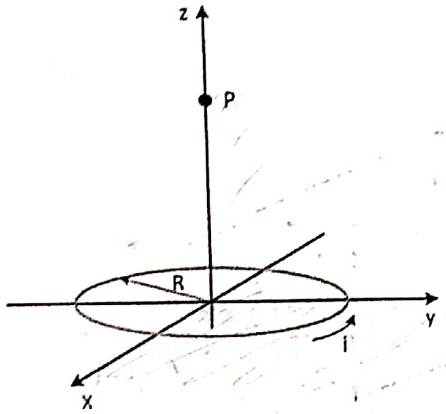
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL
ENGENHARIAS DA COMPUTAÇÃO E ELÉTRICA
DISCIPLINA DE ELETROMAGNETISMO APLICADO
2ª AVALIAÇÃO PARCIAL (04/10/2019)
PROF. CARLOS ELMANO

9,0

Nome: Francisco Willian Santos Pragiano Mat.: 385112

1. Utilizando a lei de Biot-Savart, demonstre quem é o vetor campo magnético no ponto P gerado pela corrente i que circula na espira circular que se encontra sobre o plano xy dos eixos coordenados mostrados abaixo. O raio da espira é R e o ponto P se encontra sobre o eixo z a uma distância D da origem. (3pt)

2,0

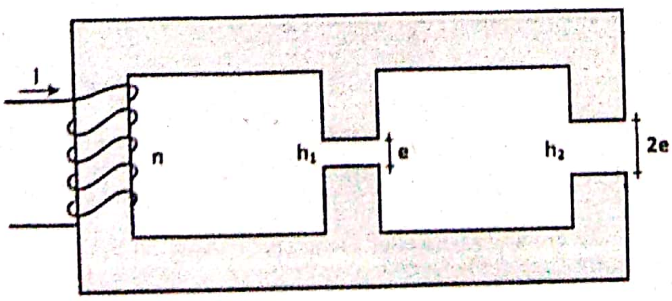


2. Um condutor linear e infinito é percorrido por uma corrente 'i' que se distribui uniformemente através da seção transversal do condutor, a qual é circular de raio 'a'. Sendo 'ρ' uma distância qualquer a partir do centro da seção transversal do condutor, utilizando a Lei de Ampere, determine justificando adequadamente sua resposta:
   a) O campo magnético para $0 < \rho < a$; (2 pt)
   b) O campo magnético para $\rho \geq a$; (1pt)

3,0

3. Para o circuito magnético mostrado abaixo, cuja seção transversal do núcleo é S e a permeabilidade magnética do núcleo é muito maior do que a do ar que o rodeia, determine justificando suas respostas:
   a) O fluxo magnético através do gap 1; (1 pt)
   b) O fluxo magnético através do gap 2; (1 pt)
   c) O campo magnético no gap 1 (h1); (1 pt)
   d) O campo magnético no gap 2 (h2); (1 pt)

4,0



Boa prova!

01) Pela Lei de Biot-Savart, temos

$$d\vec{H} = \frac{i\, d\vec{l} \times \hat{a}_r}{4\pi r^2}$$

onde $d\vec{l}$ é um vetor de comprimento infinitesimal que aponta no mesmo sentido da corrente. $\hat{a}_r$ é um vetor unitário que aponta de $d\vec{l}$ até o ponto onde se deseja calcular o campo e r é a distância reta de $d\vec{l}$ ao ponto.

nota-se pela Fig. 4 que o ângulo entre $\hat{a}_r$ e $d\vec{l}$ é sempre 90°
logo

$$\rightarrow dH = \frac{i\, dl \cdot 1 \cdot \text{sen}\, 90^\circ}{4\pi r^2}$$

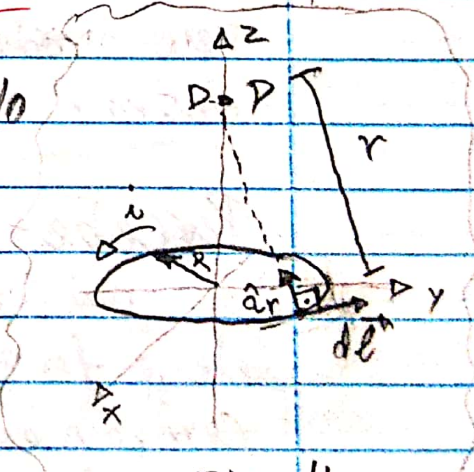
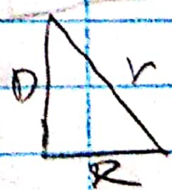


Fig. 4

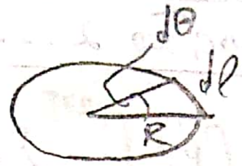
Vemos que, neste caso
$r = \sqrt{D^2 + R^2}$ ⟶ sempre



Logo

$$\rightarrow dH = \frac{i\, dl}{4\pi (D^2 + R^2)}$$

1. Continuação . . .



Convertendo $d\ell$, ~~temos~~ que $d\ell = R\, d\theta$, logo

$$dH = \frac{i\, R\, d\theta}{4\pi(D^2+R^2)}$$

Portanto

Somou sem decompor?

$$H = \int_0^{2\pi} \frac{iR}{4\pi(D^2+R^2)}\, d\theta$$

$$H = \frac{iR\,2\pi}{4\pi(D^2+R^2)} \rightarrow \boxed{H = \frac{i\,R}{2(D^2+R^2)}}$$

Fazendo uma análise física vemos o produto vetorial de $\vec{d\ell}$ e $\hat{a}_r$ geram um vetor resultante em P, ao colocarmos vários desses vetores resultantes gerados pelo produto de várias $\vec{d\ell}$, teremos um desenho como o da fig. 5

Percebe-se que para cada $\vec{dH}$ há um outro $\vec{dH}$ simétrico a ele, fazendo com que suas componentes horizontais se cancelem, portanto, no ponto P, só haverá campo para cima, no sentido positivo do eixo Z.

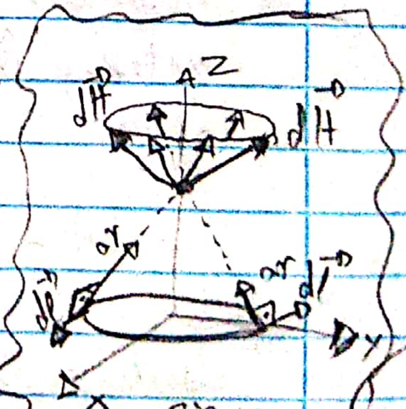


Fig. 5

$$\boxed{\vec{H} = \left(\frac{iR}{2(D^2+R^2)}\right)\hat{a}_z}$$

FALOU DECOMPOR!

Francisco William Santos Pragiano - 385112

Q2

a)

Dado o condutor infinito de raio a visto na fig. 1, supondo uma sup. amperiana de raio $0 < \rho < a$ concentrica com o condutor, pela lei de Ampere

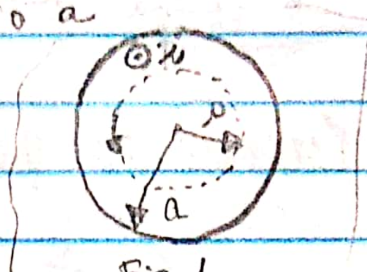


Fig. 1

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{env}$$

Considerando uma corrente 'i' que passa pelo condutor saindo do plano, pela regra da mão direita o campo gira no sentido anti horário. Faremos então uma amperiana no sentido anti horario tambem.

Pela Fig. 2 o ângulo entre $d\vec{H}$ e $d\vec{l}$ é 0° logo

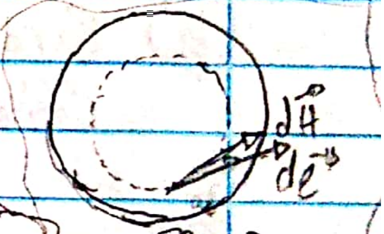
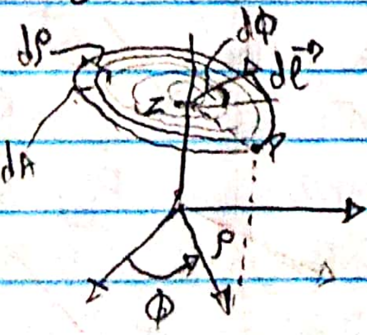


Fig. 2

$$\oint H \, dl \cancel{\cos 0°}^{1} = i_{env}$$

Em coord. cilindricos, temos



$$dl = \rho \, d\phi \rightarrow d\vec{l} = \rho \, d\phi \, \hat{a}_\phi$$

$$\oint dl = \int_0^{2\pi} \rho \, d\phi = \rho \, 2\pi$$

$$dA = \rho \, d\phi \, d\rho$$

$$\int dA = \int_0^{\rho} \int_0^{2\pi} \rho \, d\phi \, d\rho = \pi \rho^2$$

Percebe-se que $\vec{H} = H(\rho) \, \hat{a}_\phi$, logo

Scanned by CamScanner

(a) Continuação...

$\rightarrow \oint H(\rho)\, \rho\, d\phi = i_{env}$

$\rightarrow H(\rho) \cdot \rho \oint d\phi = i_{env}$

$\rightarrow H(\rho) \cdot \rho \cdot \int_0^{2\pi} d\phi = i_{env}$

$\rightarrow H(\rho) \cdot \rho \cdot 2\pi = i_{env}$

Percebe-se que, como i se distribui uniformemente

$$J = \frac{i}{\pi a^2} = \frac{i_{env}}{\pi \rho^2} \rightarrow i_{env} = \frac{i \rho^2}{a^2}$$

$$\rightarrow H(\rho) \cdot \rho \cdot 2\pi = \frac{i \rho^2}{a^2}$$

$$\hookrightarrow H(\rho) = \frac{i \cancel{\rho^2}}{2\pi a^2 \cancel{\rho}}$$

$$\hookrightarrow \boxed{H(\rho) = \frac{i \rho}{2\pi a^2}} \qquad \boxed{\vec{H}(\rho) = \left(\frac{i \rho}{2\pi a^2}\right) \hat{a}_\phi}$$

(b) Para uma sup. Amperiana de raio $\rho \geq a$ concentrica com o condutor como mostra a Fig. 3.

Sendo a corrente saindo do condutor, então orientamos a amperiana no sentido anti horário, (o mesmo do campo, pela regra da mão direita)

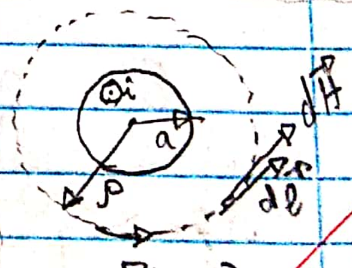


Fig. 3

Pela Lei de Ampere

$\oint \vec{H}\, d\vec{l} = i_{env}$

$\rightarrow \oint H\, dl \cos 0^{\circ \nearrow 1} = i_{env}$

desta vez toda a corrente vai estar envolvida, logo $i_{env} = i$.

$\rightarrow \oint H(\rho)\, dl = i$

② continuação 2 . . .

$$\oint dl = \int_0^{2\pi} \rho \, d\phi$$

↳ $H(\rho) \int_0^{2\pi} \rho \, d\phi = i$

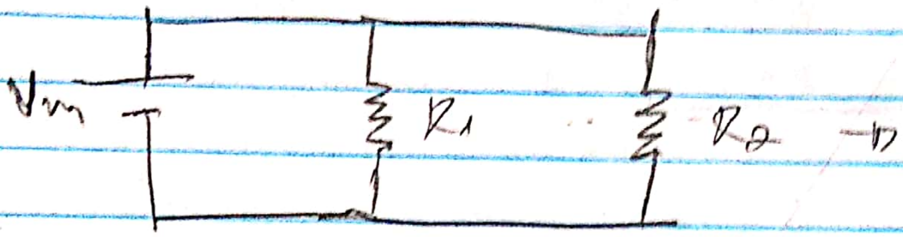
↳ $H(\rho) \cdot \rho \cdot 2\pi = i$

↳ $\boxed{H(\rho) = \dfrac{i}{2\pi\rho}}$ $\boxed{\vec{H}(\rho) = \left(\dfrac{i}{2\pi\rho}\right) \hat{a}_\phi}$

FRANCISCO WILLIAN SANTOS PRACIANO - 385112

03

Fazendo a analogia para circuitos elétricos, como a permeabilidade magnética do núcleo é maior que a do ar, desconsideramos sua relutancia (do núcleo), funcionando como um fio comum em circ. elétrico. Redesenhando, temos:



Como há uma bobina de n espiras por onde circula uma corrente i, temos que

$$V_m = n \cdot i$$

Agora, utilizando analogia de Lei de Ohm para circ. magnetico, temos

$$V_m = R\,\Phi_B$$

Logo

$$R = \frac{V_m}{\Phi_B} = \frac{Hl}{BS} = \frac{Hl}{\mu H S}$$

$$R = \frac{l}{\mu S}$$

Portanto

$$R_1 = \frac{l}{\mu_0 S} \quad e \quad R_2 = \frac{2l}{\mu_0 S}$$

Scanned by CamScanner

03 continuação...

a) Sendo $V_m = R_1 \Phi_{B_1}$

$$\Phi_{B_1} = \frac{V_m}{R_1}$$

$$\boxed{\Phi_{B_1} = \frac{n i \mu_0 S}{e}}$$

$$\Phi_{B_1} = \frac{n i}{\left(\frac{e}{\mu_0 S}\right)} \rightarrow \boxed{\Phi_{B_1} = \frac{n i \mu_0 S}{e}}$$

b) Sendo $V_m = R_2 \Phi_{B_2}$

$$\Phi_{B_2} = \frac{V_m}{R_2}$$

$$\Phi_{B_2} = \frac{n i}{\left(\frac{2e}{\mu_0 S}\right)} \rightarrow \boxed{\Phi_{B_2} = \frac{n i \mu_0 S}{2e}}$$

$$\boxed{\Phi_{B_2} = \frac{n i \mu_0 S}{2e}}$$

c) Sendo a definição de fluxo

$$\Phi = \oint \vec{B}\, d\vec{S} \rightarrow \Phi = BS$$

Logo

$$B = \frac{\Phi}{S} \rightarrow \mu_0 H = \frac{\Phi}{S} \rightarrow H = \frac{\Phi}{\mu_0 S}$$

$$H_1 = \frac{\Phi_{B_1}}{\mu_0 S} = \frac{\left(\frac{n i \cancel{\mu_0 S}}{e}\right)}{\cancel{\mu_0 S}} \rightarrow \boxed{H_1 = \frac{n i}{e}}$$

$$\boxed{H_1 = \frac{n i}{e}} \qquad H_1 = h_1$$

3) Continuação 2 ...

d) Análogo ao ítem anterior

$$H_2 = \frac{\Phi_{B2}}{\mu_0 S}$$

$$H_2 = \frac{\left(\frac{ni\,\cancel{\mu_0 S}}{2e}\right)}{\cancel{\mu_0 S}}$$

$$\boxed{H_2 = \frac{ni}{2e}}$$

$$\boxed{H_2 = \frac{ni}{2e}}$$

$$H_1 = h_1$$