Monitoria de Circuitos Elétricos I do dia 06/05/2022.

02) O circuito abaixo funcionou por um longo tempo com a chave fechada e no instante $t=0$ a chave comutou para o estado aberto. Sabendo que inicialmente não há energia armazenada no capacitor, responda de forma justificada:

a) Para $t<0$, determine: $i_1(t)$; (2,5 pt)

b) Para $t>0$, determine: $i_2(t)$; (2,5 pt)

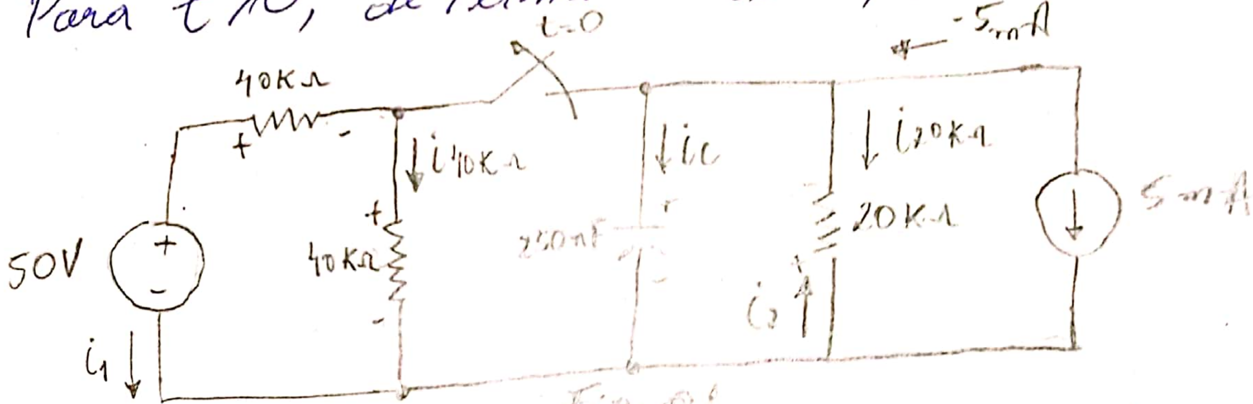


Fig. 01

a) Solução: Para o instante $t<0$, a chave se encontra fechada. Logo, o circuito possui a configuração da Fig. 02.

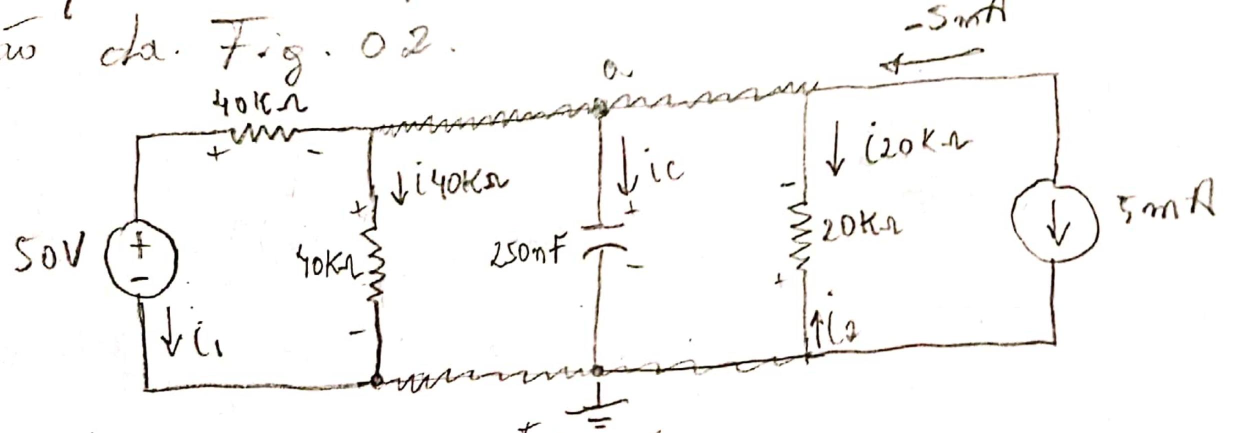


Fig. 02.

Aplicamos uma transformação de fonte na fonte de 50V e o resistor de 40KΩ. Logo, o circuito terá a configuração da Fig. 03.

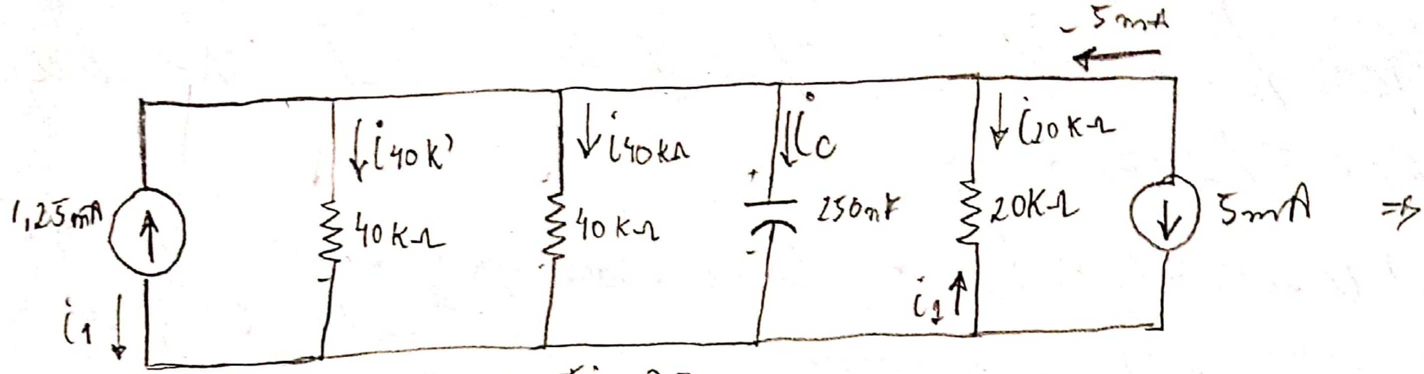


Fig-03

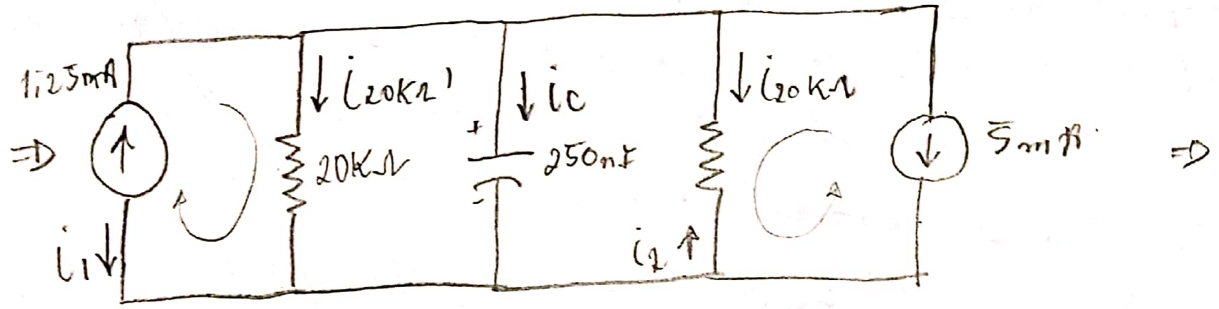
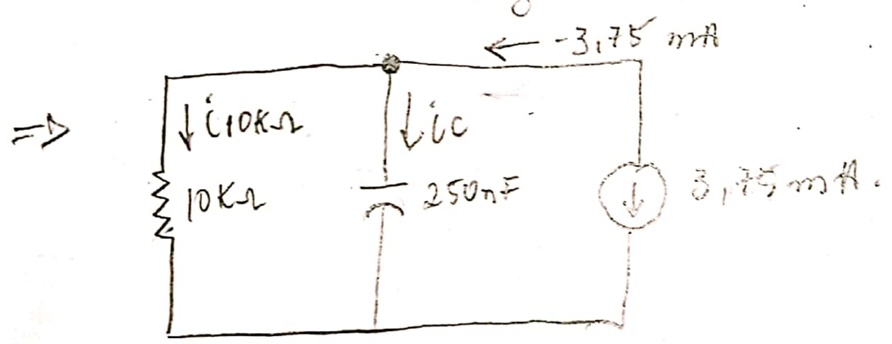


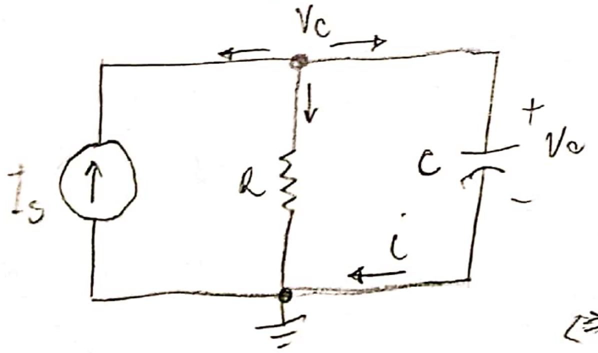
Fig-04



Circuito de modelagem ideal RC.

Fig.05

Para a modelagem geral de um circuito RC paralelo, tem-se;



Aplicando tensões de nó para $t > 0$:

$$-I_s + \frac{V_c}{R} + C\,\frac{dV_c(t)}{dt} = 0$$

$$\Leftrightarrow C\,\frac{dV_c(t)}{dt} = I_s - \frac{V_c(t)}{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow C\,\frac{dV_c(t)}{dt} = \frac{RI_s - V_c(t)}{R} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \frac{dV_c(t)}{dt} = -\frac{(V_c(t) - RI_s)}{RC} \Leftrightarrow \frac{dV_c(t)}{V_c(t) - RI_s} = -\frac{1}{RC}\,dt$$

Continuação da questão da monitoria.

$$\int_{V_c(0)-RI_s}^{V_c(t)-RI_s} \frac{dx}{x} = -\frac{1}{RC}\int_0^t dy \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \ln\left|\frac{V_c(t)-RI_s}{V_c(0)-RI_s}\right| = -\frac{1}{RC}.t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{V_c(t)-RI_s}{V_c(0)-RI_s} = e^{-\frac{1}{RC}t} \Leftrightarrow V_c(t) = [V_c(0)-RI_s].e^{-\frac{1}{RC}t} + RI_s$$

Logo, para o circuito da fig. 05, temos que a tensão no capacitor é dada por;

$$\tau = RC = (10K)(250\times10^{-9}) = 2,5\times10^{-3}$$

$$V_C = [0 - 10K.(-3,75\times10^{-3})].e^{-400t} + 10K.(-3,75\times10^{-3}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{V_c(t) = 3,75.e^{-400t} - 37,5\ V}$$ (tensão no capacitor)

Para determinar a corrente, temos;

$$i_c(t) = C.\frac{dV_c(t)}{dt} \Rightarrow i_c(t) = C.(37,5).e^{-400t}(-400) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow i_c(t) = -3,75\times10^{-3}\,e^{-400t}\ A.$$

A corrente no resistor de $10K\Omega$ é dada por;

$$i_{10K\Omega} = 3,75\times10^{-3}.e^{-400t} - 3,75\times10^{-3}.\ A$$

Retornando a Fig. 04, Perceba que o resistor de 10KΩ é a equivalencia entre os dois resistores de 20KΩ, de tal maneira que a corrente se divide igualmente entre os dois. Logo;

$$i_{20K\Omega} = \frac{i_{10K}(t)}{2} \Rightarrow i_{20K\Omega}(t) = 1,875\times10^{-3} \cdot e^{-400t} - 1,875\times10^{-3}\ A.$$

Retornando a Fig. 03, perceba que o resistor de 20KΩ é a equivalencia entre os resistores de de 40KΩ, de tal modo a corrente se dividir igualmente. Logo, $i_{40K\Omega}$ é dada por;

$$i_{40K\Omega} = \frac{i_{20K\Omega}}{2} \Rightarrow i_{40K\Omega} = 9,375\times10^{-4} \cdot e^{-400t} - 9,375\times10^{-4}\ A.$$

Aplicando LKC ao nó "B" da Fig. 02, tem-se;

$$-5\times10^{-3} = i_1 + i_{40K\Omega} + i_c + i_{20K\Omega} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -5\times10^{-3} = i_1 + (9,375\times10^{-4} \cdot e^{-400t} - 9,375\times10^{-4}) +$$
$$+ (3,75\times10^{-3} e^{-400t}) + (1,875\times10^{-3} \cdot e^{-400t} - 1,875\times10^{-3}) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \boxed{i_1 = 0,9375\, e^{-400t} - 2,1875\ mA.}$$

Resposta final do item a).

b) Para $t > 0$, determine: $i_2(t)$; (2,5 pt).

Para $t > 0$, o circuito possui a configuração mostrada na Fig. 06.

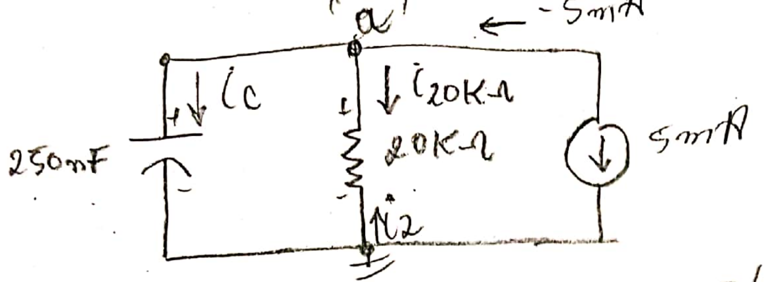


Fig. 06

O capacitor parte inicialmente carregado. Logo, sua tensão em $V_c(0^+) = V_c(0^-)$. Então

$V_c(0^+) = -37{,}5\,V$.

Então, temos que;

$$V_c(t) = [-37{,}5 - (20K \cdot (-5\times10^{-3}))] \cdot e^{-\frac{1}{RC}t} + 20K(-5\times10^{-3})$$

onde $RC = 0{,}005$. Logo

$$\boxed{V_c(t) = 62{,}5\, e^{-200t} - 100\ V}$$

A corrente no capacitor é dado por;

$$i_c = C \cdot \frac{dV_c(t)}{dt} \Rightarrow i_c(t) = 250\times10^{-9}\left[62{,}5\, e^{-200t}[-200]\right]$$

$$\boxed{i_c(t) = -3{,}125\times10^{-3}\, e^{-200t}\ A.}$$

A corrente no resistor é dado por;

$$i_{20K\Omega} = \frac{V_c(t)}{20K\Omega} = 3{,}125\times10^{-3}\, e^{-200t} - 5\times10^{-3}\ A.$$

Aplicando LKC no nó "a", temos;

$$-5\times10^{-3} + i_2 = i_c + i_{20K\Omega}.$$

$$\Rightarrow -5\times10^{-3} + i_2 = (-3{,}125\times10^{-3}\, e^{-200t}) + (3{,}125\times10^{-3}\, e^{-200t} - 5\times10^{-3})$$

Logo, $i_L = 5 - 3{,}125 e^{-200t}$ mA.