Iniciado em	Thursday, 17 Nov 2022, 10:00
Estado	Finalizada
Concluída em	Thursday, 17 Nov 2022, 10:49
Tempo empregado	48 minutos 46 segundos
Avaliar	**5,00** de um máximo de 10,00(**50**%)

Questão **1**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Calcule a integral

$$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\, dx + \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)\, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\, dz.$$

Resposta:

Resolução:

$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\, dx + \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)\, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\, dz$

A partir da integral dada teremos que:

$M = \frac{1}{y}$

$N = \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)$

$P = \left(-\frac{y}{z^2}\right)$

Como :

$\frac{\partial}{\partial y}(M) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{y}\right) = -\frac{1}{y^2}$

$\frac{\partial}{\partial x}(N) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right) = -\frac{1}{y^2}$

$\frac{\partial}{\partial y}(P) = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{y}{z^2}\right) = -\frac{1}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(N) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right) = -\frac{1}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(M) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{y}\right) = 0$

$\frac{\partial}{\partial x}(P) = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{y}{z^2}\right) = 0$

A função na forma diferencial é exata.

Como $\frac{\partial}{\partial x}(f) = \frac{\partial}{\partial x}(M)$, teremos:

$\int \frac{\partial}{\partial x}(f) = \int (M)\, dx = \int \frac{1}{y}\, dx = \frac{x}{y} + g(y,z)$

Derivando $f(x,y,z)$ em relação à y:

$\frac{\partial}{\partial y}(f) = -\frac{x}{y^2} + \frac{\partial}{\partial y}(g)$

Como $\frac{\partial}{\partial y}(f) = N$ teremos:

$-\frac{x}{y^2} + \frac{\partial}{\partial y}(g) = \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)$

$\frac{\partial}{\partial y}(g) = \frac{1}{z}$

$\int \frac{\partial}{\partial y}(g) = \int \frac{1}{z}\, dy$

$g(x,y) = \frac{y}{z} + h(z)$

Logo:

$f(x,y,z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + h(z)$

Derivando $f(x,y,z)$ em relação à z:

$\frac{\partial}{\partial z}(f) = -\frac{y}{z^2} + \frac{\partial}{\partial z}(h)$

Como $\frac{\partial}{\partial z}(f) = P$ teremos:

$-\frac{y}{z^2} + \frac{\partial}{\partial z}(h) = -\frac{y}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(h) = 0$

Integrando $\frac{\partial}{\partial z}(h)$, teremos $h(z) = C$, em que C é uma constante.

Assim $f(x,y,z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + C$

Resolvendo a Integral:

$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\, dx + \left(\frac{1}{z}\right) - \left(\frac{x}{y^2}\right)\, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\, dz$

$= f(2,2,2) - f(1,1,1)$

$= \left(\frac{2}{2} + \frac{2}{2} + C\right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + C\right) = 0$

A resposta correta é: 0.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo $\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0, x = 3, y = x$).

Resposta: 9

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Circulação:

Neste caso podemos usar o Teorema de Green. Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} dA$.

Primeiro, nós calculamos:

$\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$

Agora, podemos calcular a integral:

$\int_0^3 \int_0^x 2x - 2y \, dydx$

$= \int_0^3 \left[2xy - \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 2x^2 - x^2 \, dx$

$= \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^3}{3}\right]_0^3$

$= \frac{2(3)^3}{3} - \frac{(3)^3}{3} = \frac{2(27)}{3} - \frac{(27)}{3}$

$= 18 - 9 = 9$

A resposta correta é: 9.

Questão **3**

Correto

Atingiu 3,00 de 3,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x - y)\,\mathbf{i} + (y - x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0, x = 1, y = 0, y = 1$).

Resposta: 0

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$\frac{\partial M}{\partial x} = 1; \frac{\partial N}{\partial y} = 1; \frac{\partial M}{\partial y} = -1; \frac{\partial N}{\partial x} = -1$

Circulação:

$\iint\limits_{R} \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right)\, dxdy$

$= \int_0^1 \int_0^1 -1 - (-1)\, dxdy$

$= 0$

Re

Mı

A resposta correta é: 0.

Questão **4**

Não respondido

Vale 3,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera $\vec{\mathbf{F}} = \frac{5}{12\pi}(x^3\mathbf{i} + y^3\mathbf{j} + z^3\mathbf{k})$, D: A esfera sólida $x^2 + y^2 + z^2 \leq 49$.

Use uma calculadora para calcular a resposta final.

Não insira unidades de fluxo. Apenas o resultado numérico.

Resposta: ✖

Solução: Primeiro, caculamos o divergente do campo. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = \frac{5}{12\pi}(3x^2 + 3y^2 + 3z^2)$.

Então calculamos o fluxo:

$flux = \frac{5}{12\pi} \int \int_D \int 3(x^2 + y^2 + z^2)\, d\vec{\mathbf{V}}$

$= \frac{5}{12\pi} 3 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \int_0^{7} \rho^2 (\rho^2 \sin\phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta$

$= \frac{5}{12\pi} 3 \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} \frac{16807}{5} \sin\phi\, d\phi\, d\theta = \frac{5}{12\pi} 3 \int_0^{2\pi} \frac{33614}{5}\, d\theta = 16807$ u.f

A resposta correta é: 16807,00.