Francilandio - 472644

10,0

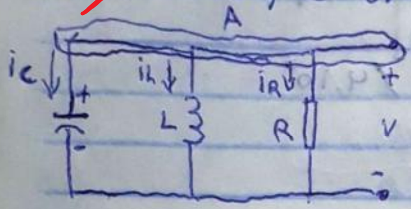
Parabéns!

AP3 - Circuitos elétricos I

Aluno: Francilândio Lima Serafim Matrícula: 472644

5,0

1. $R = 4k\Omega$; $C = 6{,}25nF$; $L = 400mH$; $i_L(0+) = 30mA$; $V(0+) = -60V$



Temos um circuito RLC paralelo submetido a uma resposta natural, e para sabermos a solução para a EDOSO característica dada por: $\frac{d^2v(t)}{dt^2} + \frac{1}{R.C}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{L.C}v(t) = 0$,

precisamos encontrar os valores de α (freq. de Neper) e w_0 (freq. natural de oscilação) e temos:

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2.4.10^3.6{,}25.10^{-9}} = \frac{1}{8.6{,}25.10^{-6}} = \frac{10^6}{8.6{,}25} = \boxed{2.10^4 \text{ rad/s}}$$

$$w_0 = \frac{1}{\sqrt{L.C}} = \frac{1}{\sqrt{4.10^{-1}.6{,}25.10^{-9}}} = \frac{1}{\sqrt{4.6{,}25.10^{-12}}} = \frac{1}{2{,}25.10^{-6}} = \frac{100.10^4}{50}$$

$$\rightarrow \boxed{w_0 = 2.10^4 \text{ rad/s}}$$

Sendo assim, como $\alpha^2 = w_0^2$, teremos uma resposta criticamente amortecida, e a tensão no circuito e em particular, no capacitor é dada por:

$$v(t) = [D_1 t + D_2].e^{-\alpha t}$$

Fazendo $t = 0$, temos:

$$V(0+) = D_2 \rightarrow \boxed{D_2 = -60\,V}$$

Derivando $v(t)$ no tempo e fazendo $t = 0$, temos:

$$\frac{dV(0+)}{dt} = \frac{i_C(0+)}{C} = D_1 - \alpha D_2 \quad (I)$$, então precisamos encontrar $i_C(0+)$.

Pela lei de Kirchhoff para nós, em A temos:

$$I_C(0+) + i_L(0+) + i_R(0+) = 0 \rightarrow I_C(0+) = -i_L(0+) - i_R(0+)$$

Pela lei de ohm, $i_R(0+) = V(0+)/R$ e conhecemos $i_L(0+)$, então:

$$i_C(0+) = -30.10^{-3} + 60/4.10^3 = -30.10^{-3} + 15.10^{-3} = -15.10^{-3}$$

$$\rightarrow \boxed{i_C(0+) = -15\,mA}$$

De (I), temos:

$$\frac{-15.10^{-3}}{6{,}25.10^{-9}} = D_1 - 2.10^4(-60) \rightarrow -24.10^5 = D_1 + 12.10^5 \rightarrow D_1 = -12.10^5 - 24.10^5$$

$$\rightarrow \boxed{D_1 = -36.10^5}$$

Portanto, temos que:

$$\boxed{V(t) = [-36.10^5 t - 60] e^{-2.10^4 t} \ V} \ a)$$

Conhecendo a tensão sobre os elementos do circuito, por Lei de Ohm determinamos a corrente no resistor:

$$I_R(t) = V(t)/R \rightarrow I_R(t) = [-3,6.10^6 t - 60] e^{-2.10^4 t} / 4.10^3$$

$$\rightarrow \boxed{I_R(t) = [-9.10^5 t - 15] e^{-2.10^4 t} \ mA} \rightarrow b)$$

Para determinar a corrente no capacitor, usamos a seguinte relação:

$$I_C(t) = C.\frac{dV(t)}{dt}$$

$$* \ \frac{dV(t)}{dt} = [-36.10^5] e^{-2.10^4 t} - 2.10^4 [-36.10^5 t - 60] e^{-2.10^4 t}$$

$$\rightarrow \frac{dV(t)}{dt} = [-36.10^5 + (72.10^9 t + 120.10^4)] e^{-2.10^4 t}$$

$$\rightarrow \frac{dV(t)}{dt} = [72.10^9 t - 240.10^4] e^{-2.10^4 t}$$

$$\rightarrow i_C(t) = 6,25.10^{-9} [72.10^9 t - 240.10^4] e^{-2.10^4 t}$$

desconsidere

$$\rightarrow i_C(t) = [450 t - 1500.10^{-5}] e^{-2.10^4 t} \ (A) \Rightarrow \boxed{i_C(t) = [0,45 t - \cancel{15}] e^{-2.10^4 t} \ mA} \rightarrow c)$$

Recorremos à Lei de Kirchhoff para nós, e em A temos:

$$i_C(t) + i_L(t) + i_R(t) = 0 \rightarrow i_L(t) = -i_C(t) - i_R(t)$$

$$\rightarrow \cancel{i_L(t) = [-0,45 t + 15 + 9.10^5 t + 15] e^{-2.10^4 t} \ mA}$$

$$\rightarrow \cancel{i_L(t) = [899,99.10^3 t + 30] e^{-2.10^4 t} \ mA}$$ desconsidere

$$\cancel{\boxed{i_L(t) = [899.999,55 t + 30] e^{-2.10^4 t} \ mA}} \rightarrow d)$$

$*$ correção: $\boxed{i_C(t) = [450.10^3 t - 15] e^{-2.10^4 t} \ mA} \rightarrow c)$

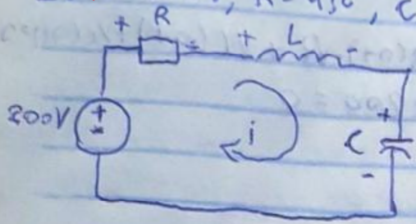
Portanto:

$$i_L(t) = [-4,5.10^5 t + 15 + 9.10^5 t + 15] e^{-2.10^4 t} \ mA$$

$$\rightarrow \boxed{i_L(t) = [4,5.10^5 t + 30] e^{-2.10^4 t} \ mA} \rightarrow d)$$

5,0

2. $V=200V$, $R=4\Omega$, $C=40mF$, $L=40mH$.

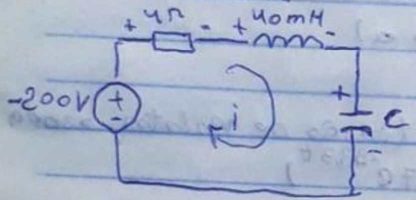


Para $t<0s$

Como o circuito está nesta configuração por um longo tempo, podemos concluir que o sistema atingiu regime permanente. Para o caso RLC série como temos, é esperado que a corrente no circuito se anule e desse modo a tensão no resistor é nula (Lei de ohm), o indutor está descarregado (pois $i_L=0A$) e o capacitor esteja funcionando como circuito aberto tendo a mesma tensão (200V) da fonte e portanto estando carregado.

Então, temos que: $V_C(0^-)=200V$ e $i_L(0^-)=0A$

Para $t\geq 0s$



Para resolver o circuito, calculemos as frequências de Neper e Natural de oscilação, sendo:

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{4}{2\cdot 4\cdot 10^{-2}} = \frac{2}{4\cdot 10^{-2}} = \frac{200}{4} = 50\ rad/s$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L\cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{4\cdot 10^{-2}\cdot 4\cdot 10^{-2}}} = \frac{1}{4\cdot 10^{-2}} = \frac{100}{4} = 25\ rad/s$$

Portanto, como $\alpha^2 > \omega_0^2$, temos uma resposta superamortecida e então a corrente no circuito é dada por: $i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

Sendo que:

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} = -50 \pm \sqrt{50^2 - 25^2} = -50 \pm \sqrt{2500-625}$$

$$\rightarrow s_1, s_2 = -50 \pm 43,30 \rightarrow \boxed{s_1 = -6,7 \quad s_2 = -93,30}$$

2 casos

Fazendo $t=0$, temos:

$i_L(0^+) = A_1 + A_2$ (como $i_L(0^-) = i_L(0^+) = 0A$) $\rightarrow \boxed{A_1 + A_2 = 0}$

Derivando $i(t)$ no tempo e fazendo $t=0$, temos:

$$\frac{di(0^+)}{dt} = \frac{V_L(0^+)}{L} = A_1 \cdot s_1 + A_2 \cdot s_2 \rightarrow (I)$$

, então precisamos encontrar $V_L(0^+)$

Sabemos que $V_C(0^-) = V_C(0^+) = 200V$ e que $i_L(0^+) = 0A$, então podemos aplicar a Lei de Kirchhoff para malhas no circuito

$\boxed{i(t) = i_L(t) = i_R(t) = i_c(t)}$

e obter o seguinte:

$-V + V_R(0+) + V_L(0+) + V_c(0+) = 0 \rightarrow 200 + i_R(0+) \cdot R + V_L(0+) + V_c(0+) = 0$

$\rightarrow$ (Temos $I_R(0+) = I_L(0+) = 0$) $\rightarrow 200 + V_L(0+) + 200 = 0$

$\rightarrow \boxed{V_L(0+) = -400\ V}$

De (I) temos então:

$\frac{-4 \cdot 10^2}{4 \cdot 10^{-2}} = -6{,}7A_1 - 93{,}3A_2 \rightarrow \boxed{10^4 = 6{,}7A_1 + 93{,}3A_2}$

Temos que $A_1 + A_2 = 0 \rightarrow \boxed{A_1 = -A_2}$

$\rightarrow 10^4 = -6{,}7A_2 + 93{,}3A_2 \rightarrow 86{,}6\,A_2 = 10^4 \rightarrow \boxed{A_2 = 115{,}47}$

$\rightarrow \boxed{A_1 = -115{,}47}$

Portanto, temos:

$\boxed{i(t) = -115{,}47\,e^{-6{,}7t} + 115{,}47\,e^{-93{,}3t}\ A} \rightarrow a)$

Pela Lei de ohm, podemos determinar a tensão no resistor, sendo:

$V_R(t) = i(t) \cdot R \rightarrow V_R(t) = 4(-115{,}47\,e^{-6{,}7t} + 115{,}47\,e^{-93{,}3t})$

$\rightarrow \boxed{V_R(t) = -461{,}88\,e^{-6{,}7t} + 461{,}88\,e^{-93{,}3t}\ V} \rightarrow b)$

Podemos calcular $V_L(t)$ pela seguinte expressão:

$V_L(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$

$* \frac{di(t)}{dt} = 773{,}64\,e^{-6{,}7t} - 10773{,}35\,e^{-93{,}3t}$

$\rightarrow V_L(t) = 4 \cdot 10^{-2}(773{,}64\,e^{-6{,}7t} - 10773{,}35\,e^{-93{,}3t})$

$\rightarrow \boxed{V_L(t) = 30{,}94\,e^{-6{,}7t} - 430{,}93\,e^{-93{,}3t}\ V} \rightarrow c)$

Aplicando Lei de Kirchhoff no circuito (para tensões):

$V_c(t) = V - V_R(t) - V_L(t) \rightarrow V_c(t) = -200 + (461{,}88\,e^{-6{,}7t} - 461{,}88\,e^{-93{,}3t}$

[...] $-30{,}94\,e^{-6{,}7t} + 430{,}93\,e^{-93{,}3t})$

$\rightarrow \boxed{V_c(t) = -200 + 430{,}94\,e^{-6{,}7t} - 30{,}95\,e^{-93{,}3t}\ V} \rightarrow d)$