Iniciado em	Saturday, 15 Oct 2022, 16:11
Estado	Finalizada
Concluída em	Saturday, 15 Oct 2022, 16:32
Tempo empregado	21 minutos 3 segundos
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**
Correto
Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int_C (xy + y + z)\, ds$ ao longo da curva $\vec{\mathbf{r}}(t) = 2t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + (2 - 2t)\mathbf{k}$, $0 \leq\ t\ \leq\ 1$.

Resposta: 6,5

SOLUÇÃO:

1º) Como a função $\vec{\mathbf{r}}(t)$ dada tem uma derivada primeira, descobrindo a equação da velocidade a derivando-a. Logo, $\vec{\mathbf{v}}(t) = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$.

2º) Encontramos o módulo de $\vec{\mathbf{v}}(t)$.

$\|\ \vec{\mathbf{v}}(t)\ \| = \sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (-2)^2} = 3$

3º) Calculamos a integral de linha $\int_b^a\ f(g(t), h(t), k(t))\ \|\ \vec{\mathbf{v}}(t)\ \|\ dt$ para a parametrização lisa de C dada por $\vec{\mathbf{r}}(t) = 2t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + (2 - 2t)\mathbf{k}$, $0 \leq\ t\ \leq\ 1$.

= $\int_0^1 (2t^2 - t + 2)3\, dt$

= $3\ \int_0^1 (2t^2 - t + 2)dt$

= $3\,(\int_0^1\ 2t^2dt - \int_0^1\ tdt + \int_0^1\ 2dt)$

= $3\,(2[\frac{t^3}{3}]_0^1\ -\ [\frac{t^2}{2}]_0^1\ +\ [2t]_0^1\ )$

= $3\,(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 2)$

= $\frac{13}{2} = 6,5$

A resposta correta é: 6,5.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int_C x\ ds$, onde C é a curva parabólica $x = t\ , y = t^2$, entre $(0,0)$ e $(2,4)$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{16\sqrt{17}-1}{12}$
- b. $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$ ✔
- c. $\frac{15\sqrt{17}-1}{12}$
- d. $\frac{13\sqrt{17}-1}{12}$
- e. $\frac{14\sqrt{17}-1}{12}$

Sua resposta está correta.

Similar ao item a que a curva parabólica é contínua sobre a curva C a integral pode ser calculada por :

$$\int\limits_C x\ ds = \int_a^b x(t)\ \|\vec{\mathbf{v}}(t)\|\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + \ t^2\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\|\ \vec{\mathbf{v}}(t)\ \| = \sqrt{1+4t^2}$$

Substituindo então os dados encontrados na integral, temos:

$$\int\limits_C x\ ds = \int_0^2 t\sqrt{1+4t^2}\ dt$$

Aplicando método de resolução de integral substituição simples, tomemos:

$$u = 4t^2 + 1$$

$$du = 8t\ dt$$

$$\frac{du}{8} = t\ dt$$

Colocando os limites de integração em relação a variável u substituindo os valores iniciais:

$$u(0) = 4\ 0^2 + 1$$

$$u(0) = 1$$

$$u(2) = 4\ 2^2 + 1$$

$$u(2) = 17$$

Substituindo os limites de integração :

$$\int_0^2 t\sqrt{1+4t^2}\ dt = \frac{1}{8}\int_1^{17} \sqrt{u}\ du$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17}$$

Substituindo os dados temos:

$$\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17} = \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{17^3}) - \left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{1^3})\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2(17)(\sqrt{17})}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(17\sqrt{17} - 1)$$

$$= \frac{17\sqrt{17} - 1}{12}$$

A resposta correta é: $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds$ para o campo vetorial $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} - y\mathbf{j}$ ao longo da curva $x = y^2$ de $(4, 2)$ a $(1, -1)$.

Resposta: 19,5

Como podemos deixar tanto o $\vec{\mathbf{F}}$ como a curva em $\vec{\mathbf{r}}$ em função de y , faremos os cálculos em relação a y:

Delimitando y temos:

$$2 \geq y \geq -1$$

Invertendo os limites de integração em relação a y para o cálculo da integral, :

$$-1 \leq y \leq 2$$

Substituindo os valores de x e y em $\vec{\mathbf{r}}$ temos:

$$\vec{\mathbf{r}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{r}} = y^2\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

Substituindo os valores de x e y em $\vec{\mathbf{F}}$ temos:

$$\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} - y\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{F}} = y^4\mathbf{i} - y\mathbf{j}$$

Podemos utilizar a integral do trabalho de Avaliação paramétrica vetorial : $\int_a^b \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy}\, dy$.

Encontrando o valor de $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy}$.

$$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy} = 2y\mathbf{i} + \mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy} = (y^4, -y) \cdot (2y, 1) = 2y^5 - y$$

Substituindo na Integral do trabalho de Avaliação paramétrica vetorial:

$$\int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds = \int_{-1}^{2} \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy}\, dy = \int_{-1}^{2} 2y^5 - y\, dy$$

$$= \frac{2y^6}{6}\Big|_{-1}^{2} - \frac{y^2}{2}\Big|_{-1}^{2}$$

$$= 2\left(\frac{2^6}{6} - \frac{-1^6}{6}\right) - \left(\frac{2^2}{2} - \frac{-1^2}{2}\right)$$

$$= 2\left(\frac{64}{6} - \frac{1}{6}\right) - \left(2 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 21 - \frac{3}{2} = \frac{39}{2}$$

A resposta correta é: 19,5.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
- C é o caminho dado pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^4\mathbf{k},\ 0 \leq t \leq 1.$

Resposta: 4,3333

Solução:

i) Derivando $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j} + t^4\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^3\mathbf{k}$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t)) = 3t^2\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^4\mathbf{k}$

iii) Simplificando para a integração:

$$\vec{\mathbf{F}}(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \left(3t^2\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^4\mathbf{k}\right) \cdot \left(\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t^3\mathbf{k}\right) dt = \left(3t^2 + 4t^2 + 16t^7\right) dt = \left(7t^2 + 16t^7\right) dt$$

iv) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_2} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = 7\int_0^1 t^2 dt + 16\int_0^1 t^7 dt = 7\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^1 + 16\left[\frac{t^8}{8}\right]_0^1 = \left(\frac{7+6}{3}\right) = \frac{13}{3}$$

Resposta: $\frac{13}{3}$.

A resposta correta é: 4,3333333.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado pela força $\vec{\mathbf{F}} = xy\mathbf{i} + (y-x)\mathbf{j}$ sobre o segmento de reta $(1,1)$ a $(2,3)$.

Escolha uma opção:

- a. $\frac{25}{4}$
- b. $\frac{25}{7}$
- c. $\frac{25}{6}$
- d. $\frac{25}{8}$
- e. $\frac{25}{9}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Temos que descobrir um vetor $\vec{\mathbf{u}}$ que vai de um ponto a outro:

$\vec{\mathbf{u}} = (2,3) - (1,1)$

$\vec{\mathbf{u}} = (1,2)$

Agora vamos parametrizar a reta:

$x = x_1 + at$ (a é o ponto x de $\vec{\mathbf{u}}$)

$x = 1 + 1t$

$y = y_1 + bt$ (b é o ponto y de $\vec{\mathbf{u}}$)

$y = 1 + 2t$

Descobrindo o intervalo em que t se encontra:

Para $x = 1$:

$1 = 1 + t$

$t = 0$

Para $x = 2$:

$2 = 1 + t$

$t = 1$

Então $0 \leq t \leq 1$.

Descobrindo $\vec{\mathbf{v}}(t)$:

$\vec{\mathbf{r}}(t) = (1+t)\mathbf{i} + (1+2t)\mathbf{j}$

$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + 2\mathbf{j}$

Encontrando $\vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t))$:

$\vec{\mathbf{F}} = xy\mathbf{i} + (y-x)\mathbf{j}$

Substituindo os valores de x e y:

$\vec{\mathbf{F}} = ((1+t)(1+2t))\mathbf{i} + (1+2t-(1+t))\mathbf{j}$

$= (1+2t+t+2t^2)\mathbf{i} + (1+2t-1-t)\mathbf{j}$

$\vec{\mathbf{F}} = (1+3t+2t^2)\mathbf{i} + t\mathbf{j}$

Re

Agora, produto escalar entre $\vec{\mathbf{F}}$ e $\vec{\mathbf{v}}$:

$\vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{v}} = (1+3t+2t^2, t) \cdot (1,2)$

$= 1 + 3t + 2t^2 + 2t$

$= 1 + 5t + 2t^2$

Calculando o trabalho W:

$W = \int_0^1 \left(1 + 5t + 2t^2\right) dt$

$= [t]_0^1 + 5\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 + 2\left[\frac{t^3}{3}\right]_0^1$

$= 1 + \frac{5}{2} + \frac{2}{3}$

$= \frac{25}{6}$

A resposta correta é: $\frac{25}{6}$

.

◄ 16.2 Trabalho, circulação e fluxo

Seguir para...

Simulado da AP2 ►