|\vec{\mathbf{v}}\|\,dt.$

Agora com a integral definida, vamos começar calculando o módulo do vetor velocidade, que é definido por:

$$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

Partindo para a resolução, primeiro obtemos os valores de $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ e $\frac{dz}{dt}$.

$\frac{dx}{dt} = 1$ , $\frac{dy}{dt} = 3$ e $\frac{dz}{dt} = 2$

Com os valores em mãos, podemos substitui-los e encontrar o valor do módulo do vetor velocidade.

$$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{1^2 + 3^2 + 2^2}$$
$$= \sqrt{14}.$$

Concluindo, com o módulo do vetor velocidade definido podemos fazer a integral para solucionar a questão.

$$\int_0^1 (t + (-1 + 3t) + (1 + 2t)) \sqrt{14}\, dt$$
$$\int_0^1 6t\sqrt{14}\, dt$$
$$3t^2\sqrt{14}\Big|_0^1$$
$$= 3\sqrt{14}.$$

A resposta correta é: $3\sqrt{14}$

.

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Calcule $\int\limits_C x\ ds$, onde $C$ é o segmento de reta $x = t$ , $y = \frac{t}{2}$, entre $(0,0)$ e $(4,2)$.

Escolha uma:

- a. $4\sqrt{5}$
- b. $3\sqrt{5}$
- c. $6\sqrt{5}$
- d. $5\sqrt{5}$
- e. $2\sqrt{5}$

✗

Sua resposta está incorreta.

Sabendo que o segmento de reta é continuo sobre a curva $C$ a integral pode ser calculada por :

$$\int\limits_C x\ ds = \int_a^b x(t)\ \|\vec{\mathbf{v}}(t)\|\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + \frac{t}{2}\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$ :

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + \frac{1}{2}\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\|\vec{\mathbf{v}}(t)\| = \sqrt{(1)^2 + (\frac{1}{2})^2}$$

Simplificando,

$$\|\vec{\mathbf{v}}(t)\| = \sqrt{1 + \frac{1}{4}}$$

$$\|\vec{\mathbf{v}}(t)\| = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Usando $x$ em função de $t$ como dado no enunciado:

$$x(t) = t$$

Substituimos então os dados encontrados na expressão inicial:

$$\int_a^b x(t)\ \|\vec{\mathbf{v}}(t)\|\ dt = \int_0^4 (t)\frac{\sqrt{5}}{2}\ dt$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^4$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{4^2}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{0^2}{2}\right)$$

$$= \frac{16\sqrt{5}}{4}$$

$$= 4\sqrt{5}$$

A resposta correta é: $4\sqrt{5}$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o fluxo do campo $\vec{\mathbf{F}}_1 = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ atarvés da elipse $\vec{\mathbf{r}}(t) = (cos(t))\mathbf{i} + (4sen(t))\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Escolha uma:

- a. $7\pi$
- b. $8\pi$ ✓
- c. $6\pi$
- d. $5\pi$
- e. $4\pi$

Sua resposta está correta.

Solução:

Desta vez nós vamos usar a forma escalar para o cálculo do fluxo. Seja $\vec{r}(t) = \cos(t)\mathbf{i} + 4\sin(t)\mathbf{j}$, teremos que $x = \cos(t)$ e $y = 4\sin(t)$. Logo $dx = -\sin(t)\,dt$ e $dy = 4\cos(t)\,dt$

Agora podemos calcular o fluxo do campo $\vec{\mathbf{F}}_1$:

Teremos $M = \cos(t)$ e $N = 4\sin(t)$, substituindo na fórmula:

$\int_0^{2\pi} Mdy - Ndx$

$= \int_0^{2\pi} (4\cos(t)^2 + 4\sin(t)^2)\,dt$

$= \int_0^{2\pi} 4\,dt = 8\pi$

A resposta correta é: $8\pi$

.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de $t$ crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k}$
- a curva $C$ é dada pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = \sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, $0 \leq t \leq 2p$

Escolha uma:

- a. $2\pi$
- b. $\pi$
- c. $-3\pi$
- d. $-\pi$ ✓
- e. $3\pi$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Substituindo as variáveis pelas funções da curva parametrizada temos $\vec{\mathbf{F}} = z\mathbf{i} + x\mathbf{j} + y\mathbf{k} = t\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j} + \cos(t)\mathbf{k}$

Calculando a derivada de $\vec{\mathbf{r}}(t)$, temos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \cos(t)\mathbf{i} - \sin(t)\mathbf{j} + \mathbf{k}$

Fazendo o produto escalar $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\mathbf{d\vec{r}}}{\mathbf{dt}}$, temos:

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\mathbf{d\vec{r}}}{\mathbf{dt}} = \mathbf{t\cos(t) - \sin^2(t) + \cos(t)}$

Assim, o trabalho realizado é dado por:

$\int_0^{2\pi} (t\cos(t) - \sin^2(t) + \cos(t))dt$

$=\int_0^{2\pi} t\cos(t)dt - \int_0^{2\pi} \sin^2(t)dt + \int_0^{2\pi} \cos(t)dt$

$=t\sin(t) - \int_0^{2\pi} \sin(t)dt + \int_0^{2\pi} \frac{1-\cos(2t)}{2}dt + \int_0^{2\pi} \cos(t)dt$

$=[t\sin(t) + \cos(t) + \frac{-1}{2}[t + \frac{\sin(2t)}{2}] + \sin(t)]\Big|_0^{2\pi}$

$=(0 + 1 - \pi + 0 + 0) - (0 + 1 + 0 + 0 + 0) = -\pi.$

A resposta correta é: $-\pi$

.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}_2 = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j}$ ao redor da elipse $\vec{\mathbf{r}}(t) = (cos(t))\mathbf{i} + (4sen(t))\mathbf{j}, 0 \leq t \leq 2\pi.$

Escolha uma:

- a. $8\pi$ ✓
- b. $5\pi$
- c. $3\pi$
- d. $7\pi$
- e. $2\pi$

Sua resposta está correta.

Solução:

Primeiro, nós calculamos a velocidade:

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = -\sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j}.$$

Agora podemos calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}_2$:

$$\int_0^{2\pi} \left(\vec{\mathbf{F}}_2 \cdot \frac{d\vec{r}(t)}{dt}\right)\, dt = \int_0^{2\pi} (-4\sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j}) \cdot (-\sin(t)\mathbf{i} + 4\sin(t)\mathbf{j})\, dt$$

$$= \int_0^{2\pi} (4\sin(t)^2 + 4\cos(t)^2)\, dt = \left([4t]_0^{2\pi}\right) = (8\pi)$$

A resposta correta é: $8\pi$

.