Vanessa - 471584

10,0

Parabéns!

Vanessa Carvalho do Nascimento

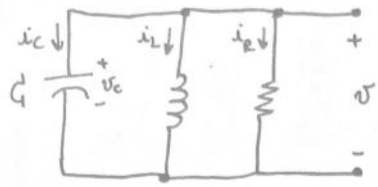
Com resposta

1. O circuito a ser analisado é do tipo RLC Paralelo Natural

Nesse caso, temos que:

Frequência de Neper

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2 \times 4 \times 10^3 \times 6{,}25 \times 10^{-9}} = 20\,000 \text{ rad/s}$$



$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{400 \times 10^{-3} \times 6{,}25 \times 10^{-9}}} = 20\,000 \text{ rad/s}$$

Frequência angular de ressonância

Podemos observar que $\alpha = \omega_0$ e, portanto, tal circuito RLC em paralelo terá uma resposta natural do tipo criticamente amortecida.

a) O modelo de solução para $v(t)$ é da forma:

$$v_{(t)} = D_1 . t . e^{-\alpha t} + D_2 . e^{-\alpha t} \quad V \quad , t \geq 0$$

Determinando as condições iniciais:

* De acordo com os dados fornecidos, $v_{c}(0) = v(0) = -60V$. Logo, temos:

$$-60 = D_2 \quad (1)$$

* Além disso, sabemos que para o capacitor $i_c = C . \frac{dv_c}{dt} \Rightarrow \frac{dv_{c}(0)}{dt} = \frac{1}{C} . i_c(0)$.

$$\frac{dv(0)}{dt} = \frac{1}{C} . i_c(0) \quad (2)$$

Por LKC, sabemos que: $i_c(0) + i_L(0) + i_R(0) = 0 \Rightarrow i_c(0) = -[i_L(0) + i_R(0)]$

$$i_R(0) = \frac{v(0)}{R} = \frac{-60}{4 \times 10^3} = -15 mA \Rightarrow \underline{i_R(0) = -15 mA}$$

Foi dado que $\underline{i_L(0) = 30 mA}$

$$\Rightarrow \underline{i_c(0) = -15 mA}$$

Portanto, substituindo o valor de $i_c(0)$ em (2), ficamos com:

$$\frac{dv(0)}{dt} = -2\,400\,000 \ \frac{V}{s} \quad (3)$$

1

Usando o modelo de solução para $v_{(t)}$, obtemos:

$$\frac{dv_{(0)}}{dt} = D_1 - \alpha D_2 \quad (4)$$

Substituindo (3) em (4) e usando (1), ficamos com o seguinte sistema:

$$\begin{cases} -60 = D_2 \\ -2\,400\,000 = D_1 - 20000\,D_2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, obtemos:

$$D_1 = -3600\,000 \ V/s$$
$$D_2 = -60V$$

Portanto,

$$v_{(t)} = -3600\,000 \cdot t \cdot e^{-20000t} - 60 \cdot e^{-20000t} \ V, \ t \geq 0$$

* $v_{(0)} = -60\,V \rightarrow$ satisfaz a condição inicial

2

b) Pela lei de Ohm.

$$i_{R(t)} = \frac{v_{(t)}}{R} \Rightarrow$$

$$i_{R(t)} = -900.t.e^{-20000t} - 0,015 \times e^{-20000t} \text{ A} \quad , t \geq 0$$

$* \; i_{R(0)} = -15\text{mA} \rightarrow$ satisfaz a condição inicial

c) Sabemos que $i_c = C\dfrac{dv}{dt}$, logo:

$$i_{c(t)} = 6,25 \times 10^{-9} \left[-36 \times 10^5 \times e^{-20000t} - 36 \times 10^5 (-2 \times 10^4).t.e^{-20000t} - 60(-2 \times 10^4)\, e^{-20000t} \right]$$

$$\Rightarrow i_{C(t)} = 450.t.e^{-20000t} - 0,015\, e^{-20000t} \text{ A} \quad , t \geq 0$$

$* \; i_{C(0)} = -15 \text{ mA} \rightarrow$ satisfaz a condição inicial

d) Por LKC, temos:

$$i_R + i_C + i_L = 0 \Rightarrow i_{L(t)} = -\left[i_{R(t)} + i_{C(t)} \right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_{L(t)} = 450.t.e^{-20000t} + 0,030\, e^{-20000t} \text{ A} \quad , t \geq 0$$

$* \; i_{L(0)} = 30 \text{ mA} \rightarrow$ satisfaz a condição inicial

2. O circuito a ser analisado é do tipo RLC série com resposta forçada.

Nesse caso, temos que:

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{4}{2 \times 40 \times 10^{-3}} = 50 \text{ rad/s}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{40 \times 10^{-3} \times 40 \times 10^{-3}}} = 25 \text{ rad/s}$$

Podemos observar que $\alpha > \omega_0$ e, portanto, tal circuito RLC em série terá uma resposta forçada do tipo superamortecida.

a) O modelo de solução para $i(t)$ é da forma:

$$i(t) = A_1 . e^{s_1 . t} + A_2 . e^{s_2 . t}$$

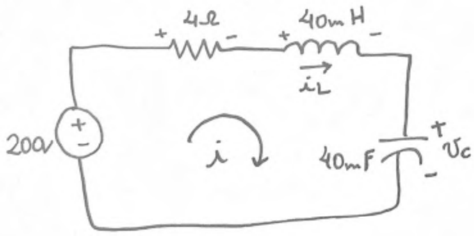
Sendo,

$$s_1 = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \approx -6{,}70 \text{ rad/s}$$

$$s_2 = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \approx -93{,}30 \text{ rad/s}$$

Determinando as condições iniciais:

Para $t < 0$, o circuito possuía a configuração abaixo:



Após um longo tempo, o capacitor funciona como um circuito aberto e o indutor como um curto-circuito. Além disso, como o capacitor não suporta variação brusca de tensão e o indutor não suporta variação brusca de corrente, temos que:

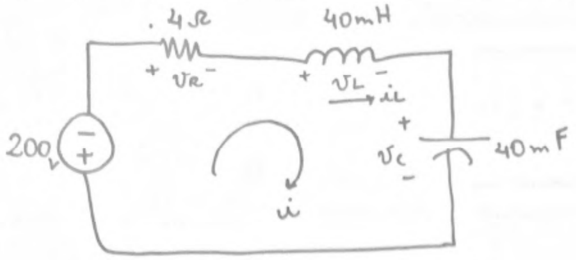
[redacted] $i_L(0^-) = i_L(0^+) = i(0) = 0$

$v_C(0^-) = v_C(0^+) = 200 \text{ V}$

Logo, temos que:

$$0 = A_1 + A_2 \quad (1)$$

Para $t \geq 0$, o circuito possui a configuração abaixo:



Por LKT, temos: $v_{C(0)} + 200 + v_{R(0)} + v_{L(0)} = 0 \Rightarrow$

$$v_{L(0)} = -200 - v_{C(0)} - v_{R(0)} = -200 - (200) - \left(i_{(0)} \cdot R \right) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \underline{v_{L(0)} = -400\ V} \qquad \underline{v_{R(0)} = 0}$$

Sabemos que para um indutor, $v_L = L\dfrac{di_L}{dt} \Rightarrow \dfrac{di_L}{dt} = \dfrac{1}{L} v_L$

$$\Rightarrow \frac{di_{L(0)}}{dt} = \frac{1}{L} v_{L(0)} \Rightarrow \frac{di_{L(0)}}{dt} = \frac{-400}{40 \times 10^{-3}} \Rightarrow \underline{\frac{di_{L(0)}}{dt} = -10\,000\ A/s}$$

Usando o modelo de solução para $i_{(t)}$, obtemos

$$\frac{di}{dt}(0) = s_1 . A_1 + s_2 . A_2 \Rightarrow$$

$$-10\,000 = -6{,}70\,A_1 - 93{,}30\,A_2 \quad (2)$$

Com (1) e (2), obtemos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 0 = A_1 + A_2 \\ -10\,000 = -6{,}70\,A_1 - 93{,}30\,A_2 \end{cases}$$

Resolvendo o sistema, obtemos:

$$A_1 = -115{,}47\ A$$

$$A_2 = 115{,}47\ A$$

Portanto,

$$i_{(t)} = -115{,}47 \times e^{-6{,}70t} + 115{,}47 \times e^{-93{,}30t}\ A \quad , t \geq 0$$

* $i_{(0)} = 0 \rightarrow$ satisfaz a condição inicial
* $i_{(\infty)} = 0 \rightarrow$ satisfaz a condição final, já que o capacitor irá funcionar como um circuito aberto.

b) $V_{R(t)} = R \cdot i_{(t)} \Rightarrow V_{R(t)} = -461{,}88 \times e^{-6{,}70t} + 461{,}88 \times e^{-93{,}30t}\ V \quad , t \geq 0$

* $V_{R(0)} = 0 \rightarrow$ satisfaz a condição inicial, pois $i_{(0)} = 0$.
* $V_{(\infty)} = 0 \rightarrow$ satisfaz a condição final, pois $i_{(\infty)} = 0$.

c) Sabemos que $v_L = L\frac{di}{dt}$, logo:

$$v_{L(t)} = 40\times10^{-3}\left[(-115,47)(-6,70)\,e^{-6,70t} + 115,47\,(-93,3)\,e^{-93,3t}\right] \Rightarrow$$

$$v_{L(t)} = 30,94.\,e^{-6,70t} - 430,94.\,e^{-93,3t}\ V \quad , t \geq 0$$

* $v_{L(0)} = -400V \rightarrow$ satisfaz a condição inicial

d) Por LKT, temos:

$$v_R + v_L + v_C + 200 = 0 \Rightarrow$$

$$v_C = -200 - (v_R + v_L) \Rightarrow$$

$$v_{C(t)} = -200 + 430,94.\,e^{-6,70t} - 30,94.\,e^{-93,3t}\ V \quad , t \geq 0$$

* $v_{C(0)} = 200V \rightarrow$ satisfaz a condição inicial
* $v_{C(\infty)} = -200V \rightarrow$ satisfaz a condição final, em que não havendo corrente e o capacitor se comportando como um circuito aberto resultará que a tensão da fonte recairá sobre os terminais do capacitor.