Iniciado em	sexta-feira, 9 jun. 2023, 13:12
Estado	Finalizada
Concluída em	sexta-feira, 9 jun. 2023, 18:55
Tempo empregado	5 horas 42 minutos
Avaliar	**6,00** de um máximo de 10,00(**60**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Qual a parametrização de uma faixa esférica, considerando a porção da esfera $x^2+y^2+z^2=3$ entre os planos $z=\frac{\sqrt{3}}{2}$ e $z=\frac{-\sqrt{3}}{2}$?

Escolha uma opção:

a. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta)=(\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i}-(\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j}+(\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3}\le\phi\le\frac{2\pi}{3}$, $0\le\theta\le\pi$

b. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta)=(\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i}+(\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j}-(\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3}\le\phi\le\frac{2\pi}{3}$, $0\le\theta\le2\pi$

c. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta)=(\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i}-(\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j}+(\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3}\le\phi\le\frac{2\pi}{3}$, $0\le\theta\le2\pi$

d. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta)=(\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i}+(\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j}+(\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3}\le\phi\le\frac{2\pi}{3}$, $0\le\theta\le2\pi$ ✔

e. $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta)=(\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i}-(\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j}-(\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3}\le\phi\le\frac{2\pi}{3}$, $0\le\theta\le2\pi$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Em coordenadas esférica:

$x=\rho\sin(\phi)\cos(\theta)$

$y=\rho\sin(\phi)\sin(\theta)$

- Sabendo que

$\rho=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$

- Então,

$\rho^2=3$

$=\sqrt{3}$

- Logo,

$z=\sqrt{3}\cos(\phi)$

- Para a esfera.

$z=\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi=\frac{\pi}{3}$

- Fazendo com o outro z, teremos

$z=-\frac{\sqrt{3}}{2}$

$z=-\frac{\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}\cos(\phi)$

- Fazendo a manipulação de valores, teremos:

$\phi=\frac{2\pi}{3}$

- Assim, a parametrização para a superfície dada é:

$\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta)=(\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i}+(\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j}+(\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{i}$, $\frac{\pi}{3}\le\phi\le\frac{2\pi}{3}$, $0\le\theta\le2\pi$

A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(\phi,\theta)=(\sqrt{3}\sin(\phi)\cos(\theta))\mathbf{i}+(\sqrt{3}\sin(\phi)\sin(\theta))\mathbf{j}+(\sqrt{3}\cos(\phi))\mathbf{k}$, $\frac{\pi}{3}\le\phi\le\frac{2\pi}{3}$, $0\le\theta\le2\pi$

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Qual a parametrização do plano $x+y+z=1$ inclinado dentro de um cilindro $y^2+z^2=9$.

Escolha uma opção:

a. $\vec{\mathbf{r}}(u,v)=(1-u\cos\,v-u\sin\,v)\mathbf{i}-(u\cos\,v)\mathbf{j}-(u\sin\,v)\mathbf{k},$ com $0\le u\le 3$ e $0\le v\le 2\pi$.

b. $\vec{\mathbf{r}}(u,v)=(1+u\cos\,v-u\sin\,v)\mathbf{i}+(u\cos\,v)\mathbf{j}+(u\sin\,v)\mathbf{k},$ com $0\le u\le 3$ e $0\le v\le 2\pi$.

c. $\vec{\mathbf{r}}(u,v)=(1-u\cos\,v-u\sin\,v)\mathbf{i}-(u\cos\,v)\mathbf{j}+(u\sin\,v)\mathbf{k},$ com $0\le u\le 3$ e $0\le v\le 2\pi$.

d. $\vec{\mathbf{r}}(u,v)=(1-u\cos\,v-u\sin\,v)\mathbf{i}+(u\cos\,v)\mathbf{j}+(u\sin\,v)\mathbf{k},$ com $0\le u\le 3$ e $0\le v\le 2\pi$. ✔

e. $\vec{\mathbf{r}}(u,v)=(1-u\cos\,v-u\sin\,v)\mathbf{i}+(u\cos\,v)\mathbf{j}-(u\sin\,v)\mathbf{k},$ com $0\le u\le 3$ e $0\le v\le 2\pi$.

Sua resposta está correta.

Solução:

De maneira semelhante às coordenadas cilíndricas, mas trabalhando no plano yz em vez do plano xy.

$y=u\cos\,v$ e $z=u\sin\,v$, onde $u=\sqrt{y^2+z^2}$ e v é o angulo formado por (x,y,z),$(y,0,0)$ e $(x,y,0)$, com $(x,0,0)$ como vértice.

Sendo $x+y+z=1\Rightarrow x=1-y-z\Rightarrow x=1-u\cos\,v-u\sin\,v$.

Substituindo x, y e z na função de superfície, temos:

$\vec{\mathbf{r}}(u,v)=(1-u\cos\,v-u\sin\,v)\mathbf{i}+(u\cos\,v)\mathbf{j}+(u\sin\,v)\mathbf{k},$ com $0\le u\le 3$ e $0\le v\le 2\pi$.

A resposta correta é: $\vec{\mathbf{r}}(u,v)=(1-u\cos\,v-u\sin\,v)\mathbf{i}+(u\cos\,v)\mathbf{j}+(u\sin\,v)\mathbf{k},$ com $0\le u\le 3$ e $0\le v\le 2\pi$.

Questão **3**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Qual o plano tangente ao cilindro circular $\vec{\mathbf{r}}(\theta, z) = (3\ \sin\ 2\theta)\mathbf{i} + (6\ \sin^2\ \theta)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, onde $0 \leq \theta \leq \pi$, no ponto $P_0(\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}, 0)$ que corresponde a $(\theta, z) = (\frac{\pi}{3}, 0)$?

Escolha uma opção:

- a. $-\sqrt{3}x + y = 9$
- b. $\sqrt{3}x + y = 3$ ✖
- c. $-\sqrt{3}x - y = 3$
- d. $\sqrt{3}x - y = 3$
- e. $\sqrt{3}x + y = 9$

Sua resposta está incorreta.

Parametrização: $\vec{\mathbf{r}}(\theta, z) = (3\ \sin\ 2\theta)\mathbf{i} + (6\ \sin^2\ \theta)\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ em $P_0 = (\frac{3\sqrt{3}}{2}, \frac{9}{2}, 0) \Rightarrow 0 = \frac{\pi}{3}$ e $z = 0$

Então:

$\vec{\mathbf{r}}_\theta = (6\ \cos 2\theta)\mathbf{i} + (12 \sin\theta \cos\theta)\mathbf{j}$

$= -3\mathbf{i} + 3\sqrt{3}\mathbf{j}$ e $\vec{\mathbf{r}}_z = \mathbf{k}$ em P_0

$$\Rightarrow \vec{\mathbf{r}}_\theta \times \vec{\mathbf{r}}_z = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -3 & 3\sqrt{3} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 3\sqrt{3}\mathbf{i} + 3\mathbf{j}.$$

O plano tangente é:

$$(3\sqrt{3}i + 3\mathbf{j}) \cdot \left[\left(x - \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)\mathbf{i} + \left(y - \frac{9}{2}\right)\mathbf{j} + (z - 0)\mathbf{k}\right] = 0$$

$\Rightarrow \sqrt{3}x + y = 9.$

A resposta correta é: $\sqrt{3}x + y = 9$

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Considere o campo $\vec{\mathbf{F}} = z^2\mathbf{i} + x\mathbf{j} - 3z\mathbf{k}$, para fora (normal para longe do eixo x) através da superfície cortada do cilindro parabólico $z = 4 - y^2$ pelos planos $x = 0$, $x = 1$ e $z = 0$.

Utilize uma parametrização para encontrar o fluxo $\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma$ através da superfície na direção determinada.

Resposta: 2 ✖

SOLUÇÃO:

- Sendo a parametrização:

$\vec{\mathbf{r}}\,(x\,,\,y) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + \left(4 - y^2\right)\mathbf{k}\,, 0 \leq x \leq 1\,, -2 \leq y \leq 2$

- Sendo:

$z = 0 \;\Rightarrow\; 0 = 4 - y^2 \;\Rightarrow\; y = \pm 2$

- Logo,

$\vec{\mathbf{r}}_x = \mathbf{i}$ e $\vec{\mathbf{r}}_y = \mathbf{j} - 2y\mathbf{k}$

$$\Rightarrow \vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -2y \end{vmatrix} = 2y\mathbf{j} + \mathbf{k}$$

- Tendo:

$$\iint_S \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{n}}\, d\sigma = \int_a^b \int_c^d \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y}{\|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|} \|\vec{\mathbf{r}}_x \times \vec{\mathbf{r}}_y\|\, dydx$$

- Substituindo z no produto escalar: $2xy - 3z$:

$= [2xy - 3(4 - y^2)]$

- Tendo finalmente: $\int_0^1 \int_{-2}^2 (2xy + 3y^2 - 12)\, dydx$

= $\int_0^1 \left[xy^2 + y^3 - 12y\right]_{-2}^{2} dx$

= $\int_0^1 -32\, dx$

= -32

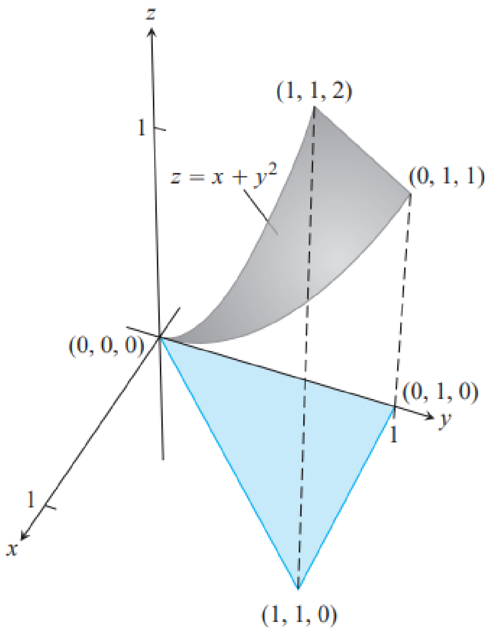
A resposta correta é: -32

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Integre $G(x,y,z) = z - x$ sobre a porção do gráfico de $z = x + y^2$ acima do triângulo no plano xy tendo vértices $(0,0,0)$, $(1,1,0)$ e $(0,1,0)$. (Veja a figura a seguir).



Escolha uma opção:

- a. $\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{7}}{20}$
- b. $\frac{\sqrt{2}+8\sqrt{6}}{70}$
- c. $\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{6}}{30}$ ✔
- d. $\frac{\sqrt{3}+6\sqrt{6}}{30}$
- e. $\frac{\sqrt{3}+6\sqrt{6}}{20}$

Sua resposta está correta.

Solução:

$f(z,y,z) = x + y^2 - z = 0.$

O gradiente será $\nabla f = \mathbf{i} + 2y\mathbf{j} - \mathbf{k}$.

A norma do gradiente é $||\nabla f|| = \sqrt{4y^2+2} = \sqrt{2}\sqrt{2y^2+1}$ e $\vec{\mathbf{p}} = \mathbf{k}$.

Logo $||\nabla f \cdot \vec{\mathbf{p}}|| = 1$.

$$d\sigma = \frac{||\nabla f||}{||\nabla f \cdot \vec{\mathbf{p}}||} dA = \sqrt{2}\sqrt{2y^2+1}\, dx\, dy.$$

Logo $\displaystyle\iint_S G\, d\sigma = \int_0^1 \int_0^y (x + y^2 - x)\sqrt{2}\sqrt{2y^2+1}\, dx\, dy$

$$= \sqrt{2}\int_0^1 \int_0^y y^2\sqrt{2y^2+1}\, dx\, dy$$

$$= \sqrt{2}\int_0^1 y^3\sqrt{2y^2+1}\, dy$$

$$= \frac{\sqrt{2} + 6\sqrt{6}}{30}.$$

A resposta correta é: $\frac{\sqrt{2}+6\sqrt{6}}{30}$