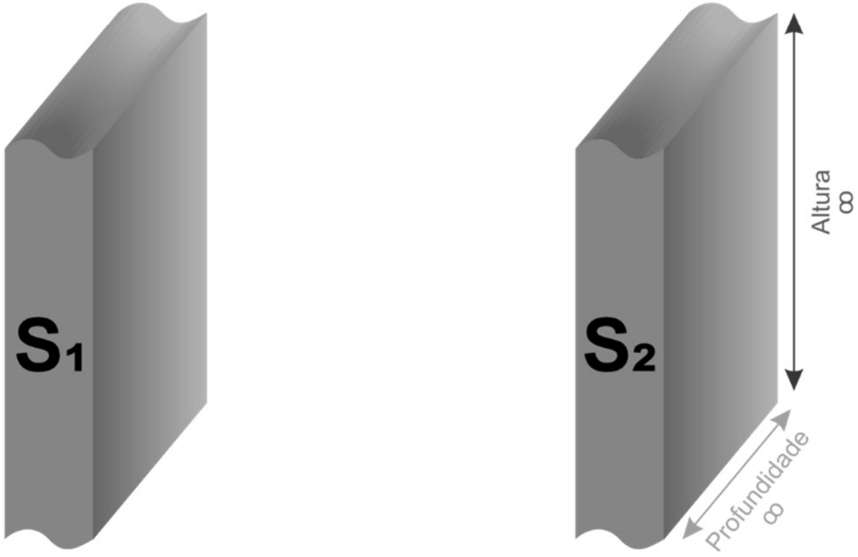
Principais Tópicos Abordados

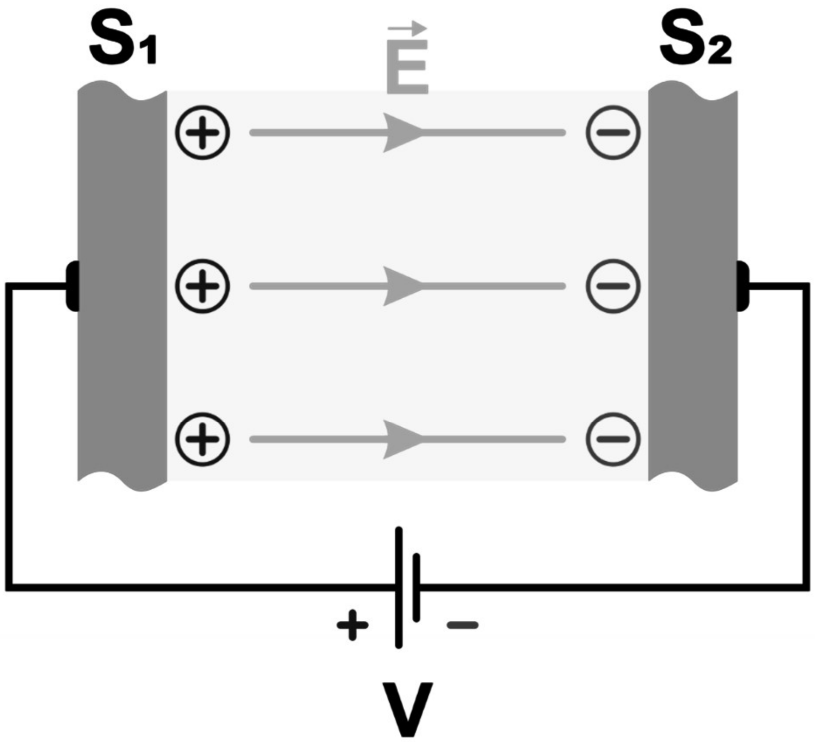
- Conceito de capacitância;
- Energia associada a uma capacitância;
- Campo elétrico de um capacitor ideal;
- Capacitância de um capacitor real;

Conceito de capacitância



- S_1 e S_2 são: infinitas, delgadas, condutoras e paralelas;
- Infinitas: $\begin{cases} \text{Profundidade} \rightarrow \infty \\ \text{Altura} \rightarrow \infty \end{cases}$
- Delgadas: Espessura $\rightarrow 0$
- Condutoras: $\sigma \neq 0$
- Paralelas: $\overrightarrow{S_1}$ é colinear a $\overrightarrow{S_2}$.

Conceito de capacitância



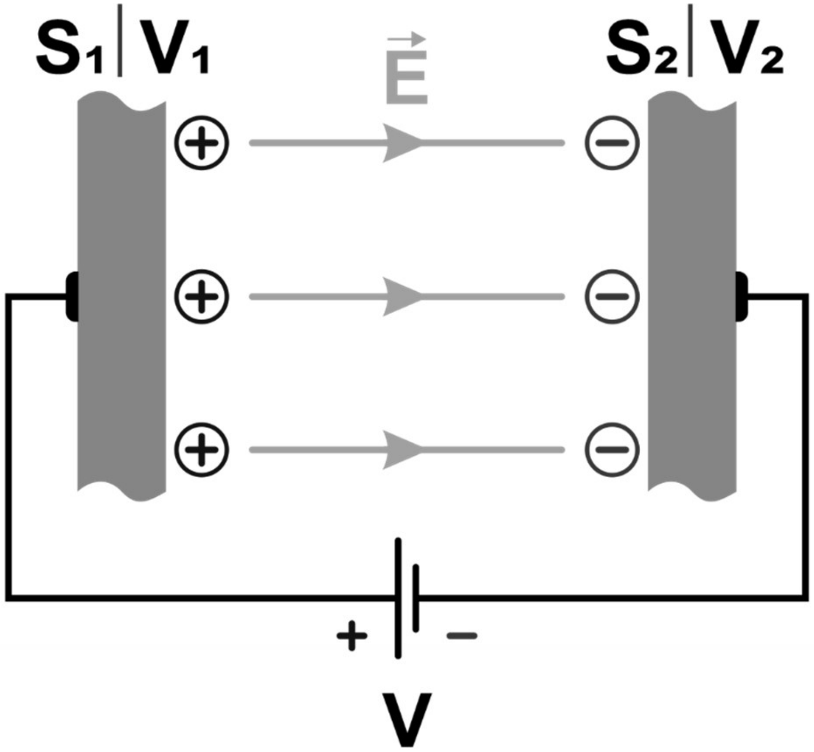
$$\Delta V = -\int_i^f \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl}$$

- $\Delta V \rightarrow \vec{E}$;
- $\Delta V \rightarrow \Delta Q \rightarrow \vec{E}$;
- Por definição:

$$\boxed{C = \frac{\Delta Q}{V}}$$

- Dielétrico: isolante;
- Rigidez Dielétrica $\left({}^{kV}/_{mm}\right)$.

Energia associada a uma capacitância



- $V_2 + V = V_1 \;\rightarrow\; V = V_1 - V_2$
- O trabalho realizado no deslocamento de um 'dq' de S1 para S2 é dado por:

$$dW = U_1 - U_2$$

- Da definição de Potencial Escalar Elétrico:

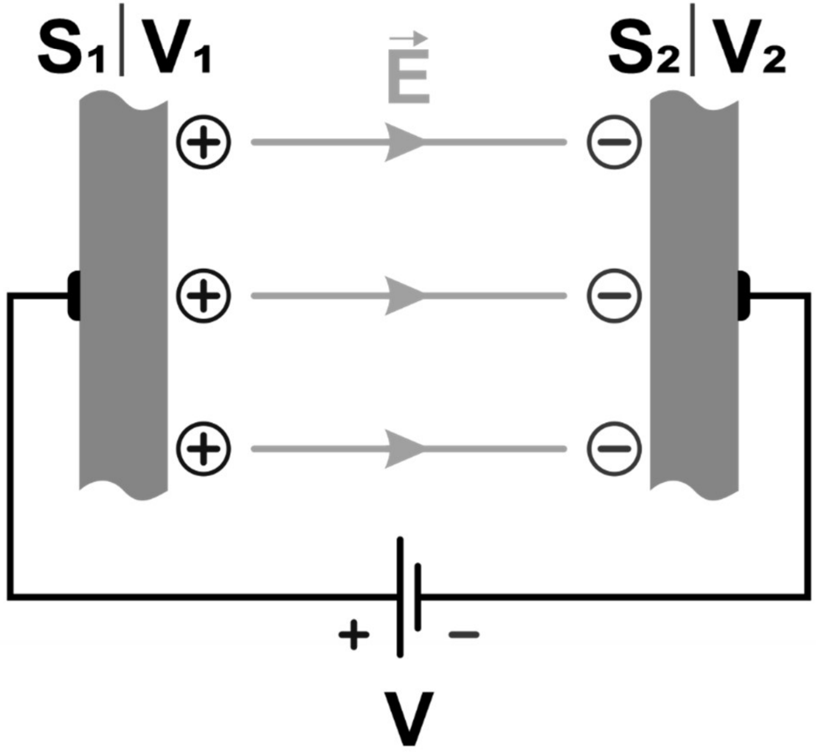
$$V = \frac{U}{q} \;\rightarrow\; dW = dq \cdot V_1 - dq \cdot V_2$$

$$\rightarrow\; dW = dq \cdot V$$

- Explicitando a relação entre q e V:

$$C = \frac{Q}{V} \rightarrow V = \frac{Q}{C}$$

Energia associada a uma capacitância



- O trabalho realizado no deslocamento de um ‘dq’ de S1 para S2 é dado por:

$$\rightarrow \; dW = dq \cdot V$$

- Explicitando a relação entre q e V:

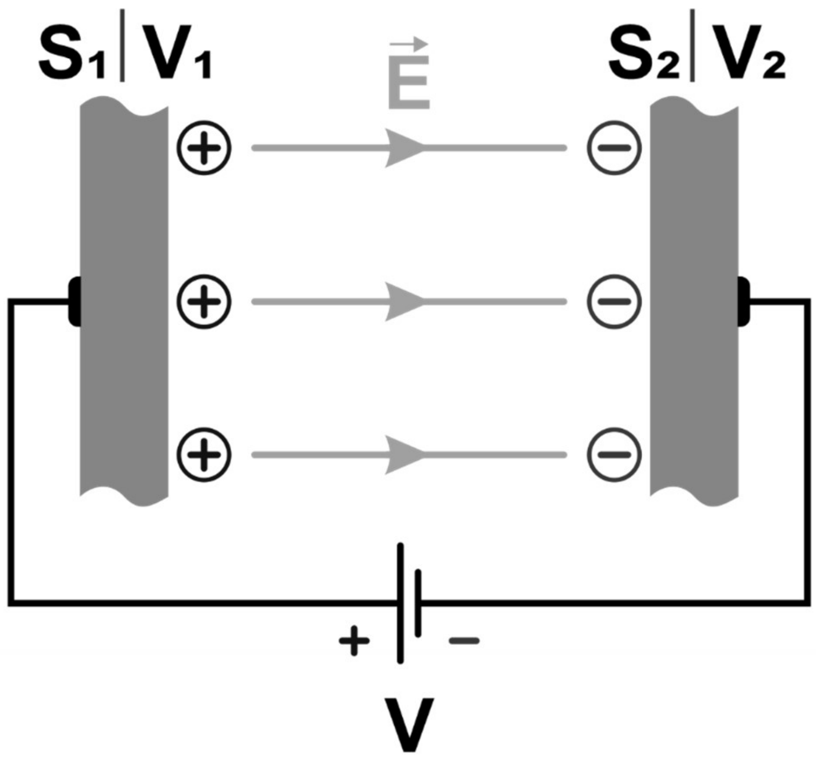
$$C = \frac{q}{V} \rightarrow V = \frac{q}{C}$$

- Substituindo e integrando:

$$dW = \frac{q}{C} \cdot dq \rightarrow W = \frac{1}{C} \cdot \int_0^Q q \, dq$$

$$\boxed{\rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}}$$

Energia associada a uma capacitância



- *Explicitando a relação entre q e V:*

$$C = \frac{q}{V} \rightarrow V = \frac{q}{C}$$

- *Substituindo e integrando:*

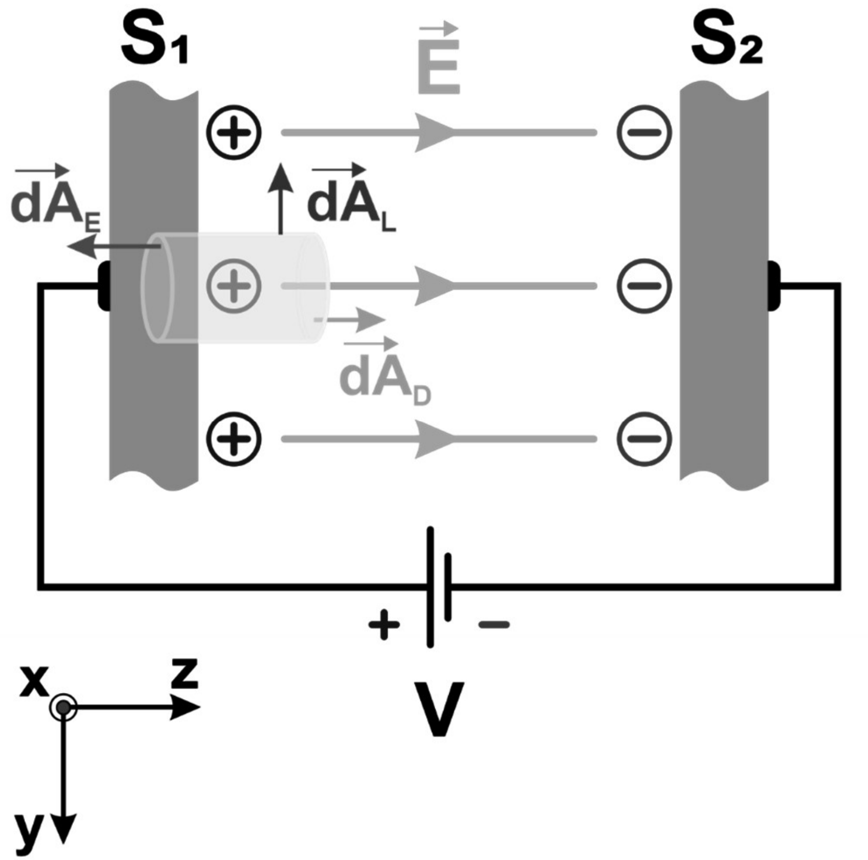
$$dW = \frac{q}{C} \cdot dq \rightarrow W = \frac{1}{C} \cdot \int_0^Q q\, dq$$

$$\rightarrow W = \frac{1}{2} \cdot \frac{Q^2}{C}$$

- *Utilizando a definição de capacitância é possível reescrever a equação acima:*

$$\boxed{W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2}$$

Campo elétrico de um capacitor ideal



- $\vec{E}(z) = E(z)\hat{a}_z;$
- Seja Q a carga líquida envolvida pela gaussiana:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

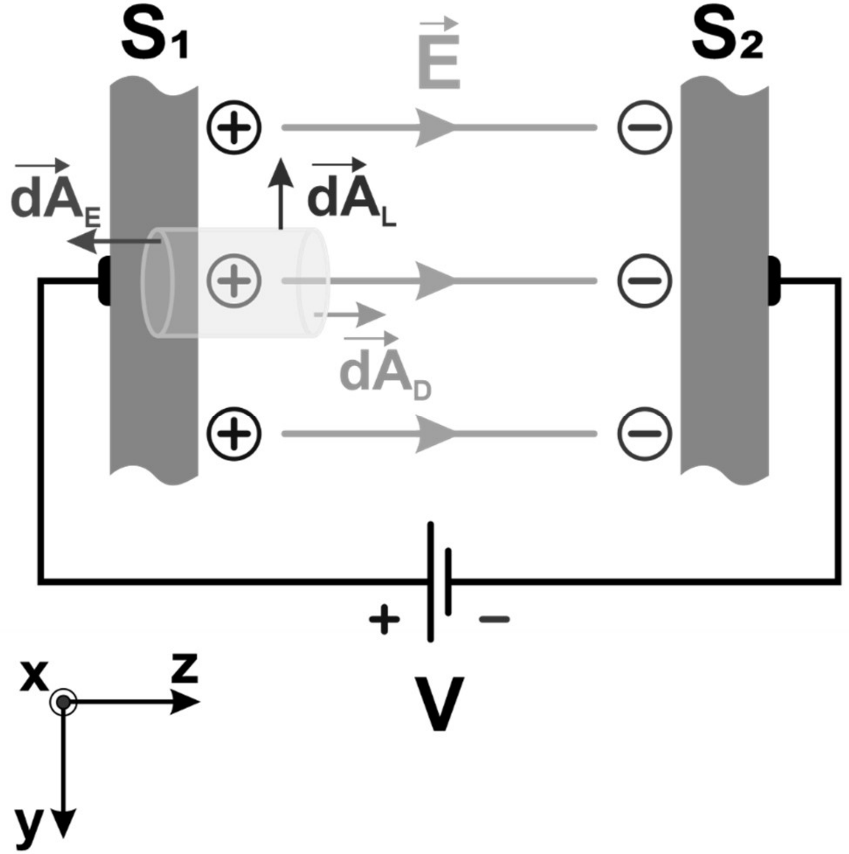
- $$d\vec{S} = \begin{cases} \rho d\rho d\varphi \hat{a}_z \\ -\rho d\rho d\varphi \hat{a}_z \\ \rho d\varphi dz \hat{a}_\rho \end{cases}$$

- Substituindo:

$$\iint E(z)\hat{a}_z \cdot \rho d\rho d\varphi \hat{a}_z + \iint 0 \cancelto{0}{\cdot -} \rho d\rho d\varphi \hat{a}_z$$

$$+ \iint E(z)\hat{a}_z \cancelto{0}{\cdot} \rho d\varphi dz \hat{a}_\rho = \frac{Q}{\varepsilon}$$

Campo elétrico de um capacitor ideal



- Portanto:

$$\int_0^{2\pi}\int_0^{R} E(z)\cdot \rho d\rho d\varphi = \frac{Q}{\varepsilon}$$

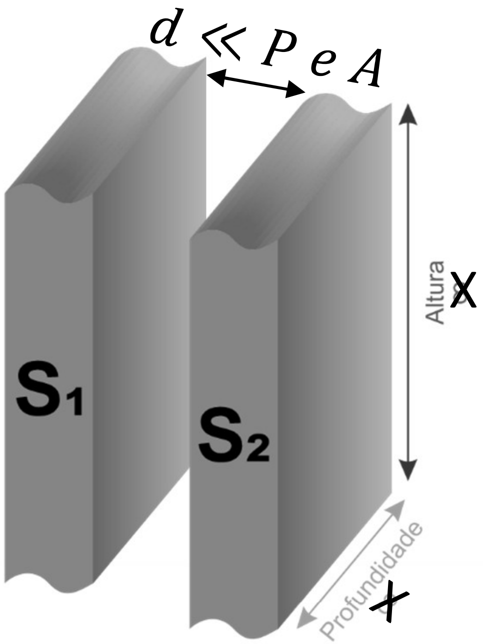
$$\rightarrow E(z) = \frac{1}{\varepsilon}\cdot\frac{Q}{\underbrace{\boxed{\pi\cdot R^2}}_{A_S}} = \frac{\rho_S}{\varepsilon}$$

$$\rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\rho_S}{\varepsilon}\,\hat{a}_z}$$

- Duas variações das equações acima serão úteis no projeto de capacitores reais:

$$\boxed{\rho_S = \varepsilon\cdot E} \quad e \quad \boxed{Q = A_S\cdot\varepsilon\cdot E}$$

Capacitância de um capacitor real



- Partindo da definição de capacitância:

$$C = \frac{Q}{V}$$

- Conforme acabamos de determinar:

$$Q = A_S \cdot \varepsilon \cdot E$$

- Da definição de diferença de potencial:

$$V = \int \vec{E} \cdot \overrightarrow{dl} \equiv E \cdot d$$

- Substituindo:

$$C = \frac{A_S \cdot \varepsilon \cdot E}{E \cdot d} \equiv \boxed{\frac{A_S \cdot \varepsilon}{d}}$$