Francisco Jefferson - 475486

~~Nome~~: AP3 CIRCUITOS ELÉTRICOS I

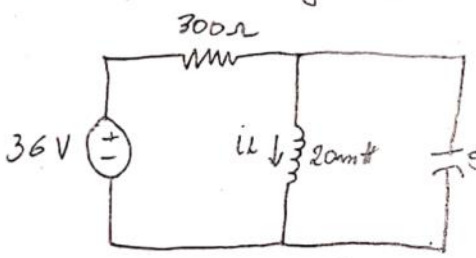
Nome: Francisco Jefferson Marques de Sousa 10,0 TURMA 01

MATRÍCULA: 475486.

Questão 01. 5,0

Fig. 01

No instante $t<0$, podemos simplificar o circuito da Fig. 01, pela Fig. 02.



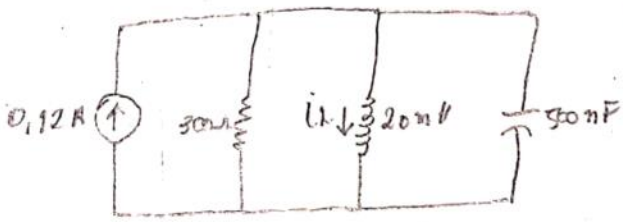


Fig. 02 Fig. 03

Aplica-se uma transformação de fonte na Fig. 02 que resulta na Fig. 03.

Logo, em $t=0^-$, a tensão $V_C(0^-)$ no capacitor é 0V, uma vez que a corrente da fonte de 0,12A percorre integralmente o indutor. Logo, a corrente $i_L(0^-)$ no indutor é 0,12A. Quando a chave fecha em $t=0$, o circuito ganha a configuração da Fig. 04.

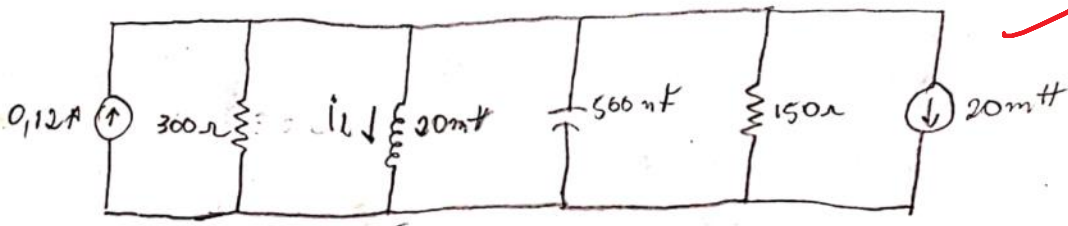


Fig. 04

Tal que sua equivalência é dada por;

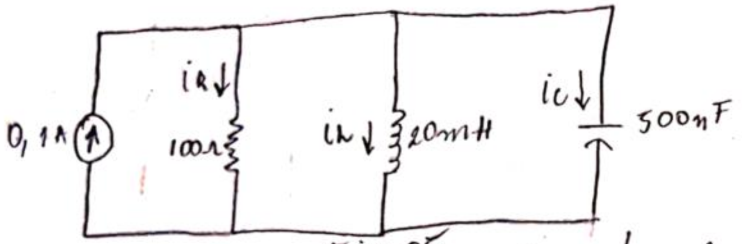


Fig. 05

Como o capacitor não admite degrau de tensão, temos que $V_C(0^-) = V_C(0)$. Por conseguinte, como o indutor não admite degrau de corrente, $i_L(0^-) = i_L(0)$. Logo, a corrente $i_R(0)$ no resistor de 100Ω é 0A.

De LKC, temos que;

$$i_R(0) + i_L(0) + i_C(0) = 0,1 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_C(0) = 0,1 - 0 - 0,12 \Leftrightarrow i_C(0) = -0,02A$$

A equação que modela o circuito Fig. 05 é;

$$\frac{d^2V(t)}{dt^2} + \frac{1}{R \cdot C}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L \cdot C} \cdot V(t) = 0 \quad (1)$$

Determinando a Freq. Neper α e a Freq. natural de oscilação w_0, temos que;

$$\alpha = \frac{1}{2 \cdot RC} \Rightarrow \alpha = 10000\ rad/s \ \text{e}\ w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow W_0 = 10000\ rad/s.$$

Uma vez que $\alpha = w_0$, temos que o circuito da Fig. 05 possui resposta criticamente amortecida. Logo, a solução da equação (1) é da forma;

$$V(t) = [D_1 \cdot t + D_2] \cdot e^{-\alpha t} \quad (2)$$

Para $t = 0$, temos;

$$V(0) = D_2 \Rightarrow D_2 = 0$$

Scanned with CamScanner

Continuação da questão 01

Derivando (2) e considerando $t = 0$, temos;

$\frac{C}{C} \cdot \frac{dV(0)}{dt} \Rightarrow \frac{i_C(0)}{C} = D_1 - \alpha \cdot D_2 \Rightarrow -40000 = D_1 - \alpha \cdot (0)$

$\Leftrightarrow \boxed{D_1 = -40000t}$. Então, de (2), teremos;

$$\boxed{V(t) = -40000t \cdot e^{-10000t}} \quad (3)$$

a) A tensão no capacitor para $t \geq 0$;

A tensão $V_C(t)$ no capacitor é dada por;

$$V_C(t) = V(t) = -40000t \cdot e^{-1000t} \quad (4)$$

Uma vez que todos da Fig. 05 estão sob a mesma diferença de potencial.

b) A corrente no resistor de 300Ω para $t \geq 0$;

Retornando a Fig. 01, perceba que o indutor está em paralelo com o capacitor. Logo, estão sob a mesma diferença de potencial.

Aplicando a lei das malhas à malha I da Fig. 01, temos que

$$36 - V_{300}(t) - V_L(t) = 0 \Leftrightarrow V_{300}(t) = 36 - V_L(t).$$ onde

$V_{300}(t)$ é a tensão no resistor para $t \geq 0$. Logo

$$V_{300}(t) = 36 + 40000t \cdot e^{-10000t} \quad (5)$$

Então, a corrente $i_{300}(t)$ no resistor de 300Ω é dada por;

$i_{300}(t) = \frac{V_{300}(t)}{300} \Rightarrow \boxed{i_{300}(t) = 0{,}12 + 133{,}33\,t \cdot e^{-10000t}} \quad (6)$

Scanned with CamScanner

c) A corrente no capacitor para $t \geq 0$;

A corrente $i_c(t)$ no capacitor é;

$$C\frac{dv(t)}{dt} \Rightarrow i_c(t) = C\left[-40000 \cdot e^{-10000t} - 40000t \cdot e^{-10000t}(-10000)\right]$$

$$\Rightarrow i_c(t) = \left[-0{,}02 \cdot e^{-10000t} + 200t \cdot e^{-10000t}\right] \quad (7)$$

d) A corrente no indutor para $t \geq 0$;

Aplicando LKC, na Fig. 05, temos;

$$i_R(t) + i_L(t) + i_C(t) = 0{,}1 \Rightarrow i_L(t) = 0{,}1 - i_R(t) - i_C(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{i_L(t) = 0{,}1 + 0{,}02 \cdot e^{-10000t} + 200t \cdot e^{-10000t}} \quad (8)$$

Questão 02)

5,0

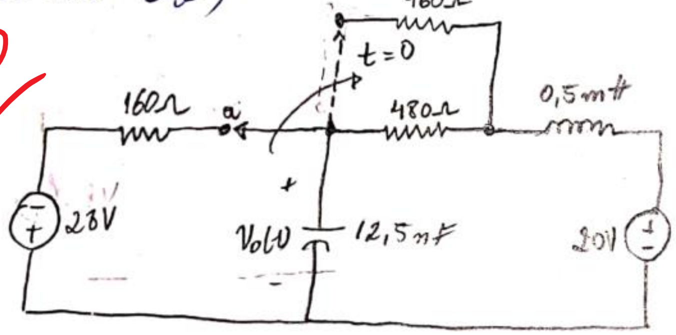


Fig. 01

A equivalência do circuito da Fig. 01 é dada na Fig. 02, no instante $t < 0$.

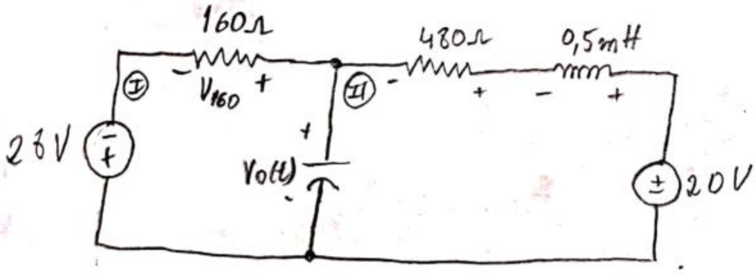


Fig. 02

No instante $t < 0$, tanto o capacitor quanto o indutor estão completamente carregados.

O indutor se comporta como um curto-circuito, enquanto o capacitor se comporta como um fio partido.

Continuação da questão 02.

Desta forma, podemos visualizar o circuito da Fig.02 como o que está representado na Fig.03

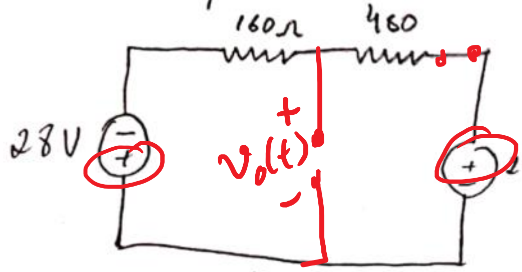


Fig. 03

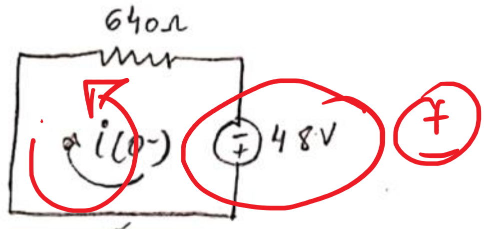


Fig. 04

Logo, a corrente $i(0^-)$ no instante $t=0^-$ é dada por;

$$i(0^-) = \frac{48}{640} = 0{,}075\ A.$$

Da forma como você calculou é $-75mA$ -

Aplicando a lei das malhas, a malha ① da Fig.02, temos que;

$$28 + V_o(0^-) - V_{160} = 0 \Rightarrow V_o = -28 + (160 \times 0{,}075) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{V_o(0^-) = -16\,V.}$$

(2)

Para o instante $t=0$, o circuito possui a configuração da Fig. 05.

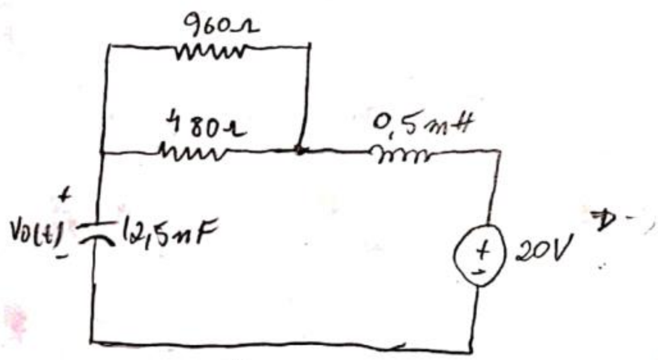


Fig. 05

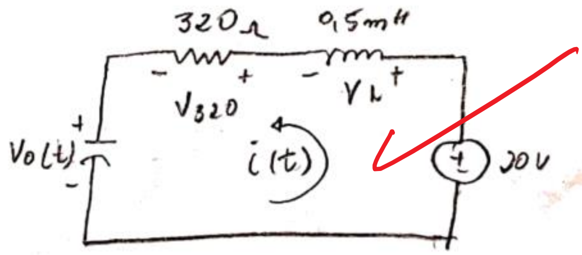


Fig. 06

O circuito da Fig. 06 é modelado por;

$$\frac{d^2 i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \cdot \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{L \cdot C}\, i(t) = 0 \qquad (3)$$

Determinando a Freq. Neper α e a Freq. Natural de oscilação w_0, temos que;

$$\alpha = \frac{R}{2 \cdot L} \Rightarrow \alpha = 320 \times 10^3 \text{ rad/s} \quad e \quad w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow w_0 = 400 \times 10^3 \text{ rad/s}$$

Uma vez que $\alpha < w_0$, o circuito possui uma resposta subamortecida. Logo, a solução da equação (3) é da forma;

$$i(t) = [B_1 \cdot \cos(w_d \cdot t) + B_2 \operatorname{sen}(w_d \cdot t)] \cdot e^{-\alpha \cdot t} \qquad (4)$$

onde $w_d = \sqrt{w_0^2 - \alpha^2} \Rightarrow w_d = 240\,000 \text{ rad/s} \qquad (5)$

Da equação (4), para $t = 0$, temos;

$i(0) = B_1$. Como o indutor não admite degrau de corrente, $i(0) = i(0^-) = 0{,}075 A$. Logo

$$\boxed{B_1 = 0{,}075} \qquad (6)$$

Derivando (4) e considerando $t = 0$, temos;

$$\frac{L}{L} \cdot \frac{di(0)}{dt} \Rightarrow \frac{V_L(0)}{L} = -\alpha \cdot B_1 + w_d \cdot B_2 \qquad (7)$$

Aplicando a lei das malhas a Fig. 06, no instante $t = 0$, temos;

$$20 - V_L(0) - V_{320}(0) - V_C(0) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_L(0) = 20 - 24 + 16 \Leftrightarrow \boxed{V_L(0) = 12 V} \qquad (8)$$

Scanned with CamScanner

continuação da questão 02, parte II

Logo, da equação (7), temos;

$24000 = -24000 + W_d B_2 \Rightarrow \boxed{B_2 = 0{,}2 \text{ rad/s}}$

Aplicando a (4), teremos;

$i(t) = [0{,}075 \cdot \cos(240k \cdot t) + 0{,}2 \,\text{sen}(240k t)] \cdot e^{-320k t}$ (9)

a) A corrente no indutor para $t \geq 0$;

Com base na Fig. 06, a corrente $i_L(t)$ no indutor é; $i_L(t) = [0{,}075 \cdot \cos(240k \cdot t) + 0{,}2 \,\text{sen}(240k \cdot t)] \cdot e^{-320k t}$

b) A tensão nos resistores para $t \geq 0$;

A tensão $V_{320}(t)$ no resistor de 320Ω da Fig. 06 é dada por;

$V_{320}(t) = i(t) \cdot (320) \Rightarrow$

$\rightarrow V_{320}(t) = [24 \cos(240k t) + 64 \,\text{sen}(240k t)] \cdot e^{-320k t}$

Como o resistor de 320Ω é a equivalência paralela dos resistores de 960Ω e 480Ω, temos que a tensão nos resistores de 960Ω e 480Ω é $V_{320}(t)$.

Perceba que no instante $t = 0$, não há corrente no resistor de 160Ω da Fig. 01. Logo, a tensão no resistor de 160Ω é $0V$.

Scanned with CamScanner

c) A tensão no indutor para $t \geq 0$;

Sabendo que $V_L(t) = L \dfrac{di(t)}{dt}$, teremos;

$$V_L(t) = L \frac{d}{dt}\left[0{,}075 \cdot \cos(240k \cdot t) + 0{,}2 \,\text{sen}(240kt)\right] \cdot e^{-320kt} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow V_L(t) = L\Big[\left(-18k\,\text{sen}(240t) + 48k\cos(240kt)\right) \cdot e^{-320kt}$$

$$+ \left(0{,}075 \cdot \cos(240kt) + 0{,}2\,\text{sen}(240kt)\right] \cdot e^{-320kt}(-320k)\Big] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_L(t) = L\Big[\left(-18k\,\text{sen}(240kt) + \cancel{48k\cos(240kt)}\right) \cdot e^{-320kt}$$

$$+ \left(\cancel{-24k\cos(240kt)} - 64k\,\text{sen}(240kt)\right) \cdot e^{-320kt}\Big] \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow V_L(t) = L\left[\left(24k\cos(240kt) - 82k\,\text{sen}(240kt)\right) \cdot e^{-320kt}\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V_L(t) = \left[12\cos(240kt) - 41\,\text{sen}(240kt)\right] \cdot e^{-320kt}} \quad (10)$$

d) A tensão no capacitor para $t \geq 0$;

Da Lei das malhas na Fig. 06, teremos;

$$20 - V_L(t) - V_{320}(t) - V_c(t) = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{V_c(t) = 20 - \left[36\cos(240kt) + 23\,\text{sen}(240kt)\right] \cdot e^{-320kt}}$$

Resposta Final.

Scanned with CamScanner