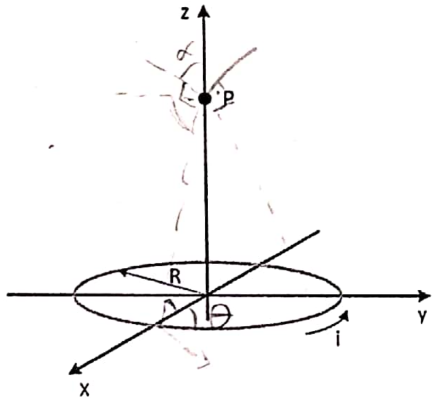
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL
ENGENHARIAS DA COMPUTAÇÃO E ELÉTRICA
DISCIPLINA DE ELETROMAGNETISMO APLICADO
2ª AVALIAÇÃO PARCIAL (04/10/2019)
PROF. CARLOS ELMANO

10,0

Nome: Daniel Alves Farias Mat.: 390176

1. Utilizando a lei de Biot-Savart, demonstre quem é o vetor campo magnético no ponto P gerado pela corrente i que circula na espira circular que se encontra sobre o plano xy dos eixos coordenados mostrados abaixo. O raio da espira é R e o ponto P se encontra sobre o eixo z a uma distância D da origem. (3pt)

3,0

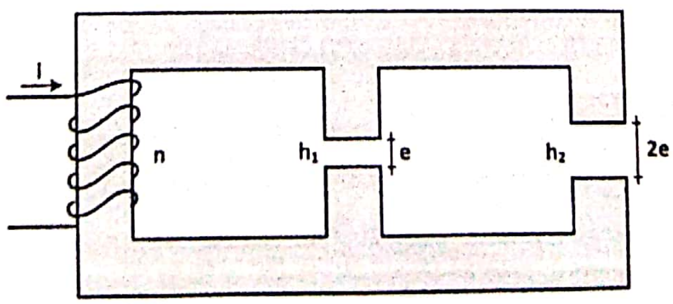


2. Um condutor linear e infinito é percorrido por uma corrente ´i´ que se distribui uniformemente através da seção transversal do condutor, a qual é circular de raio ´a´. Sendo ´ρ´ uma distância qualquer a partir do centro da seção transversal do condutor, utilizando a Lei de Ampere, determine justificando adequadamente sua resposta:
   a) O campo magnético para $0 < \rho < a$; (2 pt)
   b) O campo magnético para $\rho \geq a$; (1pt)

3,0

3. Para o circuito magnético mostrado abaixo, cuja seção transversal do núcleo é S e a permeabilidade magnética do núcleo é muito maior do que a do ar que o rodeia, determine justificando suas respostas:
   a) O fluxo magnético através do gap 1; (1 pt)
   b) O fluxo magnético através do gap 2; (1 pt)
   c) O campo magnético no gap 1 (h1); (1 pt)
   d) O campo magnético no gap 2 (h2); (1 pt)

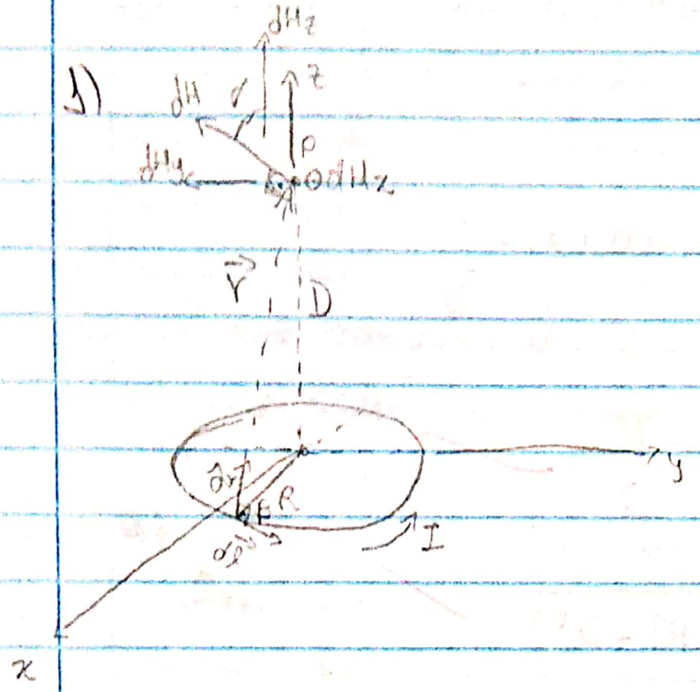
4,0



Boa prova!

Aluno: Daniel Ulisses Farias

1)



O vetor campo magnético será normal ao plano criado por $\vec{r}$ e $\vec{dl}$.

Dividindo o vetor campo magnético em componentes x, y e z, podemos afirmar, por análise física, que as componentes x e y se anularão, restando apenas as componentes que estão colineares ao eixo z.

A Lei de Biot-Savart é definida como:

$$\vec{dH} = \frac{i}{4\pi} \frac{\vec{dl} \times \hat{a}_r}{r^2}$$

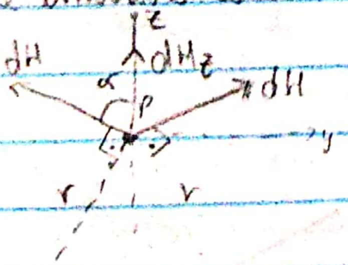
$$|\vec{dH}| = \frac{i}{4\pi} \frac{|\vec{dl}|\,|\hat{a}_r|\,\text{sen}(\beta)}{r^2} \qquad |\hat{a}_r| \to 1$$

Podemos notar que durante todo o anel o ângulo que o vetor unitário $\hat{a}_r$ faz com o vetor $\vec{dl}$ é 90° graus

$$dH = \frac{i}{4\pi} \frac{dl \cdot 1 \cdot \text{sen}(90°)}{r^2}$$

$$dH = \frac{i}{4\pi} \frac{dl}{r^2}$$

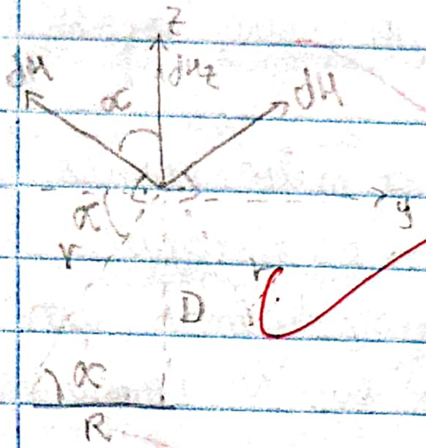
Como já foi explicado anteriormente a única componente que não se anulará é a componente colinear ao eixo z.



Podemos relacionar dH e dH_z por meio da função trigonométrica cos(α)

$$\cos(\alpha) = \frac{dH_z}{dH} \Rightarrow dH_z = dH \cdot \cos(\alpha)$$

$$dH_z = \frac{i}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \cdot \cos(\alpha)$$



podemos definir $\cos(\alpha) = \frac{R}{D}$

$$dH_z = \frac{i}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \cdot \frac{R}{D}$$

$$dH_z = \frac{i \, R \cdot dl}{4\pi D \cdot (R^2 + D^2)}$$

$$dl = R \, d\theta$$

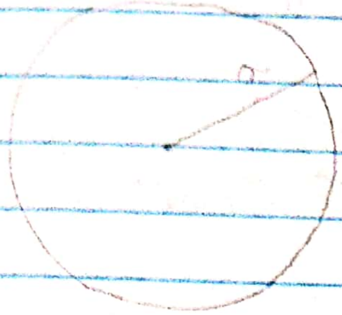
$$dH_z = \frac{i}{4\pi D} \frac{R \cdot R \cdot d\theta}{(R^2 + D^2)}$$

$$\int dH_z = \frac{i}{4\pi D} \frac{R^2}{(R^2 + D^2)} \int_0^{2\pi} d\theta \rightarrow 2\pi$$

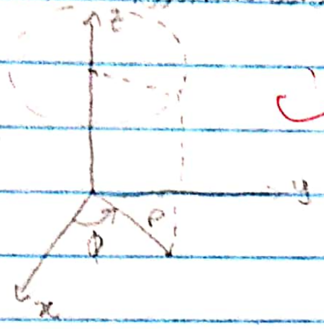
$$\boxed{\vec{H}_z = \frac{i R^2}{2D(R^2 + D^2)} \hat{a}_z}$$

Scanned by CamScanner

②



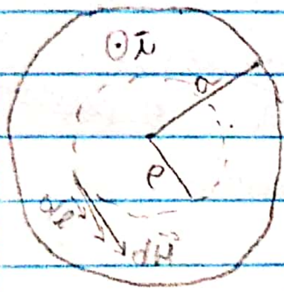
Nessa questão será aplicada a lei de Amper utilizando coordenadas cilíndricas temos:



LEI DE AMPER:

$$\oint \vec{H}\cdot d\vec{l} = i_{env}$$

a) $0<\rho<a$;



$$\oint \vec{H}\, d\vec{l} = i_{env}$$

Já que $\vec{H}$ e $d\vec{l}$ são colineares, temos:

$$\oint H(\rho)\, dl = i_{env}$$

Para esse caso o campo magnético só vai variar de acordo com ρ, então posso tirá-lo da integral.

$$H(\rho)\oint dl = i_{env}$$

$$H(\rho)\cdot(2\pi\rho) = i_{env}$$

Já que a corrente i se distribui uniformemente, podemos afirmar que a densidade de corrente é constante:

$J = \dfrac{i_{env}}{\pi\rho^2}$, onde $\pi\rho^2$ nesse caso é a área da amperiana.

$J = \frac{i}{\pi a^2}$, onde πa^2 é corrente dentro do condutor.

Já que a densidade de corrente é constante, temos:

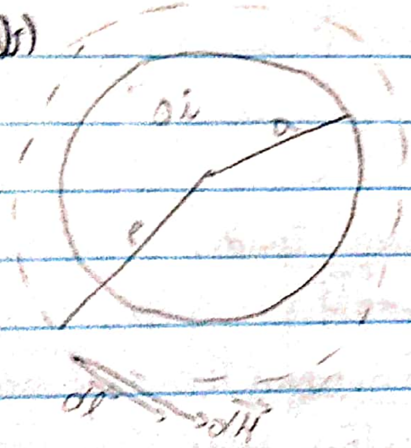
$$\frac{i_{env}}{\pi \rho^2} = \frac{i}{\pi a^2}$$

$$i_{env} = \frac{i \rho^2}{a^2}$$

$$H(\rho)(2\pi\rho) = \frac{i\rho^2}{a^2}$$

$$\boxed{\vec{H}(\rho) = \frac{i\rho}{2\pi a^2}\,\hat{a}_\phi}$$

b)



$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = i_{env}$

Já que $\vec{H}$ e $d\vec{l}$ são colineares, temos:

$\oint H(\rho) \cdot dl = i_{env}$

$H(\rho) \oint dl = i_{env}$

$H(\rho)(2\pi\rho) = i_{env}$

Nesse caso a corrente envolvida pela amperiana é toda a corrente que está passando na seção transversal, ou seja, $i_{env} = i$.

$H(\rho)(2\pi\rho) = i$

$$\boxed{\vec{H}(\rho) = \frac{i}{2\pi\rho}\,\hat{a}_\phi}$$

Aluno: Daniel Alves Farias

(3) $V_m = \mathcal{R} \cdot \Phi_B = H \cdot L = N \cdot i$

$\Phi_B = \int B \, dS = \int \mu H \, dS$

$\mathcal{R} = \dfrac{l}{\mu \cdot S}$

Seção transversal $= S$ — nº de espiras $= n$

$\mu >> \mu_0$ — corrente $= i$

a)

$\Phi_{gap_1} = \dfrac{V_m}{\mathcal{R}}$

$\Phi_{gap_1} = \dfrac{n \cdot i}{\dfrac{l}{\mu \cdot S}}$

$\Phi_{gap_1} = \dfrac{\mu \cdot S \cdot n \cdot i}{l}$

comprimento do $gap_1 = e$

$$\boxed{\Phi_{gap_1} = \frac{\mu \cdot S \cdot n \cdot i}{e}}$$

b)

$\Phi_{gap_2} = \dfrac{V_m}{\mathcal{R}}$

$\Phi_{gap_2} = \dfrac{n \cdot i}{\dfrac{l}{\mu \cdot S}}$

$\Phi_{gap_2} = \dfrac{\mu \cdot S \cdot n \cdot i}{l}$

$$\boxed{\Phi_{gap_2} = \frac{\mu \cdot S \cdot n \cdot i}{2e}}$$

c) $H_1 \cdot e = V_m$

$H_1 \cdot e = \mathcal{R} \cdot \Phi_G$

Utilizando o valor do fluxo que passa pelo gap, que foi definido no item 'a', temos:

$$H_1 \cdot \cancel{e} = \frac{\cancel{e}}{\cancel{\mu \cdot S}} \cdot \frac{\cancel{\mu \cdot S} \cdot n \cdot i}{e}$$

$$H_1 = \frac{n \cdot i}{e}$$

d) $H_2 \cdot 2e = V_m$

$H_2 \cdot 2e = \mathcal{R} \cdot \Phi_G$

Utilizando o valor do fluxo que passa pelo gapa, que foi definido no item 'b', temos.

$$H_2 \cdot 2e = \frac{\cancel{2e}}{\cancel{\mu \cdot S}} \cdot \frac{\cancel{\mu \cdot S} \cdot n \cdot i}{2e}$$

$$\boxed{H_2 = \frac{n \cdot i}{2e}}$$