Iniciado em	terça-feira, 16 mai. 2023, 19:33
Estado	Finalizada
Concluída em	terça-feira, 16 mai. 2023, 19:33
Tempo empregado	21 segundos
Avaliar	**2,00** de um máximo de 10,00(**20**%)

Questão **1**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Calcule $\int\limits_C x\ ds$, onde C é o segmento de reta $x = t$, $y = \frac{t}{2}$, entre $(0, 0)$ e $(4, 2)$.

Escolha uma opção:

- a. $2\sqrt{5}$ ✖
- b. $4\sqrt{5}$
- c. $6\sqrt{5}$
- d. $3\sqrt{5}$
- e. $5\sqrt{5}$

Sua resposta está incorreta.

Sabendo que o segmento de reta é continuo sobre a curva C a integral pode ser calculada por :

$$\int\limits_C x\ ds = \int_a^b x(t)\ \parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + \frac{t}{2}\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$:

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + \frac{1}{2}\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel = \sqrt{(1)^2 + (\frac{1}{2})^2}$$

Simplificando,

$$\parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel = \sqrt{1 + \frac{1}{4}}$$

$$\parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

Usando x em função de t como dado no enunciado:

$$x(t) = t$$

Substituimos então os dados encontrados na expressão inicial:

$$\int_a^b x(t)\ \parallel \vec{\mathbf{v}}(t) \parallel\ dt = \int_0^4 (t)\frac{\sqrt{5}}{2}\ dt$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{t^2}{2}\right)\Big|_0^4$$

$$= \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{4^2}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)\left(\frac{0^2}{2}\right)$$

$$= \frac{16\sqrt{5}}{4}$$

$$= 4\sqrt{5}$$

A resposta correta é: $4\sqrt{5}$

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int\limits_C \frac{x^2}{y^{\frac{4}{3}}}\,ds$, onde C é a curva $x = t^2, y = t^3$, para $1 \le t \le 2$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{80\sqrt{10}-13\sqrt{13}}{25}$
- b. $\frac{80\sqrt{10}-13\sqrt{13}}{27}$ ✔
- c. $\frac{80\sqrt{10}-13\sqrt{13}}{22}$
- d. $\frac{80\sqrt{10}-13\sqrt{13}}{21}$
- e. $\frac{80\sqrt{10}-13\sqrt{13}}{23}$

Sua resposta está correta.

Seja $\vec{\mathbf{r}}(t) = \left(t^2\right)\mathbf{i} + \left(t^3\right)\mathbf{j}$, teremos a partir da derivada da função do deslocamento a função da velocidade dada por:

$\vec{\mathbf{v}}(t) = (2t)\mathbf{i} + \left(3t^2\right)\mathbf{j}$

Calculando o módulo da velocidade teremos:

$||\vec{\mathbf{v}}|| = \sqrt{(2t)^2 + (3t^2)^2} = \sqrt{4t^2 + 9t^4} = t\sqrt{4 + 9t^2}$

Resolvendo a integral:

$\int\limits_C \frac{x^2}{y^{\frac{4}{3}}}\,ds = \int_1^2 \frac{(t^2)^2}{(t^3)^{\frac{4}{3}}}||\vec{\mathbf{v}}||\,dt =$

$\int_1^2 \left(\frac{t^4}{t^4}t\sqrt{4+9t^2}\right)\,dt = \int_1^2 (t\sqrt{4+9t^2})\,dt$

Utilizando o método da substituição teremos:

$u = 4 + 9t^2$

$du = 18t$

$\frac{1}{18}\int_1^2 (\sqrt{u})\,du = \frac{1}{18}\left[\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\right]_1^2$

$= \frac{1}{27}\left[(4+9t^2)^{\frac{3}{2}}\right]_1^2 = \frac{80\sqrt{10}-13\sqrt{13}}{27}$

A resposta correta é: $\frac{80\sqrt{10}-13\sqrt{13}}{27}$

Questão **3**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Encontre a integral de linha ao longo do caminho C dado:

$\int_C (x - y)\, dx$, onde C: x = t, y = $2t + 1$, *para* $0 \leq t \leq 3$.

Resposta:

Solução:

Substituindo as equivalências de x e y e aplicando o intervalo de integração fornecido temos que:

$$\int_C (x-y)\, dx = \int_0^3 t - (2t+1)\, dt = \int_0^3 t - 2t - 1\, dt = \left[\frac{t^2}{2} - \frac{2t^2}{2} - t\right]_0^3 = \frac{9}{2} - 9 - 3 = \frac{9-18-6}{2} = \frac{-15}{2} = -7,5$$

A resposta correta é: -7,5

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Encontre o fluxo do campo $\vec{\mathbf{F}}_1 = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ atarvés da circunferência $\vec{\mathbf{r}}(t) = (\cos(t))\mathbf{i} + (\sin(t))\mathbf{j},\ 0 \le t \le 2\pi$.

Escolha uma opção:

- a. π
- b. $-\pi$ ✖
- c. 3π
- d. -2π
- e. 2π

Sua resposta está incorreta.

Solução

Primeiro, calcule o vetor normal. Mas lembre que $\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{T}} \times \vec{\mathbf{k}}$, onde $\vec{\mathbf{k}} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k}$.

Também lembre que $\vec{\mathbf{T}} = \frac{\vec{\mathbf{v}}}{||\vec{\mathbf{v}}||}$, onde $\vec{\mathbf{v}} = (-\sin(t))\mathbf{i} + (\cos(t))\mathbf{j}$ e $||\vec{\mathbf{v}}|| = 1$.

Portanto, o vetor tangente unitário é $\vec{\mathbf{T}} = (-\sin(t))\mathbf{i} + (\cos(t))\mathbf{j}$.

Então podemos calcular o vetor normal,

$$\vec{\mathbf{n}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\sin(t) & \cos(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{n}} = (\cos(t))\mathbf{i} + (\sin(t))\mathbf{j}$$

Agora, calcule o fluxo $\vec{\mathbf{F}}_1$:

$$\int_0^{2\pi} \left(\vec{\mathbf{F}}_1 \cdot \vec{\mathbf{n}}\right)\, dt = \int_0^{2\pi} (\cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j}) \cdot (\cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j})\, dt$$

$$= \int_0^{2\pi} (\cos(t)^2 + \sin(t)^2)\, dt = \int_0^{2\pi}\, dt = 2\pi$$

A resposta correta é: 2π

Questão **5**

Não respondido

Vale 2,00 ponto(s).

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \; - \; 2x\mathbf{j} \; + \sqrt{y}\mathbf{k}$
- C é o caminho dado pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$ para $0 \leq t \leq 1$.

Resposta: ✖

Solução:

L

Lembrando que: $W = \int\limits_{C_1} dw \rightarrow \int\limits_{C_1} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \rightarrow \int\limits_{C_1} \vec{\mathbf{F}} \cdot \left(\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}\right) dt$

i) Derivando $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \; - \; 2x\mathbf{j} \; + \sqrt{y}\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}(t) = \sqrt{t}\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}$

iii) Simplificando para a integração:

$\vec{\mathbf{F}}(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \left(\sqrt{t}\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}\right) \cdot (\mathbf{i} \; + \mathbf{j} \; + \mathbf{k})\, dt = \left(\sqrt{t} - 2t + \sqrt{t}\right) dt = \left(2\sqrt{t} - 2t\right) dt$

iv) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_1} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int\limits_a^b \vec{\mathbf{F}}\left(\vec{\mathbf{r}}(t)\right) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \int\limits_0^1 2\sqrt{t} - 2t dt = 2\int\limits_0^1 t^{\frac{1}{2}} - t dt = 2\left[\frac{2t^{3/2}}{3} - \frac{t^2}{2}\right]_0^1 = 2\left[\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) - (0-0)\right] = 2\left[\frac{4-3}{6}\right] = \frac{1}{3} = 0,33$$

Resposta: $\frac{1}{3}$.

A resposta correta é: 0,33333