Iniciado em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 19:23
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 19:23
Tempo empregado	16 segundos
Notas	0,00/6,00
Avaliar	**0,00** de um máximo de 10,00(**0**%)

Questão **1**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Calcule a integral $\int_{(1,1,1)}^{(1,2,3)} 3x^2 dx + \frac{z^2}{y} dy + 2z\ln(y)dz.$

Escolha uma opção:

a. $5\ln(2)$

b. $12\ln(2)$

c. $9\ln(2)$

d. $7\ln(2)$

e. $5\ln(2)$

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Aplicando o teste de exatidão:

Fazemos $M = 3x^2$, $N = \frac{z^2}{y}$ e $P = 2z\ln(y)$

$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{2z}{y} = \frac{\partial N}{\partial x}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$

Essas igualdades nos dizem que $3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz$ é exata, assim

$3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz = df$

para alguma função f e o valor da integral é $f(1,2,3) – (1,1,1)$.

Encontramos f a menos de uma constante integrando as equações

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{z^2}{y}$ e $\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y)$

A partir da primeira equação, obtemos

$f(x,y,z) = x^3 + g(y,z)$.

A segunda nos fornece

$g(y,z) = z^2\ln(y) + h(z)$

Então $f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + h(z)$

A partir da terceira temos que

$\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y) + h'(z)$

$h'(z) = 0$

$h(z) = C$

Portanto

$f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + C$

O valor da integral de linha é independente do caminho tomado de $(1,1,1)$ a $(1,2,3)$ e é igual a

$f(1,2,3) - f(1,1,1)$

$= (1 + 9\ln(2) + C) - (1 + 0 + C)$

$= 9\ln(2)$

A resposta correta é: $9\ln(2)$

Questão **2**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\oint_C xdy - ydx$ para encontrar a área do astroide $\vec{\mathbf{r}}(t) = \left(\cos^3 t\right)\mathbf{i} + \left(\sin^3 t\right)\mathbf{j}$, $0 \le t \le 2\pi$.

Escolha uma opção:

- a. $\dfrac{5\pi}{8}$
- b. $\dfrac{7\pi}{2}$
- c. $\dfrac{3\pi}{2}$
- d. $\dfrac{5\pi}{2}$
- e. $\dfrac{3\pi}{8}$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

i) Derivando x e y temos:

$$M = x = \cos^3 t \to dx = -3\cos^2 t\ \sin t$$

$$N = y = \sin^3 t \to dy = 3\sin^2 t \cos t$$

ii) De acordo com o Teorema de Green faz-se necessário respeitar o seguinte formato:

$$Mdy - Ndx$$

Realizando a substituição, obtemos:

$\cos^3 t\ (3\sin^2 t\cos t) - \sin^3 t\ (-3\sin^2 t\ \sin t)$.

iii) Simplificando:

$3\sin^2 t\ \cos^4 t + 3\cos^2 t\ \sin^4 t = 3\sin^2 t\ \cos^2 t\ (\cos^2 t + \sin^2 t) = 3\sin^2 t\ \cos^2 t$

iv) Dado que a área da região R é $\frac{1}{2}\oint_C xdy - ydx$, temos que após as devidas substituições a integral é:

$$\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} 3\sin^2 t\cos^2 t dt = \frac{1}{2}\left[3\int_0^{2\pi}\frac{1-\cos(4t)}{8}dt\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{8}\left(\int_0^{2\pi} dt - \int_0^{2\pi}\cos(4t)dt\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{8}(t+\sin(4t))\right]_0^{2\pi} = \frac{3\pi}{8}.$$

Resposta = $\dfrac{3\pi}{8}$

A resposta correta é: $\dfrac{3\pi}{8}$

Questão **3**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Qual a parametrização de uma faixa esférica, considerando a porção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ entre os planos $z = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $z = \frac{-\sqrt{3}}{2}$?

Escolha uma opção:

- a. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} - (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- b. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq \pi$
- c. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} - (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- d. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$
- e. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

Sua resposta está incorreta.

SOLUÇÃO:

- Em coordenadas esférica:

$x = \rho\sin(\phi)\cos(\theta)$

$y = \rho\sin(\phi)\sin(\theta)$

- Sabendo que

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

- Então,

$\rho^2 = 3$

$= \sqrt{3}$

- Logo,

$z = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Para a esfera.

$z = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi = \frac{\pi}{3}$

- Fazendo com o outro z, teremos

$z = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$z = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi = \frac{2\pi}{3}$

- Assim, a parametrização para a superfície dada é:

$\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

Questão **4**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Integre $G(x, y, z) = x\,y\,z$ sobre a superfície do sólido retangular cortado do primeiro octante pelos planos $x = a$, $y = b$, $z = c$.

Escolha uma opção:

a. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{3}$

b. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{6}$

c. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{2}$

d. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

e. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{5}$

Sua resposta está incorreta.

Solução:

Como o sólido esta no primeiro octante então a superfície é uma caixa com face em :

$x = a$,$y = b$ e $z = c$

$x = 0$, $y = 0$ e $z = 0$

Para as faces que estão em zero a função $G(x, y, z)$ é igual a zero por isso não precisa calcular, para as outras a integral será:

Para $x = a$:

$G(a, y, z) = ayz$

$$\iint_S G d\sigma = \iint_S ayz\, d\sigma = \int_0^c \int_0^b ayz\, dydz = \frac{ab^2c^2}{4}$$

Para $y = b$:

$G(a, y, z) = xbz$

$$\iint_S G d\sigma = \iint_S xbz\, d\sigma = \int_0^c \int_0^a xbz\, dxdz = \frac{a^2bc^2}{4}$$

Para $z = c$:

$G(a, y, z) = xyc$

$$\iint_S G d\sigma = \iint_S xyc\, d\sigma = \int_0^b \int_0^a xyc\, dxdy = \frac{a^2b^2c}{4}$$

Logo:

$$\iint_S G d\sigma = \int_0^c \int_0^b ayz\, dydz + \int_0^c \int_0^a xbz\, dxdz + \int_0^b \int_0^a xyc\, dxdy$$

$$\iint_S G(x, y, z) d\sigma = \frac{abc(ab + ac + bc)}{4}.$$

A resposta correta é: $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$

Questão **5**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Seja S o cilindro $x^2 + y^2 = a^2$, $0 \leq z \leq h$, juntamente com seu topo, $x^2 + y^2 \leq a^2$, $z = h$. Seja $\vec{\mathbf{F}} = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j} + x^2\mathbf{k}$. Utilize o teorema de Stokes para encontrar o fluxo exterior de $\nabla \times \vec{\mathbf{F}}$ através de S.

- a. $-3\pi a^2$
- b. $2\pi a^2$
- c. πa^2
- d. $-\pi a^2$
- e. $3\pi a^2$

Sua resposta está incorreta.

Solução: O fluxo de $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}}$, então $\vec{\mathbf{r}} = (a \cos t)\mathbf{i} + (a \sin t)\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$,

$\frac{d\mathbf{r}}{dt} = (-a \sin t)\mathbf{i} + (a \cos t)\mathbf{j}$. Portanto, $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\mathbf{r}}{dt} = ay \sin t + ax \cos t = a^2 \sin^2 t + a^2 \cos^2 t = a^2$

O fluxo de $\nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int_0^{2\pi} a^2\, dt = 2\pi a^2$

A resposta correta é:
$2\pi a^2$

Questão **6**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Esfera espessa $\vec{\mathbf{F}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}/\sqrt{x^2+y^2+z^2}$, D: A região $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$.

- a. 12π
- b. 11π
- c. 14π
- d. 15π
- e. 13π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Temos $\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$, fazemos:

$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{x}{\rho}$, $\frac{\partial \rho}{\partial y} = \frac{y}{\rho}$, $\frac{\partial \rho}{\partial z} = \frac{z}{\rho}$. Dando continuidade

$\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{x}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho} - \left(\frac{x}{\rho^2}\right) \frac{\partial \rho}{\partial x} = \frac{1}{\rho} - \frac{x^2}{\rho^3}$. Similar $\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{y}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho} - \frac{y^2}{\rho^3}$ e $\frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{z}{\rho}\right) = \frac{1}{\rho} - \frac{z^2}{\rho^3}$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = \frac{3}{\rho} - \frac{x^2+y^2+z^2}{\rho^3} = \frac{2}{\rho}$. Então calculamos o fluxo:

$$flux = \int\int_D\int \frac{2}{\rho}\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_1^2 \left(\frac{2}{\rho}\right)\, (\rho^2\ \sin\ \phi)\, d\rho\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} 3\sin\ \phi\, d\phi\, d\theta = \int_0^{2\pi} 6\, d\theta = 12\pi$$

A resposta correta é:
12π