3.12 EXERCÍCIOS

3.1) Seja um fio semi-infinito com densidade linear de carga ql. Calcule o campo elétrico **E** criado pelo fio no ponto P, conforme a Fig. 3.34.

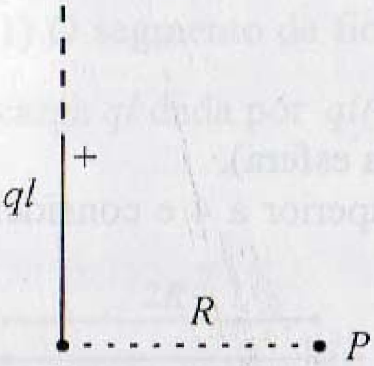

Figura 3.34

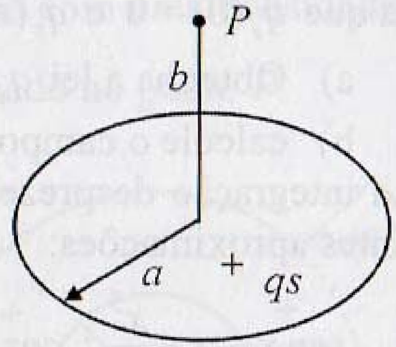

Figura 3.35

3.2) O disco da Fig. 3.35 é carregado com a densidade superficial de carga qs. Calcule o campo elétrico **E** no ponto P.

3.3) Dado o condutor filiforme da Fig. 3.36, carregado uniformemente com uma carga total Q, calcule o campo elétrico **E** no ponto 0.

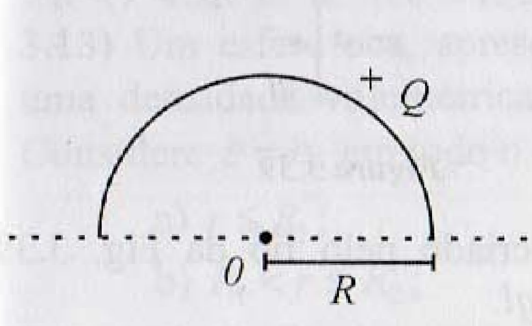

Figura 3.36

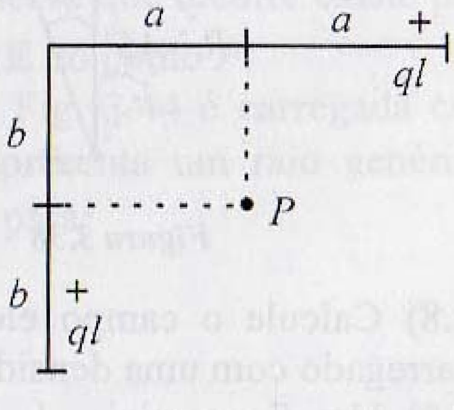

Figura 3.37

3.4) Na Fig. 3.37 temos dois condutores carregados com uma densidade linear de carga ql. Calcule **E** criado no ponto P.

3.5) Calcule o campo elétrico **E** criado por semi-esfera de raio R no ponto 0, centro da esfera correspondente. Considere que esta semi-esfera possui uma carga Q uniformemente distribuída no seu volume.

3.6) Uma esfera de raio R é carregada com uma carga elétrica cuja densidade volumétrica $q_v(r)$ varia linearmente de tal forma que $q_v(0) = 0$ e $q_v(R) = q_0$. Considere $\varepsilon = \varepsilon_0$ dentro e fora da esfera.

a) Escreva a lei de variação de $q_v(r)$;

b) calcule o campo $\mathbf{E}(r)$ no interior e no exterior da esfera;

c) trace o gráfico $\mathbf{E}(r)$ indicando o valor de $\mathbf{E}(R)$.

3.7) A calota esférica da Fig. 3.38 é carregada com uma densidade superficial de carga $q_s(\phi)$ que varia linearmente com o ângulo ϕ de tal forma que $q_s(0)=0$ e $q_s(\pi/4)=q_0$.

a) Obtenha a lei $q_s(\phi)$;

b) calcule o campo **E** no ponto *P* (centro da esfera).

Para a integração despreze os termos de ordem superior a 4 e considere as seguintes aproximações:

$$sen\,x \cong x - \frac{x^3}{6}\,;\; cos\,x \cong 1 - \frac{x^2}{2}$$

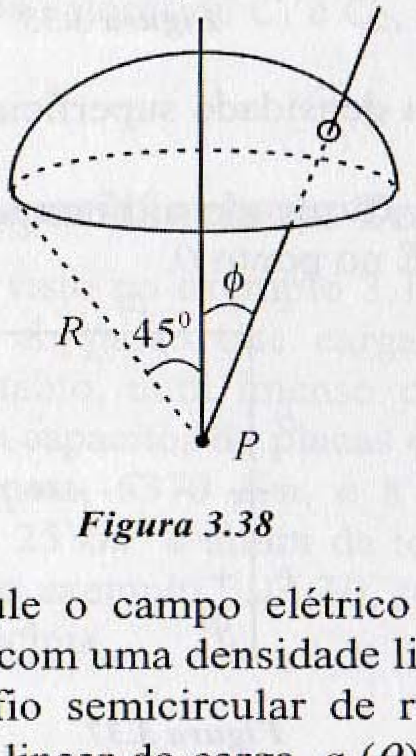

Figura 3.38

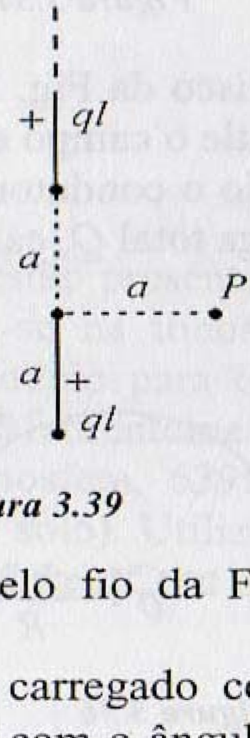

Figura 3.39

3.8) Calcule o campo elétrico no ponto *P* criado pelo fio da Fig. 3.39 carregado com uma densidade linear de carga ql.

3.9) Um fio semicircular de raio *R* na Fig. 3.40 é carregado com uma densidade linear de carga $q_l(\theta)$ que varia linearmente com o ângulo θ, de tal forma que $q_l(0)=0$ e $q_l(\pi)=q_0$. Calcule o campo elétrico **E** criado no ponto *0*.

Obs: Para integração, utilizar a técnica de integração por partes.

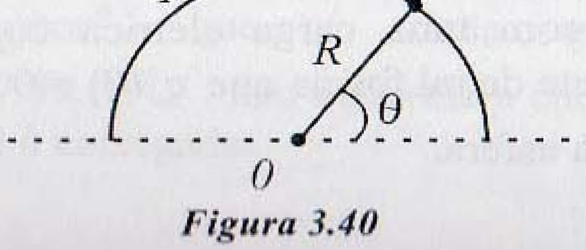

Figura 3.40

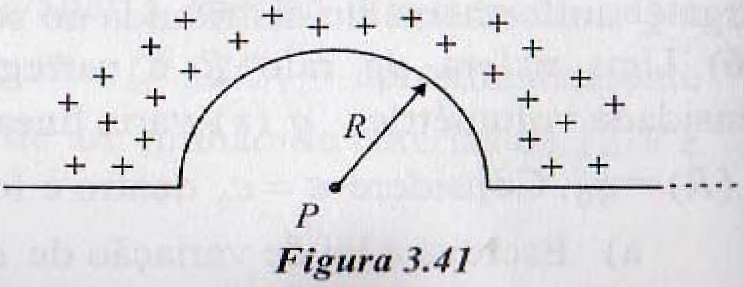

Figura 3.41

3.10) O semiplano infinito da Fig. 3.41 é carregado com uma densidade superficial de carga $qs(r) = \dfrac{\rho_0 R}{r}$, para $r > R$. Calcule o campo elétrico **E** no ponto P.

3.11) O segmento de fio da Fig. 3.42 é carregado com uma densidade linear de carga ql dada por $ql(r) = \dfrac{q_0 R}{r}$. Calcule **E** criado no ponto P.

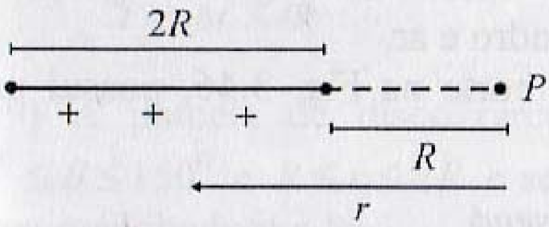

Figura 3.42

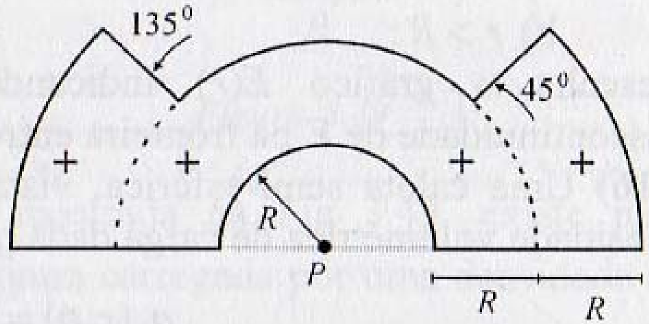

Figura 3.43

3.12) A Fig. 3.43 é planar e corresponde a um material carregado com uma densidade superficial constante de carga qs. Observe que o corte existe para $2R < r < 3R$ e $45^0 < \theta < 135^0$. Calcule o campo **E** no ponto P.

3.13) Um esfera oca, apresentada em corte na Fig. 3.44 é carregada com uma densidade volumétrica de carga ρ ; r representa um raio genérico. Considere $\varepsilon = \varepsilon_0$ em todo o domínio. Calcule **E** para:

a) $r \le R_1$;

b) $R_1 < r \le R_2$;

c) $r > R_2$.

Construa o gráfico $E(r)$ indicando os valores de campo para $r = R_1$ e $r = R_2$.

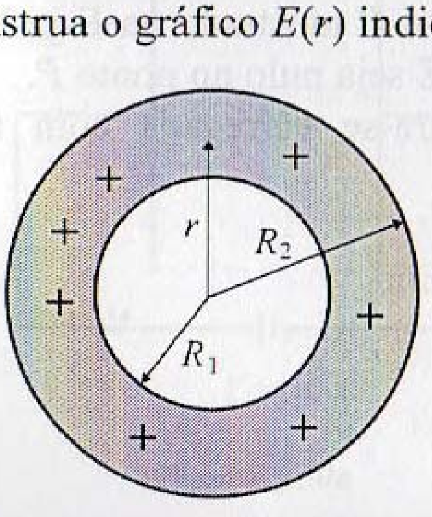

Figura 3.44

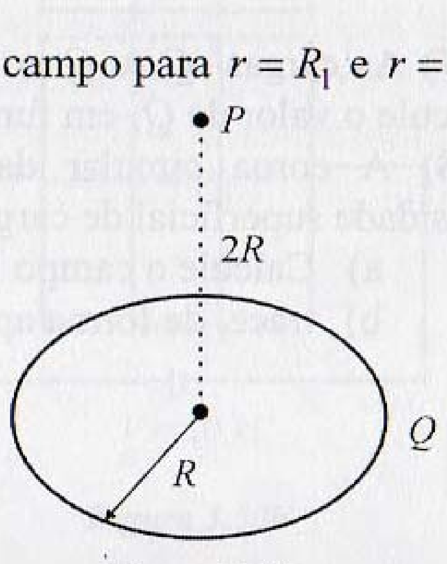

Figura 3.45

3.14) Calcule o campo **E** no ponto P criado por uma espira filiforme carregada com uma carga Q, conforme a Fig. 3.45.

3.15) O cilindro de raio R é infinito e é constituído por um material com $\varepsilon = 2\varepsilon_0$. Fora temos ar. Ele se encontra carregado com uma densidade volumétrica de carga que varia segundo $q_v(r) = \dfrac{q_0 r}{R}$. Calcule **E** para:

a) $0 < r \leq R$;

b) $r > R$;

Desenhe o gráfico $E(r)$ indicando o valor de $E(R)$. Explique a descontinuidade de **E** na fronteira entre cilindro e ar.

3.16) Uma calota semi-esférica, vista em corte na Fig. 3.46, possui uma densidade volumétrica de carga dada por

$$q_v(r,\phi) = \frac{q_0 R}{r} sen\phi$$

sendo ϕ o ângulo relativo a coordenadas esféricas. Considerando $R_2 = 2\,R_1$ calcule o campo **E** criado em P.

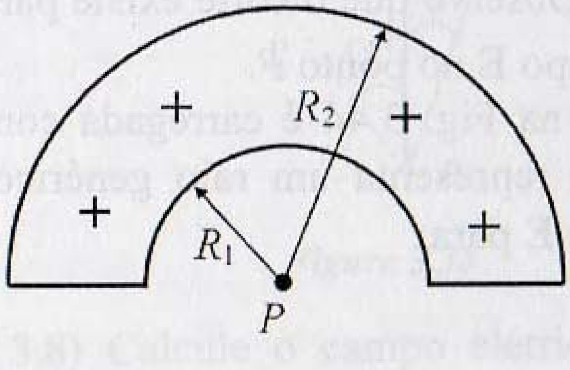

Figura 3.46

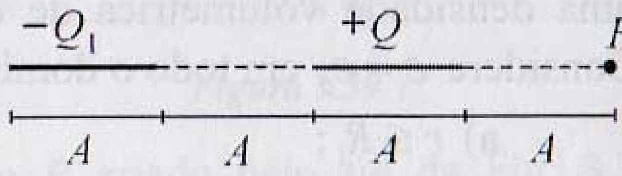

Figura 3.47

3.17) As cargas $-Q_1$ e Q criam campos no ponto P mostrado na Fig. 3.47. Calcule o valor de Q_1 em função de Q para que **E** seja nulo no ponto P.

3.18) A coroa circular da Fig. 3.48 encontra-se carregada com uma densidade superficial de carga qs.

a) Calcule o campo **E** no ponto P;

b) trace, de forma aproximada, a curva $E(z)$.

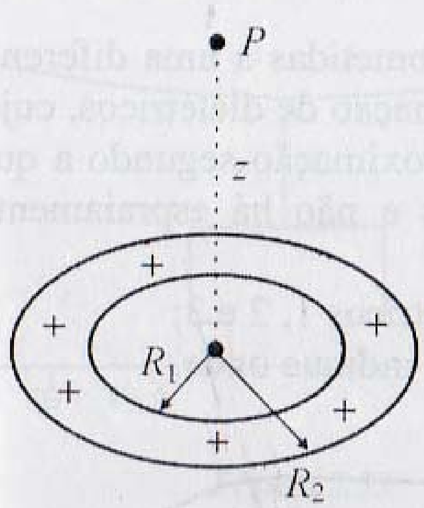

Figura 3.48

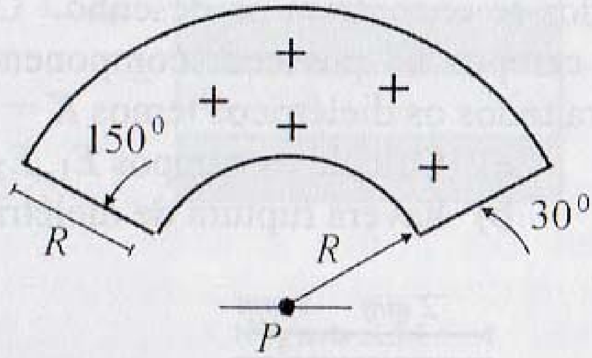

Figura 3.49

3.19) A parcela de disco circular, mostrada na Fig 3.49, existe para $30^0 \leq \theta \leq 150^0$ e $R \leq r \leq 2R$ e se encontra carregada por uma densidade de carga que obedece à lei

$$qs(\theta) = q_0 \cos\theta$$

Calcule o campo **E** criado em P.

3.20) Na situação da Fig. 3.50a, despreze o espraiamento de campo nas bordas das placas condutoras.

a) Calcule o campo **E** entre as placas e verifique se há ruptura do dielétrico no ar;

b) na Fig. 3.50b, é introduzida uma porcelana isolante na região central entre as placas; novamente calcule os campos no ar e vidro, e verifique se há ruptura nos dielétricos.

Dado: $K_{ar} = 3\ kV/mm$; $K_{vidro} = 4\ kV/mm$; $\varepsilon_{ar} = \varepsilon_0$; $\varepsilon_{vidro} = 4\varepsilon_0$.

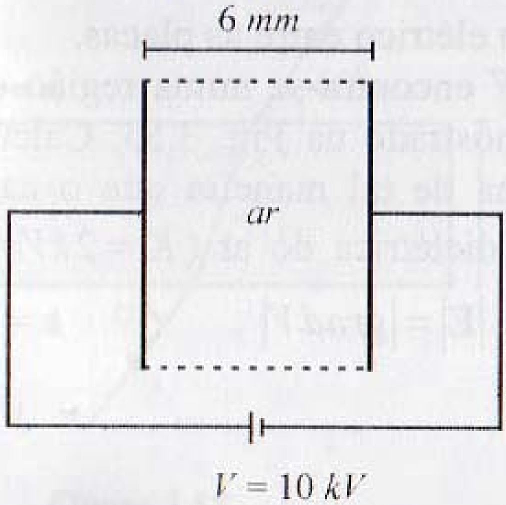

Figura 3.50a

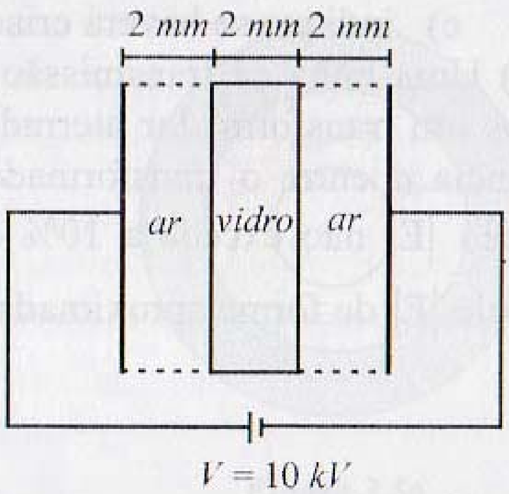

Figura 3.50b

3.21) Na Fig. 3.51, as placas condutoras estão submetidas a uma diferença de potencial de 4 *kV*. Entre elas temos uma combinação de dielétricos, cujos dados se encontram no desenho. Considere a aproximação segundo a qual os campos só possuem componentes horizontais e não há espraiamento. Para todos os dielétricos temos $K = 1.5\ kV/mm$.

a) Calcule os campos E_1, E_2 e E_3 nos dielétricos 1, 2 e 3;

b) haverá ruptura de dielétrico? se houver, indique onde.

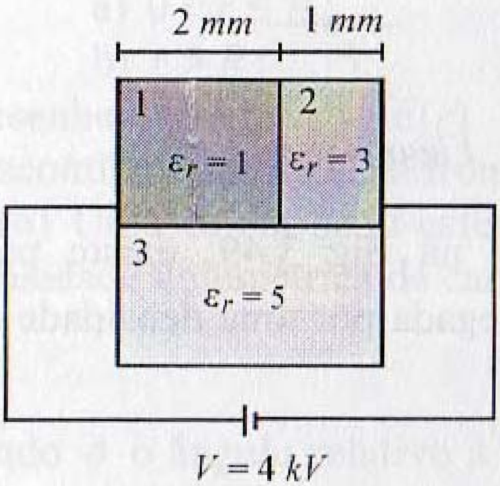

Figura 3.51

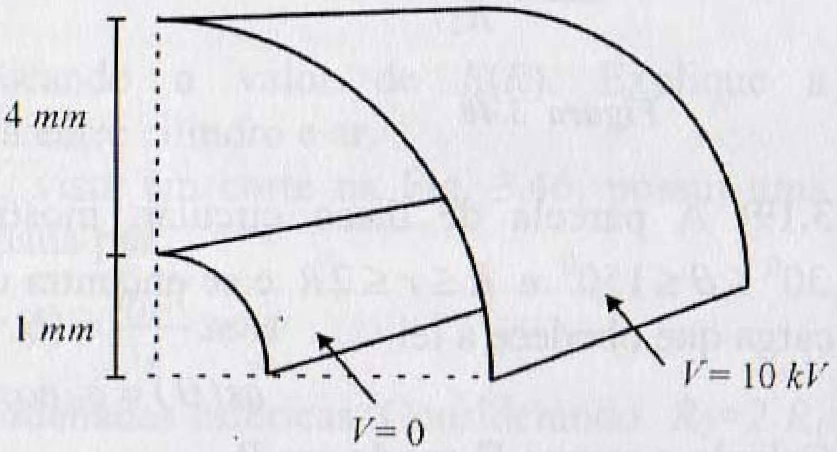

Figura 3.52

3.22) Considere duas placas infinitas de forma cilíndrica, conforme Fig. 3.52, submetidas aos potenciais indicados. Suponha que entre elas tenhamos ar ($\varepsilon_r = 1$ e $K = 3\ kV/mm$). Despreze os efeitos de bordas.

a) Calcule a expressão de $V(r)$ entre as placas (utilize a equação de Laplace relativa a V em coordenadas cilíndricas);

b) calcule a expressão de $\mathbf{E}(r)$;

c) indique se haverá criação de arco elétrico entre as placas.

3.23) Uma linha de transmissão de 750 *kV* encontra-se numa região onde temos um transformador aterrado, como mostrado na Fig. 3.53. Calcule a distância *d* entre o transformador e a linha de tal maneira que o campo elétrico $|\mathbf{E}|$ não exceda a 10% da rigidez dielétrica do ar ($K = 2\,kV/mm$). Calcule $|\mathbf{E}|$ de forma aproximada através de $|\mathbf{E}| = |grad\, V|$.

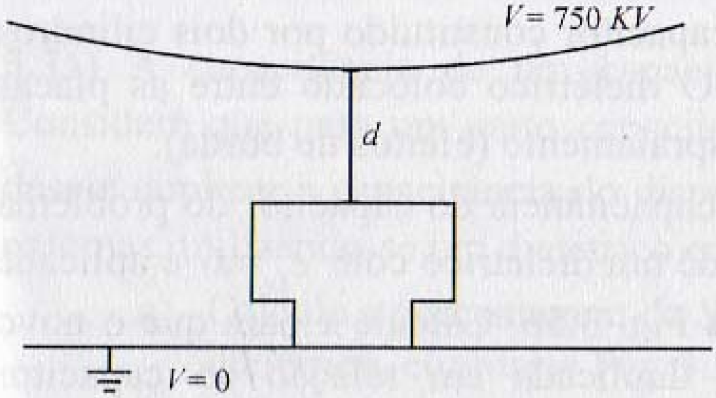

Figura 3.53

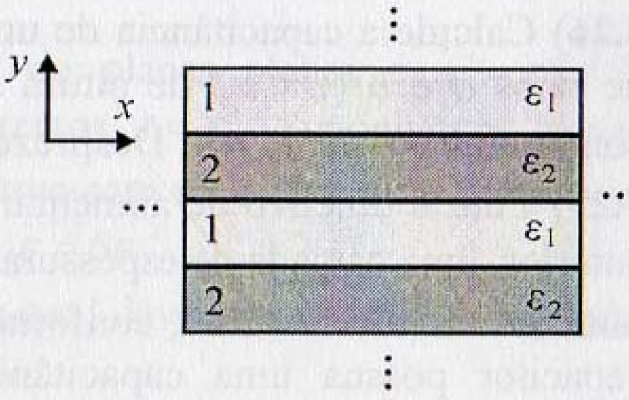

Figura 3.54

3.24) Na Fig. 3.54 temos um conjunto de lâminas finas de dois dielétricos 1 e 2 de permissividade ε_1 e ε_2, respectivamente. São materiais isotrópicos mas, como conjunto, formam um material anisotrópico. A distribuição quantitativa é de n (tal que $0 \leq n \leq 1$) para o material 1 e $1-n$ para o material 2. Usando as relações de conservação de componentes tangenciais de campo e componentes normais de indução elétrica, calcule as permissividades resultantes ε_x e ε_y para o conjunto.

Calcule ε_x e ε_y para $n = 0.98$ e $\varepsilon_1 = 8$ e $\varepsilon_2 = 1$.

3.25) O campo elétrico **E** atravessa a lâmina com $\varepsilon_2 = 1$ como indicado na Fig. 3.55, onde os dados são fornecidos.

a) Calcule o ângulo α;
b) calcule o desvio linear x que o campo incidente **E** sofre ao atravessar a lâmina.

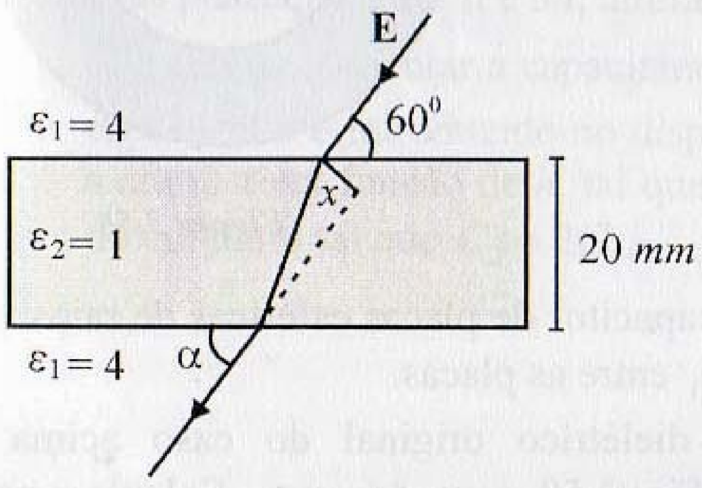

Figura 3.55

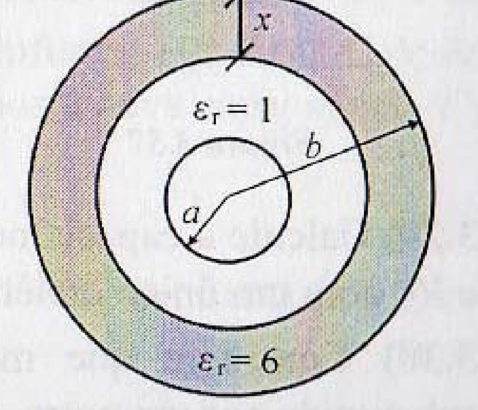

Figura 3.56

3.26) Calcule a capacitância de um capacitor constituído por dois cilindros de raios a e b ($a<b$) de altura h. O dielétrico colocado entre as placas condutoras possui $\varepsilon_r = 1$. Despreze espraiamento (efeitos de borda).

3.27) Com o objetivo de aumentar a capacitância do capacitor do problema anterior, uma camada de espessura x de um dielétrico com $\varepsilon_r = 6$ é aplicada junto ao cilindro externo, conforme a Fig. 3.56. Calcule x para que o novo capacitor possua uma capacitância duplicada em relação ao capacitor original assumindo que $b = 2a$.

3.28) A capacitância de um capacitor de placas planas é $C = \varepsilon S / d$ (ver parágrafo 3.9). Consideremos que para um dado capacitor seu dielétrico seja tal que $\varepsilon = \varepsilon_0$. Com o intuito de duplicar a sua capacitância, este dielétrico é parcialmente substituído por outro com $\varepsilon = 4\varepsilon_0$, conforme Fig. 3.57, sem que as dimensões do dispositivo sejam modificadas. Calcule a porção n de S que deve ser ocupada pelo segundo dielétrico.

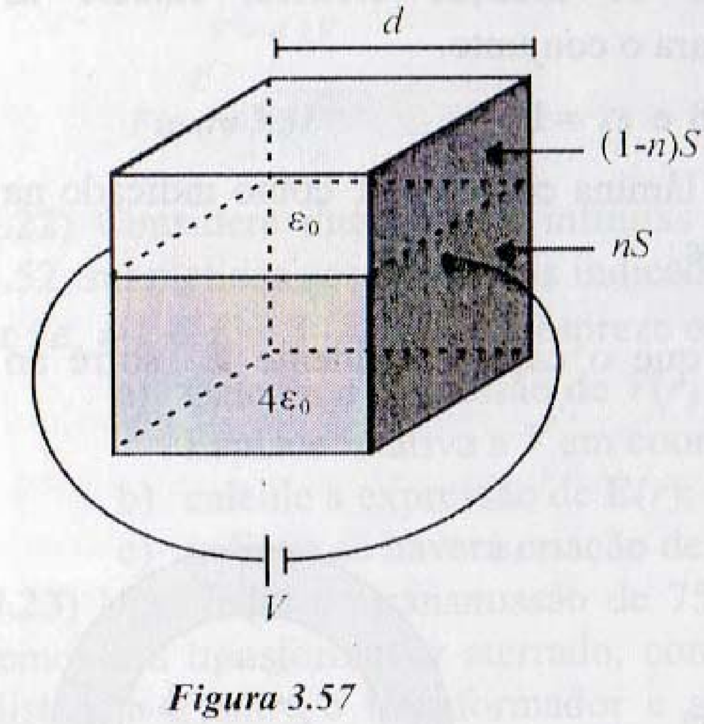

Figura 3.57

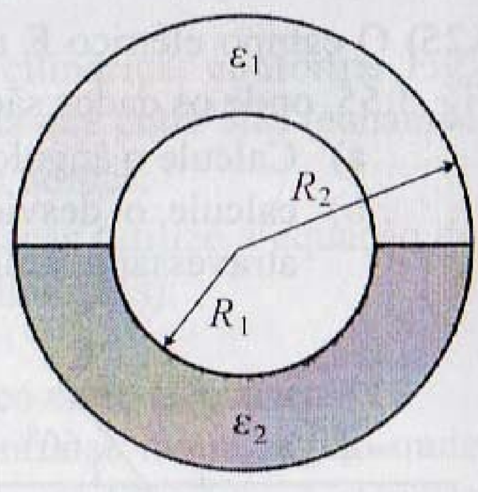

Figura 3.58

3.29) Calcule a capacitância C_1 do capacitor de placas esféricas de raios R_1 e R_2 com um único dielétrico $\varepsilon_1 = \varepsilon_0$ entre as placas.

3.30) Considere que metade do dielétrico original do caso acima é substituída por um outro, conforme Fig. 3.58, com $\varepsilon_2 = n\varepsilon_0$. Calcule n para que a nova capacitância C_2 seja o dobro de C_1.

3.31) A capacitância de um capacitor de placas planas é $C = \varepsilon S / d$. Considere que para um certo capacitor temos $\varepsilon = \varepsilon_0$. Suponhamos que se deseje duplicar a capacitância do dispositivo sem modificar suas dimensões externas, utilizando-se um dielétrico com $\varepsilon = 6\varepsilon_0$.

a) Calcule a porcentagem de *S* na qual deve ser colocado o segundo dielétrico, conforme Fig. 3.59a;

b) calcule a porcentagem de *d* na qual deve ser colocado o segundo dielétrico, conforme Fig. 3.59b.

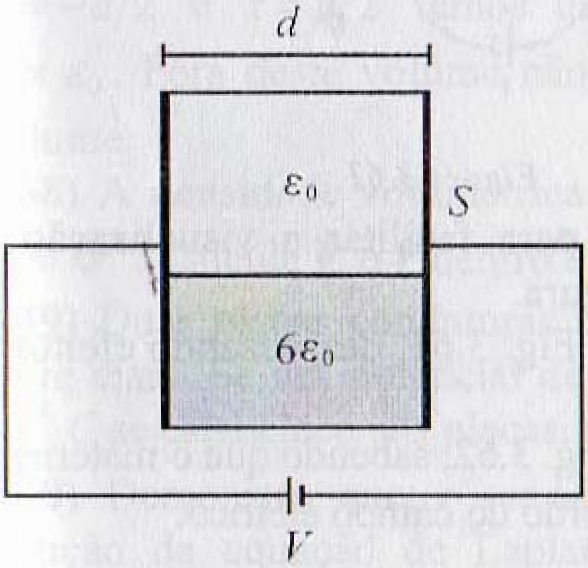

Figura 3.59a

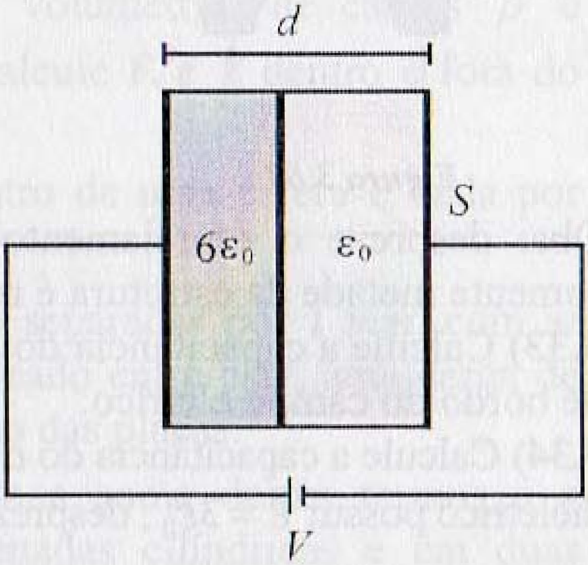

Figura 3.59b

3.32) a) Calcule a capacitância C_1 de um capacitor cilíndrico cujas placas condutoras possuem raios a e $3a$, altura h e ar ($\varepsilon = \varepsilon_0$) entre elas;

b) a fim de aumentar a capacitância, um dielétrico com $\varepsilon = 10\,\varepsilon_0$ e de espessura a é introduzido no dispositivo, conforme Fig. 3.60. Calcule a altura x em função de h, tal que obtenhamos a nova capacitância C_2 do conjunto tal que $C_2 = 2C_1$.

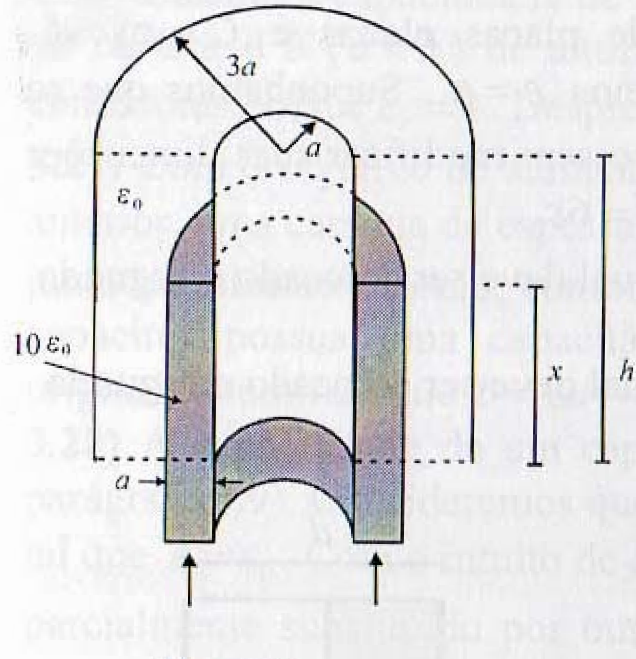

Figura 3.60

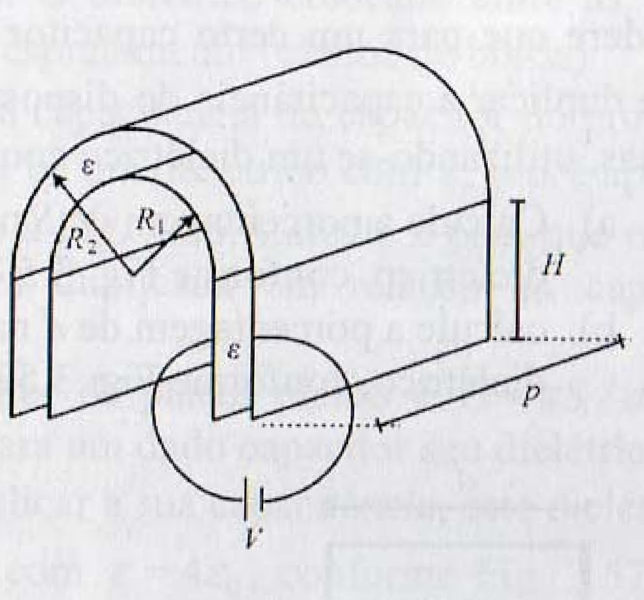

Figura 3.61

Obs: despreze o espraiamento de campos; para facilitar a visualização, somente metade da estrutura é mostrada na figura.

3.33) Calcule a capacitância do dispositivo da Fig. 3.61, desprezando efeitos de bordo do campo elétrico.

3.34) Calcule a capacitância do dispositivo da Fig. 3.62, sabendo que o material dielétrico possui $\varepsilon = 3\varepsilon_0$; despreze efeitos de bordo do campo elétrico.

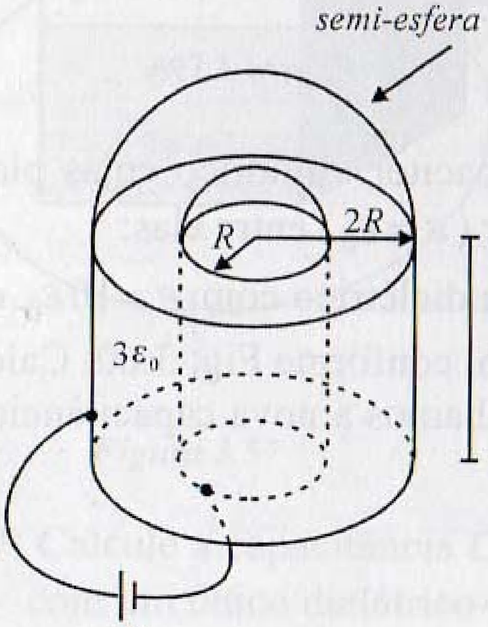

Figura 3.62

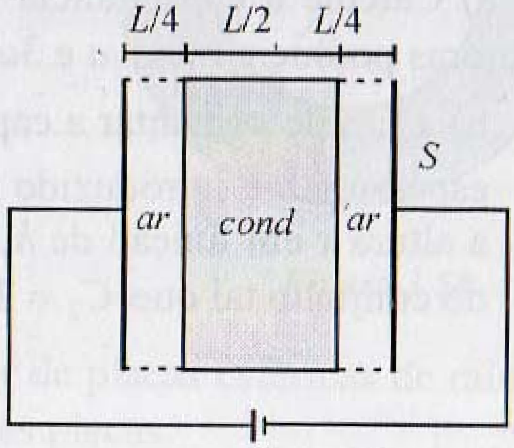

Figura 3.63

3.35) Considere um cilindro infinito de raio R. Assumindo uma densidade volumétrica de carga ρ uniforme no mesmo, calcule **E** e V dentro e fora do cilindro. Assuma $\varepsilon_r = 1$ dentro e fora do cilindro.

3.36) Num capacitor de placas planas, tendo inicialmente ar entre as placas, é colocado um material condutor, ocupando a metade do volume conforme Fig. 3.63. Calcule:

a) O campo elétrico em função de V entre as placas antes da colocação do condutor;
b) os campos elétricos no ar e no condutor;
c) os valores de densidade superficial de carga no condutor;
d) o valor da nova capacitância.

3.37) Em coordenadas cartesianas, no volume compreendido entre $z = -a/2$ e $z = a/2$ temos uma densidade volumétrica de cargas ρ e $\varepsilon = \varepsilon_0$. Fora deste volume não há cargas. Calcule **E** e V dentro e fora do volume.

3.38) A densidade volumétrica de carga dentro de uma esfera é dada por $\rho = kr^2$. Calcule **E** e V dentro e fora da esfera.

3.39) Duas placas condutoras paralelas estão separadas por 1 mm, com ar entre elas. Se um potencial de 100 V é aplicado entre elas, uma carga de 10^{-8} C se estabelece nas placas. Calcule a seção das placas.

3.40) Demonstre que $r^n sen\, n\theta$, $r^n cos\, n\theta$ e a soma destes termos é a solução da equação de Laplace em coordenadas cilíndricas e em duas dimensões (n é um inteiro positivo ou negativo).

3.41) Utilize a equação de Poisson para calcular o potencial V na região compreendida entre duas placas paralelas infinitas, separadas por uma distância l. Os potenciais nas placas são 0 e V_0 e o espaço entre elas contém um densidade de carga $\rho = \rho_0 x$, sendo ρ_0 uma constante e x a distância medida a partir da placa aterrada, com $V = 0$. Calcule também a densidade superficial de carga nas duas placas (considere a permissividade ε constante na estrutura).

3.42) Utilizando a equação de Laplace calcule o potencial V entre duas esferas concêntricas separadas por ar. A esfera interior tem raio a e $V = V_0$, ao passo que a externa tem raio b e $V = 0$. Calcule também **E**.

3.43) Refaça o problema anterior, invertendo o potencial nas esferas, com $V = V_0$ na esfera externa e $V = 0$ na interna.

3.44) Utilizando o equacionamento adequado, calcule **E**, V e ρ_s relativos ao caso apresentado na Fig. 3.13a.