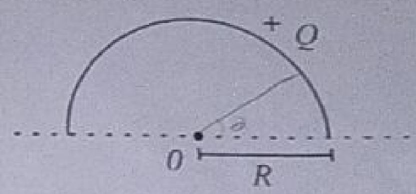
7,0

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL
ENGENHARIAS DA COMPUTAÇÃO E ELÉTRICA
DISCIPLINA DE ELETROMAGNETISMO APLICADO
1ª AVALIAÇÃO PARCIAL (18/11/2015)
PROF. CARLOS ELMANO

Nome: Francisco Estephanye A. de Albuquerque Mat.: 356806

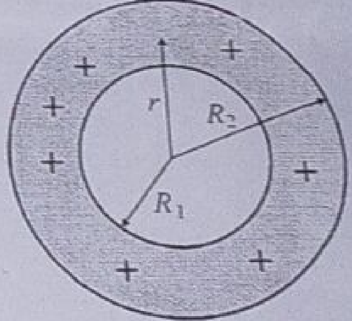
1. Dado o condutor filiforme semicircular da figura ao lado, de raio R e carregado uniformemente com uma carga total +Q, encontra-se em um espaço cuja permissividade elétrica é ε_0. Calcule:



0,0 a. A densidade linear de cargas da distribuição; (1pt)

0,0 b. O campo elétrico no centro de curvatura da distribuição (ponto O); (2pt)

2. Uma esfera oca, apresentada em corte na figura ao lado, é carregada com uma densidade volumétrica de cargas ρ_v, possui raio interno R_1 e raio externo R_2. A variável r representa um raio genérico. A permissividade elétrica em todo o espaço é ε_0. Calcule o campo elétrico para:

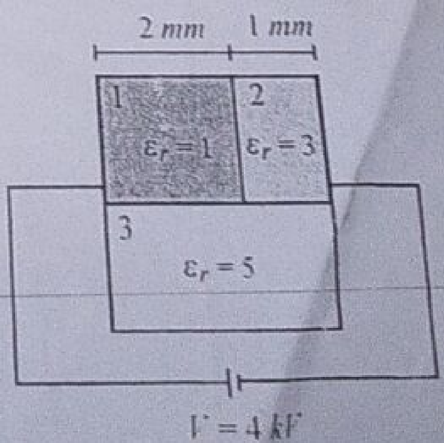


1,0 a. $r \leq R_1$; (1pt)

1,5 b. $R_1 < r \leq R_2$; (1,5pt)

1,0 c. $r > R_2$; (1pt)

3. Na figura ao lado as placas condutoras estão submetidas a uma diferença de potencial de 4kV. As placas estão separadas por uma combinação de dielétricos cujas permissividades elétricas estão no desenho. Além disso, todos os dielétricos possuem uma rigidez dielétrica de 1,5kV/mm. Calcule:



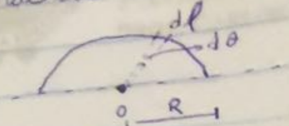
2,5 a. O campo elétrico em cada dielétrico; (2,5pt)

1,0 b. Há ruptura de algum dos dielétricos? Quais? Justifique. (1pt)

Boa prova!

Iago Machado Carneiro Leite

① a)



A densidade linear de cargas, q_ℓ, é a carga do condutor dividido pelo seu comprimento, então:

$$q_\ell = \frac{q}{\ell} \quad (1)$$

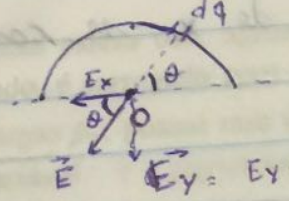
Onde: $q = +Q$

$\ell = \int_0 d\ell$ $\qquad d\ell = R\,d\theta$

$\ell = \int_0^\pi R\,d\theta = R\cdot\pi$

Substituindo em (1): $\boxed{q_\ell = \frac{+Q}{\pi R}}$

b)



$\vec{E}_Y = E_Y\cdot(-\hat{a}_Y)$

Para encontrar o campo, iremos somar as diferenciais de carga ao longo do condutor.

ONDE: $dq = q_\ell\, d\ell$

$d\ell = R\,d\theta$

$dq = q_\ell\, R\,d\theta$

$\boxed{r = R}$

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$dE_Y = dE\cdot \operatorname{Sen}\theta$$

$$dE_Y = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\operatorname{Sen}\theta$$

$$dE_Y = \frac{q_\ell\, R\,d\theta\,\operatorname{Sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \rightarrow dE_Y = \frac{q_\ell}{4\pi\varepsilon_0 R}\operatorname{Sen}\theta\, d\theta$$

$$E_Y = \frac{q_\ell}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^\pi \operatorname{Sen}\theta\, d\theta = \frac{q_\ell}{4\pi\varepsilon_0 R}\cdot\left[-\cos\theta\right]_0^\pi$$

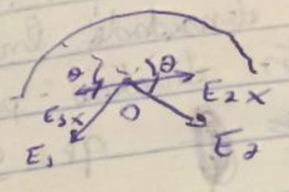
Como $q_\ell = Q/\pi R$

$$E_Y = \frac{Q}{\pi R}\cdot\frac{2}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

$\vec{E}_Y = E_Y(+\hat{a}_Y)$ Devido a situação do problema, visto na figura

① b) CONTINUAÇÃO

$$\vec{E}_y = -\frac{Q}{2\pi^2 \varepsilon_0 R^2}\,\hat{a}_y$$



De forma análoga:

$$dE_x = dE \cdot \cos\theta$$

$$dE_x = \frac{q_\ell R\, d\theta \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$E_x = \frac{q_\ell}{4\pi\varepsilon_0 R}\int_0^{\pi} \cos\theta\, d\theta = \frac{q_\ell}{4\pi\varepsilon_0 R} \cdot [\text{sen}\,\theta]_0^{\pi}$$

$$E_x = \frac{q_\ell}{4\pi\varepsilon_0 R}\,[\cancel{\text{Sen}\,\pi - \text{Sen}\,0}] = 0$$

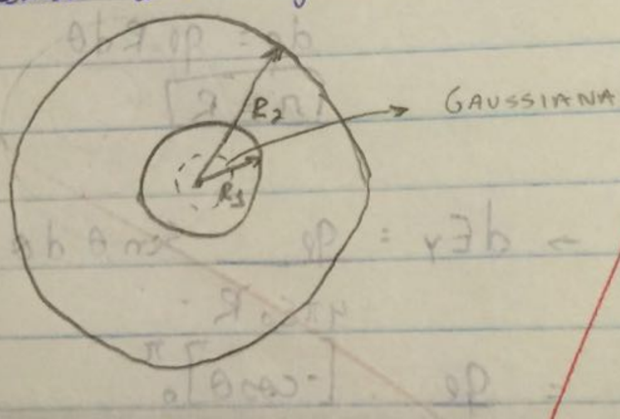
$E_x = 0$, isso já era esperado, pois devido a simetria do problema, os vetores ao longo de x se cancelam.

Então: $\vec{E} = \vec{E_y} + \vec{E_x}$

$$\boxed{\vec{E} = -\frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}\,\hat{a}_y}$$

② a) $r \leq R_1$

colocando uma gaussiana na região, temos:



Então, segundo a Lei de Gauss:

$$\oint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \frac{Q_{env}}{\varepsilon_0}$$

Como $Q_{env} = 0$, já que não há cargas para $r \leq R_1$

Dessa maneira, $\boxed{E = 0}$

② c) CONTINUAÇÃO:

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{\rho v}{\varepsilon_0} 4\pi \left[\frac{r^3}{3}\right]_{R_1}^{R_2}$$

$$E = \frac{\rho v}{\varepsilon_0} \frac{(R_2^3 - R_1^3)}{3r^2} \therefore E = \frac{\rho v}{\varepsilon_0} \frac{(R_2^3 - R_1^3)}{3r^2}$$

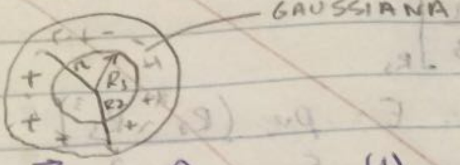
Para $r > R_2$: $\boxed{\vec{E} = \frac{\rho v}{\varepsilon_0} \frac{(R_2^3 - R_1^3)}{3r^2} \hat{a}r}$

② b) $E = \frac{\rho v}{3\varepsilon_0 r^2} (r^3 - R_1^3)$

Para $R_1 < r \leq R_2$: $\boxed{\vec{E} = \frac{\rho v}{3\varepsilon_0 r^2} (r^3 - R_1^3) \hat{a}r}$

③ NA OUTRA FOLHA

② b) Agora, envolvendo uma gaussiana entre R_1 e R_2:



$$\oint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \frac{Q_{env}}{\varepsilon_0} \quad (1)$$

Sabemos que em uma esfera, o campo elétrico terá o sentido radial esférico $(\hat{a}_r)$. $\vec{E} = E\,\hat{a}_r$ (2)

Como será envolvida uma gaussiana esférica, o caminho de integração $\vec{dS}$ será igual a área superficial da esfera. $\vec{dS} = r^2 \operatorname{sen}\phi \, d\phi \, d\theta \, (\hat{a}_r)$ (3)

E, como a distribuição de cargas é uniforme:

$$Q_{env} = \rho_v \int dV \quad (4)$$

Substituindo (2), (3) e (4) em (1), fica:

$$\oint (E\,\hat{a}_r)\cdot(r^2 \operatorname{sen}\phi\, d\phi\, d\theta\, \hat{a}_r) = \frac{\rho_v \int dV}{\varepsilon_0}$$

$$E r^2 \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \operatorname{sen}\phi\, d\phi\, d\theta = \frac{\rho_v \int_{R_1}^{r}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} r^2 \operatorname{sen}\phi\, d\phi\, d\theta\, dr}{\varepsilon_0}$$

$$E\cdot r^2 \cdot [-\cos\phi]_0^{\pi}\cdot \cancel{2\pi} = \frac{\rho_v}{\varepsilon_0}\cdot\left[\frac{r^3}{3}\right]_{R_1}^{r}\cdot[-\cos\phi]_0^{\pi}\cdot\cancel{2\pi}$$

CONTINUAÇÃO APÓS A ② c)

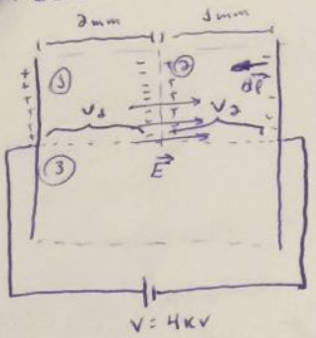
c) De forma análoga a letra b, envolveremos uma gaussiana que envolve toda a esfera ~~[illegible]~~ $(r > R_2)$

$$\int (E\,\hat{a}_r)(r^2 \operatorname{sen}\phi\, d\phi\, d\theta\, \hat{a}_r) = \frac{\rho_v \int dV}{\varepsilon_0}$$

$$E\cdot r^2 \int_0^{\pi} \operatorname{sen}\phi\, d\phi \int_0^{2\pi} d\theta = \frac{\rho_v}{\varepsilon_0}\int_{R_1}^{R_2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} r^2 \operatorname{sen}\phi\, d\phi\, d\theta\, dr$$

Iago Machado Carneiro Leite

③



$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$

Adotando o sentido de $\vec{dl}$ contra o sentido de $\vec{E}$:

$$V = \int_0^d E\,dl = E \cdot d \quad (1)$$

ONDE d É A DISTÂNCIA ENTRE AS PLACAS DE UM CAPACITOR.

Sabemos que a carga no capacitor 1 (Q_1) é igual a carga do capacitor 2 (Q_2), pois estão em série.

$Q_1 = Q_2$ Como $C = \frac{Q}{V}$

$C_1 \cdot V_1 = C_2 \cdot V_2$

SABEMOS QUE $C = \frac{\varepsilon_0 A}{d}$ (PROVA ATRÁS DA FOLHA)

$\frac{\cancel{\varepsilon_0 A}}{2\cancel{mm}} \cdot V_1 = \frac{3\cancel{\varepsilon_0 A}}{1\cancel{mm}} V_2 \quad \therefore \quad V_1 = 6V_2$

Como $V_1 + V_2 = 4kV$

$V_1 + \frac{V_1}{6} = 4kV \quad \therefore \quad V_1 = \frac{24}{7} kV \quad \therefore \quad V_2 = \frac{4}{7} kV$

a) De (1): $E = \frac{V}{d}$

$E_1 = \frac{\frac{24}{7} kV}{2mm} = 1,714\ kV/mm$

$E_2 = \frac{\frac{4}{7} kV}{1mm} = 0,571\ kV/mm$

$E_3 = \frac{4kV}{3mm} = 1,333\ kV/mm$

b) Sim, no dielétrico 1, pois o seu campo ultrapassa a rigidez dielétrica de 1,5 kV/mm