Iniciado em	Saturday, 8 Oct 2022, 21:26
Estado	Finalizada
Concluída em	Sunday, 9 Oct 2022, 20:29
Tempo empregado	23 horas 2 minutos
Notas	5,00/5,00
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral tripla $\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{\sqrt{9-x^2}} dzdydx$.

Resposta: 18

Resposta:

Passo 1: Temos que integrar a função em relação a z:

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \int_0^{\sqrt{9-x^2}} 1dzdydx$$

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} [1z]_0^{\sqrt{9-x^2}} dydx =$$

$$\int_0^3 \int_0^{\sqrt{9-x^2}} \left(\sqrt{9-x^2}\right) dydx =$$

Passo 2: Temos que integrar a função em relação a y:

$$\int_0^3 \left[\sqrt{9-x^2}\,y\right]_0^{\sqrt{9-x^2}} dx =$$

$$\int_0^3 \left[\left(\sqrt{9-x^2}\sqrt{9-x^2}\right) - \left(\sqrt{9-x^2}\right)0\right] dx$$

$$\int_0^3 \left(9-x^2\right) dx =$$

Passo 3: Temos que integrar a função em relação a x:

$$I = \int_0^3 9dx - \int_0^3 x^2dx$$

$$\int_0^3 9dx = [9x]_0^3 = 27$$

$$\int_0^3 x^2dx = \left[\frac{x^{2+1}}{2+1}\right]_0^3 = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^3 = 9$$

$$I = 27 - 9 = 18$$

A resposta correta é: 18.

Questão **2**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral iterada $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2)\, dz\, dy\, dx$.

Resposta: 1 ✔

Solução:

Primeiramente integrando em relação a z temos:

$\int_0^1 \int_0^1 \left[x^2 + y^2 + \frac{z^3}{3}\right]_0^1 dy\, dx$

$= \int_0^1 \int_0^1 x^2 + y^2 + \frac{1}{3}\, dy\, dx$

Em seguida integrando em relação a y temos:

$\int_0^1 \left[x^2 + \frac{y^3}{3} + \frac{1}{3}\right]_0^1 dx$

$= \int_0^1 x^2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\, dx$

$= \int_0^1 x^2 + \frac{2}{3}\, dx$

E por último integrando em relação a x temos:

$\left[\frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}\right]_0^1$

$= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$

A resposta correta é: 1.

Questão **3**
Correto
Atingiu 1,00 de 1,00

Qual o valor da integral $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{z}} \int_0^{2\pi} \left(r^2\, cos^2\,\theta\, + z^2\,\right)\, r\, d\theta\, dr\, dz$?

Escolha uma opção:

- a. $\frac{3\pi}{2}$
- b. $\frac{\pi}{3}$ ✔
- c. $\frac{\pi}{2}$
- d. $\frac{2\pi}{3}$
- e. $\frac{5\pi}{2}$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Calculando a Integral: $\int_0^{2\pi} \left(r^2 \cos^2(\theta) + z^2\right) r d\theta$

= $r \int_0^{2\pi} (z^2 + r^2 \cos^2(\theta)) d\theta$
= $r \left(\int_0^{2\pi} z^2 d\theta + \int_0^{2\pi} r^2 cos^2\,(\theta)\, d\theta \right)$
= $r\,(2\pi z^2 + \pi r^2)$

- $\int_0^1 \int_0^{\sqrt{z}} r\,(2\pi z^2 + \pi r^2)\, drdz$

- Calculando a Integral: $\int_0^{\sqrt{z}} r\,(2\pi z^2 + \pi r^2)\, dr$

= $\int_0^{\sqrt{z}} (\pi r^3 + 2\pi z^2 r) dr$
= $\int_0^{\sqrt{z}} \pi r^3 dr + \int_0^{\sqrt{z}} 2\pi z^2 r dr$
= $\pi \frac{z^2}{4} + \pi z^3$

- $\int_0^1 \left(\pi \frac{z^2}{4} + \pi z^3\right) dz$

- Calculando a Integral: $\int_0^1 \left(\pi \frac{z^2}{4} + \pi z^3\right) dz$

= $\int_0^1 (\frac{\pi z^2}{4} + \pi z^3) dz$
= $\int_0^1 \frac{\pi z^2}{4} dz + \int_0^1 \pi z^3 dz$
= $\frac{\pi}{12} + \frac{\pi}{4}$
= $\frac{\pi}{3}$

- Temos então que:
$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{z}} \int_0^{2\pi} \left(r^2\, cos^2\,\theta\, + z^2\,\right)\, r\, d\theta\, dr\, dz = \frac{\pi}{3}$

A resposta correta é: $\frac{\pi}{3}$

.

Questão **4**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Calcule a integral em coordenadas cilíndrica $\int_0^{2\pi}\int_0^3\int_{\frac{r^2}{3}}^{\sqrt{18-r^2}} dz\, r\, dr\, d\theta.$

Escolha uma opção:

- a. $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$
- b. $\frac{2\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$
- c. $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{5}$
- d. $-\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$
- e. $-\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{2}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciar, vamos resolver dz e r da integral da primeira iteração:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^3 \left[r\left(2-r^2\right)^{\frac{1}{2}} - r^2\right] dr\, d\theta.$$

Resolvendo dr da segunda integral:

$$\int_0^{2\pi} \left[-\frac{1}{3}\left(2-r^2\right)^{\frac{3}{2}} - \frac{r^3}{3}\right]_0^1 d\theta.$$

Finalizando, vamos resolver $d\theta$ da última integral:

$$\int_0^{2\pi} \left(\frac{2^{\frac{3}{2}}}{3} - \frac{2}{3}\right) d\theta$$

$$= \frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}.$$

A resposta correta é: $\frac{4\pi(\sqrt{2}-1)}{3}$

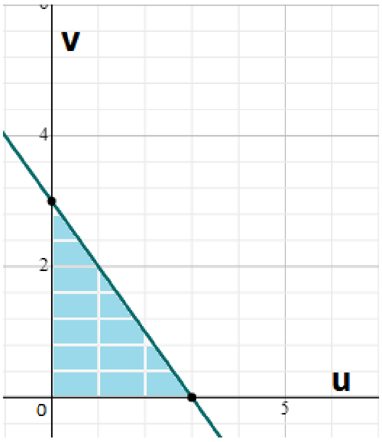
.

Questão **5**

Correto

Atingiu 1,00 de 1,00

Encontre a imagem pela transformação $u = x - y$, $v = 2x + y$ da região triangular com vértices $(0,0)$, $(1,1)$ e $(1,-2)$ no plano xy. Esboce a região transformada no plano uv. Depois compare com a figura abaixo.



Agora, resolva o sistema

$u = x - y, \qquad v = 2x + y$

para x e y em termos de u e v. Em seguida, encontre o valor do jacobiano $\partial(x,y)/\partial(u,v)$.

Resposta: 0,33333 ✔

Primeira Solução:

Temos que para $x = 0$ e $y = 0 \Rightarrow u = 0$ e $v = 0$.

Temos que para $x = 1$ e $y = 1 \Rightarrow u = 0$ e $v = 3$.

E Temos que para $x = 1$ e $y = -2 \Rightarrow u = 3$ e $v = 0$.

Segunda Solução:

Temos que $u + v = 3x \Rightarrow x = \frac{u+v}{3}$ e temos que $v - 2u = 3y \Rightarrow y = \frac{v-2u}{3}$. Então, temos que o jacobiano $\partial(x,y)/\partial(u,v)$ é dado por:

$$\frac{\partial(x,y)}{\partial(u,v)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial(x)}{\partial(u)} & \frac{\partial(x)}{\partial(v)} \\ \frac{\partial(y)}{\partial(u)} & \frac{\partial(y)}{\partial(v)} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{-2}{3} & \frac{1}{3} \end{vmatrix} = \frac{1}{9} + \frac{2}{9} = \frac{1}{3}$$

A resposta correta é: 0,3333.

◄ 15.8 Jacobiano - Substituição em integrais múltiplas

Seguir para...

16.1 Integrais de Caminho ►

Resumo de retenção de dados