Iniciado em	Tuesday, 25 Oct 2022, 10:47
Estado	Finalizada
Concluída em	Wednesday, 16 Nov 2022, 20:04
Tempo empregado	22 dias 9 horas
Notas	6,00/6,00
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral $\int_{(1,1,1)}^{(1,2,3)} 3x^2dx + \frac{z^2}{y}\,dy + 2z\ln(y)dz.$

Escolha uma opção:

- a. $5\ln(2)$
- b. $9\ln(2)$
- c. $5\ln(2)$
- d. $12\ln(2)$
- e. $7\ln(2)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Aplicando o teste de exatidão:

Fazemos $M = 3x^2$, $N = \frac{z^2}{y}$ e $P = 2z\ln(y)$

$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{2z}{y} = \frac{\partial N}{\partial x}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$

Essas igualdades nos dizem que $3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz$ é exata, assim

$3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz = df$

para alguma função f e o valor da integral é $f(1,2,3)\text{–}(1,1,1)$.

Encontramos f a menos de uma constante integrando as equações

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{z^2}{y}$ e $\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y)$

A partir da primeira equação, obtemos

$f(x,y,z) = x^3 + g(y,z)$.

A segunda nos fornece

$g(y,z) = z^2\ln(y) + h\,(z)$

Então $f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + h\,(z)$

A partir da terceira temos que

$\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y) + h'\,(z)$

$h'\,(z) = 0$

$h\,(z) = C$

Portanto

$f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + C$

O valor da integral de linha é independente do caminho tomado de $(1,1,1)$ a $(1,2,3)$ e é igual a

$f(1,2,3) - f(1,1,1)$

$= (1 + 9\ln(2) + C) - (1 + 0 + C)$

$= 9\ln(2)$

A resposta correta é: $9\ln(2)$

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x - y)\,\mathbf{i} + (y - x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta: 0

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$\frac{\partial M}{\partial x} = 1; \frac{\partial N}{\partial y} = 1; \frac{\partial M}{\partial y} = -1; \frac{\partial N}{\partial x} = -1$

Circulação:

$\iint\limits_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y}\right)\, dxdy$

$= \int_0^1 \int_0^1 -1 - (-1)\ dxdy$

$= 0$

A resposta correta é: 0.

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Qual a área da porção do plano $y + 2z = 2$ dentro do cilindro $x^2 + y^2 = 1$?

Escolha uma opção:

- a. $\frac{\sqrt{2}\pi}{3}$
- b. $\frac{\sqrt{3}\pi}{2}$
- c. $\frac{\sqrt{5}\pi}{3}$
- d. $\frac{\sqrt{7}\pi}{2}$
- e. $\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Podemos usar a parametrização explicita:

$$z = f(x, y) \qquad z = \frac{2-y}{2}$$

Definindo os parâmetros:

$$x = rcos\theta$$

$$y = rsen\theta$$

$$\vec{\mathbf{r}}(r, \theta) = (rcos\theta)\mathbf{i} + (rsen\theta)\mathbf{j} + \left(\frac{2 - rsen\theta}{2}\right)\mathbf{k}$$

$$0 \leq r \leq 1$$

$$0 \leq \theta \leq 2\pi$$

Fazendo a Derivada Parcial de r:

$$\vec{\mathbf{r}}_r = (cos\theta)\mathbf{i} + (sen\theta)\mathbf{j} - \left(\frac{sen\theta}{2}\right)\mathbf{k}$$

Fazendo a Derivada Parcial de θ:

$$\vec{\mathbf{r}}_\theta = (-rsen\theta)\mathbf{i} + (rcos\theta)\mathbf{j} - \left(\frac{rcos\theta}{2}\right)\mathbf{k}$$

Calculando o produto vetorial temos:

$$\vec{\mathbf{r}}_r \times \vec{\mathbf{r}}_\theta = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ cos\theta & sen\theta & -\frac{sen\theta}{2} \\ --rsen\theta & rcos\theta & -\frac{rcos\theta}{2} \end{vmatrix}$$

$$= \left(\frac{-rsen\theta cos\theta}{2} + \frac{sen\theta rcos\theta}{2}\right)\mathbf{i} + \left(\frac{rsen^2\theta + rcos^2\theta}{2}\right)\mathbf{j} + \left(rcos^2\theta + rsen^2\theta\right)\mathbf{k}$$

Simplificando:

$$\vec{\mathbf{r}}_r \times \vec{\mathbf{r}}_\theta = \left(\frac{r}{2}\right)\mathbf{j} + (r)\mathbf{k}$$

Calculando o diferencial da área de superficie:

$$d\sigma = \| \vec{\mathbf{r}}_r \times \vec{\mathbf{r}}_\theta \| \; dr\, d\theta$$

$$d\sigma = \| \vec{\mathbf{r}}_r \times \vec{\mathbf{r}}_\theta \| = \sqrt{\frac{r^2}{4} + r^2} = \frac{\sqrt{5}r}{2}$$

Calculando a área pela fórmula diferencial para área da superfície $A = \iint\limits_S \; d\sigma$

$$\begin{aligned} A &= \int_0^{2\pi} \int_0^1 \frac{\sqrt{5}r}{2} \, dr\, d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{5}r^2}{4} \Big|_0^1 \, d\theta \\ &= \int_0^{2\pi} \frac{\sqrt{5}}{4} \, d\theta \\ &= \frac{\sqrt{5}\theta}{4} \Big|_0^{2\pi} \\ &= \frac{\sqrt{5}\pi}{2} \end{aligned}$$

A resposta correta é: $\frac{\sqrt{5}\pi}{2}$

.

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Considere o campo $\vec{\mathbf{F}} = z^2\mathbf{i} + x\mathbf{j} - 3z\mathbf{k}$, para fora (normal para longe do eixo x) através da superfície cortada do cilindro parabólico $z = 4 - y^2$ pelos planos $x = 0$, $x = 1$ e $z = 0$.

Utilize uma parametrização para encontrar o fluxo $\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$ através da superfície na direção determinada.

Resposta: -32

SOLUÇÃO:

- Sendo a parametrização:

$\vec{\mathbf{r}}\,(x\,,\,y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}$, $0 \leq x \leq 1$, $-2 \leq y \leq 2$

- Sendo:

$z = 0 \;\Rightarrow\; 0 = 4 - y^2 \;\Rightarrow\; y = \pm 2$

- Logo,

$\vec{\mathbf{r}}_x = \mathbf{i}$ e $\vec{\mathbf{r}}_y = \mathbf{j} - 2y\mathbf{k}$

$$\Rightarrow \vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2y \end{vmatrix} = 2y\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

- Tendo:

$$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int_a^b \int_c^d \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y}{\|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|} \|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|\, dydx$$

- Substituindo z no produto escalar: $2xy - 3z$:

$= [2xy - 3(4 - y^2)]$

- Tendo finalmente: $\int_0^1 \int_{-2}^2 (2xy + 3y^2 - 12)\, dydx$

$= \int_0^1 \left[xy^2 + y^3 - 12y\right]_{-2}^2 dx$

$= \int_0^1 -32\, dx$

$= -32$

A resposta correta é: -32.

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Seja $\vec{\mathbf{n}}$ a normal unitária exterior da casca elíptica S: $4x^2 + 9y^2 + 36z^2 = 36$, $z \geq 0$, e seja $\vec{\mathbf{F}} = y\mathbf{i} + x^2\mathbf{j} + (x^2 + y^4)^{\frac{3}{2}} \sin e^{\sqrt{xyz}}\mathbf{k}$. Encontre o valor de $\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$.

- a. 8π
- b. -8π
- c. -4π
- d. 6π
- e. -6π

Sua resposta está correta.

Solução: Temos $x = 3\ \cos\ t$ e $y = 2\ \sin\ t$

$\vec{\mathbf{F}} = (2\ \sin\ t)\mathbf{i} + (9\ \cos^2\ t)\mathbf{j} + (9\ \cos^2\ t + 16\ \sin^4\ t)\ \sin\ e^{\sqrt{(6\ \sin\ t\ \cos\ t)(0)}}\ \mathbf{k}$

$r = (3\ \cos\ t)\mathbf{i} + (2\ \sin\ t)\mathbf{j}$, então $d\vec{\mathbf{r}} = (-3\ \sin\ t)\mathbf{i} + (2\ \cos\ t)\mathbf{j}$

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = -6\ \sin^2\ t + 18\ \cos^3\ t$

$\int\int_S \nabla \times \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int_0^{2\pi}(-6\ \sin^2\ t + 18\ \cos^3\ t)\ dt = \left[-3t + \frac{3}{2}\sin\ 2t + 6(\sin\ t)(\cos^2\ t + 2)\right]_0^{2\pi} = -6\pi.$

A resposta correta é:
-6π

.

Re

Questão **6**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema da divergência para encontrar o fluxo exterior de $\vec{\mathbf{F}}$ através da fronteira da região D.

Lata cilíndrica $\vec{\mathbf{F}} = (6x^2 + 2xy)\mathbf{i} + (2y + x^2 z)\mathbf{j} + 4x^2y^3\mathbf{k}$, D: A região cortada do primeiro octante pelo cilindro $x^2 + y^2 = 4$ e pelo plano $z = 3$.

- a. $115 - 6\pi$
- b. $114 - 6\pi$
- c. $-113 + 6\pi$
- d. $112 + 6\pi$ ✔
- e. $-111 - 6\pi$

Sua resposta está correta.

Solução: Primeiro fazemos a derivada parcial

$\frac{\partial}{\partial x}(6x^2 + 2xy) = 12x + 2y, \frac{\partial}{\partial y}(2y + x^2 z) = 2, \backslash, \frac{\partial}{\partial z}(4x^2y^3) = 0$. Obtemos $\nabla \cdot \vec{\mathbf{F}} = 12x + 2y + 2$. Então calculamos o fluxo:

$flux = \int \int_D \int (12x + 2y + 2)\, d\vec{\mathbf{V}} = \int_0^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 (12r \cos\theta + 2r \sin\theta + 2)\, r\, dr\, d\theta\, dz = \int_0^3 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(32 \cos\theta + \frac{16}{3}\sin\theta + 4\right)\, d\theta\, dz$

A resposta correta é:
$112 + 6\pi$
.

◄ Teste de revisão 9

Seguir para...

AP3 Turma 01 ►