UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL
ENGENHARIAS DA COMPUTAÇÃO E ELÉTRICA
DISCIPLINA DE ELETROMAGNETISMO APLICADO
3ª AVALIAÇÃO PARCIAL (01/11/2019)
PROF. CARLOS ELMANO

7,5 8,1

Nome: Daniel Alves Farias Mat.: 390176

1. Uma bobina é composta por 4 espiras circulares de raio R é submetida a uma indução magnética cuja intensidade é dada por:

$$B(\rho, t) = \frac{B_0 \cdot \rho^2}{R^2} \cdot (1 - e^{-\frac{t}{T}})$$

Essa indução atravessa longitudinalmente a bobina e, como pode ser observado na equação, varia com a coordenada radial cilíndrica ρ, cuja origem é o centro da bobina, e com o tempo t. O condutor que compõe a espira possui uma seção transversal S_f e uma condutividade σ Responda, **justificando adequadamente todas as suas respostas**:

2,5

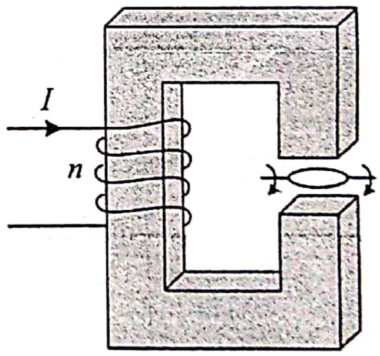
1,0 a) Quanto vale o fluxo magnético através da bobina? (1pt)

0,5 b) Quanto vale a tensão induzida na bobina? (1pt)

0,5 c) Quanto vale a corrente induzida na bobina? (1pt)

0,5 d) Quanto vale a potência dissipada por condução na bobina (deixe em função do tempo)? (1pt)

2. No circuito magnético ao lado uma bobina de 'n' espiras foi montada sobre um núcleo de material magnético com permeabilidade magnética infinita e com seção transversal quadrada de lado 2R. Por essa bobina circula uma corrente 'I'. O núcleo possui um entreferro de comprimento 'e' dentro do qual se encontra uma espira circular de raio 'R'. A espira é feita de um material com condutividade 'σ' e área de seção transversal 'S_f'. Responda, **justificando adequadamente todas as suas respostas**:



Considerando que a espira seja mantida estática paralela às faces do entreferro:

1,0 a) Quanto vale o fluxo magnético através da espira? (1pt)

1,0 b) Quanto valem a tensão e a corrente induzidas na espira? (1pt)

Considerando que a espira seja submetida a uma rotação com frequência angular 'ω':

1,0 c) Quanto vale o fluxo magnético através da espira? (1pt)

1,0 d) Quanto valem a tensão e a corrente induzidas na espira? (1pt)

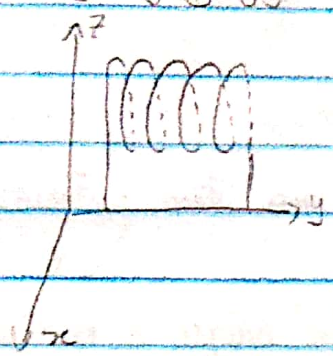
2,0 e) Há perda por condução na espira? De quanto? De onde provém a energia que alimenta essa perda? (2pt)

Boa prova!

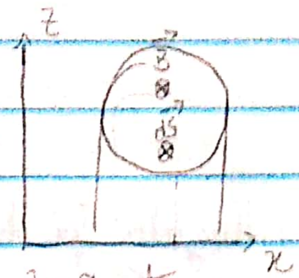
Daniel Alves Farias

1) a) O fluxo é definido como

$\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$



visão longitudinal



visão transversal

Pela visão Transversal podemos afirmar que $\vec{B}$ e $d\vec{S}$ são colineares, portanto:

$$\Phi = \int B \cdot dS$$

$$\Phi = \int \frac{B_0 \cdot \rho^2}{R^2} (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot dS$$

$$\Phi = \frac{B_0}{R^2} (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \int_0^{2\pi} \int_0^R \rho^3 \, d\rho \, d\phi$$

$$\Phi = \frac{B_0}{R^2} (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot 2\pi \cdot \frac{R^4}{4}$$

$$\boxed{\Phi = \frac{B_0 (1 - e^{-\frac{t}{T}}) \cdot \pi R^2}{2}}$$

b) A Tensão induzida é definida pela variação de fluxo no tempo, ou seja

$$V_{ind} = -\frac{\partial \Phi(t)}{\partial t} \cdot N$$

$$V_{ind} = -\frac{B_0 \cdot \pi R^2}{2} \frac{\partial (1 - e^{-\frac{t}{T}})}{\partial t} \sim \text{Aplicando a regra da cadeia}$$

$$\boxed{V_{ind} = -\frac{B_0 \cdot \pi R^2}{2} \cdot \frac{\cancel{t}}{T} e^{-\frac{t}{T}}} \cdot 4 = -\frac{2 \cdot B_0 R^2 \cdot \pi}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \, (V)$$

Scanned by CamScanner

c) Utilizando a lei de Ohm:

$$V = R \cdot I$$

$$I_{ind} = \frac{V_{ind}}{R}$$

O valor da tensão induzida foi determinada no item anterior, faltando só o valor da resistência:

$$R = \frac{l}{\sigma \cdot S_f}$$

Já que são 4 espiras de raio R cada uma, o comprimento total é:

$$l = 4 \int_0^{2\pi} R \cdot d\theta$$

$$l = 8\pi \cdot R$$

$$R = \frac{8\pi R}{\sigma \cdot S_f}$$

$$I_{ind} = -\frac{B_0 \cdot \cancel{\pi} \cdot R^2}{\cancel{2}} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot \frac{\sigma \cdot S_f}{8\cancel{\pi} R}$$

$$I_{ind}(t) = -\frac{B_0 \cdot R}{\cancel{16}\ 4} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot \sigma \cdot S_f$$

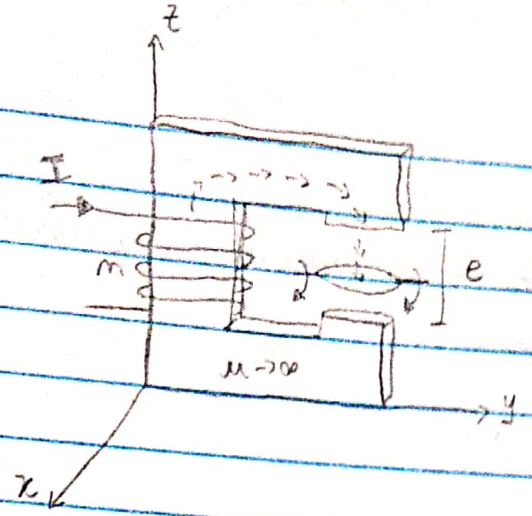
d) $P_c = R \cdot i^2$

Tanto o 'R' quanto o 'i' foram definidos no item anterior

$$P_c = \frac{8\pi \cdot R}{\sigma \cdot S_f} \left(-\frac{B_0 \cdot R}{\cancel{16}} \cdot \frac{t}{T} \cdot e^{-\frac{t}{T}} \cdot \sigma \cdot S_f \right)^2$$

$$P_c(t) = \frac{\pi R^3 \cdot \sigma \cdot S_f \cdot B_0^2}{\cancel{32}} \cdot \left(\frac{t}{T}\right)^2 e^{-\frac{2t}{T}}$$

2) a)



Já que a espira está estática e paralela ao plano x y, podemos considerar que os vetores $\vec{B}$ e $d\vec{S}$ são colineares.

$$\Phi = \int B \cdot dS$$

$$\Phi = \int \mu \cdot H \cdot dS$$

Pela lei de Amper podemos definir H, como sendo:

$$\oint \vec{H} \, d\vec{l} = m \cdot I$$

$$H \cdot L = m \cdot I$$

$$\boxed{H = \frac{m \cdot I}{e}}$$

$$\Phi = \int \mu \cdot \frac{m \cdot I}{e} \cdot dS$$

$$\Phi = \mu \cdot \frac{m \cdot I}{e} \int_0^{2\pi}\int_0^{R} r \, dr \, d\theta$$

$$\boxed{\Phi = \mu \cdot \frac{m \cdot I}{e} \cdot \pi \cdot R^2}$$

b) Tanto a tensão quanto a corrente é igual a zero, pois o fluxo não varia no tempo;

$$V_{ind} = -\frac{\partial(\mu \cdot m \cdot I \cdot \pi \cdot R^2)}{\partial t}$$

$$\boxed{V_{ind} = 0}$$

$$\boxed{I_{ind} = \frac{0}{R} = 0}$$

c) $\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S}$

Já que a espira está em rotação o angulo entre $\vec{B}$ e $d\vec{S}$ vai variar ao passar do tempo.

$\Phi = \int |\vec{B}| \cdot |d\vec{S}| \cdot \cos(\theta)$

$\Phi = \int B \cdot dS \cdot \cos(\theta)$

Já que queremos que o Φ varie com o tempo para que exista tensão, podemos definir θ variando no tempo utilizando a seguinte definição:

$\theta = \cancel{\theta_0 +} \omega t$ $\quad \theta = \omega \cdot t$

Considerando que a espira começa a rotacionar paralela ao plano xy, o ângulo inicial θ_0 é 0, pois os vetores $\vec{B}$ e $d\vec{S}$ estarão colineares.

$\Phi = \int \mu \cdot H \cdot dS \cdot \cos(\omega t)$

O campo magnético se comporta igual no item anterior.

$\Phi = \int \mu \cdot \frac{I \cdot n}{e} \cdot dS \cdot \cos(\omega t)$

$\Phi = \mu \cdot \frac{I \cdot n}{e} \cdot \cos(\omega t) \int_0^{2\pi} \int_0^R r\,dr\,d\phi$

$$\boxed{\Phi(t) = \mu \cdot \frac{I \cdot n}{e} \cdot \cos(\omega t) \pi R^2}$$

Daniel Alves Farias

$P_c = R \cdot I^2$

2) a) $V_{ind} = -\dfrac{\partial \Phi(t)}{\partial t}$

$V_{ind} = -\dfrac{\mu \cdot I \cdot n \cdot \pi \cdot R^2}{e} \dfrac{\partial(\cos(\omega t))}{\partial t}$

$$\boxed{V_{ind} = \frac{\mu \cdot I \cdot n \cdot \pi \cdot R^2 \cdot \omega \cdot sen(\omega t)}{e}}$$

$I_{ind} = \dfrac{V_{ind}}{R}$

$R = \dfrac{2\pi R}{\sigma \cdot S_f}$

$I_{ind} = \dfrac{\mu \cdot I \cdot n \cdot \cancel{\pi} \cdot R^2 \cdot \omega \cdot sen(\omega t)}{e} \cdot \dfrac{\sigma \cdot S_f}{2\cancel{\pi} R}$

$$\boxed{I_{ind} = \frac{\mu \cdot I \cdot n \cdot R \cdot \sigma \cdot S_f \cdot \omega \cdot sen(\omega t)}{2e}}$$

2) $P_c = R \cdot (I_{ef})^2$

$I_{ef} = \dfrac{\mu \cdot I \cdot n \cdot R \cdot \sigma \cdot S_f \cdot \omega}{\sqrt{2} \cdot 2e}$

$P_c = \dfrac{2\pi R}{\sigma \cdot S_f} \left(\dfrac{\mu \cdot I \cdot n \cdot R \cdot \sigma \cdot S_f \cdot \omega}{\sqrt{2} \cdot 2e} \right)^2$

$P_c = \dfrac{2\pi R^3 \cdot \mu^2 \cdot I^2 \cdot n^2 \cdot \sigma^2 \cdot S_f^2 \cdot \omega^2}{\cancel{\sigma \cdot S_f} \cdot 2 \cdot 4 \cdot e^2}$

$$\boxed{P_c = \frac{\pi R^3 \cdot \mu^2 \cdot I^2 \cdot n^2 \cdot \omega^2 \cdot \sigma \cdot S_f}{4 e^2}}$$

Há perda por condução, essa perda é dada pela função acima. Essa perda é alimentada pelo efeito Joule causado efeito pelicular

continuação na proxima página.

O efeito pelicular ocorre quando a frequência da corrente é diferente de zero, causando uma distribuição não uniforme de corrente pelo condutor, essa corrente costuma se concentrar nas bordas do condutor.