Nájala Kelly Lima de Sousa 470807

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

Iniciado em	terça, 29 Set 2020, 19:46
Estado	Finalizada
Concluída em	terça, 29 Set 2020, 22:14
Tempo empregado	2 horas 28 minutos
Avaliar	**6,00** de um máximo de 10,00(**60**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule $\int_C x\ ds$, onde C é a curva parabólica $x = t$,$y = t^2$, entre $(0,0)$ e $(2,4)$.

Escolha uma:

a. $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$ ✓

b. $\frac{13\sqrt{17}-1}{12}$

c. $\frac{14\sqrt{17}-1}{12}$

d. $\frac{15\sqrt{17}-1}{12}$

e. $\frac{16\sqrt{17}-1}{12}$

Sua resposta está correta.

Similar ao item a que a curva parabólica é contínua sobre a curva C a integral pode ser calculada por :

$$\int_C x\ ds = \int_a^b x(t)\ \| \vec{\mathbf{v}}(t) \|\ dt$$

Usando a parametrização $\vec{\mathbf{r}}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$ temos que:

$$\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + \ t^2\mathbf{j}$$

Assim derivamos o $\vec{\mathbf{r}}(t)$ afim de obter o vetor $\vec{\mathbf{v}}(t)$

$$\vec{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{i} + 2t\mathbf{j}$$

Cujo o módulo é dado por:

$$\| \vec{\mathbf{v}}(t) \| = \sqrt{1 + 4t^2}$$

Substituindo então os dados encontrados na integral, temos:

$$\int_C x\ ds = \int_0^2 t\sqrt{1 + 4t^2}\ dt$$

Aplicando método de resolução de integral substituição simples, tomemos:

$$u = 4t^2 + 1$$

$$du = 8t\ dt$$

$$\frac{du}{8} = t\,dt$$

Colocando os limites de integração em relação a variável u substituindo os valores iniciais:

$$u(0) = 4\,0^2 + 1$$

$$u(0) = 1$$

$$u(2) = 4\,2^2 + 1$$

$$u(2) = 17$$

Substituindo os limites de integração :

$$\int_0^2 t\sqrt{1+4t^2}\,dt = \frac{1}{8}\int_1^{17}\sqrt{u}\,du$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17}$$

Substituindo os dados temos:

$$\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(u^{\frac{3}{2}})|_1^{17} = \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{17^3}) - \left(\frac{2}{3}\right)(\sqrt{1^3})\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left[\left(\frac{2(17)(\sqrt{17})}{3}\right) - \left(\frac{2}{3}\right)\right]$$

$$= \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{2}{3}\right)(17\sqrt{17} - 1)$$

$$= \frac{17\sqrt{17} - 1}{12}$$

A resposta correta é: $\frac{17\sqrt{17}-1}{12}$

.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre a integral de linha de $f\left(x,\ y,\ z\right)=x+y+z$ sobre o segmento de reta de $(1,2,3)$ a $(0,-1,1)$.

Escolha uma:

- a. $4\sqrt{14}$
- b. $3\sqrt{15}$
- c. $2\sqrt{15}$
- d. $3\sqrt{14}$
- e. \(2\sqrt{14}\)

Sua resposta está correta.

Resposta:

Para iniciarmos, temos que definir os segmentos de reta como \(\mathbf{\vec{r}}_0\) e \(\mathbf{\vec{r}}_1\) para ser feita a parametrização, logo:

\(\mathbf{\vec{r}}_0\)\(=\left(0, -1, 1\right)\) ; \(\mathbf{\vec{r}}_1=\left(1, 2, 3\right)\).

Com \(\mathbf{\vec{r}}_0\) e \(\mathbf{\vec{r}}_1\) definidos, podemos então parametrizar eles para descobrir os valores de \(x\), \(y\) e \(z\).

\({\bf\vec r}\left(t\right)=\left(1-t\right)\mathbf{\vec{r}}_0+t\mathbf{\vec{r}}_1\)

\(\langle x, y, z \rangle = (1-t) \langle 0, -1, 1 \rangle +t \langle 1, 2, 3 \rangle\)

\(\langle x, y, z \rangle = \langle 0, -1+t, 1-t \rangle + \langle t, 2t, 3t \rangle\)

\(\langle x, y, z \rangle = \langle t, -1+3t, 1+2t \rangle\).

Com isso, obtemos os valores de \(x\), \(y\) e \(z\):

\(x\:=\:t\),

\(y\:=\:-1+3t\),

\(z\:=\:1+2t\).

Essa é a integral que vamos utilizar para encontrar a integral de linha utilizada para resolver a questão:

$\int _a^b\:f\left(x\left(t\right),y\left(t\right),z\left(t\right)\right)\left\Vert \mathbf{\vec{v}} \right\Vert dt$.

Agora com a integral definida, vamos começar calculando o módulo do vetor velocidade, que é definido por:

$\left\Vert \mathbf{\vec{v}} \right\Vert=\sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2+\left(\frac{dy}{dt}\right)^2+\left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$

Partindo para a resolução, primeiro obtemos os valores de $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ e $\frac{dz}{dt}$.

$\frac{dx}{dt}=1\:$,$\:\:\frac{dy}{dt}=3\:$e$\:\:\frac{dz}{dt}=2$

Com os valores em mãos, podemos substitui-los e encontrar o valor do módulo do vetor velocidade.

$\left\Vert \mathbf{\vec{v}} \right\Vert=\sqrt{1^2+3^2+2^2}$

$=\sqrt{14}$.

Concluindo, com o módulo do vetor velocidade definido podemos fazer a integral para solucionar a questão.

$\int _0^1\left(t+\left(-1+3t\right)+\left(1+2t\right)\right)\sqrt{14}dt$

$\int _0^16t\sqrt{14}dt$

$3t^2\sqrt{14}|^1_0$

$=3\sqrt{14}$.

A resposta correta é: $3\sqrt{14}$

.

Questão **3**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $ {\bf\vec{F}} $ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- ${\bf{\vec{F}}} = 3y{\bf{i}}+2x{\bf{j}}+4z{\bf{k}}$
- ${C}$ é união dos caminhos ${C}_1$ e ${C}_2$, dados repsectivamente pelas curvas ${{\bf{\vec{r}}}}_1(t)=t{\bf{i}}+t{\bf{j}}$ e ${{\bf{\vec{r}}}}_2(t)=t{\bf{i}}+t{\bf{j}}+t{\bf{k}}$, para $0 \leq t \leq 1$.

Resposta: 7 ✗

Solução:

Primeiramente precisamos ressaltar que a questão pede a união dos caminhos ${C}_1$ e ${C}_2$ descritos pelas funções vetoriais ${\bf{\vec{r}}}_1(t)$ e ${\bf{\vec{r}}}_2(t)$. Então precisamos encontar ${\bf{\vec{F}}}_1(t)$ e ${\bf{\vec{F}}}_2(t)$, para os caminhos ${C}_1$ e ${C}_2$ respectivamente, e depois somar o resultado das integrais de cada um. Veja os passos abaixo:

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

$ {\bf{\vec{r}}}_1(t)=t{\bf{i}}+t{\bf{j}} $; $0\leq t\leq1$.

ii) Parametrizando a função ${\bf{\vec{F}}} = 3y{\bf{i}}+2x{\bf{j}}+4z{\bf{k}}$ em termos de t:

$ {\bf{\vec{F}}}_1({{\bf{\vec{r}}}}_1(t))=3t{\bf{i}}+2t{\bf{j}}+0{\bf{k}} $

iii) Derivando ${{\bf{\vec{r}}}}_1(t)=t{\bf{i}}+t{\bf{j}}$, obtemos:

$ \frac{d{\bf{\vec{r}}}_1}{dt} = {\bf{i}}+{\bf{j}}+0{\bf{k}} $

iv) Simplificando para integração:

$ {\bf{\vec{F}}}_1({{\bf{\vec{r}}}_1}(t))\cdot\frac{d{\bf{\vec{r}}}}{dt}dt = \left(3t{\bf{i}}+2t{\bf{j}}+0{\bf{k}}\right)\cdot\left({\bf{i}}+{\bf{j}}+0{\bf{k}}\right)dt = \left(3t+2t\right)dt = \left(5t\right)dt $

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$ \displaystyle\int _{C_{3}}{\bf{\vec{F}}}_1 \cdot d{\bf{\vec{r}}} \Leftrightarrow \int\limits _a^b {{\bf{\vec{F}}}}_1({{\bf{\vec{r}}}_1}(t))\cdot\frac{d{\bf{\vec{r}}}}{dt}dt = \int\limits_0^1 5tdt = 5\int\limits_0^1 tdt = 5\left[\frac{t^{^2}}{2}\right]_0^1 = 5\left[\frac{1^{2}}{2} - \frac{0^{2}}{2}\right]_0^1 = \frac{5}{2} $

Resposta: $\frac{5}{2} $.

Agora faremos o mesmo procedimento para ${\bf{\vec{r}}}_2(t)$ e ${\bf{\vec{F}}}_2(t)$.

i) Baseando-se nas coordenadas dadas:

${{\bf{\vec{r}}}}_2(t)={\bf{i}}+{\bf{j}}+t{\bf{k}}$, $0\leq t\leq1$.

ii) Parametrizando a função ${\bf{\vec{F}}} = 3y{\bf{i}}+2x{\bf{j}}+4z{\bf{k}}$ em termos de t:

$ {{\bf{\vec{F}}}}_2({{\bf{\vec{r}}}_2}(t))=3{\bf{i}}+2{\bf{j}}+4t{\bf{k}} $

iii) Derivando: ${{\bf{\vec{r}}}}_2(t)={\bf{i}}+{\bf{j}}+t{\bf{k}}$, obtemos:

$ \frac{d{\bf{\vec{r}}}_2}{dt} = 0{\bf{i}}+0{\bf{j}}+{\bf{k}} $

iv) Simplificando para integração:

$ {{\bf{\vec{F}}}}_2({{\bf{\vec{r}}}_2}(t))\cdot\frac{d{\bf{\vec{r}}}}{dt}dt = \left(3{\bf{i}}+2{\bf{j}}+4t{\bf{k}}\right)\cdot\left(0{\bf{i}}+0{\bf{j}}+{\bf{k}}\right)dt = \left(4t\right)dt $

v) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$ \displaystyle\int _{C_{2}}{\bf{\vec{F}}}_2 \cdot d{\bf{\vec{r}}} \Leftrightarrow \int\limits _a^b {{\bf{\vec{F}}}}_2({{\bf{\vec{r}}}_2}(t))\cdot\frac{d{\bf{\vec{r}}}}{dt}dt = \int\limits_0^1\:4tdt = 4\int\limits_0^1\:tdt = 4\left[\frac{t^{^2}}{2}\right]_0^1 = 4\left[\frac{1^{2}}{2} - \frac{0^{2}}{2}\right]_0^1 = \frac{4}{2} = 2 $

Somando as integrais dos caminhos ${C}_1 \cup {C}_2$ obtemos: $ \displaystyle\int\limits_{C_{1}}{{\bf{\vec{F}}}}_1({{\bf{\vec{r}}}_1}(t))\cdot\frac{d{\bf{\vec{r}}}}{dt}dt + \int\limits_{C_{2}}{{\bf{\vec{F}}}}_2 \left({{\bf{\vec{r}}}_2}(t)\right)\cdot\frac{d{\bf{\vec{r}}}}{dt}dt = \int\limits_0^1\:5tdt + \int\limits_0^1\:4tdt = \left(\frac{5}{2}+ 2\right) = \frac{9}{2} $

Resposta: $\frac{9}{2}$.

A resposta correta é: 4,5.

Questão **4**

Incorreto

Atingiu 0,00 de 2,00

Encontre o trabalho realizado por $ {\bf\vec{F}} $ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- ${\bf{\vec{F}}} = 3y{\bf{i}}+2x{\bf{j}}+4z{\bf{k}}$
- C é o caminho dado pela função vetorial ${\bf{\vec{r}}}(t)=t{\bf{i}}+t^{^2}{\bf{j}}+t^{^4}{\bf{k}}$, $0 \leq t \leq 1.$

Resposta: 4,3 ✗

Solução:

i) Derivando ${\bf{\vec{r}}}(t)=t{\bf{i}}+t^{^2}{\bf{j}}+t^{^4}{\bf{k}}$, obtemos:

$\frac{d{\bf{\vec{r}}}}{dt} = {\bf{i}}+2t{\bf{j}}+4t^{^3}{\bf{k}}$

ii) Parametrizando a função $ {\bf{\vec{F}}} = 3y{\bf{i}}+2x{\bf{j}}+4z{\bf{k}} $ em termos de t:

$ {\bf{\vec{F}}}({\bf{\vec{r}}}(t))=3t^{2}{\bf{i}}+2t{\bf{j}}+4t^{4}{\bf{k}} $

iii) Simplificando para a integração:

$ {\bf{\vec{F}}}(t)\cdot\frac{d{\bf{\vec{r}}}}{dt}dt=\left(3t^{^2}{\bf{i}}+2t{\bf{j}}+4t^{^4}{\bf{k}}\right)\cdot\left({\bf{i}}+2t{\bf{j}}+4t^{^3}{\bf{k}}\right)dt = \left(3t^{^2}+4t^{^2}+16t^{^7}\right)dt = \left(7t^{^2}+16t^{^7}\right)dt $

iv) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$ \displaystyle\int _{C_{2}}{\bf{\vec{F}}} \cdot d{\bf{\vec{r}}} \Leftrightarrow \int\limits _a^b {\bf{\vec{F}}}({\bf{\vec{r}}}(t))\cdot\frac{d{\bf{\vec{r}}}}{dt}dt = 7\int\limits_0^1 t^{^2}dt + 16\int\limits_0^1\:t^{^7}dt = 7\left[\frac{t^{^3}}{3}\right]^{1}_0 + 16\left[\frac{t^{^8}}{8}\right]^{1}_0 = \left(\frac{7+6}{3}\right) = \frac{13}{3} $

Resposta: $\frac{13}{3}$.

A resposta correta é: 4,3333333.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Encontre o fluxo do campo ${\bf \vec{F}}_2 = -y{\bf i} + x{\bf j}$ através da elipse ${\bf \vec{r}}(t) = (\cos(t)){\bf i} + (4 \text{ sen } (t)){\bf j}$, $0 \leq t \leq 2\pi$.

Resposta: 0

Solução:

Desta vez nós vamos usar a forma escalar para o cálculo do fluxo. Seja $\vec{r}(t)=\cos(t){\bf i}+4\sin(t){\bf j}$, teremos que $x = \cos(t)$ e $y = 4\sin(t)$. Logo $dx = -\sin(t)\,dt$ e $dy = 4\cos(t)\,dt$

Agora podemos calcular o fluxo do campo Fluxo ${\bf \vec{F}}_2$:

Teremos $N = \cos(t)$ e $M = -4\sin(t)$, substituindo na fórmula:

$\int _0^{2\pi }Mdy-Ndx$

$= \int _0^{2\pi }\left[-4\sin(t)4\cos(t)-\cos(t)(-\sin(t))\right]\,dt$

$= \int _0^{2\pi }(-16\sin(t)\cos(t)+\sin(t)\cos(t))\,dt$

$=\int _0^{2\pi }-15\sin (t)\cos (t)\,dt=\frac{-15}{4}[\sin (t)]^{2\pi}_0=0$

A resposta correta é: 0.

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL

O universal pelo regional.

Mais informações

UFC - Sobral

EE- Engenharia Elétrica

EC - Engenharia da Computação

PPGEEC- Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica e Computação

Contato

Rua Coronel Estanislau Frota, s/n – CEP 62.010-560 – Sobral, Ceará
Telefone: (88) 3613-2603
E-mail:

Social