UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC
Campus de Sobral
Departamento de Engenharia Elétrica
Disciplina: Álgebra Linear SBL0056
Prof. Ailton Campos
Data: 25/10/2021 Período: 2021.1

Nome:____

1ª Lista de Exercícios

1. Expresse a matriz

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & -4 \\ 7 & -1 & 1 & 2 \\ 8 & 9 & 5 & -3 \end{pmatrix}$$

$A = 3E_{11} + E_{12} + (-4E_{14}) + 7E_{21}$
$- E_{22} + E_{23} + 2E_{24} + 8E_{31} + 9E_{32}$
$+ 5E_{33} - 3E_{34}$

em termos da base canônica de $M_{3\times4}(\mathbb{R})$.

2. Encontre todas as matrizes que comutam com a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

3. Seja $A(x) \in M_{3\times3}(\mathbb{R})$ uma matriz definida por $A(x) = \begin{bmatrix} 1 & x & x^2 \\ 0 & 1 & 2x \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

   Mostre que $A(x_1)A(x_2) = A(x_1 + x_2)$ para quaisquer $x_1, x_2 \in \mathbb{R}$.

4. Considere a matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 0 & -1 \end{pmatrix}$.

   (a) Verifique que
   $$A^3 - A^2 - 8A - 18I_3 = O_3.$$

   (b) Deduza que A é invertível e calcule A^{-1}.

5. Resolva nos números reais os seguintes sistemas lineares

   (a) $\begin{cases} y + 2z + 3t = 1 \\ 2x + y + 3z = 1 \\ 3x + 4y + 2z = 1 \\ 4x + 2y + t = 1. \end{cases}$

   (b) $\begin{cases} x + 2y - 3z = 4 \\ 2x + 3y + 4z = 5 \\ 4x + 7y - 2z = 12. \end{cases}$

6. Considere o sistema de equações dado por: $\begin{cases} x + y + 2z = b_1 \\ 2x - y + 3z = b_2 \\ 5x - y + az = b_3. \end{cases}$ Sendo a, b_1, b_2, b_3 valores reais quaisquer, indentifique qual é a condição sobre estes valores para que o sistema seja impossível.

7. Determine o valor de a para que o sistema abaixo tenha mais de uma solução e resolva-o neste caso:
   $$\begin{cases} x + y - z = 1 \\ 2x + 3y + az = 3 \\ x + ay + 3z = 2. \end{cases}$$

8. Resolva os seguintes itens.

a) Calcule o determinante da matriz de ordem n que possui zeros na diagonal principal e todos os outros elementos iguais a 1.

b) Seja A a matriz quadrada dada por $A = P^{-1}DP$, onde $D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ e P é uma matriz inversível de ordem 3. Calcule o valor de $\det(A^2 + A)$.

9. Resolva os seguintes itens:

a) Use eliminação gaussiana (escalonamento) para calcular os determinantes das seguintes matrizes:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 & -1 \\ 1 & 5 & -7 & 2 \\ 3 & 1 & -5 & 3 \\ 2 & 3 & -6 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 3 & 0 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 4 & 3 \\ 2 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$$

b) Calcule os determinantes das matrizes

$$\begin{pmatrix} 1+a & b & c \\ a & 1+b & c \\ a & b & 1+c \end{pmatrix} \quad \text{e} \quad \begin{pmatrix} 0 & I_m \\ I_n & 0 \end{pmatrix}$$

onde os zeros representam matrizes de dimensões adequadas.

Bom Trabalho!!!