Nájala Kelly Lima de Sousa 470807

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Painel ► SBL0059 ► 17 setembro - 23 setembro ► Teste de revisão

| | |
|---|---|
| **Iniciado em** | quarta, 30 Set 2020, 21:05 |
| **Estado** | Finalizada |
| **Concluída em** | quarta, 30 Set 2020, 21:32 |
| **Tempo empregado** | 26 minutos 53 segundos |
| **Avaliar** | **10,00** de um máximo de 10,00(**100**%) |

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Qual a parametrização do plano $x + y + z = 1$ inclinado dentro de um cilindro $x^2 + y^2 = 9$.

Escolha uma:

a. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r\cos\,\theta)\mathbf{i} + (r\sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 + r\cos\,\theta - r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

b. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r\cos\,\theta)\mathbf{i} - (r\sin\,\theta)\mathbf{j} - (1 - r\cos\,\theta - r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

c. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r\cos\,\theta)\mathbf{i} + (r\sin\,\theta)\mathbf{j} - (1 - r\cos\,\theta - r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

d. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r\cos\,\theta)\mathbf{i} - (r\sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 - r\cos\,\theta - r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

e. $\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r\cos\,\theta)\mathbf{i} + (r\sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 - r\cos\,\theta - r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

✔

Sua resposta está correta.

***Solução:***

$x + y + z = 1 \Rightarrow z = 1 - x - y$.

Usando coordenadas cilíndricas $x = r\cos\,\theta$ e $y = r\sin\,\theta$, substituindo em $z$, temos $z = 1 - r\cos\,\theta - r\sin\,\theta$.

Substituindo $x$, $y$ e $z$ na função de superfície, temos:

$\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r\cos\,\theta)\mathbf{i} + (r\sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 - r\cos\,\theta - r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

A resposta correta é:
$\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (r\cos\,\theta)\mathbf{i} + (r\sin\,\theta)\mathbf{j} + (1 - r\cos\,\theta - r\sin\,\theta)\mathbf{k}$, com $0 \leq \theta \leq 2\pi$ e $0 \leq r \leq 3$.

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Qual a parametrização da porção do cilindro $y^2 + z^2 = 9$ entre os planos $x = 0$ e $x = 3$.

Escolha uma:

- a. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \le u \le 2\pi$ e $0 \le v \le 3$

  ✔ $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 6\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \le u \le 2\pi$ e $0 \le v \le 3$

- b. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 6\cos u\vec{\mathbf{j}} + 6\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \le u \le 2\pi$ e $0 \le v \le 3$
- c. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} - 6\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \le u \le 2\pi$ e $0 \le v \le 3$
- d. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} - 6\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \le u \le 2\pi$ e $0 \le v \le 3$
- e. $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 6\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \le u \le 2\pi$ e $0 \le v \le 3$

Sua resposta está correta.

**Solução:**

Temos que $r = \sqrt{9} = 3$. Assim, temos que $y = 3\cos\theta$ e $z = 3\sin\theta$, pois $y^2 = 9\cos^2\theta$ e $z^2 = 9\sin^2\theta$ e assim, $9\cos^2\theta + 9\sin^2\theta = 9(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 9$. Então, tomando $u = \theta$ e $v = x$ temos que a parametrização da superfície é dada por:

$r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \le u \le 2\pi$ e $0 \le v \le 3$

A resposta correta é: $r(u,v) = v\vec{\mathbf{i}} + 3\cos u\vec{\mathbf{j}} + 3\sin u\vec{\mathbf{k}}$, onde $0 \le u \le 2\pi$ e $0 \le v \le 3$

.

Questão **3**
Correto
Atingiu 2,00 de 2,00

Qual parametrização do **cilindro parabólico entre planos**, cosiderando a superfície cortada do cilindro parabólico $z = 4 - y^2$ pelos planos $x = 0$, $x = 2$ e $z = 0$?

Escolha uma:

- a. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = -x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \le y \le 2$ e $0 \le x \le 2$.
- b. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} - y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \le y \le 2$ e $0 \le x \le 2$.
- c. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} - \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \le y \le 2$ e $0 \le x \le 2$.
- d. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \le y \le 2$ e $0 \le x \le 2$. ✓
- e. $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} - y\mathbf{j} - \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \le y \le 2$ e $0 \le x \le 2$.

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciarmos, a questão nos dá que a superfície cortada do cilindro parabólico é definida por: $z = 4 - y^2$.

Para prosseguir com a parametrização, podemos deixar o vetor $\vec{\mathbf{r}}$ ser uma função de $x$ e $y$, logo obtemos:

$\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$.

A seguir, com o vetor $\vec{\mathbf{r}}$ obtido, e com o valor de $z = 0$ dada na questão, podemos substituir na função $z = 4 - y^2$, logo:

$0 = 4 - y^2$

$y^2 = 4$

$y = \sqrt{4}$

$y = -2$ e $y = 2$

Onde $-2 \le y \le 2$ e $0 \le x \le 2$.

A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(x, y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$ para $-2 \leq y \leq 2$ e $0 \leq x \leq 2$.

.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Integre $G(x, y, z) = x\,y\,z$ sobre a superfície do sólido retangular cortado do primeiro octante pelos planos $x = a$, $y = b$, $z = c$.

Escolha uma:

a. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{6}$

b. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{5}$

c. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{3}$

d. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{4}$ ✓

e. $\frac{abc(ab+ac+bc)}{2}$

Sua resposta está correta.

**Solução:**

Como o sólido esta no primeiro octante então a superfície é uma caixa com face em :

$x = a, y = b$ e $z = c$

$x = 0,\ y = 0$ e $z = 0$

Para as faces que estão em zero a função $G(x, y, z)$ é igual a zero por isso não precisa calcular, para as outras a integral será:

Para $x = a$:

$G(a, y, z) = ayz$

$$\iint_S G d\sigma = \iint_S ayz\, d\sigma = \int_0^c\int_0^b ayz\, dydz = \frac{ab^2c^2}{4}$$

Para $y = b$:

$G(a, y, z) = xbz$

$$\iint_S G d\sigma = \iint_S xbz\, d\sigma = \int_0^c\int_0^a xbz\, dxdz = \frac{a^2bc^2}{4}$$

Para $z = c$:

$G(a, y, z) = xyc$

$$\iint_S G d\sigma = \iint_S xyc\, d\sigma = \int_0^b\int_0^a xyc\, dxdy = \frac{a^2b^2c}{4}$$

Logo:

$$\iint_S G d\sigma = \int_0^c\int_0^b ayz\, dydz + \int_0^c\int_0^a xbz\, dxdz + \int_0^b\int_0^a xyc\, dxdy$$

$$\iint_S G(x, y, z) d\sigma = \frac{abc(ab + ac + bc)}{4}.$$

A resposta correta é: $\frac{abc(ab + ac + bc)}{4}$

.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Qual o fluxo \(\iint\limits_S {\bf \vec F} \cdot {\bf \vec n}\ d\sigma \) do campo \({\bf \vec F} = 2xy{\bf i} + 2yz{\bf j} + 2xz{\bf k}\) através da porção do plano \(x + y + z = 2a\) que está acima do quadrado \(0 \leq x \leq a\), \(0 \leq y \leq a\), no plano \(xy\).

Escolha uma:

- a. \( {\frac{11a^4}{6}} \)
- b. \( {\frac{13a^4}{7}} \)
- c. \( {\frac{17a^4}{6}} \)
- d. \( {\frac{13a^4}{6}} \) ✓
- e. \( {\frac{19a^4}{7}} \)

Sua resposta está correta.

**Resposta:**

Para esse exercicio utilizaremos a equação do fluxo dada por:

\(\iint\limits_S {\bf \vec F} \cdot {\bf \vec n}\ d\sigma\) , onde \({\bf \vec n} = \frac{{\bf \vec r}_x \times {\bf \vec r}_y}{\begin{Vmatrix} {\bf \vec r}_x \times {\bf \vec r}_y \end{Vmatrix}}\) e \(d\sigma = \begin{Vmatrix} {\bf \vec r}_x \times {\bf \vec r}_y \end{Vmatrix}\ dy\ dx.\)

Como foi dado a variação de \(x\) e \(y\) descobriremos uma função de \(f(x,y)\) dada pela equação \(x + y + z = 2a\) onde:

$$ x = x $$

$$ y = y $$

$$ z = (2a - x - y) $$

Assim \(f(x,y) = (x){\bf i} + (y){\bf j} + (2a - x - y){\bf k}\). Sabendo que:

$$ {\bf \vec r}_x \times {\bf \vec r}_y = \begin{vmatrix}{\bf i}&{\bf j}&{\bf k}\\ \frac{\partial f}{\partial x}\:&\frac{\partial f}{\partial x}& \frac{\partial f}{\partial x}\\ \frac{\partial f}{\partial y}\:&\frac{\partial f}{\partial y}&\frac{\partial f}{\partial y}\end{vmatrix} = \begin{vmatrix}{\bf i}&{\bf j}&{\bf k}\\ 1\:&0&-1\\ 0\:&1&-1\end{vmatrix} = {\bf k} + {\bf j} + {\bf i} $$

Substituindo os dados na equação do fluxo obtemos:

$$ \iint\limits_S {\bf \vec F} \cdot {\bf \vec n}\ d\sigma = \iint\limits_S {\bf \vec F} \cdot \frac{{\bf \vec r}_x \times {\bf \vec r}_y}{\begin{Vmatrix} {\bf \vec r}_x \times {\bf \vec r}_y \end{Vmatrix}} \begin{Vmatrix} {\bf \vec r}_x \times {\bf \vec r}_y \end{Vmatrix}\ dy\ dx $$

$$ \iint\limits_S {\bf \vec F} \cdot ({\bf \vec r}_x \times {\bf \vec r}_y)\ dy\ dx = \int_{0}^{a}\int_{0}^{a} (2xy{\bf i} + 2yz{\bf j} + 2xz{\bf k})\cdot({\bf i} + {\bf j} + {\bf k})\ dy\ dx $$

Substituindo o valor de $z$ na integral

$$ \int_{0}^{a}\int_{0}^{a} [(2xy + 2y(2a - x - y) + 2x(2a - x - y)]\ dy\ dx $$

$$ =\int_{0}^{a}\int_{0}^{a} (4ay - 2y^2 + 4ax - 2x^2 - 2xy)\ dy\ dx $$

$$ =\int_{0}^{a} \left({\frac{4ay^2}{2}} - {\frac{2y^3}{3}} + 4ax - 2x^2 - {\frac{2xy^2}{2}}\right)\bigg|_{0}^{a}\ dx$$

$$ =\int_{0}^{a} \left({\frac{4a^3}{3}} + 3a^2x - 2ax^2\ \right)\ dx $$

$$ =\left({\frac{4a^3x}{3}} + {\frac{3a^2x^2}{2}} - {\frac{2ax^3}{3}}\right) \bigg|_{0}^{a} $$

$$ =\left({\frac{4a^4}{3}} + {\frac{3a^4}{2}} - {\frac{2a^4}{3}}\right) $$

$$= {\frac{13a^4}{6}} $$

A resposta correta é: $ {\frac{13a^4}{6}} $

.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

## Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

## Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social