9,5

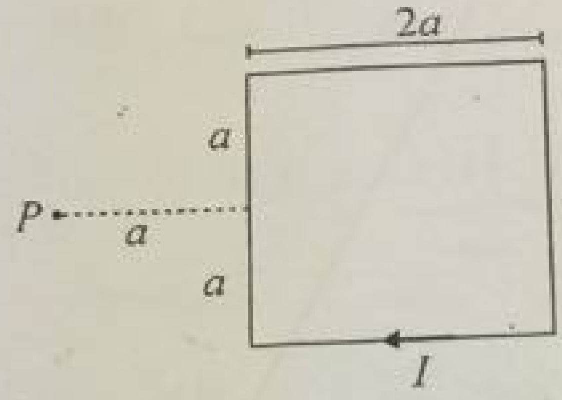
Universidade Federal do Ceará
Campus Sobral
Engenharias da Computação e Elétrica
Disciplina de Eletromagnetismo Aplicado
2ª Avaliação Parcial (18/12/2015)
Prof. Carlos Elmano

Nome: Iago Machado Carneiro Leite Mat.: 363965

1. Disserte acerca de todas as informações que a curva BxH pode fornecer sobre um dado material. (2pt)

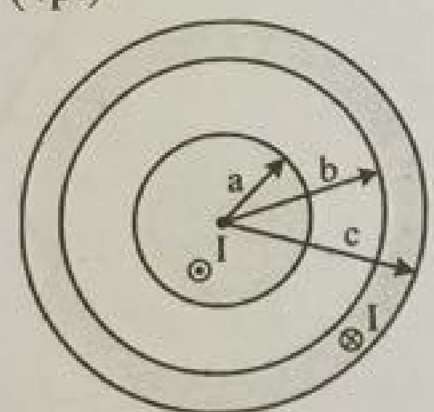
1,5

2. Calcule o campo magnético no ponto P criado pela espira quadrada de lado 2a, conforme a figura abaixo. (2pt)



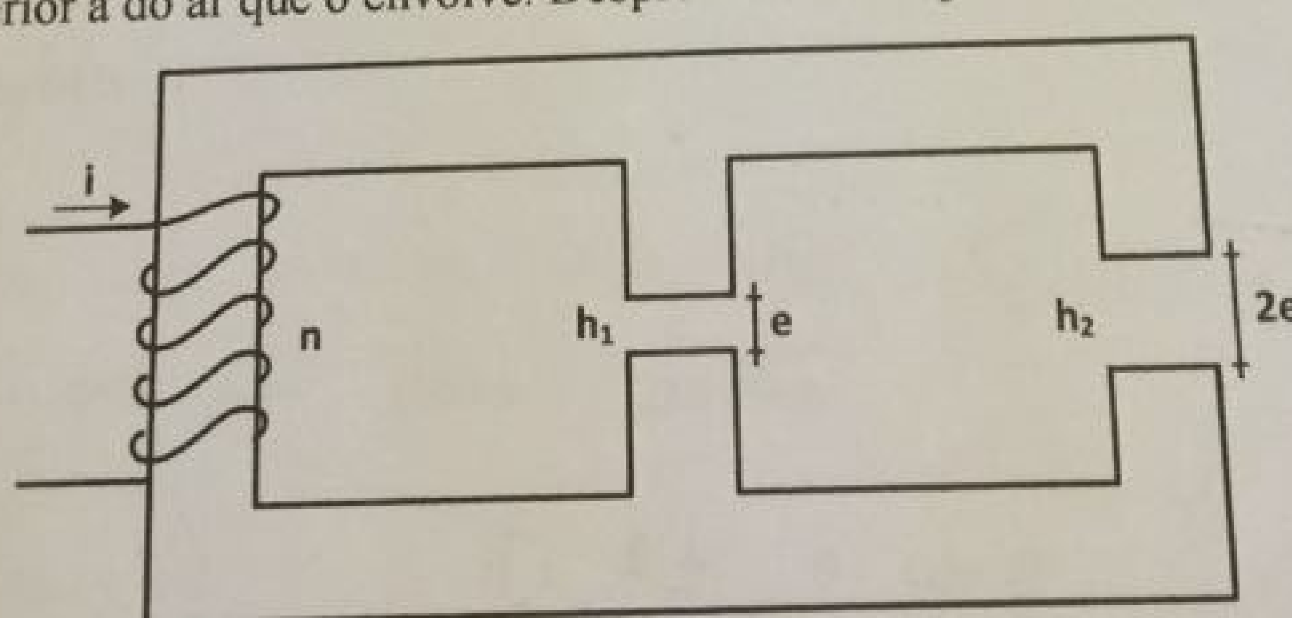
2,0

3. Os condutores de um cabo coaxial são feitos de cobre e o dielétrico é o ar. A figura abaixo mostra o esboço da seção transversal do cabo coaxial, o qual é utilizado como guia de uma corrente contínua 'I'. Utilizando a Lei de Ampère, determine o campo magnético em todo o espaço. (4pt)



4,0

4. Calcule a razão entre os campos magnéticos h1 e h2 no circuito magnético abaixo, sabendo que o núcleo possui seção transversal uniforme 'S' e permeabilidade magnética muito superior a do ar que o envolve. Despreze todos os possíveis efeitos de borda. (2 pt)

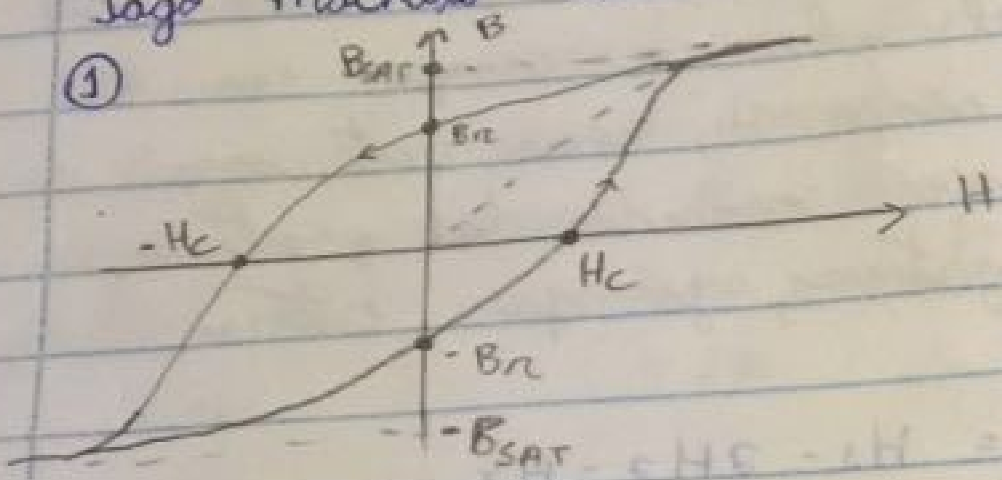


2,0

Boa prova!

Iago Machado Carneiro Leite

①



HISTERESE?

A curva BxH irá relacionar a densidade de campo magnético em um certo material com um campo magnético externo aplicado sobre esse material. Através dessa curva é possível saber qual será a densidade do campo de saturação de certo material, quando submetido a campos externos muito elevados. Quando um material como imã permanente já magnetizado deixa de sofrer ação de um campo externo, ele vai continuar gerando campo através da sua densidade de campo magnético remanescente (Br), essa densidade também pode ser vista na curva. Ademais, essa curva fornece o valor do campo magnético externo necessário para desmagnetizar certo material; esse valor é chamado de campo magnético coercitivo, representado por Hc no gráfico.

CONTINUAÇÃO I

② De maneira análoga ao fio

CONTINUAÇÃO II

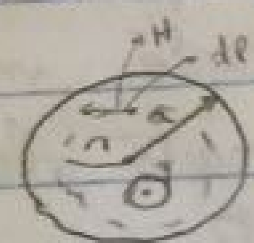
② Sabendo os módulos de contribuição de cada parte da espira, é possível saber o campo em P, considerando os sentidos. O campo H_1, como visto, será saindo do plano, portanto será considerado positivo, todos os outros são negativos, já que entram no plano.

$$H = H_1 - H_2 - H_3 - H_4 = H_1 - 2H_2 - H_3$$

$$H = \frac{i\sqrt{2}}{4\pi a} - 2 \cdot \frac{i}{4\pi a}\left(\frac{3}{10}\sqrt{10} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) - \frac{\sqrt{10}\, i}{60\pi a}$$

$$H = 0{,}0573\, i/a \rightarrow \vec{H} = 0{,}0573\, \frac{i}{a}\, (\hat{a}_z)$$

③ Para $r < a$



Traçando uma amperiana em $r < a$, e aplicando lei de Ampère

A corrente envolvida será:

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = I_{env}$$

$$I_{env} = \int J\, dA \qquad J = \frac{I}{Area}$$

$$\vec{H} = H(r)\, \hat{a}_\theta$$

$$\vec{dl} = r\, d\theta\, \hat{a}_\theta$$

$$I_{env} = \int_0^{2\pi}\int_0^{r} \frac{I}{\pi a^2}\, r\, dr\, d\theta$$

$$\int (H(r)\, \hat{a}_\theta)(r\, d\theta\, \hat{a}_\theta) = I_{env}$$

$$I_{env} = \frac{I}{\pi a^2} \cdot 2\pi \frac{r^2}{2} = \frac{I}{a^2} \cdot r^2$$

$$H(r) \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{I}{a^2} \cdot r^2$$

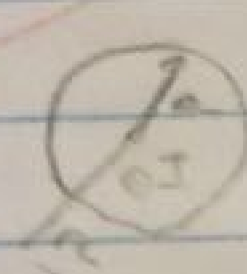
$$H(r) = \frac{I r^2}{2\pi r a^2} = \frac{I r}{2\pi a^2} \qquad \vec{H}(r) = \frac{I r}{2\pi a^2}\, \hat{a}_\theta$$

Para $a < r < b$

O processo será semelhante ao anterior, porém a corrente envolvida será toda a corrente I.

$$\int (H(r)\, \hat{a}_r)(r\, d\theta\, \hat{a}_r) = I$$

— Amperiana

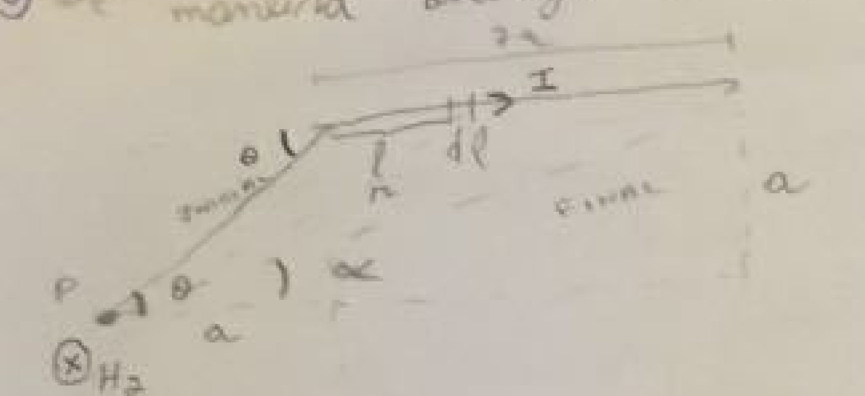


$$H(r)\, r \int_0^{2\pi} d\theta = I$$

$$H(r) = \frac{I}{2\pi r} \qquad \vec{H}(r) = \frac{I}{2\pi r}\, \hat{a}_\theta$$

CONTINUAÇÃO I

② De maneira análoga ao fio 1, para



$$dH = \frac{i\,dl\,\operatorname{sen}\theta}{4\pi r^2} \quad (I)$$

$$\operatorname{sen}\theta = \frac{a}{r} \quad (II)$$

$$tg\,\theta = \frac{a}{a+l}$$

↓ Derivando

$$dl = -a\,\operatorname{cosec}^2\theta\, d\theta \quad (III)$$

Substituindo (II) e (III) em (I)

$$dH = \frac{i}{4\pi}\,\frac{\operatorname{sen}^2\theta}{a^2}\cdot(-a)\cdot\operatorname{cosec}^2\theta\,d\theta\;\operatorname{sen}\theta$$

$$H_2 = \frac{i}{4\pi a}\int_{\theta}^{\alpha} -\operatorname{sen}\theta\,d\theta = \frac{i}{4\pi a}\left(\cos\alpha - \cos\theta\right)$$

$$\cos\theta = \frac{a}{\sqrt{a^2+a^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

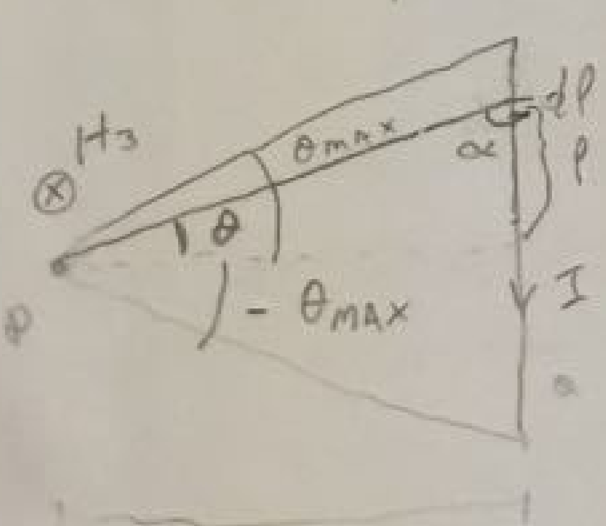
$$\cos\alpha = \frac{3a}{\sqrt{9a^2+a^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$H_2 = \frac{i}{4\pi a}\left(\frac{3}{10}\sqrt{10} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \rightarrow H_2 = \frac{i}{4\pi a}\left(\frac{3\sqrt{10}}{10} - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$$

Por simetria, é possível notar que para o fio 4, o módulo, direção e sentido do vetor campo magnético será o mesmo de 2.

$$H_2 = H_4$$

Para o fio 3.



$$dH = \frac{i\,dl\,\operatorname{sen}\alpha}{4\pi r^2}$$

$$\operatorname{sen}\alpha = \cos\theta$$

$$\cos\theta = \frac{3a}{r}$$

$$tg\,\theta = \frac{l}{3a} \qquad dl = 3a\sec^2\theta$$

$$dH = \frac{i}{4\pi}\;\frac{\cos^2\theta}{9a^2}\cdot 3a\sec^2\theta\,d\theta\cdot\cos\theta$$

$$\operatorname{Sen}\theta_{MAX} = \frac{a}{\sqrt{9a^2+a^2}}$$

$$H_3 = \frac{i}{12\pi a}\int_{-\theta_{MAX}}^{\theta_{MAX}}\cos\theta\,d\theta = \frac{i}{12\pi a}\,2\int_{0}^{\theta_{MAX}}\cos\theta\,d\theta$$

$$\operatorname{Sen}\theta_{MAX} = \frac{a}{a\sqrt{10}}$$

$$\operatorname{Sen}\theta_{MAX} = \frac{\sqrt{10}}{10}$$

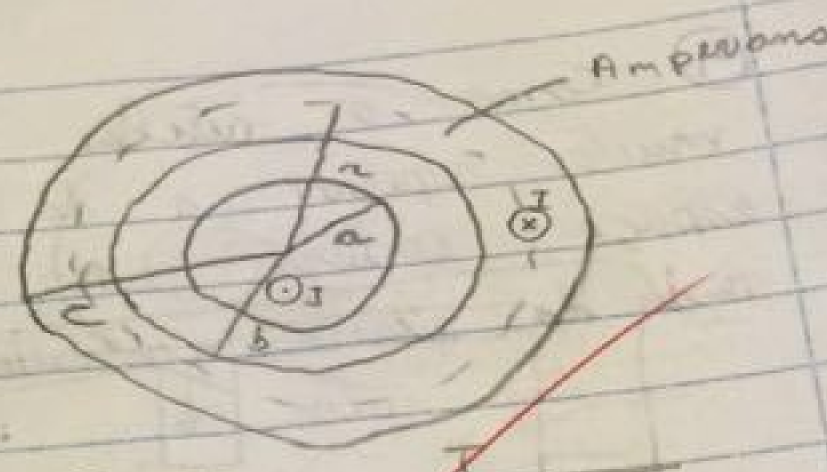
$$H_3 = \frac{i}{6\pi a}\cdot\left(\operatorname{Sen}\theta_{MAX} - \operatorname{Sen}0\right) = \frac{i\cdot\sqrt{10}}{6\pi a\;10}$$

$$H_3 = \frac{\sqrt{10}}{60\pi}\cdot\frac{i}{a}$$

③ CONTINUAÇÃO

Para $b < r < c$

Traçando a amperiana entre b e c, a corrente envolvida será a corrente líquida dentro da amperiana, portanto:



$$I_{env} = I - \int J\,dA \qquad J = \frac{I}{ÁREA} = \frac{I}{\pi(c^2-b^2)}$$

$$dA = r\,dr\,d\theta$$

$$I_{env} = I - \int_0^{2\pi}\int_b^r \frac{I}{\pi(c^2-b^2)} \cdot r\,dr\,d\theta$$

$$I_{env} = I - \frac{I}{\pi(c^2-b^2)} \cdot 2\pi \cdot \frac{r^2}{2}\Big|_b^r = I - \frac{I}{(c^2-b^2)} \cdot (r^2-b^2)$$

Portanto, amplicando na lei de Ampere:

$$\oint \vec{H}\,\vec{dl} = I_{env}$$

$$\int_0^{2\pi} (H(r)\,\hat{a}_r)(r\,d\theta\,\hat{a}_\theta) = I - I\left(\frac{r^2-b^2}{c^2-b^2}\right)$$

$$H(r) \cdot 2\pi r = I - I\left(\frac{r^2-b^2}{c^2-b^2}\right)$$

$$H(r) = \frac{I}{2\pi r}\left[1 - \left(\frac{r^2-b^2}{c^2-b^2}\right)\right] \therefore \vec{H}(r) = \frac{I}{2\pi r}\left[1 - \frac{(r^2-b^2)}{(c^2-b^2)}\right]\hat{a}_\theta$$

Para $r > c$

Neste caso, a corrente líquida envolvida será 0, já que envolve completamente a corrente que entra e que sai do plano, e elas têm a mesma intensidade, portanto:

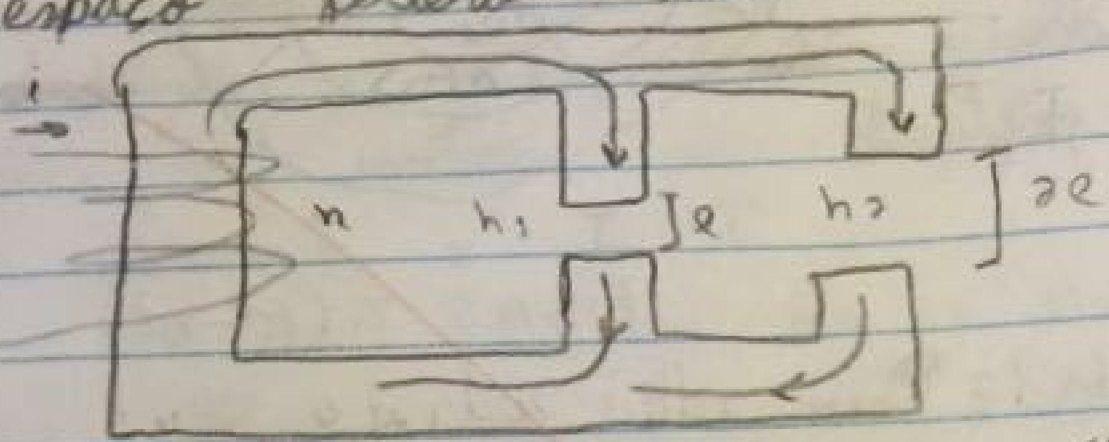
$$\oint \vec{H}\,\vec{dl} = I_{env}$$

$$\oint \vec{H} \cdot \vec{dl} = I - I$$

$$H = 0$$

Parabéns!

④ Como o núcleo possui permeabilidade magnética muito superior a do ar, a relutância nesse espaço poderá ser desconsiderada.



Percorrendo o circuito magnético nos 2 possíveis caminhos de circulação do campo:

$$ni = h_1 \cdot e \qquad (I)$$

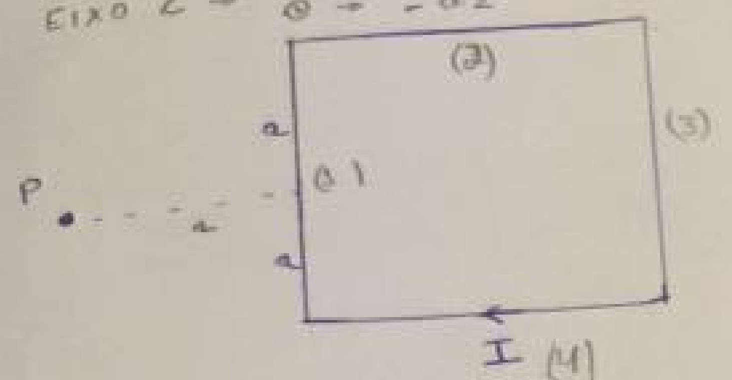
$$ni = h_2 \cdot 2e \qquad (II)$$

Dividindo a equação (I) pela equação (II)

$$\frac{ni}{ni} = \frac{h_1 e}{h_2 \cdot 2e} \quad \therefore \quad \frac{h_1}{h_2} = 2$$

João Machado Carneiro Leite

EIXO Z → $\odot \rightarrow \hat{a}_z$
$\otimes \rightarrow -\hat{a}_z$

② 

Para calcular o campo em P, a espira será dividida em 4 fios e será calculada a contribuição de cada um separadamente

Fio (1): Utilizando a regra da mão direita, a corrente está subindo, portanto o campo em P será saindo do plano da folha.

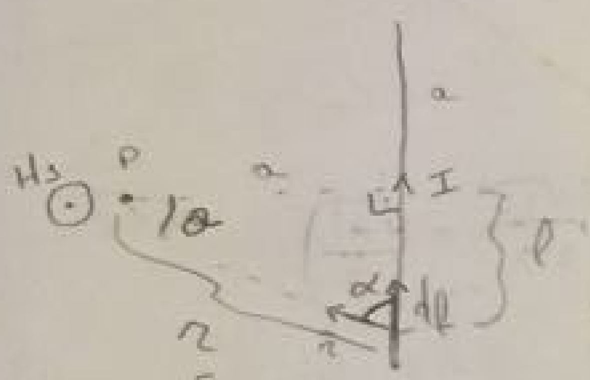


FIGURA 2.1

Utilizando Bio-Savart, temos que

$$dH = \frac{i\,dl \times \hat{r}}{4\pi r^2}$$

ONDE $\hat{r}$ é o vetor unitário

Portanto

$$dH = \frac{i\,dl\,\text{sen}\,\alpha}{4\pi r^2} \quad (\text{I})$$

Da figura 2.1, tem-se que:

$\text{sen}\,\alpha = \cos\theta$ (II) $\quad \cos\theta = \frac{a}{r}$ $\quad \frac{1}{r} = \frac{\cos\theta}{a}$ (III) $\quad \text{tg}\,\theta = \frac{l}{a}$

↓ Derivando

$dl = a\,\text{sec}^2\theta\,d\theta$ (IV)

Substituindo II, III e IV em I:

$$dH = \frac{i}{4\pi} \cdot \frac{\cos^2\theta}{a^2} \cdot a\,\text{sec}^2\theta\,d\theta \cdot \cos\theta$$

$$H = \frac{i}{4\pi a}\int \cos\theta\,d\theta$$


Figura 2.2

Pela simetria da figura 2.2, será integrado de 0 a $\frac{\pi}{4}$ e multiplicado por 2, já que são duas partes.

$$H_1 = \frac{i}{4\pi a} \cdot 2 \cdot \int_0^{\pi/4} \cos\theta\,d\theta$$

$$H_1 = \frac{i}{4\pi a} \cdot 2 \cdot \cos\frac{\pi}{4} = \frac{i\sqrt{2}}{4\pi a}$$