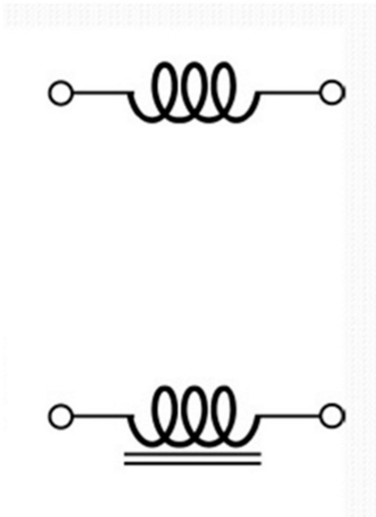
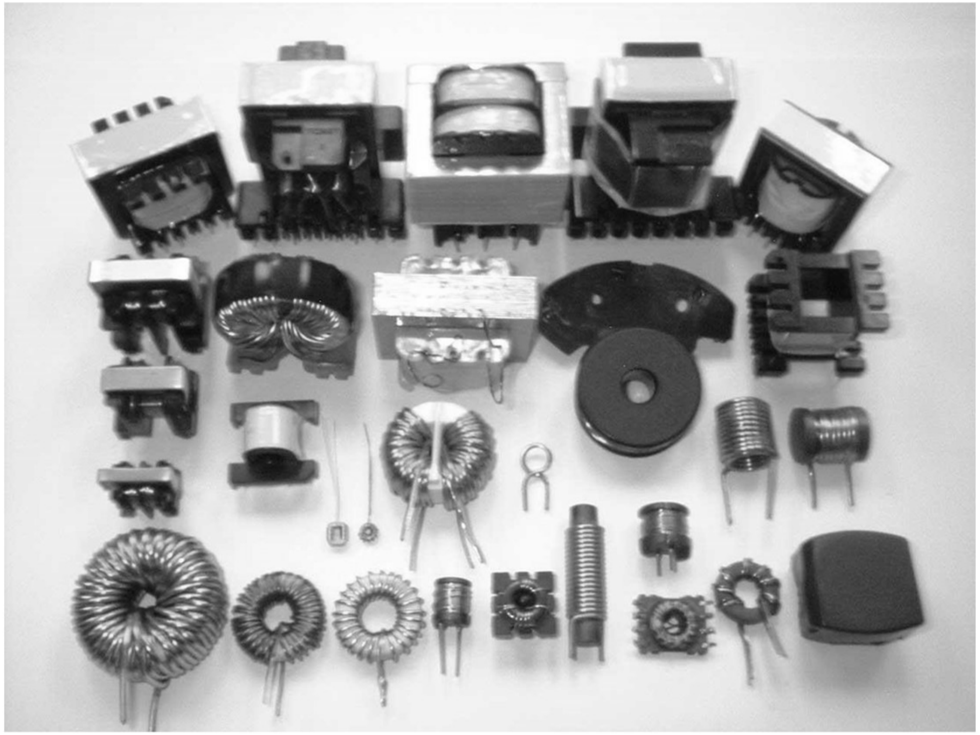
Circuito Resistivo Indutivo (RL):
O Indutor

Assuntos abordados

- O Indutor:
  - Características Básicas;
  - Convenção Passiva;
  - Natureza;
- Arranjos de Indutores:
  - Série;
  - Paralelo;

Indutor: um elemento passivo básico





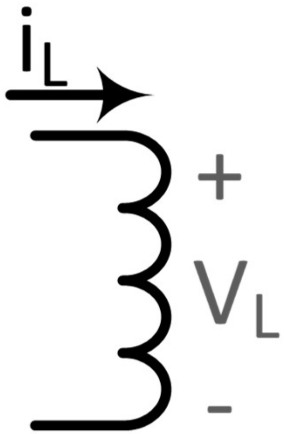
$$L = \frac{N \cdot \phi}{i}$$

$$w = \frac{1}{2} \cdot L \cdot I^2$$

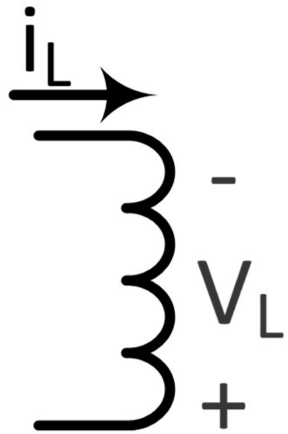
$$v_L(t) = \pm L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$

Indutor: convenção passiva

$$v_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$



$$v_L(t) = -L \cdot \frac{di_L(t)}{dt}$$



Da equação de tensão no indutor do ponto de vista macroscópico:

$$\boldsymbol{v_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} \equiv L \cdot \frac{\Delta i_L}{\Delta t}}$$

Pode-se extrair conclusões importantes:

– Indutor submetido a uma corrente contínua?
  - A tensão sobre o indutor é nula;

– Indutor submetido a uma variação brusca de corrente?
  - Ocorre um pico de tensão sobre o indutor que no limite tende ao infinito;

Indutor: natureza física

Da equação da tensão no indutor:

$$\boldsymbol{v_L(t) = L \cdot \frac{di_L(t)}{dt} \rightarrow di_L(t) = \frac{1}{L} \cdot v_L(t)dt \rightarrow i_L(t) - i_L(t_0) = \frac{1}{L} \cdot \int v_L(t)dt}$$

$$\boldsymbol{\rightarrow i_L(t) = \frac{1}{L} \cdot \int v_L(t)dt + i_L(t_0)}$$

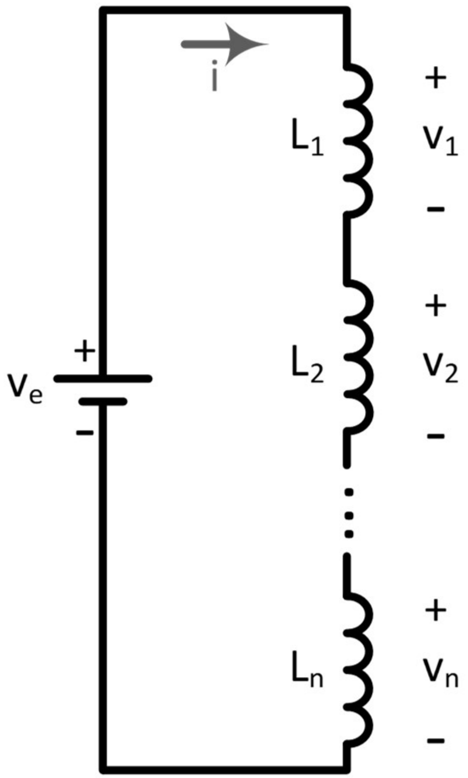
Pode-se extrair conclusões importantes:

- Indutor submetido a uma tensão contínua?
  - A corrente na bobina do indutor (de)cresce linearmente;
- Indutor submetido a uma variação brusca de tensão?
  - Ocorre uma mudança brusca na inclinação da corrente através da bobina do indutor;

Conclusão

Os indutores aceitam a variação brusca da tensão (inclusive sua inversão), mas rejeitam variações bruscas de corrente, cujo preço são picos elevados de tensão (potencialmente danosos ao circuito).

Indutor: equivalente série

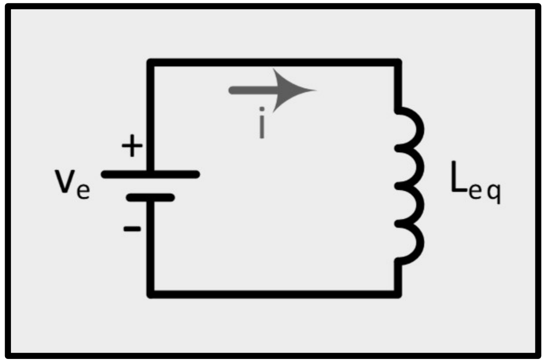


$$i)\ \begin{cases} v_1(t) = L_1 \cdot \dfrac{di(t)}{dt} \\ v_2(t) = L_2 \cdot \dfrac{di(t)}{dt} \\ \qquad \dots \\ v_n(t) = L_n \cdot \dfrac{di(t)}{dt} \end{cases}$$

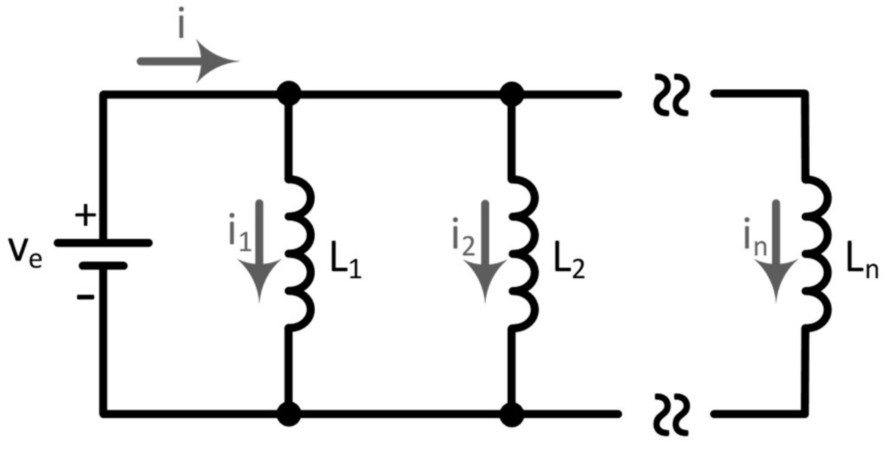
$$ii)\ v_e\,(t) = v_1(t) + v_2(t) + \ldots + v_n(t)$$

$$\rightarrow v_e(t) = [L_1 + L_2 + \cdots + L_n] \cdot \frac{di(t)}{dt}$$

$$iii)\ \boxed{L_{eq} = L_1 + L_2 + \cdots + L_n}$$



Indutor: equivalente paralelo



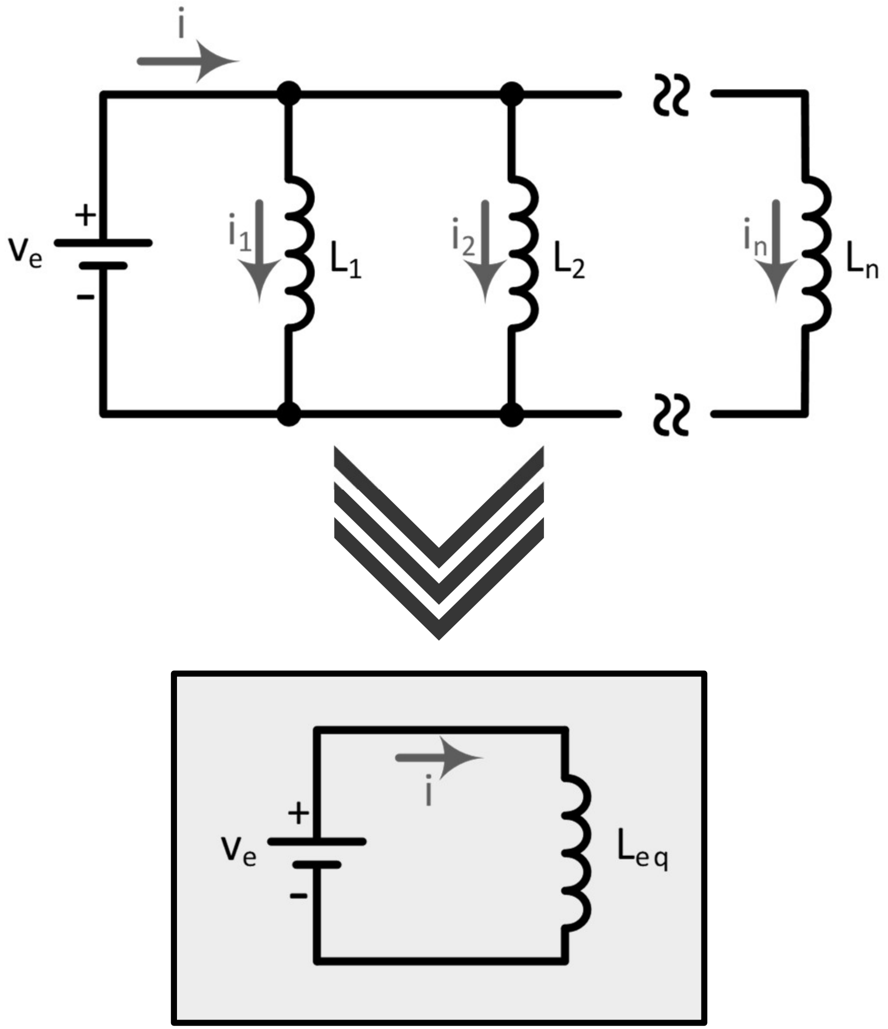
$$i)\begin{cases} i_1(t) = \frac{1}{L_1}\cdot\int v(t)dt + i_1(t_0) \\ i_2(t) = \frac{1}{L_2}\cdot\int v(t)dt + i_2(t_0) \\ \cdots \\ i_n(t) = \frac{1}{L_n}\cdot\int v(t)dt + i_n(t_0) \end{cases}$$

$$ii)\, i\,(t) = i_1(t) + i_2(t) + \ldots + i_n(t)$$

$$\rightarrow i(t) = \left[\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}\right]\cdot\int v(t)dt$$

$$+\left[i_1(t_0) + i_2(t_0) + \cdots + i_n(t_0)\right]$$

Indutor: equivalente paralelo



$$ii)\, i\,(t) = i_1(t) + i_2(t) + \ldots + i_n(t)$$

$$\rightarrow i(t) = \left[\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}\right] \cdot \int v(t)dt$$

$$+\left[i_1(t_0) + i_2(t_0) + \cdots + i_n(t_0)\right]$$

$$iii)\, \boxed{\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots + \frac{1}{L_n}}$$

e

$$\boxed{i(t_0) = i_1(t_0) + i_2(t_0) + \cdots + i_n(t_0)}$$

Exemplo

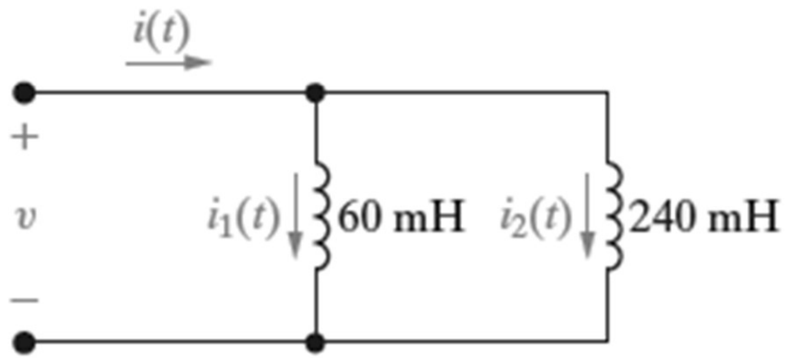
6.4 Os valores iniciais de i_1 e i_2 no circuito mostrado são +3 A e −5 A, respectivamente. A tensão nos terminais dos indutores em paralelo para $t \geq 0$ é $-30e^{-5t}$ mV.

a) Se os indutores em paralelo forem substituídos por um único indutor, qual será sua indutância?

b) Qual é a corrente inicial e sua direção de referência no indutor equivalente?

c) Use o indutor equivalente para determinar $i(t)$.

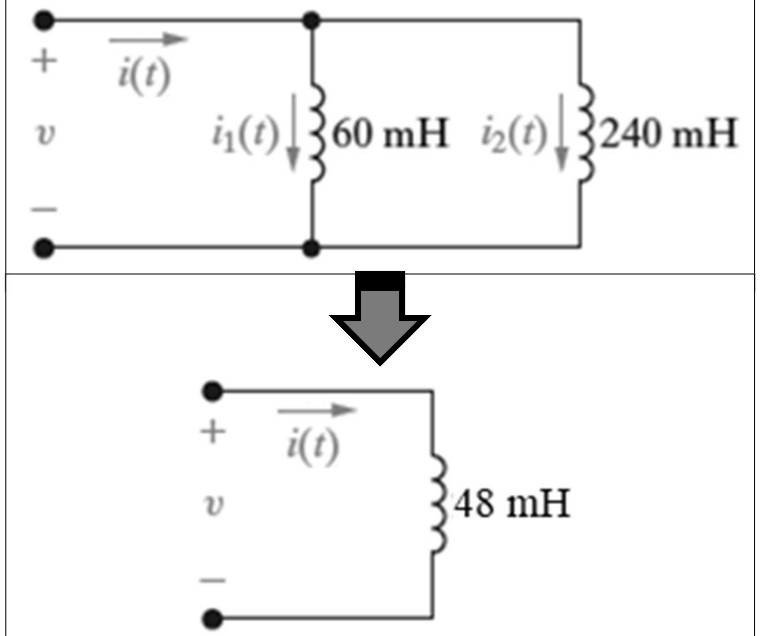
d) Determine $i_1(t)$ e $i_2(t)$. Verifique se as soluções para $i_1(t)$, $i_2(t)$ e $i(t)$ satisfazem a lei das correntes de Kirchhoff.



Exemplo

$i_1(0) = 3A \qquad i_2(0) = -5A$

$v(t) = -30 \cdot e^{-5 \cdot t} mV (t \geq 0)$



a) Qual o valor da indutância equivalente?

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \quad \rightarrow \frac{1}{L_{eq}} = \frac{L_2 + L_1}{L_1 \cdot L_2}$$

$$\rightarrow L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_2 + L_1} \quad \rightarrow L_{eq} = \frac{60 \times 10^{-3} \cdot 240 \times 10^{-3}}{60 \times 10^{-3} + 240 \times 10^{-3}}$$

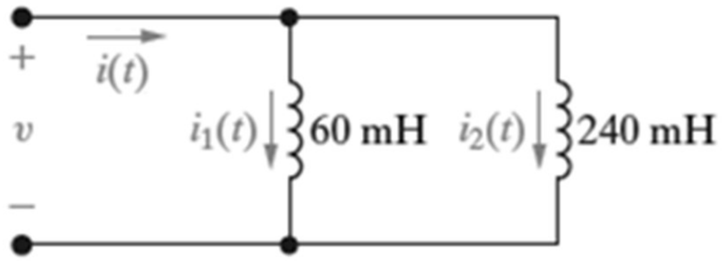
$$\rightarrow L_{eq} = \frac{\cancel{60 \times 10^{-3}} \cdot 240 \times 10^{-3}}{\underset{5}{\cancel{300}} \times \cancel{10^{-3}}} \rightarrow L_{eq} = \frac{240 \times 10^{-3}}{5}$$

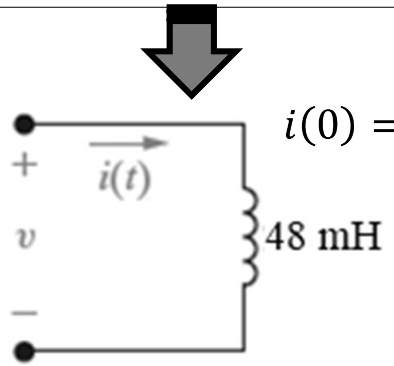
$$\rightarrow \boxed{L_{eq} = 48 \times 10^{-3} \equiv 48mH}$$

Exemplo

$i_1(0) = 3A \qquad i_2(0) = -5A$

$v(t) = -30 \cdot e^{-5 \cdot t} mV (t \geq 0)$





$i(0) = -2A$

b) *Qual é a condição inicial de corrente no indutor equivalente e sua direção de referência?*

Neste exemplo, a referência de corrente no indutor equivalente já está dada, é a própria corrente i(t). Contudo, assim como qualquer corrente de referência, ela pode ser livremente arbitrada por quem está analisando o circuito. Determinada essa referência, aplica-se a LKC.

$$\mathrm{i}(0) = i_1(0) + i_2(0)$$

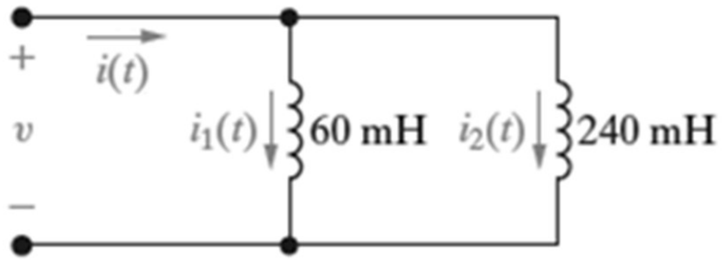
$$\rightarrow i(0) = 3 + (-5)$$

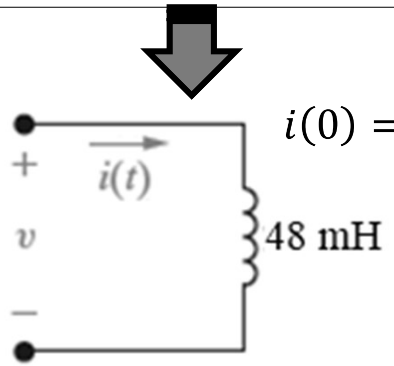
$$\rightarrow i(0) = -2A$$

Exemplo

$i_1(0) = 3A \qquad i_2(0) = -5A$

$v(t) = -30 \cdot e^{-5 \cdot t} mV (t \geq 0)$





$i(0) = -2A$

$i(t) = \mathbf{0,125 \cdot e^{-5 \cdot T} - 2,125\ A}$

c) Use o indutor equivalente para determinar i(t).

$$i(t) = \frac{1}{L_{eq}} \cdot \int v(t)\, dt + i(0)$$

$$\rightarrow i(t) = \frac{1}{48 \times 10^{-3}} \cdot \int_0^t -30 \cdot e^{-5 \cdot T} \times 10^{-3}\, dT - 2$$

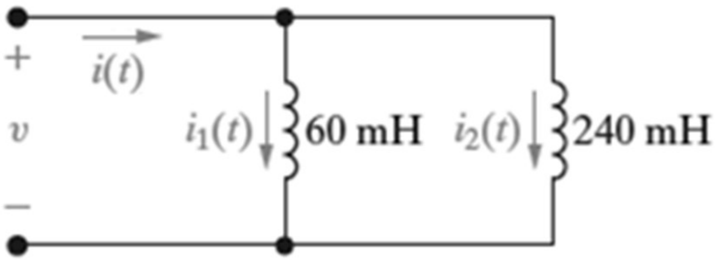
$$\rightarrow i(t) = \frac{1}{\cancel{48}^{8} \times \cancel{10^{-3}}} \cdot \int_0^{-\frac{1}{5}u} \frac{-\cancel{30}^{6} \times \cancel{10^{-3}}}{-\cancel{5}} \cdot e^u\, du - 2$$

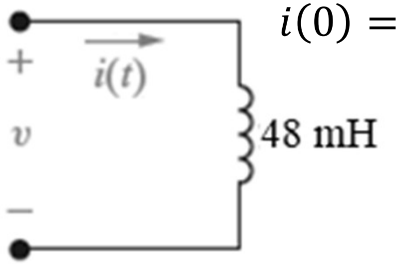
$$\rightarrow i(t) = \frac{1}{8} \cdot [e^{-5 \cdot T}]_0^t - 2 \ \equiv \mathbf{0,125 \cdot e^{-5 \cdot T} - 2,125\ A}$$

Exemplo

$i_1(0) = 3A \qquad i_2(0) = -5A$

$v(t) = -30 \cdot e^{-5 \cdot t} mV (t \geq 0)$





$i(0) = -2A$

$i(t) = \mathbf{0,125 \cdot e^{-5 \cdot T} - 2,125\ A}$

d) Determine i1(t) e i2(t). Verifique se as correntes atendem à LKC.

$$i_1(t) = \frac{1}{L_1} \cdot \int v(t)\,dt + i_1(0)$$

$$\rightarrow i_1(t) = \mathbf{0,1 \cdot e^{-5 \cdot T} + 2,9\ A}$$

$$i_2(t) = \frac{1}{L_2} \cdot \int v(t)\,dt + i_2(0)$$

$$\rightarrow i_2(t) = \mathbf{0,025 \cdot e^{-5 \cdot T} - 5,025\ A}$$

Portanto: $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$