Matheus Henrique 470894

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Iniciado em	segunda, 14 Set 2020, 21:46
Estado	Finalizada
Concluída em	segunda, 14 Set 2020, 21:51
Tempo empregado	4 minutos 20 segundos
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**
Correto
Atingiu 2,00 de 2,00

O campo $\vec{\mathbf{F}} = y\mathbf{i} + (x+z)\mathbf{j} - y\mathbf{k}$ é conservativo.

Escolha uma opção:
- Verdadeiro
- Falso ✓

Solução:

$\vec{\mathbf{F}}$ é conservativo se, e somente se,

$\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial z}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = \frac{\partial P}{\partial x}$ e $\frac{\partial N}{\partial z} = \frac{\partial M}{\partial y}$.

Encontrando M , N e P:

$M = \frac{\partial f}{\partial x} = y$, $N = \frac{\partial f}{\partial y} = x + z$ e $P = \frac{\partial f}{\partial z} = -y$;

Calculando as derivadas parciais de P em relação a y, M em relação a z e N em relação a z:

$\frac{\partial P}{\partial y} = -1$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 1$ e $\frac{\partial N}{\partial z} = 0$;

Como $\frac{\partial P}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial z}$, $\frac{\partial M}{\partial z} \neq \frac{\partial P}{\partial x}$ e $\frac{\partial N}{\partial z} \neq \frac{\partial M}{\partial y}$, então o campo é não conservativo.

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

O campo $\vec{\mathbf{F}} = (z+y)\vec{\mathbf{i}} + z\vec{\mathbf{j}} + (y+x)\vec{\mathbf{k}}$ é conservativo.

Escolha uma opção:

- Verdadeiro
- Falso ✓

Solução:

O teste das componentes para campos conservativos define que um campo

$\vec{\mathbf{F}} = M(x,y,z)\vec{\mathbf{i}} + N(x,y,z)\vec{\mathbf{j}} + P(x,y,z)\vec{\mathbf{k}}$

qualquer é conservativo se, e somente se,

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(N)}{\partial(z)}$, $\frac{\partial(M)}{\partial(z)} = \frac{\partial(P)}{\partial(x)}$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(x)} = \frac{\partial(M)}{\partial(y)}$

Assim, temos que para este caso:

$M(x,y,z) = z+y$

$N(x,y,z) = z$

$P(x,y,z) = y+x$

E fazendo então os testes temos (lembrando que caso uma igualdade do teste seja quebrada já temos que o campo não é conservativo):

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(y+x)}{\partial(y)} = x$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(z)} = \frac{\partial(z)}{\partial(z)} = 1$.

Como a igualdade esperada não foi obtida, já podemos afirmar que $\vec{\mathbf{F}}$ **não é conservativo**.

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize o teorema de Green para encontrar a circulação em sentido anti-horário para o campo$\mathbf{F} = (y^2 - x^2)\mathbf{i} + (x^2 + y^2)\mathbf{j}$ e a curva C (o triângulo limitado por $y = 0$, $x = 3$, $y = x$).

Resposta: 9

Resposta:

Primeiramente devemos definir nosso M e N:

$M = y^2 - x^2$ e $N = x^2 + y^2$

Circulação:

Neste caso podemos usar o Teorema de Green. Aplicaremos os valores na equação $\iint\limits_R \frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} dA$.

Primeiro, nós calculamos:

$\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$

Agora, podemos calcular a integral:

$\int_0^3 \int_0^x 2x - 2y\, dydx$

$= \int_0^3 \left[2xy - \frac{2y^2}{2}\right]_0^x dx$

$= \int_0^3 2x^2 - x^2\, dx$

$= \left[\frac{2x^3}{3} - \frac{x^3}{3}\right]_0^3$

$= \frac{2(3)^3}{3} - \frac{(3)^3}{3} = \frac{2(27)}{3} - \frac{(27)}{3}$

$= 18 - 9 = 9$

A resposta correta é: 9.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}} = 2xy^3\mathbf{i} + 4x2y^2\mathbf{j}$ para mover uma partícula uma vez em sentido anti-horário ao redor da fronteira da região "triangular" no primeiro quadrante delimitada superiormente pelo eixo x, a reta $x = 1$ e a curva $y = x^3$.

Escolha uma:

- a. $\frac{2}{33}$ ✓
- b. $\frac{2}{39}$
- c. $\frac{2}{35}$
- d. $\frac{2}{37}$
- e. $\frac{2}{31}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Sendo $\vec{\mathbf{F}}$ um campo conservativo do tipo $\vec{\mathbf{F}} = M\mathbf{i} + N\mathbf{j}$ de derivadas parciais de primeira ordem contínuas.

$$\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds = \oint_C M dx + N dy = \iint_R \left(\frac{\partial N}{\partial x} - \frac{\partial M}{\partial y} \right) dx\, dy$$

.

Aplicando o Teorema de Green com a fórmula Circulação Rotacional Tangencial, onde

Onde M corresponde os componentes em $\mathbf{i}$ e N os componentes em $\mathbf{j}$. Assim:

$$M = 2xy^3$$

$$N = 4x^2y^2$$

Para as derivadas parciais teremos:

$$\frac{\partial N}{\partial x} = 8xy^2$$

$$\frac{\partial M}{\partial y} = 6xy^2$$

Da curva C obtemos as variações de x e y onde:

$$0 < x < 1$$

$$0 < y < x^3$$

Substituindo os dados na fórmula de Circulação Rotacional e resolvendo a integral obtemos:

$$\oint_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds = \int_0^1 \int_0^{x^3} 8xy^2 - 6xy^2\, dy\, dx$$

$$= \int_0^1 \int_0^{x^3} 2xy^2\, dy\, dx$$

$$= \int_0^1 \left. \frac{2xy^3}{3} \right|_0^{x^3} dx$$

$$= \int_0^1 \frac{2x(x^3)^3}{3}\, dx$$

$$= \int_0^1 \frac{2x^{10}}{3}\, dx$$

$$= \left. \frac{2x^{11}}{33} \right|_0^1$$

$$= \frac{2}{33}$$

A resposta correta é: $\frac{2}{33}$

.

Questão **5**
Correto
Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\oint\limits_C xdy - ydx$ para encontrar a área do astroide $\vec{\mathbf{r}}(t) = \left(\cos^3 t\right)\mathbf{i} + \left(\sin^3 t\right)\mathbf{j}$, $0 \le t \le 2\pi$.

Escolha uma:

- a. $\dfrac{5\pi}{8}$
- b. $\dfrac{5\pi}{2}$
- c. $\dfrac{3\pi}{2}$
- d. $\dfrac{3\pi}{8}$ ✓
- e. $\dfrac{7\pi}{2}$

Sua resposta está correta.

Solução:

i) Derivando x e y temos:

$M = x = \cos^3 t \to dx = -3\cos^2 t\ \sin t$

$N = y = \sin^3 t \to dy = 3\sin^2 t \cos t$

ii) De acordo com o Teorema de Green faz-se necessário respeitar o seguinte formato:

$Mdy - Ndx$

Realizando a substituição, obtemos:
$\cos^3 t\,(3\sin^2 t\cos t) - \sin^3 t\,(-3\sin^2 t\ \sin t)$.

iii) Simplificando:
$3\sin^2 t\ \cos^4 t + 3\cos^2 t\ \sin^4 t = 3\sin^2 t\ \cos^2 t\,(\cos^2 t + \sin^2 t) = 3\sin^2 t\ \cos^2 t$

iv) Dado que a área da região R é $\frac{1}{2}\oint\limits_C xdy - ydx$, temos que após as devidas substituições a integral é:

$$\tfrac{1}{2}\int\limits_0^{2\pi} 3\sin^2 t\cos^2 t dt = \frac{1}{2}\left[3\int\limits_0^{2\pi}\frac{1-\cos(4t)}{8}dt\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{8}\left(\int\limits_0^{2\pi} dt - \int_0^{2\pi}\cos(4t)dt\right)\right] = \frac{1}{2}\left[\frac{3}{8}(t+\sin(4t))\right]_0^{2\pi} = \frac{3\pi}{8}.$$

Resposta = $\dfrac{3\pi}{8}$

A resposta correta é: $\dfrac{3\pi}{8}$

.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social