



Circuitos Elétricos I:

#4 – Método das Tensões de Nó



Objetivos

- Definições fundamentais para a descrição de um circuito;
- Método das tensões de nó;
- Exemplos;
- O super nó;



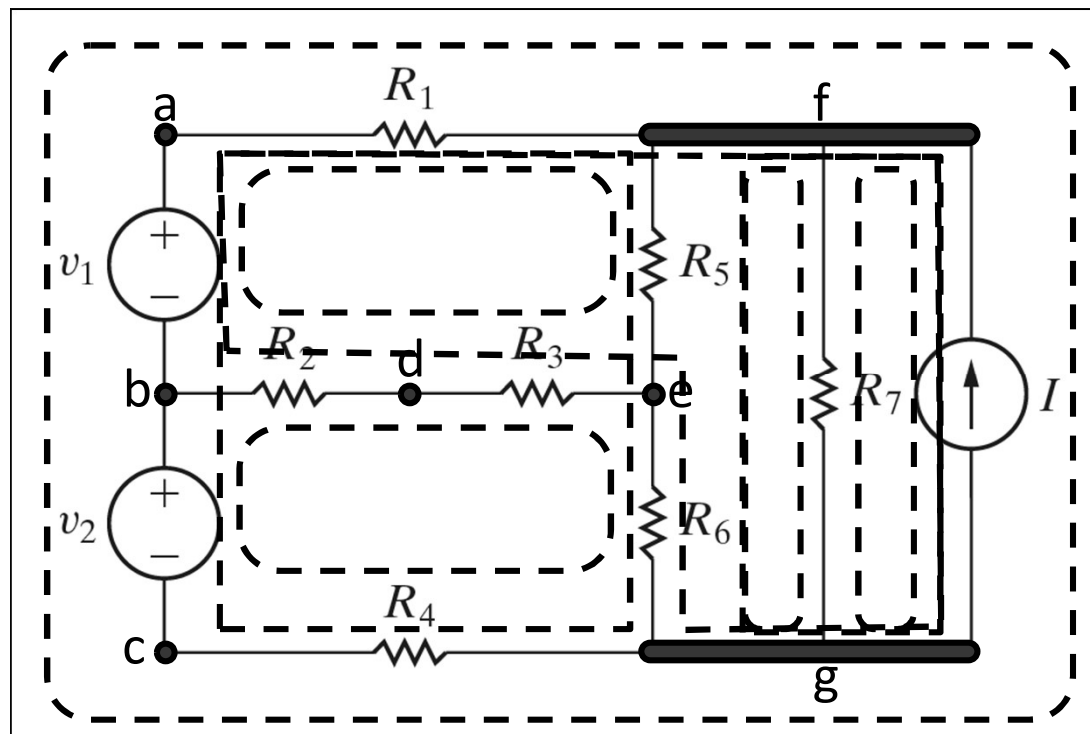
Descrição de um Circuito

- Definições fundamentais:
 - **Nó:** ponto ao qual dois ou mais elementos de circuito estão conectados;
 - **Nó Essencial (n_e):** ponto ao qual TRÊS ou mais elementos de circuito estão conectados;
 - **Ramo:** caminho que liga dois nós sem passar por nenhum outro nó;
 - **Ramo Essencial (b_e):** caminho que liga dois nós essenciais sem passar por outro nó essencial;
 - **Caminho:** sequência de elementos ligados entre si na qual nenhum elemento é incluindo mais de uma vez, ou seja, um ramo com 'n' nós;
 - **Malha:** percurso de circuito que permita partir de um nó e retornar a ele passando apenas uma vez pelos demais nós;
 - **Malha:** alternativamente, caminho cujo o último nó coincide com o primeiro;
 - **Malha Simples:** malha que não inclui nenhuma outra malha;



Descrição de um Circuito

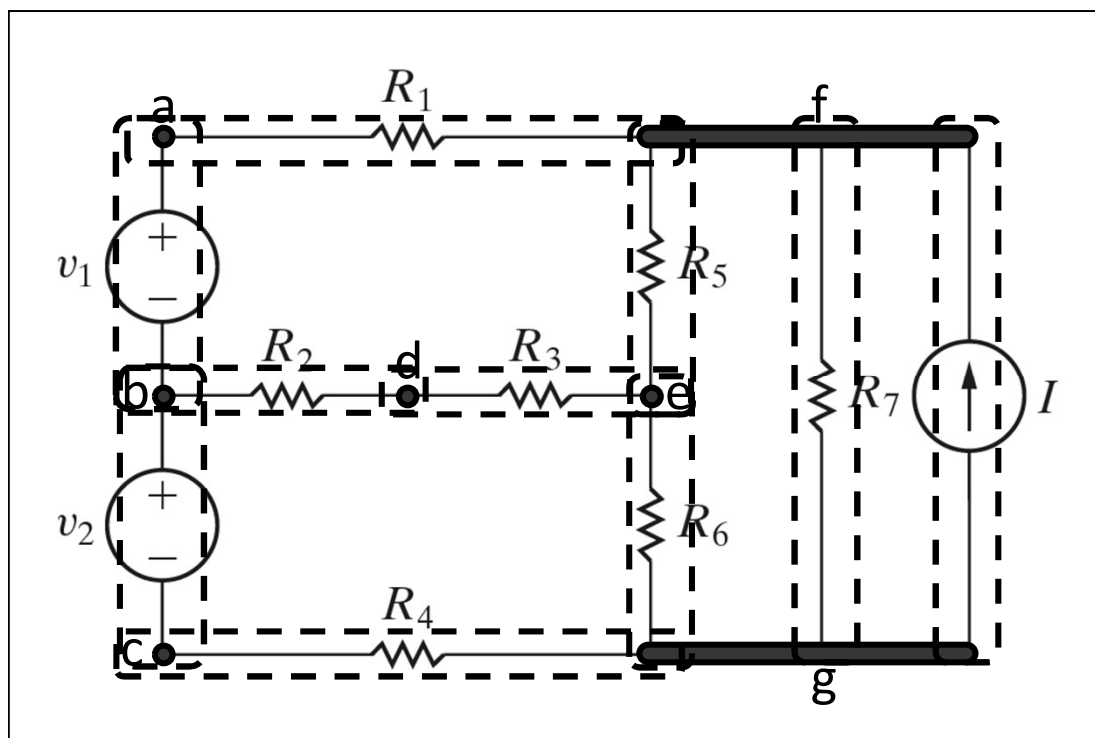
- Nós e Malhas?





Descrição de um Circuito

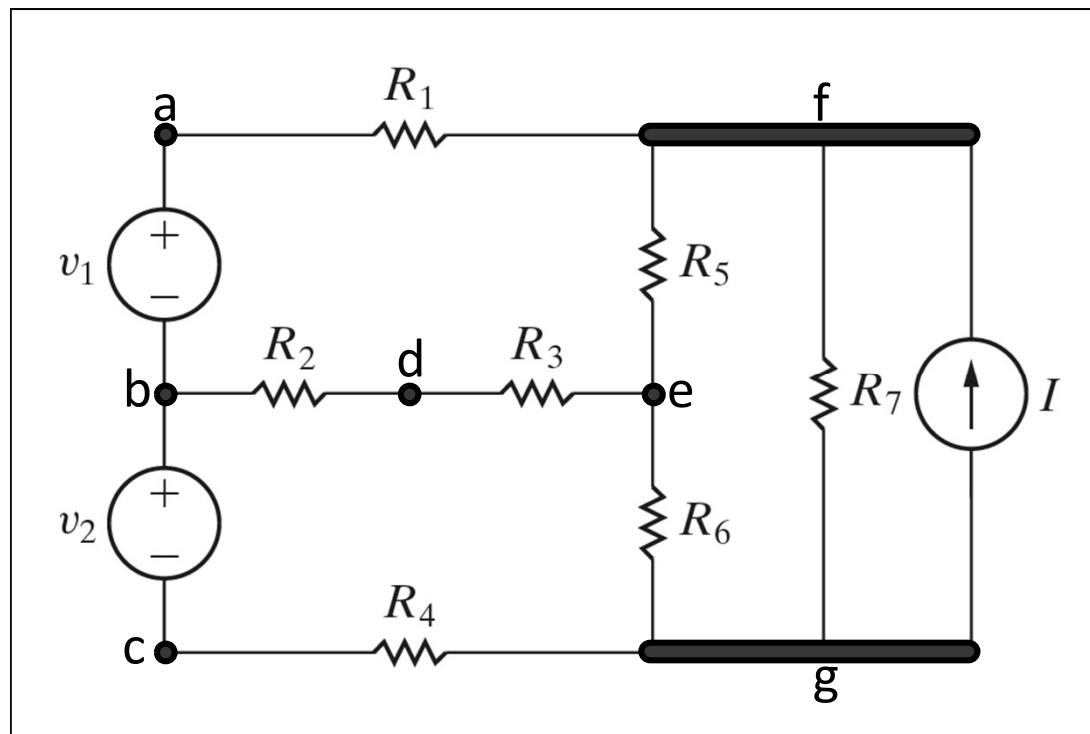
- Ramos?





Descrição de um Circuito

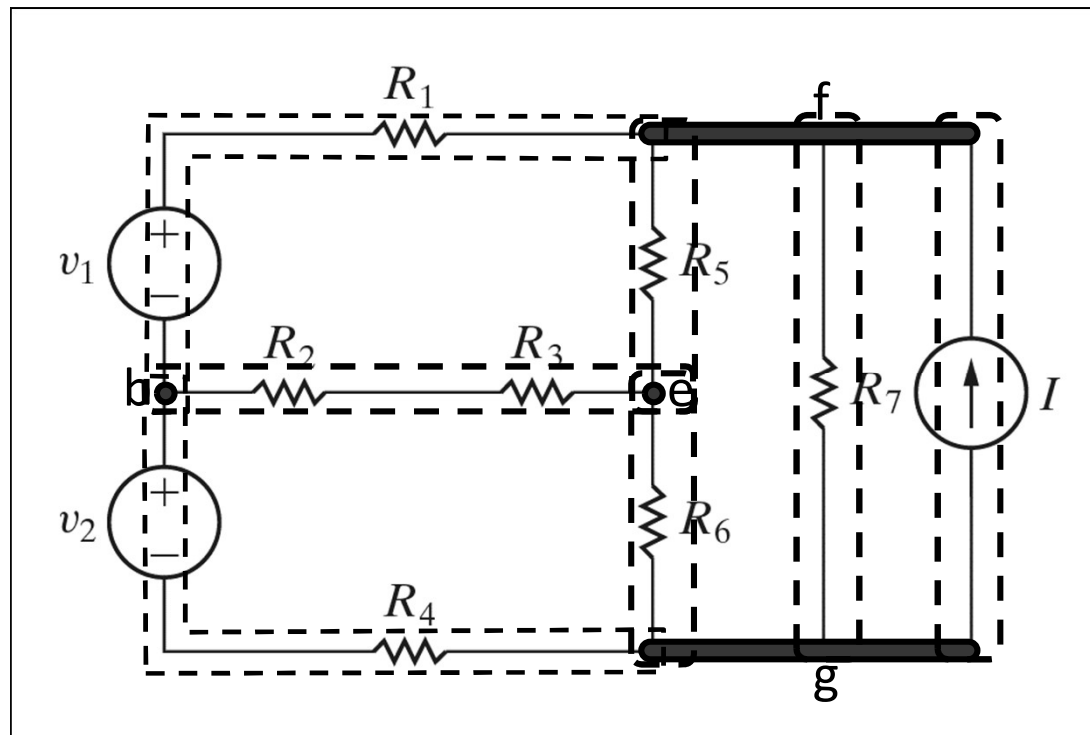
- Nós essenciais?





Descrição de um Circuito

- Ramos essenciais?



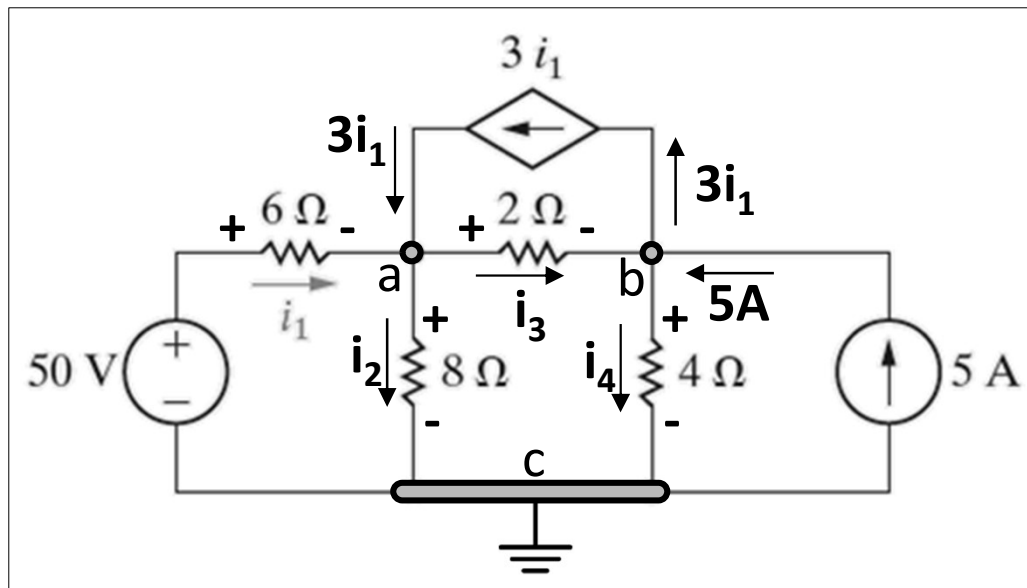


Método das Tensões de Nó

- Técnica baseada nos nós essenciais de um circuito;
- Garante que um circuito com n_e nós essenciais pode ser solucionado com $n_e - 1$ equações;
- Nó de referência:
 - Nó ao qual todas as demais tensões dos nós são referenciadas (potencial nulo);
 - Pode ser escolhido qualquer nó essencial;
 - O nó conectado ao maior número de ramos simplifica a solução do circuito;
- Tensão de nó: a cada um dos demais $n_e - 1$ nós essenciais é associada uma diferença de potencial (tensão) com relação ao nó de referência;
- Finalmente, aplica-se a Lei de Kirchhoff para Correntes a cada nó;



Exemplos – Ex 1



i) $n = n_e - 1 \equiv 2$

ii) nó de referência?

iii) LKC em 'a':

$$i_1 + 3i_1 = i_2 + i_3$$

$$\rightarrow 4i_1 - i_2 - i_3 = 0$$

$$\rightarrow 4 \cdot \frac{50 - v_a}{6} = \frac{v_a - 0}{8} + \frac{v_a - v_b}{2}$$

$$\rightarrow \frac{200}{6} - \frac{4v_a}{6} = \frac{v_a}{8} + \frac{v_a}{2} - \frac{v_b}{2}$$

$$\rightarrow \frac{4v_a}{6} + \frac{v_a}{8} + \frac{v_a}{2} - \frac{v_b}{2} = \frac{200}{6} \quad \times 48$$

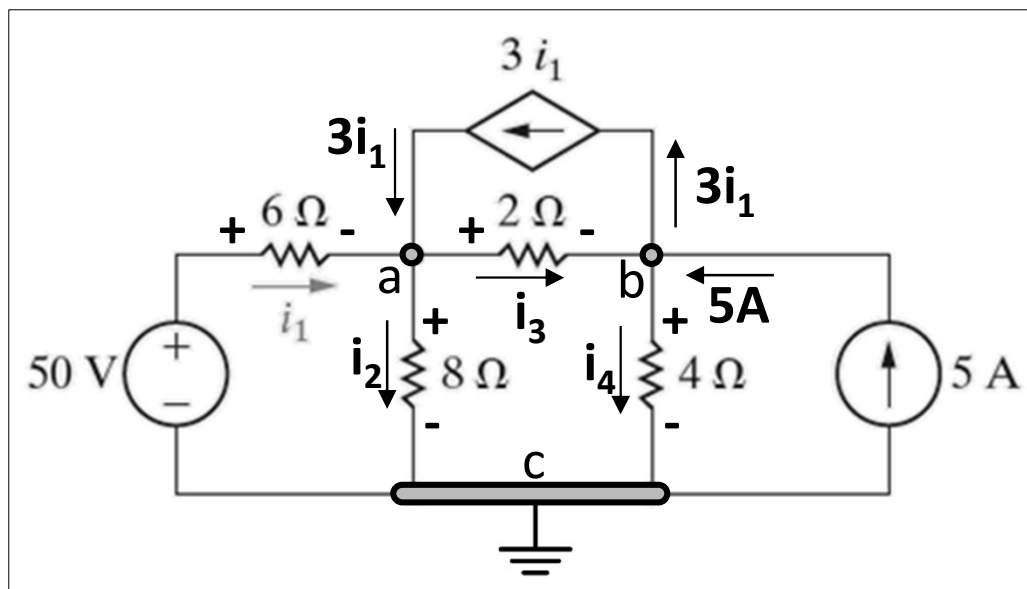
$$\rightarrow 32v_a + 6v_a + 24v_a - 24v_b = 1600$$

$$\rightarrow 62v_a - 24v_b = 1600 \quad /2$$

$$\rightarrow 31v_a - 12v_b = 800$$



Exemplos – Ex 1



i) $n = n_e - 1 \equiv 2$

ii) nó de referência?

iii) LKC em 'a': $31v_a - 12v_b = 800$

iv) LKC em 'b':

$$i_4 + 3i_1 = i_3 + 5$$

$$\rightarrow 3i_1 - i_3 + i_4 = 5$$

$$\rightarrow 3 \cdot \frac{50 - v_a}{6} - \frac{v_a - v_b}{2} + \frac{v_b - 0}{4} = 5$$

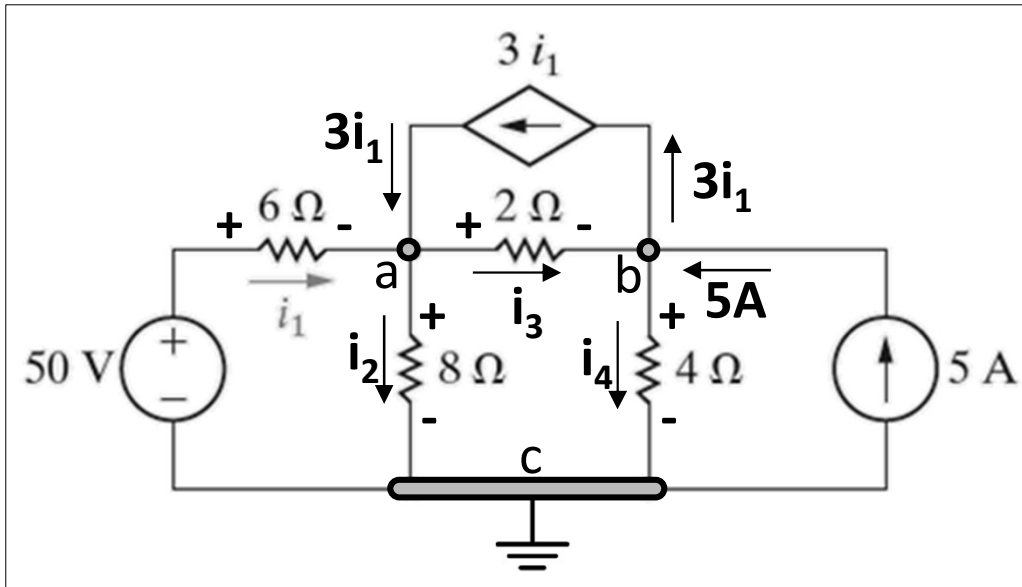
$$\rightarrow 25 - \frac{v_a}{2} - \frac{v_a}{2} + \frac{v_b}{2} + \frac{v_b}{4} = 5 \quad \times 4$$

$$\rightarrow 100 - 4v_a + 3v_b = 20$$

$$\rightarrow 4v_a - 3v_b = 80$$



Exemplos – Ex 1



i) $n = n_e - 1 \equiv 2$

ii) nó de referência?

iii) LKC em 'a': $31v_a - 12v_b = 800$

iv) LKC em 'b': $4v_a - 3v_b = 80$

v) Resolvendo o sistema: $v_a = 32V$ e $v_b = 16V$

vi) Todas as tensões e correntes:

$$v_1 = 50 - 32 \equiv 18V \quad e \quad i_1 = \frac{v_1}{6} \equiv 3A$$

$$v_2 = 32 - 0 \equiv 32V \quad e \quad i_2 = \frac{v_2}{8} \equiv 4A$$

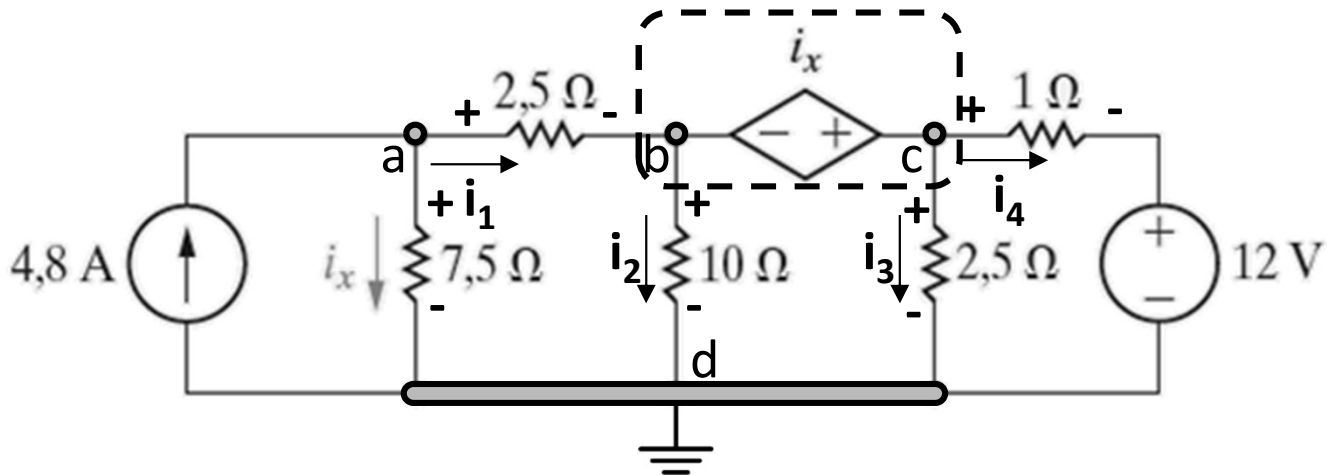
$$v_3 = 32 - 16 \equiv 16V \quad e \quad i_3 = \frac{v_3}{2} \equiv 8A$$

$$v_f = v_3 \equiv 16V \quad e \quad i_f = 3i_1 \equiv 9A$$

Restante: dever de casa!!!



Exemplos – Ex 2 (Super Nó)



i) $n = n_e - 1 \equiv 3$

ii) *nó de referência?*

iii) *Do super nó:*

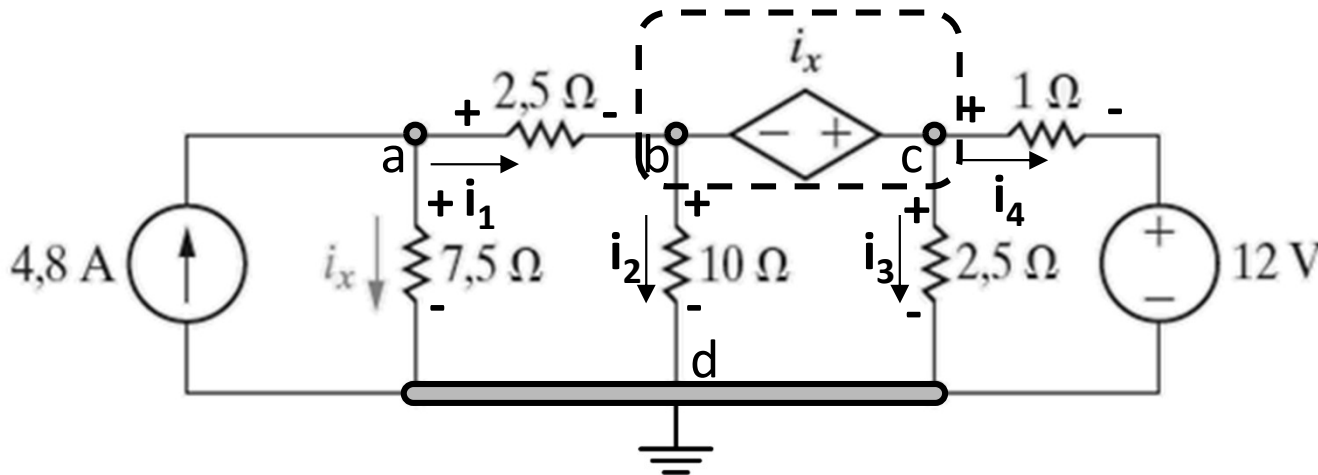
$$v_c - v_b = i_x$$

$$\rightarrow v_c - v_b = \frac{v_a}{7,5}$$

$$\rightarrow 2v_a + 15v_b - 15v_c = 0$$



Exemplos – Ex 2 (Super Nó)



$$\rightarrow 4,8 = \frac{v_a}{7,5} + \frac{3v_a - 3v_b}{7,5}$$

$$\rightarrow 4v_a - 3v_b = 36$$

i) $n = n_e - 1 \equiv 3$

ii) nó de referência?

iii) Do super nó: $2v_a + 15v_b - 15v_c = 0$

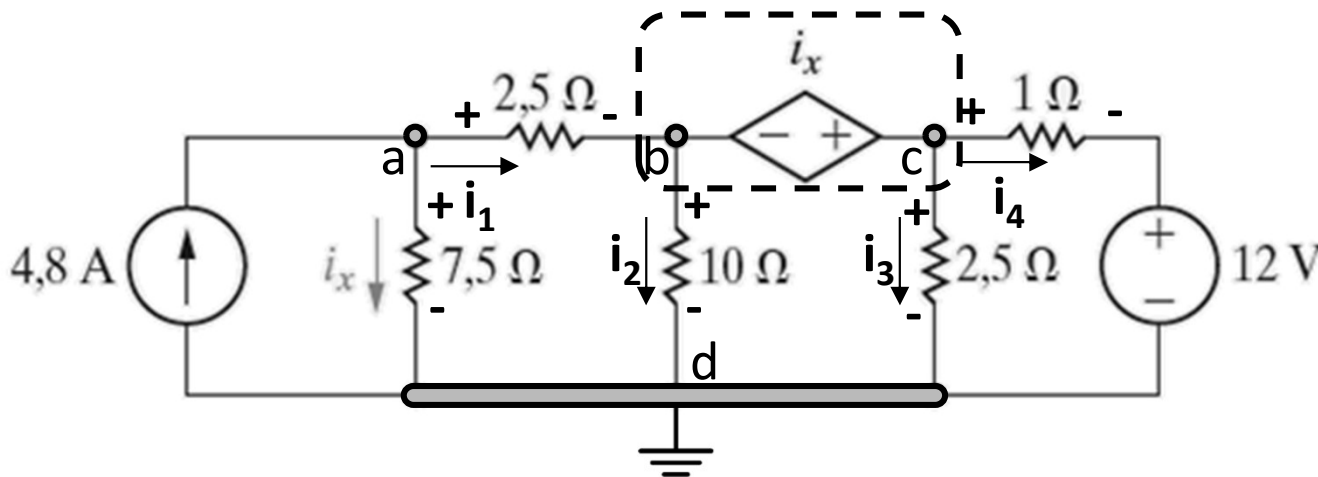
iv) LKC em 'a':

$$4,8 = i_x + i_1$$

$$\rightarrow 4,8 = \frac{v_a}{7,5} + \frac{v_a - v_b}{2,5}$$



Exemplos – Ex 2 (Super Nó)



i) $n = n_e - 1 \equiv 3$

ii) *nó de referência?*

iii) *Do super nó:* $2v_a + 15v_b - 15v_c = 0$

iv) *LKC em 'a':* $4v_a - 3v_b = 36$

v) *LKC no super nó:*

$$i_1 = i_2 + i_3 + i_4$$

$$\rightarrow \frac{v_a - v_b}{2,5} = \frac{v_b}{10} + \frac{v_c}{2,5} + \frac{v_c - 12}{1}$$

$$\rightarrow \frac{4v_a - 4v_b}{10} = \frac{v_b}{10} + \frac{4v_c}{10} + \frac{10v_c - 120}{10}$$

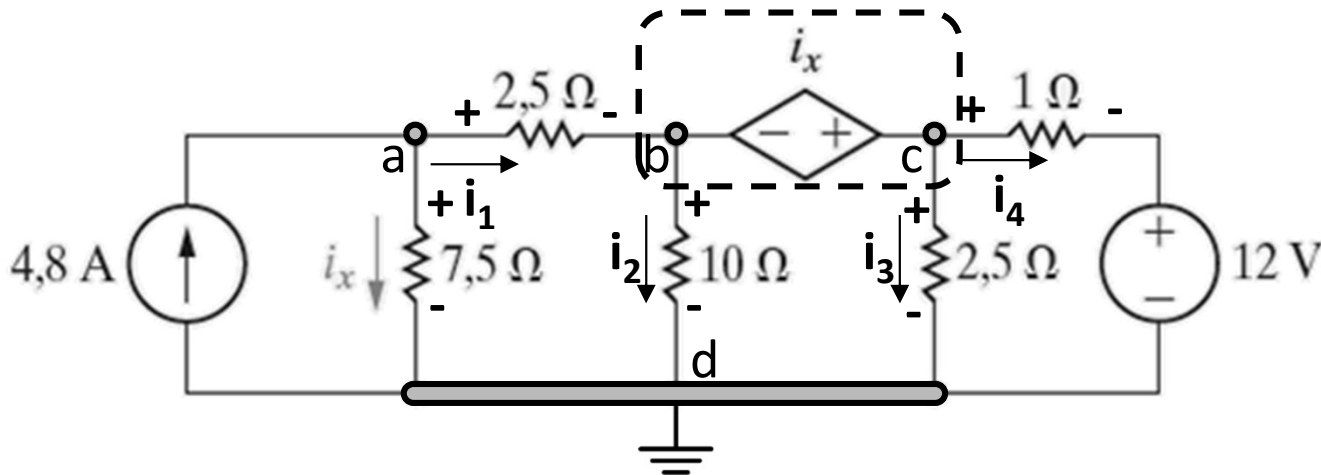
$$\rightarrow \frac{4v_a}{10} - \frac{4v_b}{10} = \frac{v_b}{10} + \frac{4v_c}{10} + \frac{10v_c}{10} - 12$$

$$\rightarrow \frac{4v_a}{10} - \frac{5v_b}{10} - \frac{14v_c}{10} = -12$$

$$\rightarrow 4v_a - 5v_b - 14v_c = -120$$



Exemplos – Ex 2 (Super Nó)



i) $n = n_e - 1 \equiv 3$

ii) *nó de referência?*

iii) *Do super nó:* $2v_a + 15v_b - 15v_c = 0$

iv) *LKC em 'a':* $4v_a - 3v_b = 36$

v) *LKC no super nó:* $4v_a - 5v_b - 14v_c = -120$

vi) *Resolvendo o sistema:* $v_a = 15V; v_b = 8V \text{ e } v_c = 10V$

Restante: dever de casa!!!