Iniciado em	Saturday, 15 Oct 2022, 18:34
Estado	Finalizada
Concluída em	Tuesday, 18 Oct 2022, 21:48
Tempo empregado	3 dias 3 horas
Notas	8,00/9,00
Avaliar	**8,89** de um máximo de 10,00(**89**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral iterada

$\int_0^{ln2} \int_1^{ln5} e^{2x+y} dydx.$

Escolha uma opção:

- a. $(e-5)\,\frac{3}{2}$
- b. $(5-e)\,\frac{3}{2}$ ✔
- c. $(e-5)\,\frac{2}{3}$
- d. $(5-e)\,\frac{2}{3}$
- e. $(e+5)\,\frac{3}{2}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciarmos, sabendo que e^{2x+y} é igual a $e^y e^{2x}$, vamos pegar a integral da primeira iteração e fazer alguns ajustes para obtermos:

$\int_1^{\ln(5)} e^y e^{2x}\, dy.$

Agora vamos passar para a parte de resolução dessa integral:

$e^{2x} \int_1^{\ln(5)} e^y dy$

$e^{2x} [e^y]_1^{\ln(5)}$

$= e^{2x}\,(5-e).$

A seguir, vamos pegar esse valor e colocar na integral da segunda iteração:

$\int_0^{\ln(2)} e^{2x}\,(5-e)\,dx.$

Colocando as constantes em evidência, temos: $(5-e)\int_0^{\ln(2)} e^{2x}\,dx.$

Logo o resultado da integral dupla é: $\int_0^{ln2} \int_1^{ln5} e^{2x+y} dydx = (5-e)\,\frac{3}{2}.$

A resposta correta é: $(5-e)\,\frac{3}{2}$

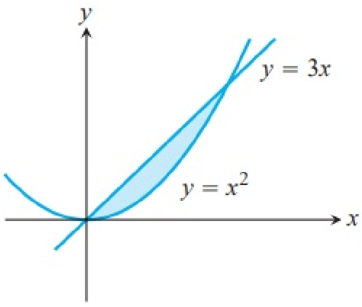
.

Questão **2**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Escreva a integral iterada de $\iint\limits_R dA$ sobre a região descrita R utilizando seções transversais horizontais.



Escolha uma opção:

- a. $\int_0^3 \int_{\frac{y}{3}}^{\sqrt{y}} dxdy$
- b. $\int_0^3 \int_{\frac{3}{y}}^{\sqrt{y}} dxdy$
- c. $\int_0^3 \int_{\sqrt{y}}^{\frac{y}{3}} dxdy$
- d. $\int_3^0 \int_{\sqrt{y}}^{\frac{3}{y}} dxdy$
- e. $\int_0^3 \int_{\frac{3}{y}}^{\sqrt{y}} dxdy$

Sua resposta está incorreta.

A resposta correta é:
$\int_0^3 \int_{\frac{y}{3}}^{\sqrt{y}} dxdy$

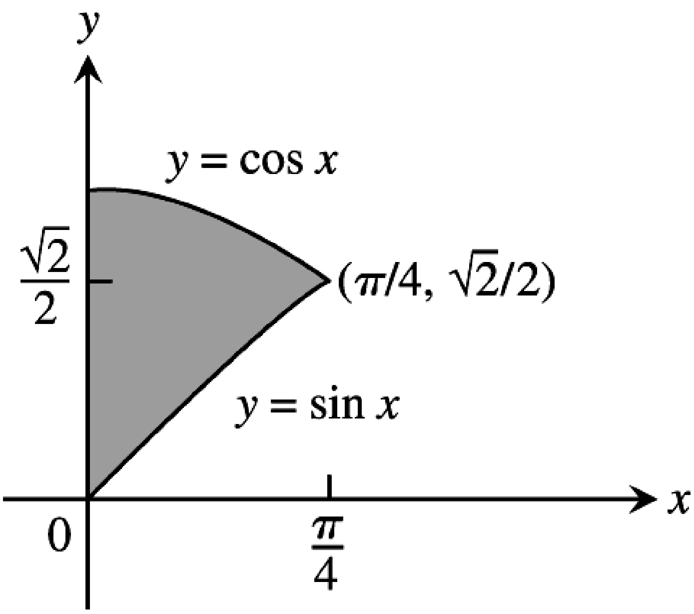
.

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a área da região abaixo.



Q.15.3.15

Resposta: 0,41

Solução:

É necessário resolver a integral.

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \int_{\sin(x)}^{\cos(x)} dydx$$

Resolvendo a integral em relação a y teremos:

$\int_{\sin(x)}^{\cos(x)} 1dy = [y]_{\sin(x)}^{\cos(x)}$

$= \cos(x) - \sin(x)$

Então pegando o resultado acima e resolvendo na integral de x teremos:

$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} (\cos(x) - \sin(x))\, dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(x)dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2}} - \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + 1\right)$

$= \sqrt{2} - 1$

A resposta correta é: 0,414213562.

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Substitua a integral cartesiana por uma integral equivalente em coordendas polares. Em seguida, calcule a integral polar.

$\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} dy\,dx$

Qual o valor dessa integral?

Escolha uma opção:

- a. $\frac{3\pi}{2}$
- b. $\frac{\pi}{2}$ ✔
- c. 2π
- d. π
- e. $\frac{\pi}{3}$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Substituindo a integral cartesiana por uma equivalente polar e descobrindo o resultado.

= $\int_{-1}^{1}\int_{0}^{\sqrt{1-x^2}} dy\,dx$

= $\int_{0}^{\pi}\int_{0}^{1} r\,dr\,d\theta$ (integral polar)

= $\frac{1}{2}\int_{0}^{\pi} d\theta$

= $\frac{\pi}{2}$

- O resultado é $\frac{\pi}{2}$.

A resposta correta é: $\frac{\pi}{2}$

.

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral $\int_{-1}^{1} \int_0^1 \int_0^2 \ (x+y+z) \ dydxdz.$

Resposta: 6

Resposta:

Calculamos a integral tripla:

$\int_0^2 (2x+y+z)\,dy =$

$= [xy]_0^2 + \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^2 + [zy]_0^2$

$= 2x + 2z + 2$

$\int_0^1 (2x+2z+2)\,dx =$

$= 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + [2zx]_0^1 + [2x]_0^1$

$= 2z + 3$

$\int_{-1}^1 (2z+3)\,dz =$

$= 0 + [3z]_{-1}^1$

$= 6$

A resposta correta é: 6.

Questão **6**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral em coordenadas cilíndricas $\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} 3dzrdrd\theta.$

Escolha uma opção:

- a. $\pi(2\sqrt{3}-9)$
- b. $\pi(6\sqrt{2}-8)$
- c. $\pi(3\sqrt{2}-8)$
- d. $\pi(6\sqrt{3}-9)$
- e. $\pi(6\sqrt{3}-8)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} 3\,dzrdrd\theta$$

$$3\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} dzrdrd\theta$$

Passo 1: Temos que integrar a função em relação a z:

$$\int_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} dz = [z]_r^{\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}} = \left[\frac{1}{\sqrt{2-r^2}} - r\right]$$

Passo 2: Temos que integrar a função em relação a r:

$$\int_0^1 \left[\frac{1}{\sqrt{2-r^2}} - r\right] rdr = \int_0^1 \left[\frac{1}{\sqrt{2-r^2}} - r^2\right] dr$$

$$= \int_0^1 \frac{1}{\sqrt{2-r^2}} dr - \int_0^1 r^2 dr$$

Aplicando substituição na primeira integral:

$$\int_0^1 \left[\frac{r}{\sqrt{2-r^2}}\right] dr$$

$$u = 2 - r^2$$

$$du = -2rdr$$

$$\frac{-du}{2} = rdr$$

Logo:

$$\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{u}} rdr = \int_0^1 \left[\frac{1}{\sqrt{u}}\frac{-du}{2}\right] = \int_0^1 \left[\frac{-du}{2\sqrt{u}}\right] = \frac{-1}{2}\int_0^1 \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{-1}{2}\int_0^1 u^{\frac{-1}{2}}\,du = \frac{-1}{2}\left[\frac{u^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}}\right]_0^1 =$$

$$\frac{-1}{2}\left[\sqrt{u}\frac{2}{1}\right]_0^1 = -[\sqrt{u}]_0^1 = -\left[\sqrt{2-r^2}\right]_0^1 = -\left[\left(\sqrt{2-1^2}\right) - \left(\sqrt{2-0^2}\right)\right] = \sqrt{2} - 1$$

Fazendo normalmente a segunda integral:

$$\int_0^1 r^2 dr = \left[\frac{r^3}{3}\right]_0^1 = \frac{1}{3}$$

Logo:

$$\int_0^1 \left[\frac{r}{\sqrt{2-r^2}}\right] dr - \int_0^1 r^2 dr =$$

$\sqrt{2}-1-\frac{1}{3}=\sqrt{2}-\frac{4}{3}$

Passo 3: Temos que integrar a função em relação a θ:

$$\int_0^{2\pi}(\sqrt{2}-\frac{4}{3})d\theta=\left[\sqrt{2}\theta-\frac{4}{3}\theta\right]_0^{2\pi}=\left[\sqrt{2}2\pi-\frac{4}{3}2\pi\right]=\left[2\sqrt{2}\pi-\frac{8\pi}{3}\right]$$

Substituindo na equação inicial:

$$3\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_r\frac{1}{\sqrt{2-r^2}}\,dzrdrd\theta=3\left[2\sqrt{2}\pi-\frac{8\pi}{3}\right]=[6\sqrt{2}\pi-8\pi]=\pi(6\sqrt{2}-8)$$

A resposta correta é: $\pi(6\sqrt{2}-8)$

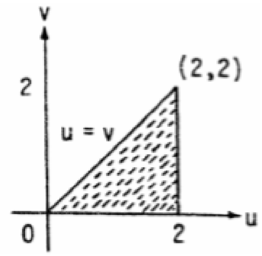
.

Questão **7**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a imagem pela transformação $u = x + 2y$, $v = x - y$ da região triangular no plano xy delimitadas pelas retas $y = 0$, $y = x$ e $x + 2y = 2$. Esboce a região transformada no plano uv. Depois compare com a figura abaixo.



Agora, resolva o sistema

$u = x + 2y$ e $v = x - y$

para x e y em termos de u e v. Em seguida, encontre o valor do jacobiano $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$.

Resposta: -0,333333

Primeira Solução:

A região triangular no plano xy possui vértices$(0,0)$,$(2,0)$ e $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$.

O segmento de linha $y = x$ de $(0,0)$ para $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ é $x - y = 0 \Rightarrow v = 0$;

O Segmento de linha $y = 0$ de $(0,0)$ para $(2,0) \Rightarrow u = v$;

O Segmento de linha $x + 2y = 2$ de $\left(\frac{2}{3},\frac{2}{3}\right)$ para $(2,0) \Rightarrow u = 2$.

Segunda Solução:

$x + 2y = u$ e $x - y = v$

$\Rightarrow 3y = u - v$ e $x = v + y$

$\Rightarrow y = \frac{1}{3}u - v$ e $x = \frac{1}{3}(u + 2v)$;

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = -\frac{1}{9} - \frac{2}{9} = -\frac{1}{3}$$

A resposta correta é: -0,3333.

Questão **8**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule $\int\limits_C x\ ds$, onde C é a curva parabólica $x = t\ , y = t^2$, entre $(0, 0)$ e $(2, 4)$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{16\sqrt{17}-1}{12}$
- b. $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$
- c. $\frac{13\sqrt{17}-1}{12}$
- d. $\frac{15\sqrt{17}-1}{12}$
- e. $\frac{14\sqrt{17}-1}{12}$

Sua resposta está correta.

Similar ao item a que a curva parabólica é contínua sobre a curva C a integral pode ser calculada por :

$$\int\limits_C x\ ds = \int_a^b x(t)\ \|\vec{\mathbf{v}}(t)\|\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} +\ t^2\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\|\ \vec{\mathbf{v}}(t)\ \| = \sqrt{1 + 4t^2}$$

Substituindo então os dados encontrados na integral, temos:

$$\int\limits_C x\ ds = \int_0^2 t\sqrt{1 + 4t^2}\ dt$$

Aplicando método de resolução de integral substituição simples, tomemos:

$$u = 4t^2 + 1$$

$$du = 8t\ dt$$

$$\frac{du}{8} = t\ dt$$

Colocando os limites de integração em relação a variável u substituindo os valores iniciais:

$$u(0) = 4\ 0^2 + 1$$

$$u(0) = 1$$

$$u(2) = 4\ 2^2 + 1$$

$$u(2) = 17$$

Substituindo os limites de integração :

$$\int_0^2 t\sqrt{1 + 4t^2}\ dt = \frac{1}{8}\int_1^{17} \sqrt{u}\ du$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17}$$

Substituindo os dados temos:

$$\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17} = \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{17^3}) - \left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{1^3})\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2(17)(\sqrt{17})}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(17\sqrt{17} - 1)$$

$$= \frac{17\sqrt{17} - 1}{12}$$

A resposta correta é: $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$

.

Questão **9**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = xy\mathbf{i} + y\mathbf{j} - yz\mathbf{k}$
- C é o caminho dado pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}, 0 \leq t \leq 1.$

Resposta: 0,5

Resposta:

Passo 1: Calculamos $\vec{\mathbf{F}}$ *na curva* $\vec{\mathbf{r}}(\mathbf{t})$*:*

$\vec{\mathbf{F}} = (t)(t^2)\mathbf{i} + (t^2)\mathbf{j} + (t^2)(t)\mathbf{k}$

$\vec{\mathbf{F}} = t^3\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^3\mathbf{k}$

Passo 2: Encontramos $\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}$*:*

$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t\mathbf{k}$

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + \mathbf{k}$

Passo 3: Encontramos $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}$ *e depois integrar de* $t = 0$ *a* $t = 1$ *para encontrar o trabalho:*

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = t^3 + 2t^3 - t^3 = 2t^3$

$W = \int_0^1 2t^3 dt = 2\int_0^1 t^3 = 2\left[\frac{t^4}{4}\right]_0^1 = 2\left[\frac{1}{4}\right] = \frac{1}{2}$

A resposta correta é: 0,5.

AP2 da turma 01 ►