



UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - UFC

Campus de Sobral

Departamento de Engenharia Elétrica

Disciplina: Probabilidade e Estatística SBL0084

Prof. Ailton Campos

Data: 01/04/2021

Período: 2020.2

Nome: _____

2ª Lista de Exercícios

1. Dada a função

$$f(x) = \begin{cases} 2e^{-2x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

- Mostre que esta é uma função densidade de probabilidade (f.d.p).
- Esboçe o gráfico de $f(x)$.
- Calcule a probabilidade de $X > 10$.

2. Uma v.a. X tem distribuição triangular no intervalo $[0, 1]$ se sua f.d.p. for dada por

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ Cx, & 0 \leq x \leq 1/2 \\ C(1-x), & 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1. \end{cases}$$

Com base nestas informações, monte uma tabela de distribuição de frequências com comprimento de classe de tamanho quatro, e encontre

- Qual valor deve ter a constante C ?
- Esboçe o gráfico de $f(x)$.
- Determine $P(X \leq 1/2)$, $P(X > 1/2)$ e $P(1/4 \leq X \leq 3/4)$.
- Determine a função de distribuição acumulada $F(X)$ da variável aleatória X .
- Calcule $E(X)$, $\text{Var}(X)$ e $\text{DP}(X)$.

3. Os depósitos efetuados no Banco ABC durante o mês de janeiro são distribuídos normalmente, com média de R\$ 10.000,00 e desvio padrão de R\$ 1.500,00. Um depósito é selecionado ao acaso dentre todos os referentes ao mês em questão. Encontrar a probabilidade de que o depósito seja:

- R\$ 10.000,00 ou menos;
- pelo menos R\$ 10.000,00;
- um valor entre R\$ 12.000,00 e R\$ 15.000,00;
- maior do que R\$ 20.000,00.

Dica: Utilize o modelo normal.

4. Suponha que as medições de corrente em uma tira de fio seguem uma distribuição normal com uma média de 10 mA e variância de 4 mA. Qual é a probabilidade de que a medição exceda 13 miliampères?

5. A distribuição do número de filhos, por família, de uma zona rural está no quadro abaixo.

Nº de filhos	Porcentagem
0	10
1	20
2	30
3	25
4	15
Total	100

Figura 1: A distribuição do número de filhos.

- a) Sugira um procedimento para sortear uma observação ao acaso dessa população.
- b) Dê, na forma de uma tabela de dupla entrada, as possíveis amostras do número de filhos de duas famílias que podem ser sorteadas e as respectivas probabilidades de ocorrência.
- c) Se fosse escolhida uma amostra de tamanho 4, qual seria a probabilidade de se observar a quádrupla ordenada (2, 3, 3, 1)?
6. Uma indústria usa, como um dos componentes das máquinas que produz, um parafuso importado, que deve satisfazer a algumas exigências. Uma dessas é a resistência à tração. Esses parafusos são fabricados por alguns países, e as especificações técnicas variam de país para país. Por exemplo, o catálogo do país A afirma que a resistência média à tração de seus parafusos é de 145 kg, com desvio padrão de 12 kg. Já para o país B, a média é de 155 kg e desvio padrão 20 kg.
- Um lote desses parafusos, de origem desconhecida, será leiloado a um preço muito convidativo. Para que a indústria saiba se faz ou não uma oferta, ela necessita saber qual país produziu tais parafusos. O edital do leiloeiro afirma que, pouco antes do leilão, será divulgada a resistência média \bar{x} de uma amostra de 25 parafusos do lote. Qual regra de decisão deve ser usada pela indústria para dizer se os parafusos são do país A ou B? Justifique a sua resposta utilizando o teste de hipóteses.
7. Um dado é lançado 300 vezes, com os resultados dados na Tabela abaixo. Por enquanto, considere somente a linha correspondente às frequências observadas. Com os resultados observados, queremos saber se o dado é “honesto”, isto é, se a probabilidade de ocorrência de qualquer face é $1/6$. Ou seja, queremos testar a hipótese

$$H_0 : p_1 = p_2 = \dots = p_6 = 1/6,$$

em que $p_i = P(\text{face } i)$, $i = 1, 2, \dots, 6$. Isso equivale a dizer que P_0 segue uma distribuição uniforme discreta.

Ocorrência (i)	1	2	3	4	5	6	Total
Freq. Observada (n_i)	43	49	56	45	66	41	300
Freq. Esperada (n_i^*)	50	50	50	50	50	50	300

Figura 2: Resultados do lançamento de um dado 300 vezes.

Resolva os seguintes itens.

- a) Calcule o qui-quadrado observado.
- b) Conclua que essa estatística, sob H_0 , segue uma distribuição qui-quadrado, com o número de graus de liberdade apropriado.
8. Em um processo químico, suponha que o rendimento do produto está relacionado com a temperatura do processo de operação. Análises de regressão podem ser usadas para se construir um modelo para prever o rendimento a um dado nível de temperatura. Este modelo pode também ser usado para processos de otimização, tais como encontrar o nível de temperatura que maximiza o rendimento, ou para efeitos de controle de processos.

Como uma ilustração, considere os dados contidos na tabela abaixo. Nesta tabela, a primeira coluna contém o número de observações, y é a pureza do oxigênio produzido em um processo de destilação química, e x é o percentual de hidrocarbonetos presentes no condensador principal da unidade de destilação.

Observation Number	Hydrocarbon Level $x(\%)$	Purity $y(\%)$
1	0.99	90.01
2	1.02	89.05
3	1.15	91.43
4	1.29	93.74
5	1.46	96.73
6	1.36	94.45
7	0.87	87.59
8	1.23	91.77
9	1.55	99.42
10	1.40	93.65
11	1.19	93.54
12	1.15	92.52
13	0.98	90.56
14	1.01	89.54
15	1.11	89.85
16	1.20	90.39
17	1.26	93.25
18	1.32	93.41
19	1.43	94.98
20	0.95	87.33

Figura 3: Níveis de oxigênio e hidrocarbonetos.

- Calcule as estimativas de mínimos quadrados para a inclinação e a interseção da regressão linear simples para os dados de pureza de oxigênio.
- Ajuste um modelo de regressão linear simples para os dados de pureza do oxigênio (com precisão de três casas decimais para os coeficientes).
- Teste a significância da regressão usando o modelo para a pureza do oxigênio obtido acima.

Bom Trabalho!!!