

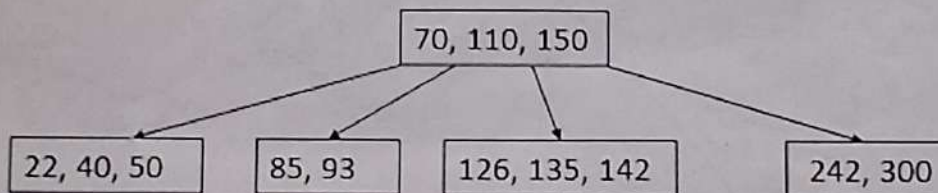
82

**3ª Avaliação Parcial**  
Curso: Engenharia da Computação  
Disciplina: Estruturas de Dados  
Prof. Jarbas Joaci de Mesquita Sá Junior  
Universidade Federal do Ceará – UFC/Sobral

Nome: [REDACTED]

Data 24/09/2024

- 1ª) Explique detalhadamente o algoritmo *Bubblesort*. (2,5 pontos) 4/5/2
- 2ª) Explique detalhadamente o algoritmo *Quicksort*. (2,5 pontos) 4/5/2
- 3ª) Construa uma árvore B de ordem  $t = 3$  para a seguinte sequência de chaves: 19, 22, 23, 24, 25, 26, 2, 3, 4, 5, 11, 12, 13, 14, 15, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 16, 17, 18, 20, 21. (2,5 pontos) ✓
- 4ª) Retire da árvore B de ordem  $t = 3$  abaixo a seguinte sequência de elementos: 40, 50, 70, 142, 300. Desenhe a árvore resultante de **cada** remoção. (2,5 pontos) ✓



Obs.

1. todos os nós podem armazenar no **máximo**  $2t-1$  elementos. A raiz pode armazenar no **mínimo** 1 elemento e os outros nós no **mínimo**  $t-1$  elementos.
2. se a retirada ocorrer em um nó interno, o substituto da "chave" deverá ser buscado na subárvore esquerda;
3. se determinado nó em déficit devido a uma remoção tiver dois nós irmãos e estes puderem emprestar uma chave, o nó da esquerda deverá ser escolhido para o *empréstimo*;
4. se determinado nó em déficit devido a uma remoção tiver dois nós irmãos e estes **não** puderem emprestar uma chave, o nó da esquerda deverá ser escolhido para a *concatenação*.

Nome: Guilma Maria Melo Fainhaves.

1-) Bubblesort: O algoritmo bubblesort, ou ordenação bolha, realiza múltiplas passagens pela lista, identificando e trocando elementos com o objetivo de levar os elementos de maior valor para o final da lista, portanto a cada passagem leva o elemento de maior valor para o final. Sendo assim, os elementos se deslocam como uma bolha.

Complexidade: No melhor caso a complexidade é  $O(n)$ .

No pior caso a complexidade é  $O(n^2)$ .

Temos aqui um exemplo de vetor desordenado

→ 

4	2	5	1
---	---	---	---

✓ 2  
1

Passando pelo vetor, vemos que o 5 é o elemento de maior valor, portanto, podemos trocá-lo de lugar com o 1.

4	2	5	1
---	---	---	---

⇌

4	2	1	5
---	---	---	---

Passando pelo vetor novamente, vemos que o 4 é o segundo elemento de maior valor, portanto trocamos ele de lugar com o 2 e depois com o 1, até que o 4 chegue à sua posição correta.

4	2	1	5
---	---	---	---

⇌

2	4	1	5
---	---	---	---

⇌

2	1	4	5
---	---	---	---

E por fim, trocamos o 2 com o 1. Assim, temos o vetor ordenado.

2	1	4	5
---	---	---	---

⇌

1	2	4	5
---	---	---	---

vetor ordenado



2) QuickSort: O algoritmo quicksort começa escolhendo um número arbitrário  $x$  (geralmente o primeiro do vetor) para ser o pivô. O pivô estará na sua posição correta quando os números à sua esquerda serem menores ou iguais a ele e os números à sua direita serem maiores que ele. E assim recursivamente até o vetor estar ordenado.

Complexidade: Melhor caso e Médio caso =  $O(n \log(n))$   
 Pior caso =  $O(n^2)$

Vamos ver um exemplo: 

4	2	5	1
---	---	---	---

Aqui temos um vetor desordenado.

Primeiro, escolhemos o

pivô, nesse caso será o 4.

4	2	5	1
---	---	---	---

  
 ↑ pivô

Agora, temos 2 setas:

A "a" e a "b". A "a" irá

procurar elementos maiores

que o pivô e a "b" irá

procurar elementos menores

que o pivô.

4	2	5	1
---	---	---	---

  
 ↑ pivô

4	2	5	1
---	---	---	---

  
 → ↑      ↑ ←  
           a       b

Assim, que "a" e "b" encontrarem

seus respectivos elementos eles

param e trocam os 2 de lugar.

4	2	5	1
---	---	---	---

↑      ↑  
 a      b

4	2	1	5
---	---	---	---

↑      ↑  
 a      b

Após isso, "a" e "b" continuam procurando

o vetor, assim que a for maior que

b, terá sido descoberto a posição

correta do pivô. Portanto, troca o pivô de

posição.

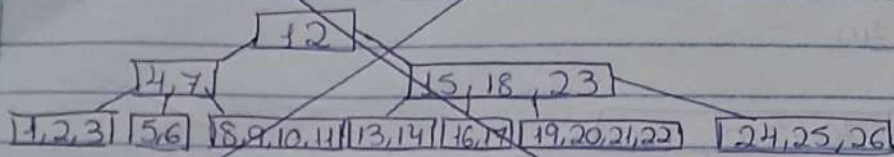
4	2	1	5
---	---	---	---

↑      ↑  
 b      a

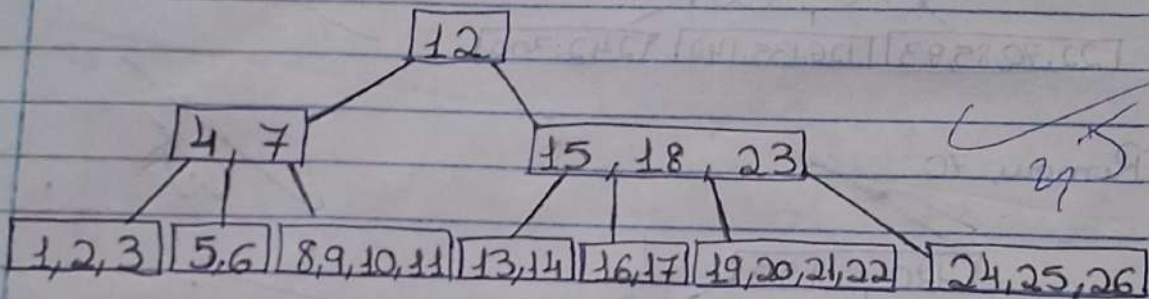
1	2	4	5
---	---	---	---

→ vetor  
ordenado.

3-)  $f=3$  máximo = 5 mínimo = 2



3-)  $f=3$  máximo = 5 mínimo = 2

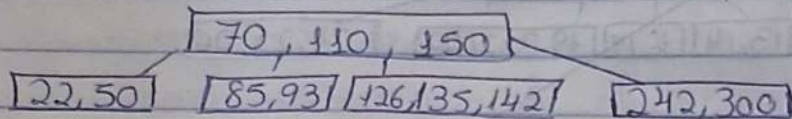


\* Desenrolamento nos ramos \*

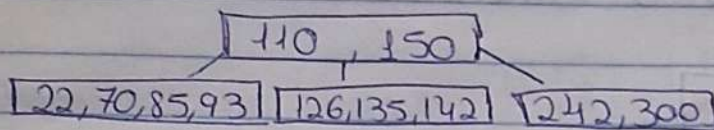


4-)  $t=3$  max: 5 min: 2

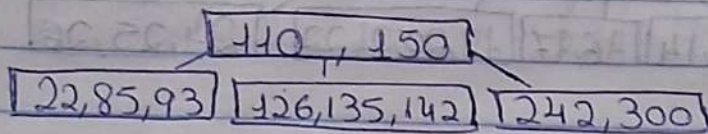
\* Remove 40



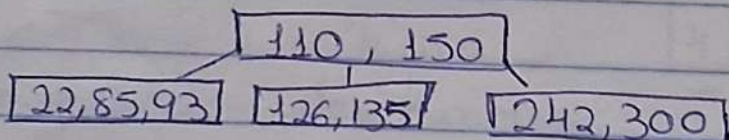
\* Remove 50



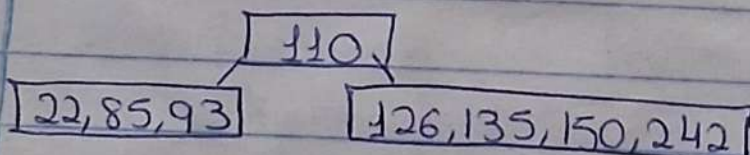
\* Remove 70



\* Remove 142



\* Remove 300



1- O algoritmo bubble sort realiza múltiplas passagens pela lista, identificando e trocando elementos, levando os maiores elementos para o final da lista. Portanto, os elementos se deslocam como uma bolha. Complexidade: Melhor  $\rightarrow O(n)$ ; Pior  $O(n^2)$

a cada passagem leva o elemento maior para o final.

*i-ésimo maior valor.*

4 2 5 1

4 2 1 5

2 4 1 5

2 1 4 5

1 2 4 5

2- O algoritmo quicksort escolhe um número arbitrário  $x$ , que será o pivô, esse número terá que ter elementos menores ou iguais a ele à sua esquerda e elementos maiores que ele à sua direita, quando ele estiver na posição correta. E assim recursivamente, até o vetor estar ordenado.

a  $\rightarrow$  procura elementos maiores que o pivô  
b  $\rightarrow$  procura elementos menores que o pivô

Complexidade  $\rightarrow$  Melhor e médio caso:  $O(n \log n)$   
Pior:  $O(n^2)$

← pivô  
4 2 5 1  
→ ↑ ↑ ←  
a b

4 2 5 1  
↑ ↑  
a b  
A A

4 2 1 5  
↑ ↑  
a b

4 2 1 5  
↑ ↑  
b a

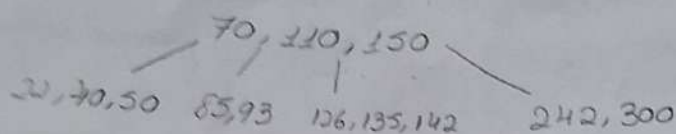
b está antes de a, portanto a posição de b é a posição certa para o pivô, então troca os dois.

1 2 4 5

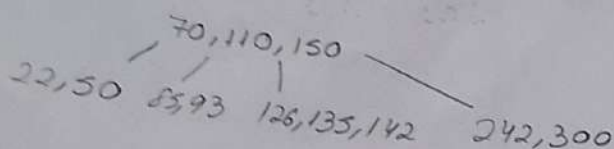


3) 1)  $J=3$  max: 5 min: 2  
 $2-3+5$   $3-1=2$

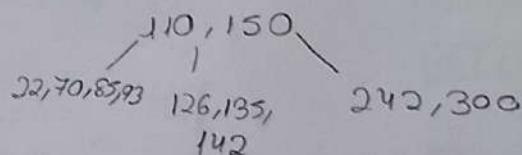
Nome: Guilma



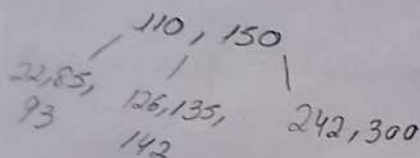
\* Remove 40  $\rightarrow 1^\circ$



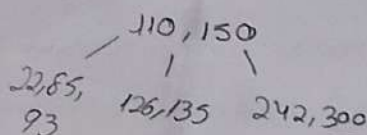
\* Remove 50  $\rightarrow 2^\circ$



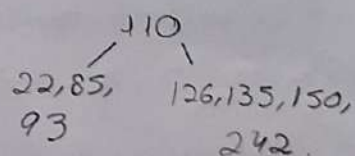
\* Remove 70  $\rightarrow 3^\circ$



\* Remove 142  $\rightarrow 4^\circ$

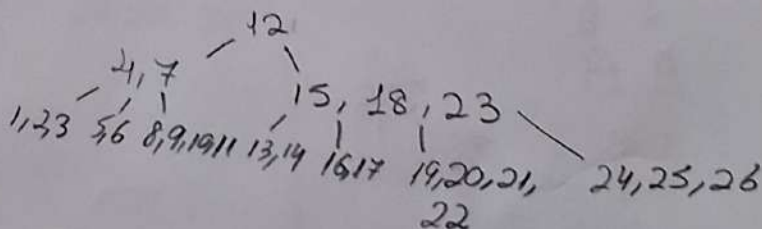
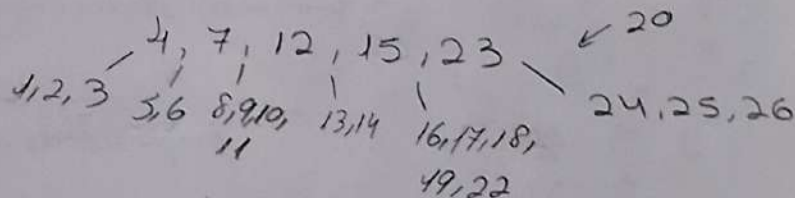
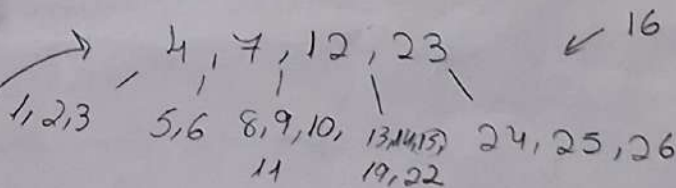
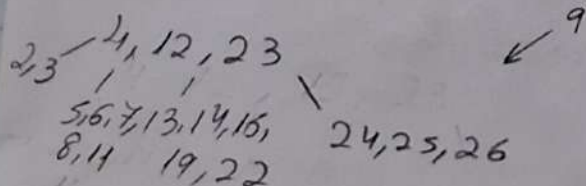
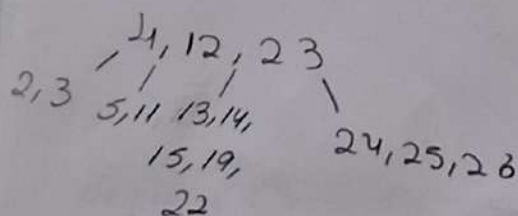
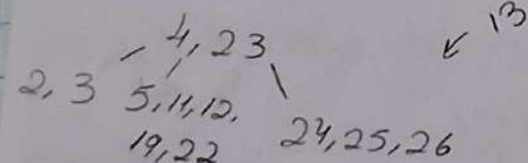
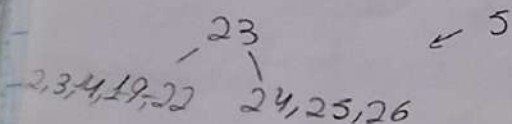


\* Remove 300  $\rightarrow 5^\circ$



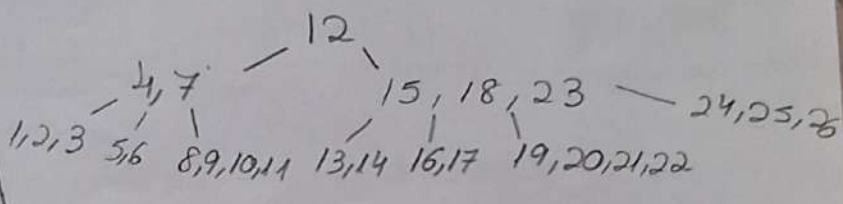
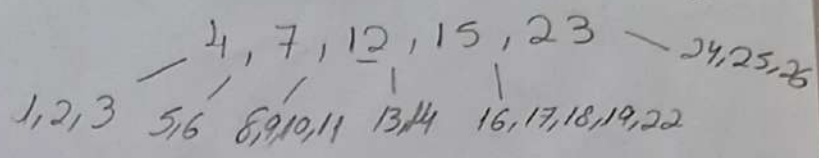
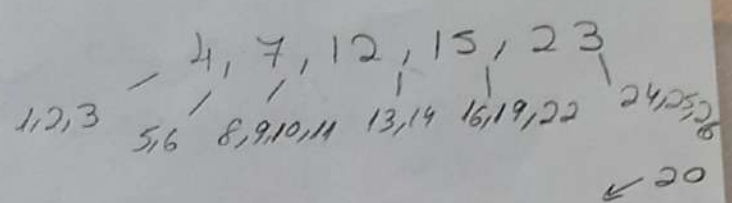
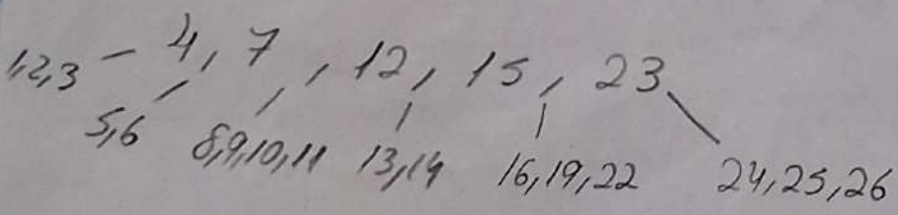
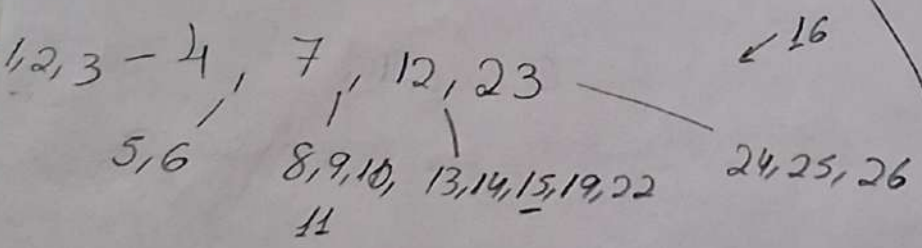
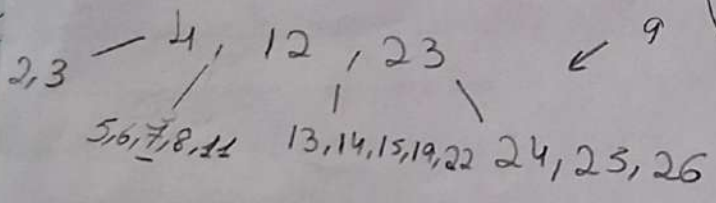
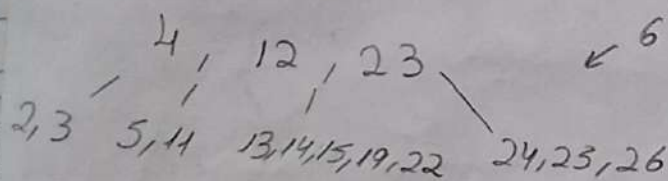
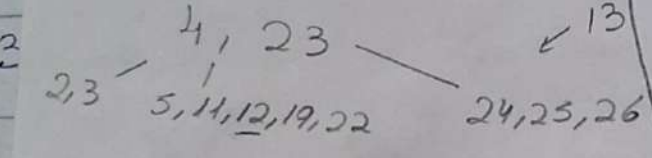
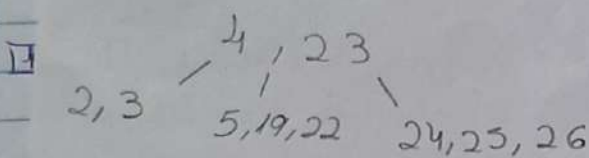
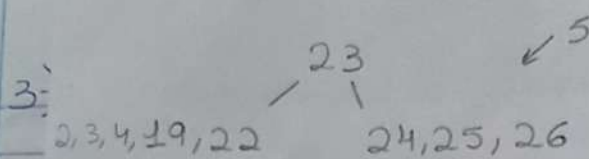
3)  $J=3$  max: 5 min: 2

19, 22, 23, 24, 25



3) Ansoce B  $t=3$   $\text{máx: } 5$   $\text{mín: } 2$

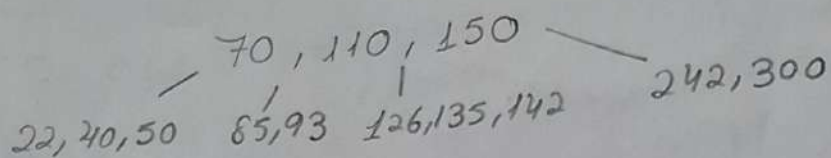
19, 22, 23, 24, 25  $\leftarrow 26$



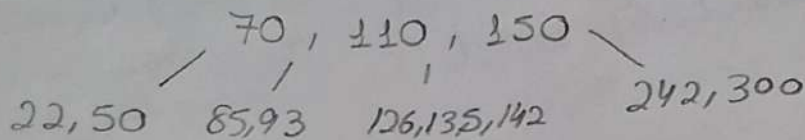
Nome: Guilma



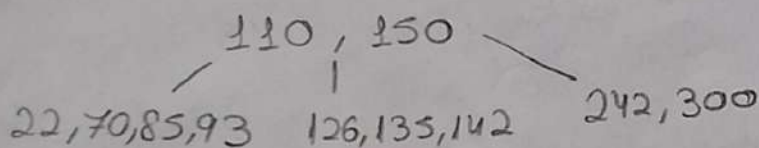
4-)  $f=3$  max: 5 min: 2



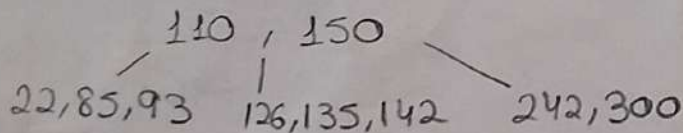
- Remove 40 -



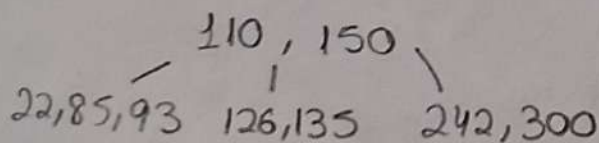
- Remove 50 -



- Remove 70 -



- Remove 142 -



- Remove 300 -

