Álgebra Linear
Aula 11

Josefran de Oliveira Bastos

Universidade Federal do Ceará

A atividade deverá ser entregue em um prazo de no máximo 20 min após início da aula. Lembrando que m_i é o i-ésimo dígito a partir da esquerda da sua matrícula.

Atividade 08

Marque V para verdadeiro e F para falso nos itens abaixo.

1. A soma de duas matrizes triangulares superior é uma matriz triangular superior.
2. A soma de duas matrizes triagulares é uma matriz triangular.
3. A transposta de uma matriz diagonal é uma matriz diagonal.
4. A transposta de uma matriz diagonal é uma matriz triangular superior.
5. As condições de invertibilidade entre matrizes diagonais e triangulares são a mesma.
6. O produto de duas matrizes triangular é sempre triangular.
7. A soma de matrizes simétricas é simétrica.
8. O produto de matrizes simétricas é simétrica.

Gabarito

1. V
2. F
3. V
4. V
5. V
6. F
7. V
8. F

Exemplo - Desafio

Uma empresa de internet possui 5 centrais interligadas entre si. Ela deseja testar a comunicação entre as centrais. O teste é realizado da seguinte forma: escolhemos dois conjuntos disjuntos de centrais, digamos A e B, e inserimos em um tester. Este tester irá testar as comunicações entre as centrais em A e as centrais em B. A empresa necessita testar todas as comunicações e, por razões econômicas, nenhuma par de cidades podem ser testados mais de uma vez. Qual o menos número de testes a empresa deve realizar?

Problema

Encontre critérios para a inversão de uma matriz 3×3.

Submatriz Menor $T_{i,j}$

Dado uma matriz quadrada A de tamanho $n \times n$ definimos a submatriz $T_{i,j}$ como sendo a matriz quadrada de tamanho $(n-1) \times (n-1)$ obtida a partir de A após "deletarmos" a linha i e a coluna j.

Submatriz Menor $T_{i,j}$

Dado uma matriz quadrada A de tamanho $n \times n$ definimos a submatriz $T_{i,j}$ como sendo a matriz quadrada de tamanho $(n-1) \times (n-1)$ obtida a partir de A após "deletarmos" a linha i e a coluna j.

Determinante

O determinante $\det(A)$ de uma matriz quadrada A é definido como

$$\det(A) = \begin{cases} (A)_{1,1}, & \text{se } n = 1; \\ \sum_{j=1}^{n} (-1)^{1+j} (A)_{1,j} \det(T_{1,j}), & \text{c.c.} \end{cases}$$

Proposição

Seja A uma matriz quadrada de tamanho $n \times n$, com $n \geq 2$. As seguintes afirmações são verdadeiras:

Proposição

Seja A uma matriz quadrada de tamanho $n \times n$, com $n \geq 2$. As seguintes afirmações são verdadeiras:

1. Para todo $1 \leq i_1 < i_2 \leq n$ temos

$$\sum_{j=1}^{n} (-1)^{i_1+j} (A)_{i_1,j} \det(T_{i_1,j}) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i_2+j} (A)_{i_2,j} \det(T_{i_2,j}).$$

Proposição

Seja A uma matriz quadrada de tamanho $n \times n$, com $n \geq 2$. As seguintes afirmações são verdadeiras:

1. Para todo $1 \leq i_1 < i_2 \leq n$ temos
$$\sum_{j=1}^{n} (-1)^{i_1+j} (A)_{i_1,j} \det(T_{i_1,j}) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{i_2+j} (A)_{i_2,j} \det(T_{i_2,j}).$$
2. Para todo $1 \leq i \leq n$ e $1 \leq k \leq n$ temos
$$\sum_{j=1}^{n} (-1)^{i+j} (A)_{i,j} \det(T_{i,j}) = \sum_{j=1}^{n} (-1)^{j+k} (A)_{j,k} \det(T_{j,k}).$$