Pedro Afonso Gomes Moura 389112

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Painel ► SBL0059 ► 1 outubro - 7 outubro ► Simulação da AP2

Iniciado em	segunda, 5 Out 2020, 13:36
Estado	Finalizada
Concluída em	segunda, 5 Out 2020, 14:16
Tempo empregado	40 minutos 33 segundos
Avaliar	**8,00** de um máximo de 10,00(**80**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Substitua a integral cartesiana por uma integral equivalente. Em seguida, calcule a integral polar:

$$\int_0^2 \int_0^{\sqrt{4-y^2}} \left(x^2+y^2\right)\, dxdy.$$

Qual o valor dessa integral?

Escolha uma:

- a. π
- b. 2π ✓
- c. $-\pi$
- d. 3π
- e. -3π

Sua resposta está correta.

Resposta:

Primeiramente, se converte os valores para polares para então encontrar o raio.

$0 \leq y \leq 2$

$0 \leq x \leq \sqrt{4-y^2}$.

A área está delimitada por um círculo com raio $r = 2$, logo: $0 \leq r \leq 2$.

A seguir, vamos encontrar os quadrantes:

$0 \leq y \leq 2$

$0 \leq x \leq \sqrt{4-y^2}$.

A região no quadrante 1 é:

$0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$.

Convertemos dA em coordenadas polares e obtemos: $x^2 + y^2 = r^2$.

Concluindo, após encontrarmos as coordenadas polares, integramos:

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^2 r^2 r dr d\theta$

$= 2\pi.$

A resposta correta é: 2π

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral $\int_{-1}^{1} \int_{0}^{1} \int_{0}^{2} (x+y+z)\ dydxdz.$

Resposta: 6

Resposta:

Calculamos a integral tripla:

$\int_0^2 (2x+y+z)\, dy =$

$= [xy]_0^2 + \left[\frac{y^2}{2}\right]_0^2 + [zy]_0^2$

$= 2x + 2z + 2$

$\int_0^1 (2x+2z+2)\, dx =$

$= 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + [2zx]_0^1 + [2x]_0^1$

$= 2z + 3$

$\int_{-1}^1 (2z+3)\, dz =$

$= 0 + [3z]_{-1}^1$

$= 6$

A resposta correta é: 6.

Questão **3**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral em coordenadas cilíndricas

$$\int_0^{2\pi}\int_0^1\int_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(r^2\sin^2(\theta)+z^2\right)dzrdrd\theta.$$

Escolha uma:

- a. $\frac{2\pi}{3}$
- b. $\frac{\pi}{6}$
- c. $\frac{\pi}{2}$
- d. $\frac{\pi}{3}$ ✓
- e. $\frac{3\pi}{2}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

$z = r$

$\int_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}}\left(r^2\sin^{\,2}(\theta\,)\ +r^2\right)dr =$

$= \int_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} r^2\,dr + \int_{\frac{-1}{2}}^{\frac{1}{2}} r^2\sin^2(\theta)\,dr = \left[\frac{r^3}{3}\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} + \left[r^2\sin^2(\theta)\right]_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}}$

$= \frac{1}{12} + r^2\sin^2(\theta)$

$\int_0^1\left(\frac{1}{12}+r^2\sin^2(\theta)\right)r\,dr =$

$= \int_0^1 \frac{r}{12} + r^3\sin^2(\theta)dr = \int_0^1 \frac{r}{12}dr + \int_0^1 r^3\sin^2(\theta)dr = \frac{1}{12}\left[\frac{r^2}{2}\right]_0^1 + \sin^2(\theta)\left[\frac{r^4}{4}\right]_0^1$

$= \frac{1}{24} + \sin^2(\theta)\frac{1}{4}$

$\int_0^{2\pi}\left(\frac{1}{24}+\sin^2(\theta)\frac{1}{4}\right)d\theta =$

$= \int_0^{2\pi}\frac{1}{24}d\theta + \int_0^{2\pi}\sin^2(\theta)\frac{1}{4}d\theta = \left[\frac{1}{24}\theta\right]_0^{2\pi} + \frac{1}{8}(2\pi-0) = \frac{\pi}{12}+\frac{\pi}{4}$

$= \frac{\pi}{3}$

A resposta correta é: $\frac{\pi}{3}$

.

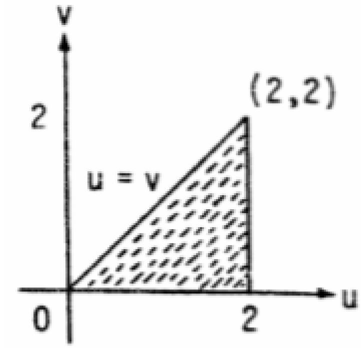
/

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Encontre a imagem pela transformação $u = x + 2y$, $v = x - y$ da região triangular no plano xy delimitadas pelas retas $y = 0$, $y = x$ e $x + 2y = 2$. Esboce a região transformada no plano uv. Depois compare com a figura abaixo.



Agora, resolva o sistema

$u = x + 2y$ e $v = x - y$

para x e y em termos de u e v. Em seguida, encontre o valor do jacobiano $\dfrac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)}$.

Resposta: -0,5 ✗

Primeira Solução:

A região triangular no plano xy possui vértices $(0,0)$,$(2,0)$ e $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$.

O segmento de linha $y = x$ de $(0,0)$ para $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ é $x - y = 0 \Rightarrow v = 0$;

O Segmento de linha $y = 0$ de $(0,0)$ para $(2,0) \Rightarrow u = v$;

O Segmento de linha $x + 2y = 2$ de $(\frac{2}{3}, \frac{2}{3})$ para $(2,0) \Rightarrow u = 2$.

Segunda Solução:

$x + 2y = u$ e $x - y = v$

$\Rightarrow 3y = u - v$ e $x = v + y$

$\Rightarrow y = \frac{1}{3}u - v$ e $x = \frac{1}{3}(u + 2v)$;

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} \end{vmatrix} = -\frac{1}{9} - \frac{2}{9} = -\frac{1}{3}$$

A resposta correta é: -0,3333.

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule $\int_C x\ ds$, onde C é a curva parabólica $x = t$,$y = t^2$, entre $(0,0)$ e $(2,4)$.

Escolha uma:

- a. $\frac{14\sqrt{17}-1}{12}$
- b. $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$ ✓
- c. $\frac{15\sqrt{17}-1}{12}$
- d. $\frac{16\sqrt{17}-1}{12}$
- e. $\frac{13\sqrt{17}-1}{12}$

Sua resposta está correta.

Similar ao item a que a curva parabólica é contínua sobre a curva C a integral pode ser calculada por :

$$\int_C x\ ds = \int_a^b x(t)\ \| \vec{\mathbf{v}}(t) \|\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + \ t^2\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\| \vec{\mathbf{v}}(t) \| = \sqrt{1+4t^2}$$

Substituindo então os dados encontrados na integral, temos:

$$\int_C x\ ds = \int_0^2 t\sqrt{1+4t^2}\ dt$$

Aplicando método de resolução de integral substituição simples, tomemos:

$$u = 4t^2 + 1$$

$$du = 8t\ dt$$

/

$$\frac{du}{8} = t\ dt$$

Colocando os limites de integração em relação a variável u substituindo os valores iniciais:

$$u(0) = 4\ 0^2 + 1$$

$$u(0) = 1$$

$$u(2) = 4\ 2^2 + 1$$

$$u(2) = 17$$

Substituindo os limites de integração :

$$\int_0^2 t\sqrt{1+4t^2}\ dt = \frac{1}{8}\int_1^{17} \sqrt{u}\ du$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17}$$

Substituindo os dados temos:

$$\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17} = \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{17^3}) - \left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{1^3})\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2(17)(\sqrt{17})}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(17\sqrt{17} - 1)$$

$$= \frac{17\sqrt{17} - 1}{12}$$

A resposta correta é: $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$

.

Questão **6**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}_2 = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j}$ ao redor da elipse $\vec{\mathbf{r}}(t) = (cos(t))\mathbf{i} + (4sen(t))\mathbf{j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Escolha uma:

- a. 5π
- b. 3π
- c. 8π ✓
- d. 2π
- e. 7π

Sua resposta está correta.

Solução:

Primeiro, nós calculamos a velocidade:

$$\frac{d\vec{r}(t)}{dt} = -\sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j}.$$

Agora podemos calcular a circulação do campo $\vec{\mathbf{F}}_2$:

$$\int_0^{2\pi} \left(\vec{\mathbf{F}}_2 \cdot \frac{d\vec{r}(t)}{dt}\right) dt = \int_0^{2\pi} (-4\sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j}) \cdot (-\sin(t)\mathbf{i} + 4\sin(t)\mathbf{j})\, dt$$

$$= \int_0^{2\pi} (4\sin(t)^2 + 4\cos(t)^2)\, dt = \left([4t]_0^{2\pi}\right) = (8\pi)$$

A resposta correta é: 8π

.

Questão **7**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral $\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} \sin(y)\cos(x)\ dx + \cos(y)\sin(x)\ dy +\ dz$

Resposta: 1

Resposta:

A forma diferencial de $M\ dx + N\ dy + P\ dz$é exata em um domínio convexo, se e somente se :

$$M\ dx + N\ dy + P\ dz = \frac{\partial f}{\partial x}\ dx + \frac{\partial f}{\partial y}\ dy + \frac{\partial f}{\partial z}\ dz =\ df$$

Onde:

$$M\ dx = sen(y)\ cos(x)\ dx$$

$$N\ dy = cos(y)\ sen(x)\ dy$$

$$P\ dz = 1\ dz$$

Calculando os diferenciais da integral acima temos:

$$\frac{\partial\ M}{\partial y} = \frac{\partial\ sen(y)\ cos(x)}{\partial y} = cos(x)\ cos(y)$$

$$\frac{\partial\ M}{\partial z} = \frac{\partial\ sen(y)\ cos(x)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\ N}{\partial x} = \frac{\partial\ sen(x)\ cos(y)}{\partial x} = cos(x)\ cos(y)$$

$$\frac{\partial\ N}{\partial z} = \frac{\partial\ sen(x)\ cos(y)}{\partial z} = 0$$

$$\frac{\partial\ P}{\partial x} = \frac{\partial\ (1)}{\partial x} = 0$$

$$\frac{\partial\ P}{\partial y} = \frac{\partial\ (1)}{\partial y} = 0$$

Logo observamos que a condição é satisfeita e o diferencial de $M\ dx + N\ dy + P\ dz$definida inicialmente é exata.

$$\vec{\mathbf{F}}(x) = sen(y)\ cos(x)\mathbf{i} + sen(x)\ cos(y)\mathbf{j} + 1\mathbf{k}$$

$$\frac{\partial f}{\partial\ x} = M\ = sen(y)\ cos(x)$$

Derivando em relação a x , temos:

$$f(x, y, z) = sen(x)\ sen(y) + g(y, z)$$

Derivando em relação a y , temos:

$$f_y(x, y, z) = sen(x)\ cos(y) + g_y(y, z)$$

$$f_y(x, y, z) = N\ = sen(x)\ cos(y)$$

Assim temos que $g(y, z) = 0$. Então integrando em relação a y, temos:

$$f(x, y, z) = sen(x)\ sen(y) + h(z)$$

Derivando em relação a z:

$$f_z(x, y, z) = h'(z) = 1$$

Derivando em relação a z, temos:

$$f_z(x, y, z) = h(z) = z + C$$

Logo,

$$f(x, y, z) = sen(x)\ sen(y) + z + C$$

$$\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} sen(y)\ cos(x)\ dx + cos(y)\ sen(x)\ dy\ + dz = f(0, 1, 1) - f(1, 0, 0)$$

$$(0 + 1) - (0 + 0) = 1$$

$$\int_{(0,1,1)}^{(1,0,0)} sen(y)\ cos(x)\ dx + cos(y)\ sen(x)\ dy\ + dz = 1$$

A resposta correta é: 1.

Questão **8**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Utilize o teorema de Green para encontrar o fluxo em sentido anti-horário para o campo $\vec{\mathbf{F}} = (x - y)\,\mathbf{i} + (y - x)\,\mathbf{j}$ e a curva C (o quadrado limitado por $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$, $y = 1$).

Resposta: 2

Resposta:

Tomando $M = x - y$ e $N = y - x$

Calculamos as derivadas:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = 1; \frac{\partial N}{\partial y} = 1; \frac{\partial M}{\partial y} = -1; \frac{\partial N}{\partial x} = -1$$

Fluxo:

$$\iint_R \left(\frac{\partial M}{\partial x} + \frac{\partial N}{\partial y}\right)\, dxdy$$

$$= \iint_R \; 2\, dxdy$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 \; 2\, dxdy$$

$$= \int_0^1 \; 2\, dx = 2$$

$$= \int_0^1 \; 2\, dy$$

$$= 2$$

A resposta correta é: 2.

Questão **9**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 1,00

Qual a parametrização de uma faixa esférica, considerando a porção da esfera $x^2 + y^2 + z^2 = 3$ entre os planos $z = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e $z = \frac{-\sqrt{3}}{2}$?

Escolha uma:

a.
$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} - (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$,
$\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

b.
$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$,
$\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

c.
$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$,
$\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq \pi$

✗

d.
$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} - (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$,
$\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

e.
$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} - (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$,
$\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

Sua resposta está incorreta.

SOLUÇÃO:

- Em coordenadas esférica:

$x = \rho\sin(\phi)\cos(\theta)$

$y = \rho\sin(\phi)\sin(\theta)$

- Sabendo que

$\rho = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$

- Então,

$\rho^2 = 3$

$= \sqrt{3}$

- Logo,

$z = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Para a esfera.

$z = \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi = \frac{\pi}{3}$

- Fazendo com o outro z, teremos

$z = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

$z = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi = \frac{2\pi}{3}$

- Assim, a parametrização para a superfície dada é:

$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$,

$\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

A resposta correta é:

$\vec{\mathbf{r}}(\phi, \theta) = (\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i} + (\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j} + (\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$,

$\frac{\pi}{3} \leq \phi \leq \frac{2\pi}{3}$, $0 \leq \theta \leq 2\pi$

.

Questão **10**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Considere o campo $\vec{\mathbf{F}} = z^2\mathbf{i} + x\mathbf{j} - 3z\mathbf{k}$, para fora (normal para longe do eixo x) através da superfície cortada do cilindro parabólico $z = 4 - y^2$ pelos planos $x = 0$, $x = 1$ e $z = 0$.

Utilize uma parametrização para encontrar o fluxo $\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$ através da superfície na direção determinada.

Resposta: -32

SOLUÇÃO:

- Sendo a parametrização:

$$\vec{\mathbf{r}}\,(x\,,\ y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}\ ,\ 0 \le x \le 1\ ,\ -2 \le y \le 2$$

- Sendo:

$$z = 0\ \Rightarrow\ 0 = 4 - y^2\ \Rightarrow\ y = \pm 2$$

- Logo,

$\vec{\mathbf{r}}_x = \mathbf{i}$ e $\vec{\mathbf{r}}_y = \mathbf{j} - 2y\mathbf{k}$

$$\Rightarrow\ \vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2y \end{vmatrix} = 2y\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

- Tendo:

$$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int_a^b \int_c^d \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y}{\|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|} \|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|\, dydx$$

- Substituindo z no produto escalar: $2xy - 3z$:

$$= [2xy - 3(4 - y^2)]$$

- Tendo finalmente: $\int_0^1 \int_{-2}^2 (2xy + 3y^2 - 12)\, dydx$

= $\int_0^1 \left[xy^2 + y^3 - 12y\right]_{-2}^2 dx$

= $\int_0^1 -32\, dx$

= -32

A resposta correta é: -32.

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social