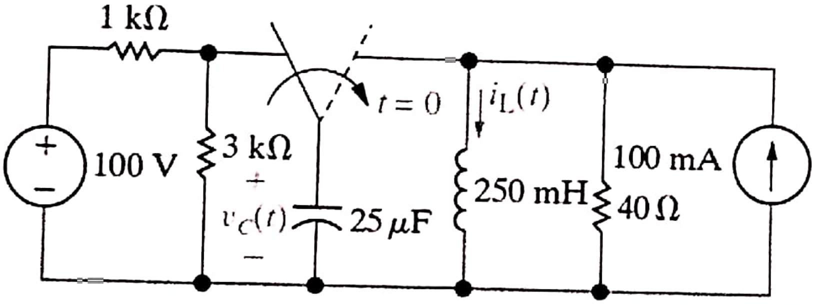
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL
ENGENHARIA DA COMPUTAÇÃO
DISCIPLINA DE CIRCUITOS ELÉTRICOS I
3ª AVALIAÇÃO PARCIAL (14/06/2019)
PROF. CARLOS ELMANO

4,5

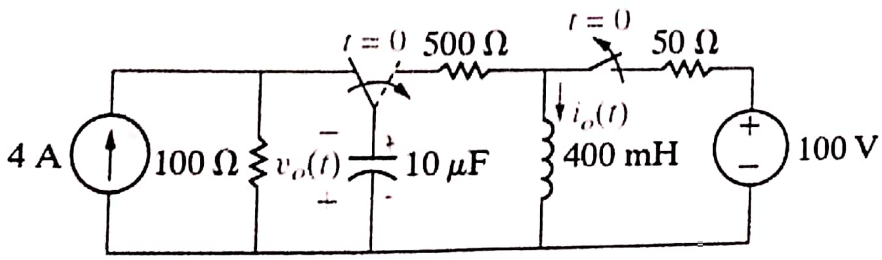
1. No circuito abaixo a chave passou um longo tempo na posição esquerda e em t=0 passou para a posição direita. Determine, justificando adequadamente suas respostas:

1,5 a. A tensão no capacitor para t≥0; (1,5pt)
1,0 b. A corrente no resistor para t≥0; (1pt)
0,0 c. A corrente no capacitor para t≥0; (1,5pt)
1,0 d. A corrente no indutor para t≥0; (1pt)



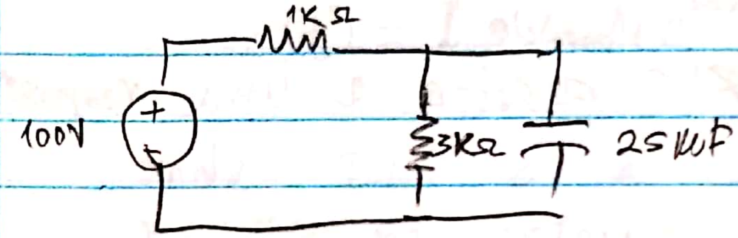
2. O circuito abaixo passou um longo tempo operando na configuração mostrada até que, em t=0, as chaves comutaram para as posições indicadas. Determine, justificando adequadamente suas respostas:

0,5 a. A corrente no indutor para t≥0; (1,5pt)
0,5 b. A tensão no resistor para t≥0; (1pt)
0,0 c. A tensão no indutor para t≥0; (1,5pt)
0,0 d. A tensão no capacitor para t≥0; (1pt)



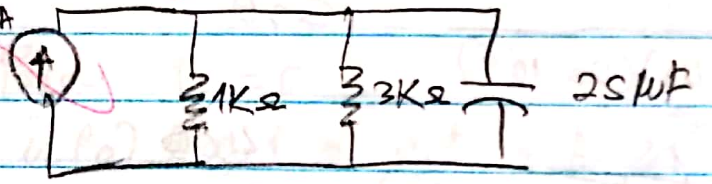
01.

Para $t < 0$

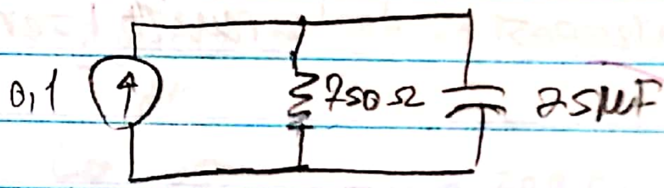


Fazendo transformação de fonte

$i = \frac{V}{R} = 0,1$ A

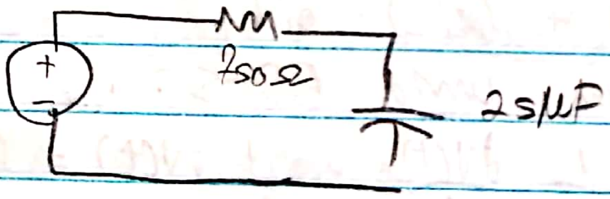


Achando Req



Fazendo novamente transformação de fonte

$V = Ri = 75V$



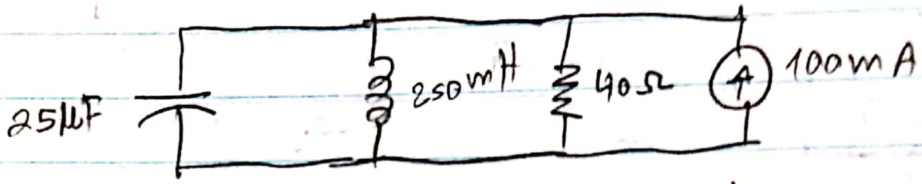
No regime estacionário o capacitor acumula uma tensão $V_C(0^-) = 75V$ C

- Para o circuito da direita, vê-se que no regime estacionário o indutor funcionará como um fio comum e toda a corrente fluirá por ele, logo

$i_L(0^-) = 100$ mA

① continuação 1...

Para $t \geq 0$, o circuito fica



Temos um circuito RLC paralelo sujeito a uma resposta Degrau

Calculando as frequências

$$\alpha = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2\cdot(40)\cdot(25\cdot10^{-6})} = 500$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{(250\cdot10^{-3})(25\cdot10^{-6})}} = 400$$

Como $\alpha^2 > \omega^2$ a resposta do circuito será superamortecida

Por LKC, sabe-se que

$$i_C(t) + i_L(t) + i_R(t) = 0{,}1$$

Que resulta em uma EDOSO

$$\frac{d^2v(t)}{dt} + \frac{1}{RC}\frac{dv(t)}{dt} + \frac{1}{LC}v(t) = 0$$

Cuja Eq. Característica é:

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = 0$$

onde

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$\hookrightarrow s_{1,2} = -500 \pm 300$

$\hookrightarrow s_1 = -200$ e $s_2 = -800$

e a solução geral para o caso superamortecido é dado por $v(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$

Digitalizado com CamScanner

N°

1) continuação 2...

Fazendo $V(t)$ em $t=0$

$$V(0) = A_1 + A_2$$

$$75 = A_1 + A_2$$

$$\frac{dV(t)}{dt} = \frac{i_C(0)}{C} = A_1 s_1 + A_2 s_2$$

onde por LKC

$$i_C(0) + i_L(0) + i_R(0) = 0{,}1$$

$$i_C(0) = 0{,}1 - 0{,}1 - \frac{75}{40}$$

$$i_C(0) = -1{,}875$$

$$\rightarrow \frac{-1{,}875}{25 \cdot 10^{-6}} = A_1(-200) + A_2(-800)$$

$$\rightarrow -200 A_1 - 800 A_2 = -75000$$

Resolvendo o sistema, temos

$A_1 = -25$ e $A_2 = 100$

Logo

a) $$\boxed{V(t) = -25e^{-500t} + 100e^{-400t}}$$

b) Pela Lei de Ohm

$$V = Ri \rightarrow i = V/R$$

$$i_R(t) = \left(\frac{1}{40}\right)\left(-25e^{-500t} + 100e^{-400t}\right)$$

$$\boxed{i_R(t) = -0{,}625e^{-500t} + 2{,}5e^{-400t}}$$

(c)

Sabendo que a resposta do circuito é super amortecida, pode-se encontrar a corrente do capacitor da seguinte forma

$$i_C(t) = I_{cf} + A_1' e^{s_1 t} + A_2' e^{s_2 t}$$

onde I_{cf} é a corrente no capacitor em um circuito RLC no regime estacionário que é zero, logo

$I_{cf} = 0$

Fazendo $t = 0$

$$\underbrace{i_C(0) = -1{,}875 = A_1 + A_2}$$

$$\frac{di_C(t)}{dt} = \frac{v_C(0^+)}{C} = A_1'(-200) + A_2'(-800)$$

do item anterior $i_C(0^+) = -1{,}875\ A$

$$\rightarrow \frac{-1{,}875}{250 \cdot 10^{-3}} = -200 A_1' - 800 A_2'$$

$$\hookrightarrow \underline{-7{,}5 = -200 A_1' - 800 A_2'}$$

Resolvendo o sistema

$A_1' = -2{,}5125$ e $A_2' = 0{,}6375$

Logo

$$\boxed{i_C(t) = -2{,}5125 e^{-200t} + 0{,}6375 e^{-800t}}$$

① Continuação 4...

ⓓ Do mesmo modo que no item ⓒ a corrente pode ser calculada fazendo

$$i_L(t) = I_{Lf} + A_1'' e^{s_1 t} + A_2'' e^{s_2 t}$$

onde I_{Lf} é a corrente do indutor no regime estacionário

$$I_{Lf} = 0,1 \text{ A}$$

Para $t = 0$

$$i_L(0) = \cancel{0,1} = \cancel{0,1} + A_1'' \cancel{e^{s_1 t}}^{1} + A_2'' \cancel{e^{s_2 t}}^{1}$$

$$\underline{A_1'' + A_2'' = 0}$$

$$\frac{d i_L(t)}{dt} = \frac{V_L(0)}{L} = s_1 A_1'' + s_2 A_2''$$

$$\hookrightarrow \frac{75}{250 \cdot 10^{-3}} = -200 A_1'' - 800 A_2''$$

$$\hookrightarrow \underline{300 = -200 A_1'' - 800 A_2''}$$

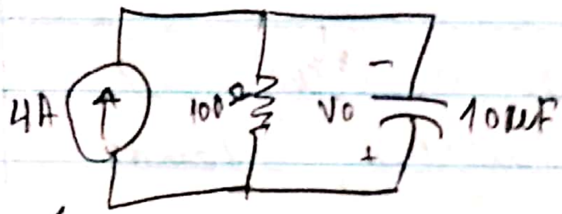
Resolvendo o sistema

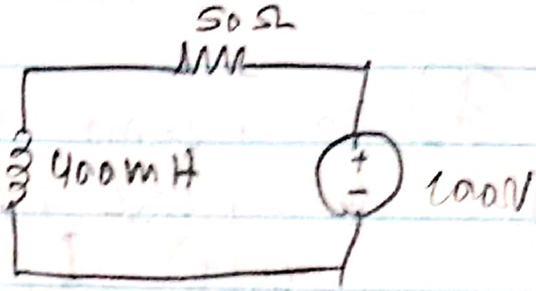
$A_1'' = 0,5$ e $A_2'' = -0,5$

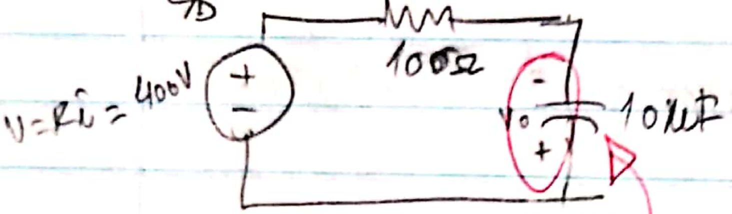
Logo

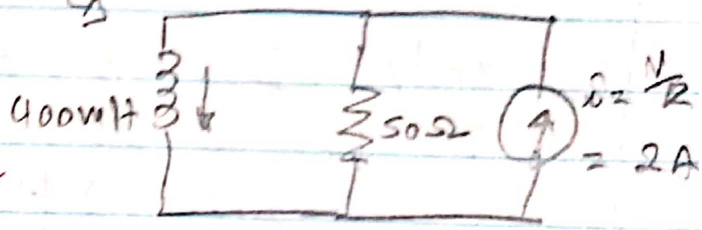
$$\boxed{i_L(t) = 0,1 + 0,5 e^{-200t} - 0,5 e^{-800t}}$$

(2) Para $t<0$, temos dois circuitos





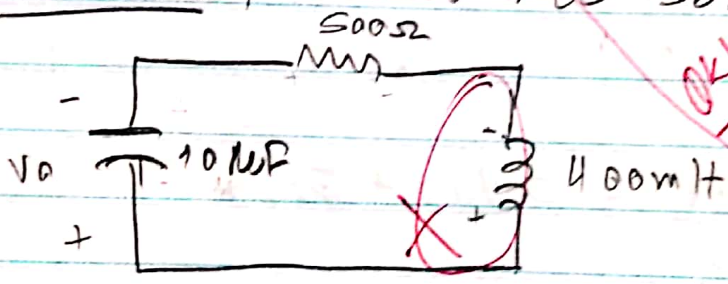




$V_C(0^-) = 400\,V$

$i_L(0^-) = 2A$

Para $t \geq 0$, circuito RLC série Natural



OK!

Vê-se que $V_o(t) = -V_c(t)$

$$\alpha = \frac{R}{2L} = \frac{500}{2 \cdot 400 \cdot 10^{-3}} = 625 \text{ rad/s}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = 500 \text{ rad/s}$$

Como $\alpha^2 > \omega_0^2 \rightarrow$ superamortecida

onde aplicando LKT, derivando e dividindo por L obtemos uma EDOSO cuja Eq. característica é

$$s^2 + 2\alpha s + \omega_0^2 = 0$$

onde

$$s_{1,2} = -\alpha \pm \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2}$$

$$\rightarrow s_{1,2} = -500 \pm 375$$

$\hookrightarrow s_1 = -125$ e $s_2 = -875$

2 continuação: ...

E a solução geral é dada por

$$i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Para $t = 0$

- $i(0^+) = i(0^-) = 2 = A_1 + A_2$

- $\dfrac{di(t)}{dt} = \dfrac{V_L(0^+)}{L} = A_1 S_1 + A_2 S_1$

onde por LKT

$V_L(0) + V_C(0) + V_R(0) = 0$

$V_L(0) = -400 - (500)(2)$

$V_L(0) = -1400$

Fisicamente, pela convenção passiva, R, C e L $V = Ri$ não podem ter a mesma polaridade.

$$\frac{-1400}{400 \cdot 10^{-3}} = -125 A_1 - 875 A_2$$

$$-3500 = -125 A_1 - 875 A_2$$

Resolvendo o sistema

$A_1 = -2,33$ e $A_2 = +4,33$

Logo $\boxed{i_0(t) = i_L(t) = -2,33 e^{-125} + 4,33 e^{-875}}$ (A)

2 continuação 2...

b) Por Lei de Ohm

$V = Ri$

$V_R(t) = (500)(-2{,}33\,e^{-125} + 4{,}33\,e^{-875})$

$\boxed{V_R(t) = -1165\,e^{-125} + 2165\,e^{-875}}$

c) Para a tensão no indutor podemos usar

$V_L(t) = \cancel{V_{Lf}} + \cancel{A_1' e^{s_1 t}} + A_2' e^{s_2 t}$

onde a tensão final no indutor será zero

$V_{Lf} = 0$

Para $t = 0$

$V_L(0) = A_1' + A_2'$

onde $V_L(0) = -1400$

$A_1' + A_2' = -1400$

$\frac{dV_L(t)}{dt} = \frac{\hat{v}_L(0)}{L} = A_1 s_1 + A_2 s_2$

$\Rightarrow \frac{-1400}{400 \cdot 10^{-3}} = A_1(-125) + A_2(-875)$

$-3500 = -A_1\,125 - 875 A_2$

Resolvendo o sistema

$A_1 = -1638$

$A_2 = 238$

Logo $\boxed{V_L(t) = -1638\,e^{-125t} + 238\,e^{-875t}}$