Iniciado em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:22
Estado	Finalizada
Concluída em	quarta-feira, 28 jun. 2023, 20:23
Tempo empregado	41 segundos
Notas	1,00/6,00
Avaliar	**1,67** de um máximo de 10,00(**16,67**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral $\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} \sin(y)\cos(x)\ dx + \cos(y)\sin(x)\ dy + \ dz$

Resposta: 1

Resposta:

A forma diferencial de $M\ dx + N\ dy + P\ dz$ é exata em um domínio convexo, se e somente se :

$$M\ dx + N\ dy + P\ dz = \frac{\partial f}{\partial x}\ dx + \frac{\partial f}{\partial y}\ dy + \frac{\partial f}{\partial z}\ dz = \ df$$

Onde:

$$M\ dx = sen(y)\ cos(x)\ dx$$

$$N\ dy = cos(y)\ sen(x)\ dy$$

$$P\ dz = 1\ dz$$

Calculando os diferenciais da integral acima temos:

$$\frac{\partial\ M}{\partial y} = \frac{\partial\ sen(y)\ cos(x)}{\partial y} = cos(x)\ cos(y)$$

$$\frac{\partial\ M}{\partial z} = \frac{\partial\ sen(y)\ cos(x)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\ N}{\partial x} = \frac{\partial\ sen(x)\ cos(y)}{\partial x} = cos(x)\ cos(y)$$

$$\frac{\partial\ N}{\partial z} = \frac{\partial\ sen(x)\ cos(y)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\ P}{\partial x} = \frac{\partial\ (1)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial\ P}{\partial y} = \frac{\partial\ (1)}{\partial y} = 0$$

Logo observamos que a condição é satisfeita e o diferencial de $M\ dx + N\ dy + P\ dz$ definida inicialmente é exata.

$$\vec{\mathbf{F}}(x) = sen(y)\ cos(x)\mathbf{i} + sen(x)\ cos(y)\mathbf{j} + 1\mathbf{k}$$

$$\frac{\partial f}{\partial\ x} = M\ = sen(y)\ cos(x)$$

Derivando em relação a x , temos:

$$f(x, y, z) = sen(x)\ sen(y) + g(y, z)$$

Derivando em relação a y , temos:

$$f_y(x, y, z) = sen(x)\ cos(y) + g_y(y, z)$$

$$f_y(x,y,z) = N \ = sen(x)\ cos(y)$$

Assim temos que $g(y,z) = 0$. Então integrando em relação a y, temos:

$$f(x,y,z) = sen(x)\ sen(y) + h(z)$$

Derivando em relação a z:

$$f_z(x,y,z) = h'(z) = 1$$

Derivando em relação a z, temos:

$$f_z(x,y,z) = h(z) = z + C$$

Logo,

$$f(x,y,z) = sen(x)\ sen(y) + z + C$$

$$\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} sen(y)\ cos(x)\ dx + cos(y)\ sen(x)\ dy\ + dz = f(0,1,1) - f(1,0,0)$$

$$(0+1) - (0+0) = 1$$

$$\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} sen(y)\ cos(x)\ dx + cos(y)\ sen(x)\ dy\ + dz = 1$$

A resposta correta é: 1

Questão **2**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x-y)\,\mathbf{i} + (y-x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta:

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$\frac{\partial M}{\partial x} = 1$; $\frac{\partial N}{\partial y} = 1$; $\frac{\partial M}{\partial y} = -1$; $\frac{\partial N}{\partial x} = -1$

Circulação:

$\iint\limits_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right)\ dxdy$

$= \int_0^1 \int_0^1\ -1 - (-1)\ dxdy$

$= 0$

A resposta correta é: 0

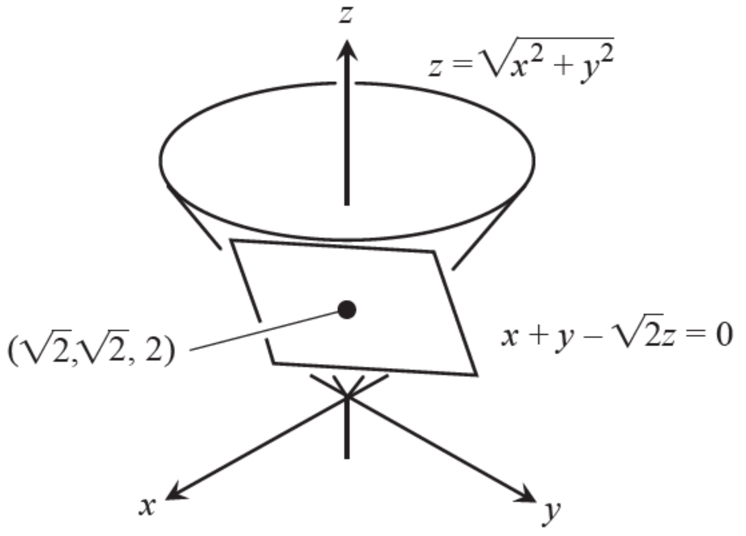
Questão **3**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Qual o plano tangente ao cone $\vec{\mathbf{r}}\,(r,\theta) = (r\cos(\theta))\,\mathbf{i} \;+\; (r\sin(\theta))\,\mathbf{j} \;+\; r\mathbf{k},\; r \geq 0,$ onde $0\; \leq \theta \leq 2\pi$, no ponto $P_0\,\left(\sqrt{2},\; \sqrt{2},\; 2\right)$ que corresponde a $(r,\theta) \;=\; \left(2,\, \frac{\pi}{4}\right)$.

Veja uma ilustração abaixo:



Q.16.5.27

Escolha uma opção:

- a. $-x - y - \sqrt{2}z = 0$
- b. $x + y - \sqrt{2}z = 0$
- c. $-x + y - \sqrt{2}z = 0$
- d. $x + y + \sqrt{2}z = 0$
- e. $x - y - \sqrt{2}z = 0$

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Temos que:

$$\frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial r} = \cos(\theta)\mathbf{i} + \sin(\theta)\mathbf{j} + \mathbf{k} = \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{i} + \frac{\sqrt{2}}{2}\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

$$\frac{\partial \vec{\mathbf{r}}}{\partial \theta} = -r\sin(\theta)\mathbf{i} + r\cos(\theta)\mathbf{j} + 0\mathbf{k} = -\sqrt{2}\mathbf{i} + \sqrt{2}\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{r}}_r \times \vec{\mathbf{r}}_\theta = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\sqrt{2}}{2} & \frac{\sqrt{2}}{2} & 1 \\ -\sqrt{2} & \sqrt{2} & 0 \end{vmatrix} = -\sqrt{2}\mathbf{j} + \mathbf{k} + \mathbf{k} - \sqrt{2}\mathbf{i} = -\sqrt{2}\mathbf{i} - \sqrt{2}\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$$

Plano tangente:

$$-\sqrt{2}\left(x - \sqrt{2}\right) + \left(-\sqrt{2}\right)\left(y - \sqrt{2}\right) + 2\,(z - 2) = 0$$

$$-\sqrt{2}x + 2 - \sqrt{2}y + 2 + 2z - 4 = 0$$

$$\sqrt{2}x + \sqrt{2}y - 2z = 0$$

$$x + y - \sqrt{2}z = 0$$

A resposta correta é: $x + y - \sqrt{2}z = 0$

Questão **4**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Qual o fluxo $\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$ do campo $\vec{\mathbf{F}} = 2xy\mathbf{i} + 2yz\mathbf{j} + 2xz\mathbf{k}$ através da porção do plano $x + y + z = 2a$ que está acima do quadrado $0 \le x \le a,\ 0 \le y \le a$, no plano xy.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{13a^4}{6}$
- b. $\frac{17a^4}{6}$
- c. $\frac{13a^4}{7}$
- d. $\frac{11a^4}{6}$
- e. $\frac{19a^4}{7}$

Sua resposta está incorreta.

Resposta:

Para esse exercicio utilizaremos a equação do fluxo dada por:

$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$, onde $\vec{\mathbf{n}} = \frac{\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y}{\| \vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y \|}$ e $d\sigma = \| \vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y \|\ dy\, dx.$

Como foi dado a variação de x e y descobriremos uma função de $f(x, y)$ dada pela equação $x + y + z = 2a$ onde:

$$x = x$$

$$y = y$$

$$z = (2a - x - y)$$

Assim $f(x, y) = (x)\mathbf{i} + (y)\mathbf{j} + (2a - x - y)\mathbf{k}$. Sabendo que:

$$\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial x} & \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial y} & \frac{\partial f}{\partial y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix} = \mathbf{k} + \mathbf{j} + \mathbf{i}$$

Substituindo os dados na equação do fluxo obtemos:

$$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y}{\| \vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y \|} \| \vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y \|\ dy\, dx$$

$$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot (\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y)\, dy\, dx = \int_0^a \int_0^a (2xy\mathbf{i} + 2yz\mathbf{j} + 2xz\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})\, dy\, dx$$

Substituindo o valor de z na integral

$$\int_0^a \int_0^a [(2xy + 2y(2a - x - y) + 2x(2a - x - y)]\, dy\, dx$$

$$= \int_0^a \int_0^a (4ay - 2y^2 + 4ax - 2x^2 - 2xy)\, dy\, dx$$

$$= \int_0^a \left(\frac{4ay^2}{2} - \frac{2y^3}{3} + 4ax - 2x^2 - \frac{2xy^2}{2} \right) \Big|_0^a dx$$

$$= \int_0^a \left(\frac{4a^3}{3} + 3a^2x - 2ax^2 \right) dx$$

$$= \left(\frac{4a^3x}{3} + \frac{3a^2x^2}{2} - \frac{2ax^3}{3} \right) \Big|_0^a$$

$$= \left(\frac{4a^4}{3} + \frac{3a^4}{2} - \frac{2a^4}{3} \right)$$

$$= \frac{13a^4}{6}$$

A resposta correta é: $\frac{13a^4}{6}$

Questão **5**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize a integral de superfície no teorema de Stokes para calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}$ ao redor da curva C na direção indicada.

$\vec{\mathbf{F}} = x^2y^3\mathbf{i} + \mathbf{j} + z\mathbf{k}$, onde C é a interseção do cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e o hemisfério $x^2 + y^2 + z^2 = 16$, $z \geq 0$, no sentido anti-horário quando vista de cima.

- a. -8π
- b. 3π
- c. 4π
- d. -4π
- e. 8π

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro, calculamos o rotacional: $\text{rot}\vec{\mathbf{F}} = \nabla \times \vec{\mathbf{F}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ x^2y^3 & 1 & z \end{vmatrix} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} - 3x^2y^2\mathbf{k}$. Como $\vec{\mathbf{n}} = \frac{2x\mathbf{i}+2y\mathbf{j}+2z\mathbf{k}}{2\sqrt{x^2+y^2+z^2}} = \frac{x\mathbf{i}+y\mathbf{j}+z\mathbf{k}}{4}$, então $\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}} = -\frac{3}{4}x^2y^2z$. Dessa forma, $d\sigma = \frac{4}{z}\,dA$. Portanto,

$$\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} = \int\int_R \left(-\frac{3}{4}x^2y^2z\right)\left(\frac{4}{z}\right)\,dA = -3\int_0^{2\pi}\int_0^2 (r^2\cos^2\theta)(r^2\sin^2\theta)\,r\,dr\,d\theta = -3\int_0^{2\pi}\left[\frac{r^6}{6}\right]_0^2 (\cos\theta\,\sin\theta)^2\,d\theta = -32\int_0^{2\pi}\frac{1}{4}\sin^2$$

A resposta correta é:
-8π

Questão **6**

Não respondido

Vale 1,00 ponto(s).

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Cubo $\vec{\mathbf{F}} = (y - x)\mathbf{i} + (z - y)\mathbf{j} + (y - x)\mathbf{k}$, D: O cubo limitado pelos planos $x = \pm 1$, $y = \pm 1$ e $z = \pm 1$.

- a. -16
- b. 11
- c. 16
- d. -15
- e. 15

Sua resposta está incorreta.

Solução: Primeiro calculamos as derivadas parciais

$$\frac{\partial}{\partial x}(y - x) = -1, \frac{\partial}{\partial y}(z - y) = -1,\backslash, \frac{\partial}{\partial z}(y - x) = 0$$

Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = -2$ como a divergência, então podemos calcular o fluxo

$$flux = \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} \int_{-1}^{1} -2 \, dx \, dy \, dz = -2(2^3) = -16$$

A resposta correta é:
-16