Iniciado em	terça-feira, 16 mai. 2023, 10:44
Estado	Finalizada
Concluída em	terça-feira, 16 mai. 2023, 11:27
Tempo empregado	42 minutos 42 segundos
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int_C (xy + y + z)\, ds$ ao longo da curva $\vec{\mathbf{r}}(t) = 2t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + (2 - 2t)\mathbf{k}$, $0 \leq \ t \ \leq \ 1$.

Resposta: 6,5

SOLUÇÃO:

1º) Como a função $\vec{\mathbf{r}}(t)$ dada tem uma derivada primeira, descobrindo a equação da velocidade a derivando-a. Logo,
$\vec{\mathbf{v}}(t) = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$.

2º) Encontramos o módulo de $\vec{\mathbf{v}}(t)$.

$\|\ \vec{\mathbf{v}}(t)\ \| = \sqrt{(2)^2 + (1)^2 + (-2)^2} = 3$

3º) Calculamos a integral de linha $\int_b^a\ f(g(t), h(t), k(t))\ \|\ \vec{\mathbf{v}}(t)\ \|\ dt$ para a parametrização lisa de C dada por
$\vec{\mathbf{r}}(t) = 2t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + (2 - 2t)\mathbf{k}$, $\ 0 \leq \ t \ \leq \ 1$.

= $\int_0^1 (2t^2 - t + 2)3\, dt$

= $3\ \int_0^1 (2t^2 - t + 2)dt$

= $3\,(\int_0^1 2t^2 dt - \int_0^1 t dt + \int_0^1 2dt)$

= $3\,(2[\frac{t^3}{3}]_0^1\ -\ [\frac{t^2}{2}]_0^1\ +\ [2t]_0^1\ )$

= $3\,\left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2} + 2\right)$

= $\frac{13}{2} = 6,5$

A resposta correta é: 6,5

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre a integral de linha de $f(x,\ y,\ z) = x + y + z$ sobre o segmento de reta de $(1,2,3)$ a $(0,-1,1)$.

Escolha uma opção:

- a. $2\sqrt{14}$
- b. $2\sqrt{15}$
- c. $3\sqrt{14}$ ✔
- d. $3\sqrt{15}$
- e. $4\sqrt{14}$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciarmos, temos que definir os segmentos de reta como $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ para ser feita a parametrização, logo:

$\vec{\mathbf{r}}_0 = (0,-1,1)\,;\vec{\mathbf{r}}_1 = (1,2,3).$

Com $\vec{\mathbf{r}}_0$ e $\vec{\mathbf{r}}_1$ definidos, podemos então parametrizar eles para descobrir os valores de x, y e z.

$\vec{\mathbf{r}}(t) = (1-t)\,\vec{\mathbf{r}}_0 + t\vec{\mathbf{r}}_1$

$\langle x,y,z\rangle = (1-t)\langle 0,-1,1\rangle + t\langle 1,2,3\rangle$

$\langle x,y,z\rangle = \langle 0,-1+t,1-t\rangle + \langle t,2t,3t\rangle$

$\langle x,y,z\rangle = \langle t,-1+3t,1+2t\rangle.$

Com isso, obtemos os valores de x, y e z:

$x \ = \ t,$

$y \ = \ -1+3t,$

$z \ = \ 1+2t.$

Essa é a integral que vamos utilizar para encontrar a integral de linha utilizada para resolver a questão:

$\int_a^b \ f(x(t), y(t), z(t))\ \|\vec{\mathbf{v}}\|\, dt.$

Agora com a integral definida, vamos começar calculando o módulo do vetor velocidade, que é definido por:

$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$

Partindo para a resolução, primeiro obtemos os valores de $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ e $\frac{dz}{dt}$.

$\frac{dx}{dt} = 1$, $\frac{dy}{dt} = 3$ e $\frac{dz}{dt} = 2$

Com os valores em mãos, podemos substitui-los e encontrar o valor do módulo do vetor velocidade.

$\|\vec{\mathbf{v}}\| = \sqrt{1^2 + 3^2 + 2^2}$

$= \sqrt{14}.$

Concluindo, com o módulo do vetor velocidade definido podemos fazer a integral para solucionar a questão.

$\int_0^1 (t + (-1 + 3t) + (1 + 2t)) \sqrt{14} dt$

$\int_0^1 6t\sqrt{14} dt$

$3t^2\sqrt{14}|_0^1$

$= 3\sqrt{14}.$

A resposta correta é: $3\sqrt{14}$

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
- C é união dos caminhos C_1 e C_2, dados repsectivamente pelas curvas $\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j}$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, para $0 \leq t \leq 1$.

Resposta: 4,5

Solução:

Primeiramente precisamos ressaltar que a questão pede a união dos caminhos C_1 e C_2 descritos pelas funções vetoriais $\vec{\mathbf{r}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t)$. Então precisamos encontrar $\vec{\mathbf{F}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{F}}_2(t)$, para os caminhos C_1 e C_2 respectivamente, e depois somar o resultado das integrais de cada um. Veja os passos abaixo:

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j}\,;\, 0 \leq t \leq 1.$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) = 3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 0\mathbf{k}$

iii) Derivando $\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + 0\mathbf{k}$

iv) Simplificando para integração:

$\vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = (3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 0\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j} + 0\mathbf{k})\, dt = (3t + 2t)\, dt = (5t)\, dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_3} \vec{\mathbf{F}}_1 \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = \int_0^1 5tdt = 5\int_0^1 tdt = 5\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = 5\left[\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right]_0^1 = \frac{5}{2}$$

Resposta: $\frac{5}{2}$.

Agora faremos o mesmo procedimento para $\vec{\mathbf{r}}_2(t)$ e $\vec{\mathbf{F}}_2(t)$.

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}\,,\, 0 \leq t \leq 1.$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) = 3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}$

iii) Derivando: $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k}$

iv) Simplificando para integração:

$\vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = (3\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}) \cdot (0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k})\, dt = (4t)\, dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2 \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = \int_0^1 4tdt = 4\int_0^1 tdt = 4\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = 4\left[\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right]_0^1 = \frac{4}{2} = 2$$

Somando as integrais dos caminhos $C_1 \cup C_2$ obtemos:

$$\int\limits_{C_1} \vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt + \int\limits_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2\left(\vec{\mathbf{r}}_2(t)\right) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}dt = \int\limits_0^1 5tdt + \int\limits_0^1 4tdt = \left(\frac{5}{2} + 2\right) = \frac{9}{2}$$

Resposta: $\frac{9}{2}$.

A resposta correta é: 4,5

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \;-\; 2x\mathbf{j} \;+ \sqrt{y}\mathbf{k}$
- C é união dos caminhos C_1 e C_2, dados repsectivamente pelas curvas $\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + \mathbf{t}\mathbf{j}$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, para $0 \leq t \leq 1$.

Resposta: 0

Solução:

Primeiramente precisamos ressaltar que a questão pede a união dos caminhos C_1 e C_2 descritos pelas funções vetoriais $\vec{\mathbf{r}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{r}}_2(t)$. Então precisamos encontrar $\vec{\mathbf{F}}_1(t)$ e $\vec{\mathbf{F}}_2(t)$, para os caminhos C_1 e C_2 respectivamente, e depois somar o resultado das integrais de cada um. Veja os passos abaixo:

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_1(t) = t\mathbf{i} + \mathbf{t}\mathbf{j}\,;\, 0 \leq t \leq 1.$

ii) Derivando $\vec{\mathbf{r}}_1(t)$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j}$

iii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \;-\; 2x\mathbf{j} \;+ \sqrt{y}\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_1(t) = \sqrt{0}\mathbf{i} - 2t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}$

iv) Simplificando para a integração:

$\vec{\mathbf{F}}_1(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}_1}{dt} = \left(-2t\mathbf{j} + \sqrt{t}\mathbf{k}\right) \cdot (\mathbf{i} \;+\; \mathbf{j} \;+\; 0\mathbf{k})\, dt = -2t\, dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int\limits_{C_1} \vec{\mathbf{F}}_1(t)dr = \int\limits_0^1 -2t\, dt \;= -2\int\limits_0^1 tdt \;= -2\left[\frac{t^2}{2}\right]_0^1 = -2\left[\frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2}\right] = -1$$

Para encontrarmos o caminho em C_2 é necessário repetirmos os passos anteriores utilizando a posição $\vec{\mathbf{r}}_2$.

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}\,,\, 0 \leq t \leq 1.$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = \sqrt{z}\mathbf{i} \;-\; 2x\mathbf{j} \;+ \sqrt{y}\mathbf{k}$ em termos de t:

$\vec{\mathbf{F}}_2(t) = \sqrt{t}\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$

iii) Derivando $\vec{\mathbf{r}}_2(t) = \mathbf{i} + \mathbf{j} + t\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k}$

iv) Simplificando para a integração:

$\vec{\mathbf{F}}_2(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}_2}{dt} = \left(\sqrt{t}\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}\right) \cdot (0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k})\, dt = (1)dt$

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int\limits_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2(t)dr \;= \int\limits_0^1 dt = [t]_0^1 = (1-0) = 1$$

Somando as integrais dos caminhos $C_1 \cup C_2$ obtemos:

$$\int_{C_1} \vec{\mathbf{F}}_1(\vec{\mathbf{r}}_1(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt + \int_{C_2} \vec{\mathbf{F}}_2(\vec{\mathbf{r}}_2(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \int_0^1 -2t dt + \int_0^1 dt = (-1+1) = 0$$

Resposta: 0.

A resposta correta é: 0

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
- C é o caminho dado pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k},\ 0 \leq t \leq 1.$

Resposta: 4,5

Solução:

Lembrando que: $W = \int_{C_1} dw \to \int_{C_1} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \to \int_{C_1} \vec{\mathbf{F}} \cdot \left(\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}\right) dt$

i) Derivando $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t, obtemos:

$\vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t)) = 3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}$

iii) Simplificando para a integração:

$\vec{\mathbf{F}}(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = (3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})\, dt = (3t + 2t + 4t)\, dt = (9t)\, dt$

iv) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_1} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int_a^b \vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \int_0^1 9t dt = \left[\frac{9t^2}{2}\right]_0^1 = \left[\frac{9(1)^2}{2} - \frac{9(0)^2}{2}\right] = \left(\frac{9}{2}\right) = 4,5$$

Resposta: $\frac{9}{2}$.

A resposta correta é: 4,5