UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Iniciado em	quinta, 1 Out 2020, 14:20
Estado	Finalizada
Concluída em	quinta, 1 Out 2020, 15:02
Tempo empregado	42 minutos 25 segundos
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral

$$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\,dx + \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)\,dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\,dz.$$

Resposta: 0

Resolução:

$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\,dx + \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)\,dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\,dz$

A partir da integral dada teremos que:

$M = \frac{1}{y}$

$N = \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)$

$P = \left(-\frac{y}{z^2}\right)$

Como :

$\frac{\partial}{\partial y}(M) = \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{y}\right) = -\frac{1}{y^2}$

$\frac{\partial}{\partial x}(N) = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right) = -\frac{1}{y^2}$

$\frac{\partial}{\partial y}(P) = \frac{\partial}{\partial y}\left(-\frac{y}{z^2}\right) = -\frac{1}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(N) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right) = -\frac{1}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(M) = \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{y}\right) = 0$

$\frac{\partial}{\partial x}(P) = \frac{\partial}{\partial x}\left(-\frac{y}{z^2}\right) = 0$

A função na forma diferencial é exata.

Como $\frac{\partial}{\partial x}(f) = \frac{\partial}{\partial x}(M)$, teremos:

$\int \frac{\partial}{\partial x}(f) = \int (M)\,dx = \int \frac{1}{y}\,dx = \frac{x}{y} + g(y,z)$

Derivando $f(x,y,z)$ em relação à y:

$\frac{\partial}{\partial y}(f) = -\frac{x}{y^2} + \frac{\partial}{\partial y}(g)$

Como $\frac{\partial}{\partial y}(f) = N$ teremos:

$-\frac{x}{y^2} + \frac{\partial}{\partial y}(g) = \left(\frac{1}{z} - \frac{x}{y^2}\right)$

$\frac{\partial}{\partial y}(g) = \frac{1}{z}$

$\int \frac{\partial}{\partial y}(g) = \int \frac{1}{z}\, dy$

$g(x, y) = \frac{y}{z} + h(z)$

Logo:

$f(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + h(z)$

Derivando $f(x, y, z)$ em relação à z:

$\frac{\partial}{\partial z}(f) = -\frac{y}{z^2} + \frac{\partial}{\partial z}(h)$

Como $\frac{\partial}{\partial z}(f) = P$ teremos:

$-\frac{y}{z^2} + \frac{\partial}{\partial z}(h) = -\frac{y}{z^2}$

$\frac{\partial}{\partial z}(h) = 0$

Integrando $\frac{\partial}{\partial z}(h)$, teremos $h(z) = C$, em que C é uma constante.

Assim $f(x, y, z) = \frac{x}{y} + \frac{y}{z} + C$

Resolvendo a Integral:

$\int_{(1,1,1)}^{(2,2,2)} \left(\frac{1}{y}\right)\, dx + \left(\frac{1}{z}\right) - \left(\frac{x}{y^2}\right)\, dy - \left(\frac{y}{z^2}\right)\, dz$

$= f(2, 2, 2) - f(1, 1, 1)$

$= \left(\frac{2}{2} + \frac{2}{2} + C\right) - \left(\frac{1}{1} + \frac{1}{1} + C\right) = 0$

A resposta correta é: 0.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral $\int_{(1,1,1)}^{(1,2,3)} 3x^2dx\ + \dfrac{z^2}{y}\,dy + 2z\ln(y)dz.$

Escolha uma:

- a. $5\ln(2)$
- b. $9\ln(2)$ ✓
- c. $7\ln(2)$
- d. $5\ln(2)$
- e. $12\ln(2)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Aplicando o teste de exatidão:

Fazemos $M = 3x^2$, $N = \frac{z^2}{y}$ e $P = 2z\ln(y)$

$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{2z}{y} = \frac{\partial N}{\partial x}, \frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}, \frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$

Essas igualdades nos dizem que $3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz$ é exata, assim

$3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz = df$

para alguma função f e o valor da integral é $f(1,2,3) – (1,1,1)$.

Encontramos f a menos de uma constante integrando as equações

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{z^2}{y}$ e $\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y)$

A partir da primeira equação, obtemos

$f(x,y,z) = x^3 + g(y,z)$.

A segunda nos fornece

$g(y,z) = z^2\ln(y) + h\,(z)$

Então $f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + h\,(z)$

A partir da terceira temos que

$\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y) + h'\,(z)$

$h'\,(z) = 0$

$h\,(z) = C$

Portanto

$f(x, y, z) = x^3 + z^2 \ln(y) + C$

O valor da integral de linha é independente do caminho tomado de $(1, 1, 1)$ a $(1, 2, 3)$ e é igual a

$f(1, 2, 3) - f(1, 1, 1)$

$= (1 + 9 \ln(2) + C) - (1 + 0 + C)$

$= 9 \ln(2)$

A resposta correta é: $9 \ln(2)$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: -9

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Fluxo:

Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \left(\frac{\partial}{\partial x}(M) + \frac{\partial}{\partial y}(N)\right) dA$.

$\frac{\partial}{\partial x}(M) = -2x$

$\frac{\partial}{\partial y}(N) = 2y$

$\int_0^3 \int_0^x -2x + 2y \, dydx$

$= \int_0^3 \left[-2xy + \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 -2x^2 + x^2 \, dx$

$= \left[-\frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= \left[-\frac{1}{3}x^3\right]_0^3$

$= -\frac{27}{3} = -9$

A resposta correta é: -9.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x - y)\,\mathbf{i} + (y - x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta: 0

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = 1; \frac{\partial N}{\partial y} = 1; \frac{\partial M}{\partial y} = -1; \frac{\partial N}{\partial x} = -1$$

Circulação:

$$\iint\limits_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right)\,dxdy$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 \,-1 - (-1)\,\,dxdy$$

$$= 0$$

A resposta correta é: 0.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo$\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: 9

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Circulação:

Neste caso podemos usar o Teorema de Green. Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} dA$.

Primeiro, nós calculamos:

$\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$

Agora, podemos calcular a integral:

$\int_0^3 \int_0^x 2x - 2y\, dydx$

$= \int_0^3 \left[2xy - \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 2x^2 - x^2\, dx$

$= \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^3}{3}\right]_0^3$

$= \frac{2(3)^3}{3} - \frac{(3)^3}{3} = \frac{2(27)}{3} - \frac{(27)}{3}$

$= 18 - 9 = 9$

A resposta correta é: 9.