Universidade Federal do Ceará
Campus Sobral
Engenharia da Computação e Engenharia Elétrica

Sistemas Lineares (SBL0091)

Prof. C. Alexandre Rolim Fernandes

Lista de Exercícios para AP1

1) Encontre a energia total dos sinais abaixo:

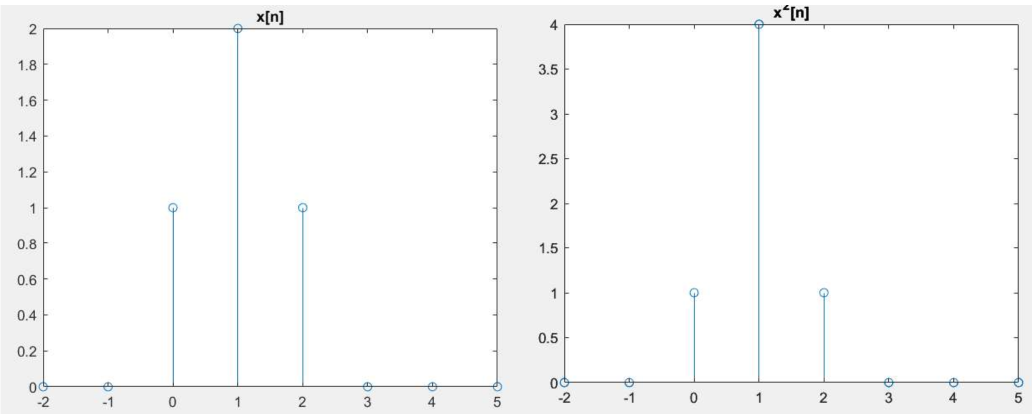
a) $x[n] = \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-2]$.

b) $x(t) = u(t) - u(t-3)$.

Solução:

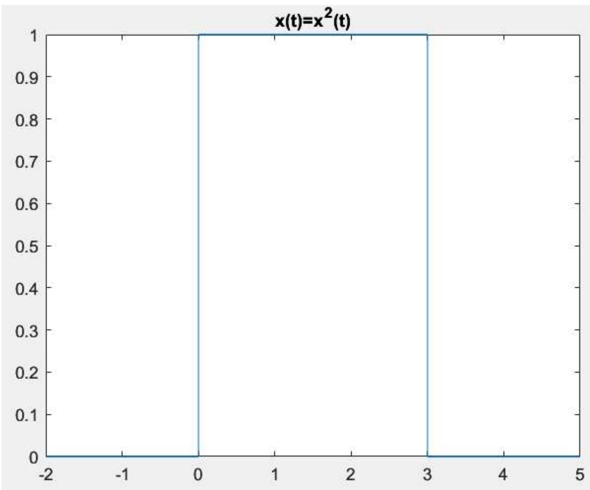
a) $E = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2[n]$. Olhando os gráficos abaixo de $x[n]$ e $x^2[n]$, pode-se ver que:

$E = 1 + 4 + 1 = 6$



b) $E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)dt$. Olhando o gráfico abaixo de $x(t)$ e $x^2(t)$, pode-se ver que:

$E = \int_0^3 dt = 3$



2) Considere o seguinte sistema contínuo no tempo: $y(t) = T\{x(t)\} = t.x(t)$ Diga se ele é: (1) linear, (2) invariante no tempo, (3) estável, (4) causal. Justifique suas respostas.

Solução:

(1) Linearidade:

Suponha $y_1(t) = T\{x_1(t)\}$ e $y_2(t) = T\{x_2(t)\}$. Logo:

$T\{x_1(t) + x_2(t)\} = t.[x_1(t) + x_2(t)] = t.x_1(t) + t.x_2(t) = T\{x_1(t)\} + T\{x_2(t)\} \rightarrow$ Aditividade OK

$T\{a.x(t)\} = t.a.x(t) = a.T\{x(t)\} \rightarrow$ Homogeneidade OK.

SISTEMA LINEAR

(2) Invariância no tempo:

$y(t - t_0) = (t - t_0).x(t - t_0)$

$T\{x(t - t_0)\} = t.x(t - t_0)$

Logo: $y(t - t_0) \neq T\{x(t - t_0)\}$

SISTEMA NÃO É INVARIANTE NO TEMPO

(3) Estabilidade

Suponha que $|x(t)| \leq B_x$. Logo: $|y(t)| = |t.x(t)| \leq |t|.B_x$. Logo, quando $t \rightarrow +\infty$, temos $|y(t)| \rightarrow +\infty$.

O desenvolvimento acima não conseguiu demonstrar estabilidade do sistema, mas ele também não demonstra a instabilidade do sistema.

Contra exemplo: Seja $x(t) = 1, \forall t \in R$, logo: $|y(t)| = |t|$. Este sinal $y(t)$ é ilimitado, pois $t \rightarrow +\infty$ gera $|y(t)| \rightarrow +\infty$.

SISTEMA INSTÁVEL

(4) Causalidade:

A saída depende da entrada apenas do instante t.

SISTEMA CAUSAL.

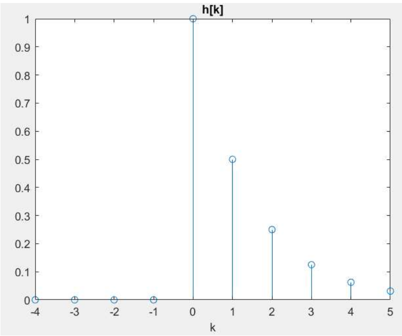
3) Um sistema LTI possui resposta ao impulso dada por: $h[n] = (1/2)^n u[n]$, em que $u[n]$ é a função degrau unitário. Usando a soma de convolução, determine a saída do sistema quando a entrada é dada por: $x[n] = u[n]$.

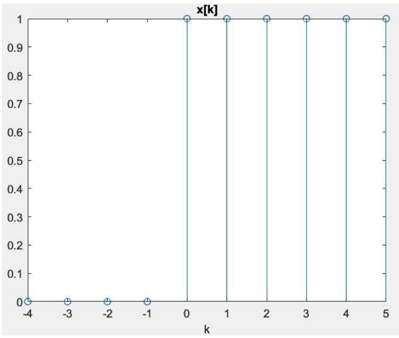
Solução: Olhando os gráficos abaixo, temos:

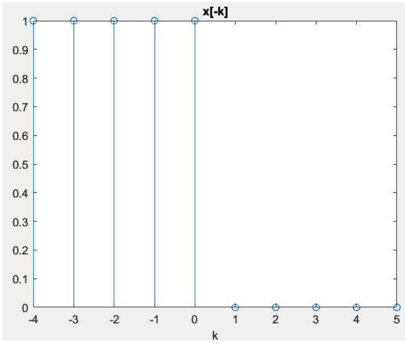
1^o caso: Para $n < 0$, não há interseção entre $h[k]$ e $h[n-k]$, logo $y[n] = 0$.

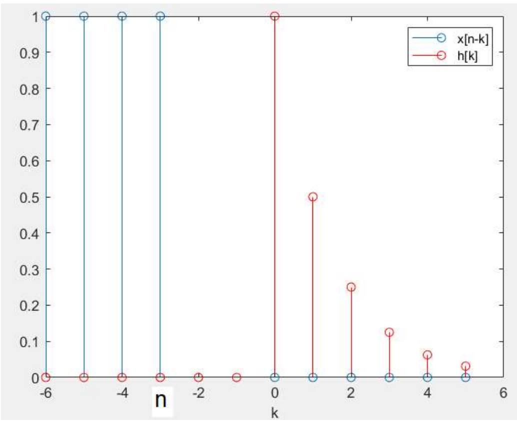
2^o caso: Para $n \geq 0$, a interseção entre $h[k]$ e $h[n-k]$ está entre 0 e n, logo $y[n] = \sum_{k=0}^{n}(1/2)^k$.

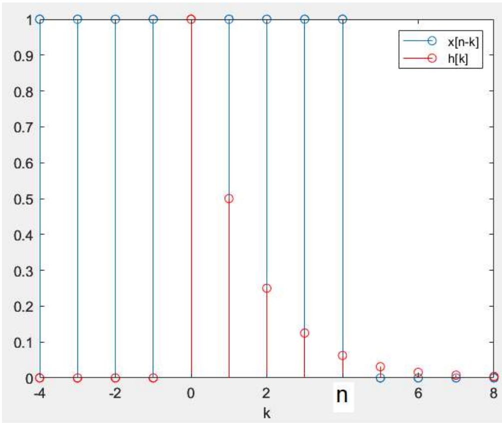
Usando a fórmula da soma dos N primeiros termos de uma PG: $S_N = \frac{a_0(q^N-1)}{q-1}$, temos: $y[n] = \frac{1/2^{n+1}-1}{1/2-1} = 2 - 1/2^n$









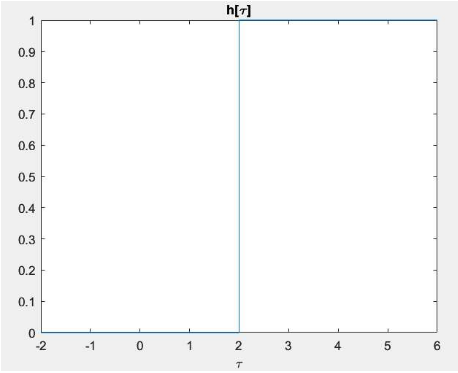


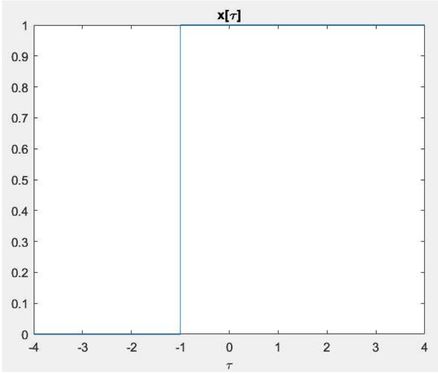
4) Um sistema LTI possui resposta ao impulso dada por: $h(t) = u(t-2)$, em que $u(t)$ é a função degrau unitário. Usando a integral de convolução, determine a saída do sistema quando a entrada é dada por: $x(t) = u(t+1)$.

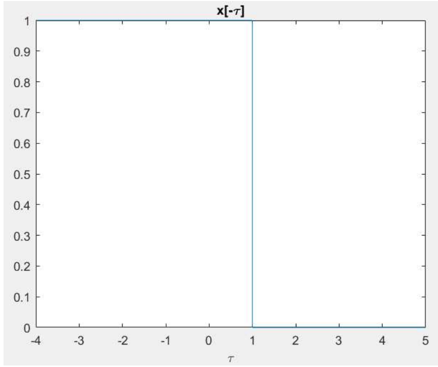
Solução: Olhando os gráficos abaixo, temos:

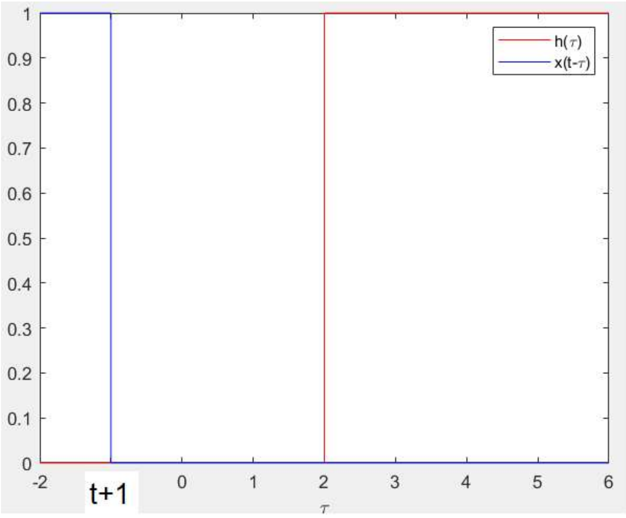
1^o caso: Para $t+1 < 2$, ou seja, $t < 1$, não há interseção entre $h(\tau)$ e $x(t-\tau)$, logo $y(t) = 0$.

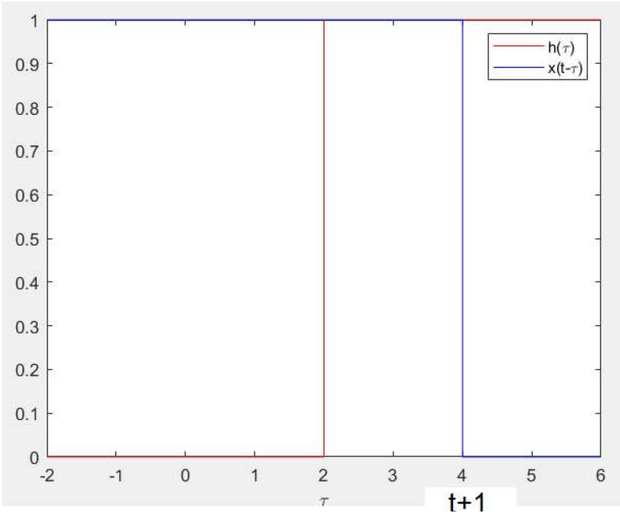
2^o caso: Para $t+1 \geq 2$, ou seja, $t \geq 1$, a interseção entre $h(\tau)$ e $x(t-\tau)$ está entre 2 e $t+1$, logo $y(t) = \int_2^{t+1} d\tau = t - 1$.



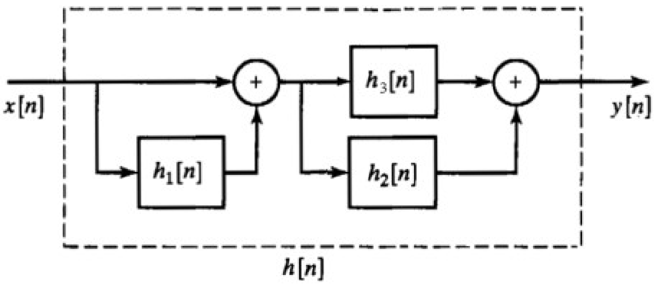








5) Uma interconexão de sistemas lineares e invariantes no tempo é mostrada na figura abaixo.



Suponha que a resposta ao impulso do sistema global (pontilhado), com entada $x[n]$ e saída $y[n]$, seja dada por $h[n]$. Resolva às questões abaixo.

a) Expresse $h[n]$ em função de $h_1[n]$, $h_2[n]$ e $h_3[n]$.

b) Encontre $h[n]$ para o caso em que $h_1[n] = \delta[n-1]$, $h_2[n] = u[n]$ e $h_3[n] = \delta[n-2]$.

c) Para o caso do item **b)**, o sistem é causal?

d) Para o caso do item **b)**, o sistem é estável?

Solução:

a)

Resposta ao impulso do sistema equivalente à conexão em paralelo entre o sistema que não faz nada (resposta ao impulso igual a $\delta[n]$) e $h_1[n]$: $h_1[n] + \delta[n]$

Resposta ao impulso do sistema equivalente à conexão em paralelo em paralelo entre os sistemas $h_2[n]$ e $h_3[n]$: $h_2[n] + h_3[n]$

Resposta ao impulso do sistema equivalente ao sistema global (pontilhado): conexão em série entre os sistema com resposta ao impulso $h_1[n] + \delta[n]$ e $h_2[n] + h_3[n]$:

$h[n] = (h_1[n] + \delta[n]) * (h_2[n] + h_3[n])$

$h[n] = h_1[n] * h_2[n] + h_1[n] * h_3[n] + \delta[n] * h_2[n] + \delta[n] * h_3[n]$

$h[n] = h_1[n] * h_2[n] + h_1[n] * h_3[n] + h_2[n] + h_3[n]$

b)

Substituindo $h_1[n] = \delta[n-1]$, $h_2[n] = u[n]$ e $h_3[n] = \delta[n-2]$ na eq. acima, temos:

$h[n] = \delta[n-1] * u[n] + \delta[n-1] * \delta[n-2] + u[n] + \delta[n-2]$

$h[n] = u[n-1] + \delta[n-3] + u[n] + \delta[n-2]$

c)

Sim, o sistema é causal, pois $h[n] = 0$ para $n < 0$.

d)

O sistema é instável pois a resposta ao impulso não é absolutamente somável: $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |h[n]| = +\infty$