Iniciado em	Wednesday, 26 Oct 2022, 21:48
Estado	Finalizada
Concluída em	Saturday, 29 Oct 2022, 12:16
Tempo empregado	2 dias 14 horas
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

O campo $\vec{\mathbf{F}} = (z+y)\vec{\mathbf{i}} + z\vec{\mathbf{j}} + (y+x)\vec{\mathbf{k}}$ é conservativo.

Escolha uma opção:

- Verdadeiro
- Falso ✔

Solução:

O teste das componentes para campos conservativos define que um campo

$\vec{\mathbf{F}} = M(x,y,z)\vec{\mathbf{i}} + N(x,y,z)\vec{\mathbf{j}} + P(x,y,z)\vec{\mathbf{k}}$

qualquer é conservativo se, e somente se,

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(N)}{\partial(z)}$, $\frac{\partial(M)}{\partial(z)} = \frac{\partial(P)}{\partial(x)}$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(x)} = \frac{\partial(M)}{\partial(y)}$

Assim, temos que para este caso:

$M(x,y,z) = z+y$

$N(x,y,z) = z$

$P(x,y,z) = y+x$

E fazendo então os testes temos (lembrando que caso uma igualdade do teste seja quebrada já temos que o campo não é conservativo):

$\frac{\partial(P)}{\partial(y)} = \frac{\partial(y+x)}{\partial(y)} = x$ e $\frac{\partial(N)}{\partial(z)} = \frac{\partial(z)}{\partial(z)} = 1.$

Como a igualdade esperada não foi obtida, já podemos afirmar que $\vec{\mathbf{F}}$ **não é conservativo**.

A resposta correta é 'Falso'.

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Calcule a integral $\int_{(1,1,1)}^{(1,2,3)} 3x^2 dx + \frac{z^2}{y} dy + 2z\ln(y)dz.$

Escolha uma opção:

- a. $5\ln(2)$
- b. $7\ln(2)$
- c. $5\ln(2)$
- d. $9\ln(2)$
- e. $12\ln(2)$

Sua resposta está correta.

Resposta:

Aplicando o teste de exatidão:

Fazemos $M = 3x^2$, $N = \frac{z^2}{y}$ e $P = 2z\ln(y)$

$\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{2z}{y} = \frac{\partial N}{\partial x}$, $\frac{\partial M}{\partial z} = 0 = \frac{\partial P}{\partial x}$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 0 = \frac{\partial M}{\partial y}$

Essas igualdades nos dizem que $3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz$ é exata, assim

$3x^2dx + \frac{z^2}{y}dy + 2z\ln(y)dz = df$

para alguma função f e o valor da integral é $f(1,2,3) – (1,1,1)$.

Encontramos f a menos de uma constante integrando as equações

$\frac{\partial f}{\partial x} = 3x^2$, $\frac{\partial f}{\partial y} = \frac{z^2}{y}$ e $\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y)$

A partir da primeira equação, obtemos

$f(x,y,z) = x^3 + g(y,z)$.

A segunda nos fornece

$g(y,z) = z^2\ln(y) + h(z)$

Então $f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + h(z)$

A partir da terceira temos que

$\frac{\partial f}{\partial z} = 2z\ln(y) + h'(z)$

$h'(z) = 0$

$h(z) = C$

Portanto

$f(x,y,z) = x^3 + z^2\ln(y) + C$

O valor da integral de linha é independente do caminho tomado de $(1,1,1)$ a $(1,2,3)$ e é igual a

$f(1,2,3) - f(1,1,1)$

$= (1 + 9\ln(2) + C) - (1 + 0 + C)$

$= 9\ln(2)$

A resposta correta é: $9\ln(2)$

.

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Utilize a fórmula da área do teorema de Green $\frac{1}{2}\oint\limits_{C} xdy - ydx$ para encontrar a área da região delimitada pela circunferência $\vec{\mathbf{r}}(t) = (acos(t))\mathbf{i} + (asen(t))\mathbf{j}$, $0 \leq\ t\ \leq\ 2\pi.$

Escolha uma opção:

- a. $1,5\pi a^2$
- b. $2\pi a^2$
- c. $3\pi a^2$
- d. πa^2 ✔
- e. $1,2\pi a^2$

Sua resposta está correta.

SOLUÇÃO:

- Sabendo que $M = x = a\cos(t)$ e $N = y = a\sin(t)$, calculamos as derivadas de x e y. Logo, temos que

$x = -a\sin(t)\,dt$

$x = b\cos(t)\,dt$

$Area = \int_C\ xdy - ydx$

- Fazendo a substituição

=$\frac{1}{2}\int_0^{2\pi}(a^2\cos^2(t) + a^2\sin^2(t))dt$

- Resolvendo a integral, temos que a área da região delimitada é

=πa^2

A resposta correta é: πa^2

.

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Use o terema de Green para resolver a integral $\oint_C 6y + xdx + (y + 2x)dy$ sobre a circunferência $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$.

Escolha uma opção:

- a. -8π
- b. -6π
- c. -11π
- d. -16π ✔
- e. -12π

Sua resposta está correta.

Resposta:

Logo $r^2 = 4 \Rightarrow r = 2$

Passo 1: Transforma a integral de linha em integral dupla

$$\int_C (6y+x)dx + (y+2x)dy = \iint\limits_C \left(\frac{\rho N}{\rho x}\right) - \left(\frac{\rho M}{\rho y}\right) dx\, dy$$

$$\frac{\rho N}{\rho x} = \frac{\rho y + 2x}{\rho x} = 2$$

$$\frac{\rho M}{\rho y} = \frac{\rho 6y + x}{\rho y} = 6$$

$$\oint\limits_C M(8y+x)dx + N(y+2x)dy \iint\limits_R (2-6)\, dx\, dy \Rightarrow \iint\limits_R -4dxdy$$

Usando a área do círculo para concluir a integral temos:

$$\iint\limits_R -4dxdy = -4\pi r^2 = -4\pi(2)^2 = -16\pi$$

A resposta correta é: -16π

.

Questão **5**

Correto

Atingiu 2,00 de 2,00

Aplique o teorema de Green para calcular a integral $\oint_C y^2 dx + x^2 dy$ sobre o triângulo delimitado pelas retas $x = 0$, $x + y = 1$ e $y = 0$.

Resposta: 0

Resposta:

Para iniciar, sabendo que como M multiplica dx e N multiplica dy, temos:

$M = y^2$ e $N = x^2$.

Para podermos usar o teorema de Green, temos que ter os valores das derivadas de M em função de y e N em função de x, logo:

$\frac{\partial M}{\partial y} = 2y$, $\frac{\partial N}{\partial x} = 2x$.

A seguir, para utilizar o teorema de Green, temos que fazer a integral das derivadas encontrada, então temos:

$\iint_R (2x - 2y) dy dx$.

Para concluir, vamos lembrar que o triângulo é limitado por $x = 0$, $x + y = 1$ e $y = 0$, logo temos que:

$\int_0^1 \int_0^{1-x} (2x - 2y) dy dx = \int_0^1 (-3x^2 + 4x - 1) dx$

$= \left[-x^3 + 2x^2 - x\right] \Big|_0^1$

Re

$= -1 + 2 - 1$

$= 0$.

A resposta correta é: 0.

◄ 16.4 Teorema de Green no plano

Seguir para...

16.5 Parametrização de superfícies e o cálculo de áreas ►