Iniciado em	quinta-feira, 25 mai. 2023, 10:00
Estado	Finalizada
Concluída em	quinta-feira, 25 mai. 2023, 11:40
Tempo empregado	1 hora 40 minutos
Avaliar	**10,00** de um máximo de 10,00(**100**%)

Questão **1**

Correto

Atingiu 2,50 de 2,50

Calcule a integral iterada $\int_0^1 \int_0^1 \int_0^1 (x^2 + y^2 + z^2)\, dz\, dy\, dx$.

Resposta: 1

Solução:

Primeiramente integrando em relação a z temos:

$$\int_0^1 \int_0^1 \left[x^2 + y^2 + \frac{z^3}{3}\right]_0^1 dy\, dx$$

$$= \int_0^1 \int_0^1 x^2 + y^2 + \frac{1}{3}\, dy\, dx$$

Em seguida integrando em relação a y temos:

$$\int_0^1 \left[x^2 + \frac{y^3}{3} + \frac{1}{3}\right]_0^1 dx$$

$$= \int_0^1 x^2 + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}\, dx$$

$$= \int_0^1 x^2 + \frac{2}{3}\, dx$$

E por último integrando em relação a x temos:

$$\left[\frac{x^3}{3} + \frac{2}{3}\right]_0^1$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

A resposta correta é: 1

Questão **2**

Correto

Atingiu 2,50 de 2,50

Calcule $\int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds$ para o campo vetorial $\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} - y\mathbf{j}$ ao longo da curva $x = y^2$ de $(4, 2)$ a $(1, -1)$.

Resposta: 19,5

Como podemos deixar tanto o $\vec{\mathbf{F}}$ como a curva em $\vec{\mathbf{r}}$ em função de y , faremos os cálculos em relação a y:

Delimitando y temos:

$$2 \geq y \geq -1$$

Invertendo os limites de integração em relação a y para o cálculo da integral, :

$$-1 \leq y \leq 2$$

Substituindo os valores de x e y em $\vec{\mathbf{r}}$ temos:

$$\vec{\mathbf{r}} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{r}} = y^2\mathbf{i} + y\mathbf{j}$$

Substituindo os valores de x e y em $\vec{\mathbf{F}}$ temos:

$$\vec{\mathbf{F}} = x^2\mathbf{i} - y\mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{F}} = y^4\mathbf{i} - y\mathbf{j}$$

Podemos utilizar a integral do trabalho de Avaliação paramétrica vetorial : $\int_a^b \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy}\, dy$.

Encontrando o valor de $\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy}$.

$$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy} = 2y\mathbf{i} + \mathbf{j}$$

$$\vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy} = (y^4, -y) \cdot (2y, 1) = 2y^5 - y$$

Substituindo na Integral do trabalho de Avaliação paramétrica vetorial:

$$\int_C \vec{\mathbf{F}} \cdot \vec{\mathbf{T}}\, ds = \int_{-1}^{2} \vec{\mathbf{F}} \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dy}\, dy = \int_{-1}^{2} 2y^5 - y\, dy$$

$$= \frac{2y^6}{6}\Big|_{-1}^{2} - \frac{y^2}{2}\Big|_{-1}^{2}$$

$$= 2\left(\frac{2^6}{6} - \frac{-1^6}{6}\right) - \left(\frac{2^2}{2} - \frac{-1^2}{2}\right)$$

$$= 2\left(\frac{64}{6} - \frac{1}{6}\right) - \left(2 - \frac{1}{2}\right)$$

$$= 21 - \frac{3}{2} = \frac{39}{2}$$

A resposta correta é: 19,5

Questão **3**

Correto

Atingiu 2,50 de 2,50

Encontre o trabalho realizado por $\vec{\mathbf{F}}$ sobre a curva na direção de t crescente, onde:

- $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$
- C é o caminho dado pela função vetorial $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k},\ 0 \leq t \leq 1.$

Resposta: 4,5

Solução:

Lembrando que: $W = \int\limits_{C_1} dw \to \int\limits_{C_1} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \to \int\limits_{C_1} \vec{\mathbf{F}} \cdot \left(\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt}\right) dt$

i) Derivando $\vec{\mathbf{r}}(t) = t\mathbf{i} + t\mathbf{j} + t\mathbf{k}$, obtemos:

$\frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$

ii) Parametrizando a função $\vec{\mathbf{F}} = 3y\mathbf{i} + 2x\mathbf{j} + 4z\mathbf{k}$ em termos de t, obtemos:

$\vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t)) = 3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}$

iii) Simplificando para a integração:

$\vec{\mathbf{F}}(t) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = (3t\mathbf{i} + 2t\mathbf{j} + 4t\mathbf{k}) \cdot (\mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k})\, dt = (3t + 2t + 4t)\, dt = (9t)\, dt$

iv) Após simplificarmos a expressão anterior, integramos:

$$\int_{C_1} \vec{\mathbf{F}} \cdot d\vec{\mathbf{r}} \Leftrightarrow \int\limits_a^b \vec{\mathbf{F}}(\vec{\mathbf{r}}(t)) \cdot \frac{d\vec{\mathbf{r}}}{dt} dt = \int\limits_0^1 9t dt = \left[\frac{9t^2}{2}\right]_0^1 = \left[\frac{9(1)^2}{2} - \frac{9(0)^2}{2}\right] = \left(\frac{9}{2}\right) = 4,5$$

Resposta: $\frac{9}{2}$.

A resposta correta é: 4,5

Questão **4**

Correto

Atingiu 2,50 de 2,50

Encontre o fluxo do campo $\vec{\mathbf{F}}_2 = -y\mathbf{i} + x\mathbf{j}$ através da circunferência $\vec{\mathbf{r}}(t) = (\cos(t))\mathbf{i} + (\sin(t))\mathbf{j},\ 0 \leq t \leq 2\pi.$

Resposta: 0

Solução

Primeiro, calcule o vetor normal. Mas lembre que $\vec{\mathbf{n}} = \vec{\mathbf{T}} \times \vec{\mathbf{k}}$, onde $\vec{\mathbf{k}} = 0\mathbf{i} + 0\mathbf{j} + \mathbf{k}$.

Também lembre que $\vec{\mathbf{T}} = \frac{\vec{\mathbf{v}}}{||\vec{\mathbf{v}}||}$, onde $\vec{\mathbf{v}} = (-\sin(t))\mathbf{i} + (\cos(t))\mathbf{j}$ e $||\vec{\mathbf{v}}|| = 1$.

Portanto, o vetor tangente unitário é $\vec{\mathbf{T}} = (-\sin(t))\mathbf{i} + (\cos(t))\mathbf{j}$.

Então podemos calcular o vetor normal,

$$\vec{\mathbf{n}} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -\sin(t) & \cos(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\vec{\mathbf{n}} = (\cos(t))\mathbf{i} + (\sin(t))\mathbf{j}$$

Agora, calcule o fluxo $\vec{\mathbf{F}}_2$:

$$\int_0^{2\pi} (\vec{\mathbf{F}}_2 \cdot \vec{\mathbf{n}})\, dt =$$

$$\int_0^{2\pi} (-\sin(t)\mathbf{i} + \cos(t)\mathbf{j}) \cdot (\cos(t)\mathbf{i} + \sin(t)\mathbf{j})\, dt =$$

$$\int_0^{2\pi} 0\, dt = 0$$

A resposta correta é: 0