Klayver Ximenes Carmo 427651

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Iniciado em	terça, 29 Set 2020, 13:45
Estado	Finalizada
Concluída em	terça, 29 Set 2020, 20:54
Tempo empregado	7 horas 8 minutos
Avaliar	**8,00** de um máximo de 10,00(**80**%)

Questão **1**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Mostre que a forma diferencial na integral $\int_{(2,3,-6)}^{(0,0,0)} 2x\,dx + 2y\,dy + 2z\,dz$ é exata. Em seguida, calcule a integral.

Resposta: -49 ✗

SOLUÇÃO:

- Como $\vec{\mathbf{F}}(x, y, z) = 2x\mathbf{i} + 2y\mathbf{j} + 2z\mathbf{k}$ e que $\frac{\partial P}{\partial y} = 0 = \frac{\partial N}{\partial z}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$. Portanto, concluímos que $M\,dx + N\,dy + P\,dz$ é exata.

- Temos que:

= $\frac{\partial f}{\partial x} = 2x$

Logo, $f(x, y, z) = x^2 + g(y, z)$

- Calculando $g(y, z)$

= $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{\partial g}{\partial y} = 2y$. Assim, $g(y, z) = y^2 + h(z)$.

Logo, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + h(z)$.

- Calculando $h(z)$

$\frac{\partial f}{\partial z} = h'(z) = 2z$

Logo, $\int h'(z)\, dz \Rightarrow h(z) = z^2 + C$

Assim, $f(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 + C$

A resposta correta é: 49.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre uma função potencial f para o campo $\vec{\mathbf{F}} = e^{y+2z}(\mathbf{i} + x\mathbf{j} + 2x\mathbf{k})$.

Escolha uma:

a. $f(x, y, z) = 3xe^{y+2z} + C$

b. $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + C$

c. $f(x, y, z) = 2xe^{y+3z} + C$

d. $f(x, y, z) = 2xe^{y+2z} + C$

e. $f(x, y, z) = xe^{y+3z} + C$

Sua resposta está correta.

Solução:

A definição de função potencial é:

$$\vec{\mathbf{F}} = \nabla f(x, y, z)$$

Sendo que ∇ é:

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)$$

Então, a questão quer que achemos a função f de forma:

$$\vec{\mathbf{F}} = \left(\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}, \frac{\partial f}{\partial z}\right)$$

logo,

$$\frac{\partial f}{\partial x} = e^{y+2z} \to f(x, y, z) = xe^{y+2z} + g(y, z) \to \frac{\partial f}{\partial y} = xe^{y+2z} + \frac{\partial g}{\partial y} = xe^{y+2z} \to \frac{\partial g}{\partial y} = 0$$

$$\to f(x, y, z) = xe^{y+2z} + h(z) \to \frac{\partial f}{\partial z} = 2xe^{y+2z} + h'(z) = 2xe^{y+2z}$$

$$\to h'(z) = 0 \to h(z) = c \to f(x, y, z) = xe^{y+2z} + c$$

Resposta: Concluímos que $\vec{\mathbf{F}}$ é um campo vetorial conservativo e que sua função potencial é $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + c.$

A resposta correta é: $f(x, y, z) = xe^{y+2z} + C$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Use o terema de Green para resolver a integral $\oint_C 6y + xdx + (y + 2x)dy$ sobre a circunferência $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Escolha uma:

- a. -16π ✓
- b. -6π
- c. -11π
- d. -12π
- e. -8π

Sua resposta está correta.

Resposta:

Logo $r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$

Passo 1: Transforma a integral de linha em integral dupla

$\int_C (6y + x)dx + (y + 2x)dy = \iint$

\displaystyle \frac{\rho N}{\rho x}=\frac{\rho y+2x}{\rho x}=2 \\ \displaystyle \frac{\rho M}{\rho y}=\frac{\rho 6y+x}{\rho y}= 6

\displaystyle\oint\limits_{C} M(8y+x)dx +N(y+2x)dy \displaystyle\iint\limits_{R}(2-6)\,dx\,dy \Rightarrow \iint\limits_{R}-4dxdy

Usando a área do círculo para concluir a integral temos:

\displaystyle \iint\limits_{R}-4dxdy = -4 \pi r^2= -4\pi(2)^2= -16\pi

A resposta correta é: \(-16\pi\)

.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\displaystyle\oint\limits_{C}\:xdy-ydx$ para encontrar a área do astroide ${\bf{\vec{r}}}(t) = \left(\cos ^3 t \right){\bf{i}} + \left(\sin^3 t \right){\bf{j}}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Escolha uma:

a. $\displaystyle\frac{5\pi }{8}$

b. $\displaystyle\frac{3\pi }{2}$

c. $\displaystyle\frac{3\pi }{8}$

d. $\displaystyle\frac{7\pi }{2}$

e. $\displaystyle\frac{5\pi }{2}$

Sua resposta está correta.

Solução:

i) Derivando x e y temos:

\(M=x=\cos^3t \rightarrow dx = -3\cos^2t\:\sin t \)

\(N=y=\sin^3t \rightarrow dy = 3\sin^2 t\cos t \)

ii) De acordo com o Teorema de Green faz-se necessário respeitar o seguinte formato:

\(M dy-N dx\)

Realizando a substituição, obtemos:

\(\cos^3t \:(3\sin^2t\cos t) - \sin^3t\:(-3\sin^2t\:\sin t) \).

iii) Simplificando:

\(3\sin^2t\:\cos^4t+3\cos^2t\:\sin^4t = 3\sin^2t\:\cos^2t\:(\cos^2t+\sin^2t) = 3\sin^2t\:\cos^2t \)

iv) Dado que a área da região \(R\) é \(\frac{1}{2}\displaystyle\oint\limits_{C}\:xdy-ydx\) , temos que após as devidas substituições a integral é:

\(\frac{1}{2}\displaystyle\int \limits_{0}^{2\pi }\:3\sin^2t\cos^2tdt = \frac{1}{2}\left[3 \displaystyle\int \limits_{0}^{2\pi }\frac{1-\cos\left(4t\right)}{8}dt\:\right] = \frac{1}{2}\left[\displaystyle\frac{3}{8}\left(\displaystyle\int \limits_{0}^{2\pi }dt-

\displaystyle\int _0^{2\pi }\cos\left(4t\right)dt\:\:\right)\:\right] =\frac{1}{2}\left[\displaystyle\frac{3}{8}\left(t+\sin\left(4t\right)\right)\right]^{2\pi}_{0} = \displaystyle\frac{3\pi }{8} \).

Resposta = \(\displaystyle\frac{3\pi }{8}\)

A resposta correta é: \(\displaystyle\frac{3\pi }{8}\)

.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo ${\bf \vec F}=\left(x-y\right){\bf i}+\left(y-x\right){\bf j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta: 0

Resposta:

Tomando $M=x-y$ e $N=y-x$

Calculamos as derivadas:

$\frac{\partial M}{\partial x}=1; \frac{\partial N}{\partial y}=1; \frac{\partial M}{\partial y}=-1; \frac{\partial N}{\partial x}=-1$

Circulação:

$\iint \limits_{R}\:\:\left(\frac{\partial N}{\partial x}-\frac{\partial M}{\partial y}\right)\:dxdy$

$=\int _0^1\int _0^1\:-1-\left(-1\right)\:dxdy$

$=0$

A resposta correta é: 0.

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social