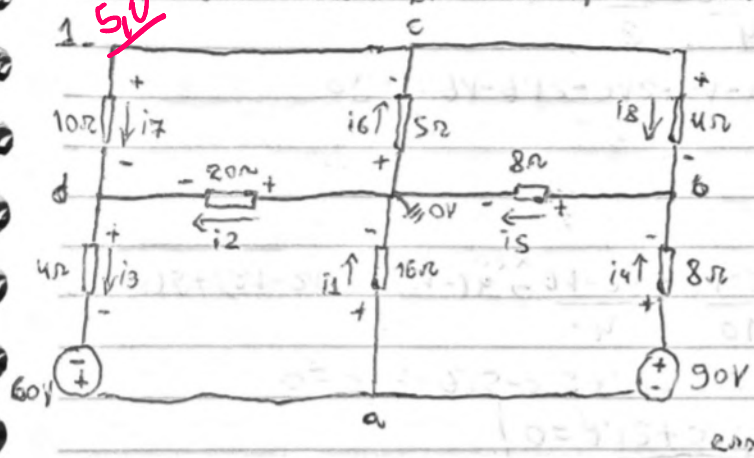
Francilandio - 472644

10,0

AP1 - Circuitos I

Aluno: Francilandio Lima Serafim   matrícula: 472644

1. 5,0



O nó central é o de referência e tem potencial 0V. Iremos relacionar cada corrente de referência com os potenciais que limitam seus ramos, associando quedas e elevações de tensão para depois aplicar LKC nos nós essenciais a, b, c e d.

Associando as correntes aos potenciais: (usaremos a lei de ohm → $V=Ri$)

i_1: $V_a - 16i_1 = 0 \rightarrow \boxed{i_1 = V_a/16}$

i_2: $-20i_2 - V_d = 0 \rightarrow \boxed{i_2 = -V_d/20}$

i_3: $V_d - 4i_3 + 60 - V_a = 0 \rightarrow \boxed{i_3 = (V_d - V_a + 60)/4}$

i_4: $V_a + 90 - 8i_4 - V_b = 0 \rightarrow \boxed{i_4 = (V_a - V_b + 90)/8}$

i_5: $V_b - 8i_5 = 0 \rightarrow \boxed{i_5 = V_b/8}$

i_6: $-5i_6 - V_c = 0 \rightarrow \boxed{i_6 = -V_c/5}$

i_7: $V_c - 10i_7 - V_d = 0 \rightarrow \boxed{i_7 = (V_c - V_d)/10}$

i_8: $V_c - 4i_8 - V_b = 0 \rightarrow \boxed{i_8 = (V_c - V_b)/4}$

Pela lei de Kirchoff para correntes, a soma das correntes que chega a um nó, é igual à soma das correntes que saem, logo, aplicando aos nós essenciais, obtemos:

I) LKC em 'a':

$$i_3 = i_1 + i_4 \rightarrow \frac{V_d - V_a + 60}{4} = \frac{V_a}{16} + \frac{(V_a - V_b + 90)}{8} \quad (\times 16)$$

$$\rightarrow 4(V_d - V_a + 60) = V_a + 2(V_a - V_b + 90) \rightarrow 4V_d - 4V_a + 240 = V_a + 2V_a - 2V_b + 180$$

$$4V_d - 4V_a - V_a - 2V_a + 2V_b = 180 - 240 \rightarrow -7V_a + 2V_b + 4V_d = -60$$

$$\boxed{7V_a - 2V_b - 4V_d = 60}$$

II) LKC em b

$i_4 + i_8 = i_5 \rightarrow \frac{v_a - v_b + 90}{8} + \frac{v_c - v_b}{4} = \frac{v_b}{8} \; (\times 8) \rightarrow v_a - v_b + 90 + 2(v_c - v_b) = v_b$

$\rightarrow v_a - v_b + 90 + 2v_c - 2v_b = v_b \rightarrow v_a - v_b + 2v_c - 2v_b - v_b = -90$

$\boxed{v_a - 4v_b + 2v_c = -90}$

III) LKC em 'c':

$i_6 = i_7 + i_8 \rightarrow \left(\frac{-v_c}{5}\right) \rightarrow \frac{-v_c}{5} = \frac{v_c - v_d}{10} + \frac{v_c - v_b}{4} \; (\times 20) \rightarrow 4(-v_c) = 2(v_c - v_d) + 5(v_c - v_b)$

$\rightarrow -4v_c = 2v_c - 2v_d + 5v_c - 5v_b \rightarrow 2v_c - 2v_d + 5v_c - 5v_b + 4v_c = 0$

$\rightarrow -5v_b + 11v_c - 2v_d = 0 \rightarrow \boxed{5v_b - 11v_c + 2v_d = 0}$

IV) LKC em 'd':

$i_7 + i_2 = i_3 \rightarrow \frac{v_c - v_d}{10} + \left(\frac{-v_d}{20}\right) = \frac{v_d - v_a + 60}{4} \; (\times 20)$

$\rightarrow 2(v_c - v_d) - v_d = 5(v_d - v_a + 60) \rightarrow 2v_c - 2v_d - v_d = 5v_d - 5v_a + 300$

$2v_c - 2v_d - v_d - 5v_d + 5v_a = 300 \rightarrow \boxed{5v_a + 2v_c - 8v_d = 300}$

V) Resolvemos o sistema

$$\begin{cases} 7v_a - 2v_b - 4v_d = 60 \\ v_a - 4v_b + 2v_c = -90 \\ 5v_b - 11v_c + 2v_d = 0 \\ 5v_a + 2v_c - 8v_d = 300 \end{cases} \rightarrow \boxed{v_a = \frac{-95}{9} V;\; v_b = \frac{185}{9} V;\; v_c = \frac{25}{18} V;\; v_d = -\frac{175}{4} V}$$

Assim, temos as correntes:

$i_1 = \frac{v_a}{16} = \frac{-95}{9 \cdot 16} = \boxed{\frac{-95}{144} A}$; $i_2 = \frac{-v_d}{20} = \frac{-(-175)}{4 \cdot 20} = \boxed{\frac{175}{80} A}$; $i_3 = \frac{v_d - v_a + 60}{4}$

$\rightarrow i_3 = \left(\frac{-175}{4} + \frac{95}{9} + 60\right)/4 = \boxed{\frac{965}{144} A}$; $i_4 = \frac{v_a - v_b + 90}{8} = \left(\frac{-95}{9} - \frac{185}{9} + 90\right)/8$

$= \left(\frac{-280}{9} + 90\right)/8 = \boxed{\frac{530}{72} A}$; $i_5 = \frac{v_b}{8} = \frac{185}{9 \cdot 8} = \boxed{\frac{185}{72} A}$; $i_6 = \frac{-v_c}{5} = \frac{-25}{18 \cdot 5} = \boxed{-\frac{5}{18} A}$

$i_7 = \frac{v_c - v_d}{10} = \left(\frac{25}{18} + \frac{175}{4}\right)/10 = \boxed{\frac{1625}{360} A}$; $i_8 = \frac{v_c - v_b}{4} = \left(\frac{25}{18} - \frac{185}{9}\right)/4$

$\rightarrow \boxed{i_8 = -\frac{115}{24} A}$

Calculando as tensões dos resistores, temos:

$V1 = R1 \cdot i1 = 16 \cdot \left(\frac{-95}{144}\right) = \frac{-95}{9} V$; $V2 = 20 \cdot \frac{175}{80} = \frac{175}{4} V$; $V3 = 4 \cdot \frac{965}{144} = \frac{965}{36} V$

$V4 = 8 \cdot \frac{530}{72} = \frac{530}{9} V$; $V5 = 8 \cdot \frac{185}{72} = \frac{185}{9} V$; $V6 = 5 \cdot \left(\frac{-5}{18}\right) = \frac{-25}{18} V$

$V7 = 10 \cdot \frac{1625}{360} = \frac{1625}{36} V$; $V8 = 4 \cdot \left(\frac{-115}{24}\right) = \frac{-115}{6} V$

Aplicamos então o teste das potências, sabendo que $Pot = V \cdot i$:

I) Potência fornecida:

$$Pot_f = -60 \cdot i3 - 90 \cdot i4 = -60 \cdot \frac{965}{144} - 90 \cdot \frac{530}{72} = \boxed{-\frac{12775}{12} W}$$

II) Potência dissipada nos resistores:

$$Pot_d = V1 i1 + V2 i2 + V3 i3 + V4 i4 + V5 i5 + V6 i6 + V7 i7 + V8 i8$$

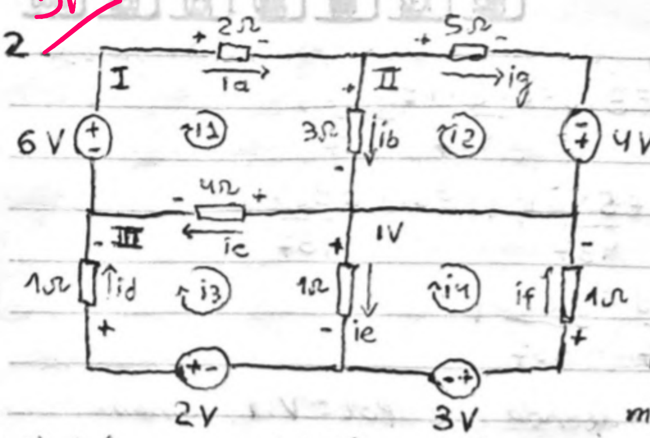
$$Pot_d = -\frac{95}{9} \cdot \left(-\frac{95}{144}\right) + \frac{175}{4} \cdot \frac{175}{80} + \frac{965}{36} \cdot \frac{965}{144} + \frac{530}{9} \cdot \frac{530}{72} + \frac{185}{9} \cdot \frac{185}{72} + \left(\frac{-25}{18}\right)\left(\frac{-5}{18}\right)$$

$$+ \frac{1625}{36} \cdot \frac{1625}{360} + \left(\frac{-115}{6}\right)\left(\frac{-115}{24}\right) = \frac{12775}{12} W.$$

Por fim, como $Pot_d = -Pot_f$, o teste de potência foi verificado.

5,0

2



As correntes de referência foram atribuídas como ia, ib, ic, etc. Portanto, as tensões associadas a elas serão va, vb, vc, etc. Para a resolução, aplicaremos a lei de Kirchoff para tensões (LKT) nas quatro malhas, seguindo o mnemônico da pilha, como segue:

I) Aplicamos LKT em I:

$6 - v_a - v_b - v_c = 0 \rightarrow 6 - 2i_a - 3i_b - 4i_c = 0 \rightarrow 6 - 2i_1 - 3(i_1 - i_2) - 4(i_1 - i_3) = 0$

$\rightarrow 6 - 2i_1 - 3i_1 + 3i_2 - 4i_1 + 4i_3 = 0 \rightarrow 6 - 9i_1 + 3i_2 + 4i_3 = 0 \rightarrow \boxed{9i_1 - 3i_2 - 4i_3 = 6}$

II) Aplicamos LKT em II:

$4 + v_b - v_g = 0 \rightarrow 4 + 3i_b - 5i_g = 0 \rightarrow 4 + 3(i_1 - i_2) - 5i_2 = 0$

$\rightarrow 4 + 3i_1 - 3i_2 - 5i_2 = 0 \rightarrow \boxed{3i_1 - 8i_2 = -4}$

III) Aplicamos LKT em III:

$2 - v_d + v_c - v_e = 0 \rightarrow 2 - 1.i_d + 4i_c - 1.i_e = 0 \rightarrow 2 - i_3 + 4.(i_1 - i_3) - (i_3 - i_4) = 0$

$\rightarrow 2 - i_3 + 4i_1 - 4i_3 - i_3 + i_4 = 0 \rightarrow 2 + 4i_1 - 6i_3 + i_4 = 0 \rightarrow \boxed{4i_1 - 6i_3 + i_4 = -2}$

IV) Aplicamos LKT em IV:

$3 - v_e - v_f = 0 \rightarrow 3 - 1i_e - 1i_f = 0 \rightarrow 3 - (i_3 - i_4) - (-i_4) = 0$

$\rightarrow 3 - i_3 + i_4 + i_4 = 0 \rightarrow -i_3 + 2i_4 = -3 \rightarrow \boxed{i_3 - 2i_4 = 3}$

V) Resolvemos o seguinte sistema:

$$\begin{cases} 9i_1 - 3i_2 - 4i_3 = 6 \\ 3i_1 - 8i_2 = -4 \\ 4i_1 - 6i_3 + i_4 = -2 \\ i_3 - 2i_4 = 3 \end{cases}$$

Assim, temos que:

$i_1 = \frac{692}{437} A$; $i_2 = \frac{478}{437} A$; $i_3 = \frac{543}{437} A$; $i_4 = -\frac{384}{437} A$

Das correntes de referência, temos:

$i_a = i_1 \rightarrow i_a = \frac{692}{437} A$; $i_b = i_1 - i_2 = \frac{692}{437} - \frac{478}{437} = \frac{214}{437} A$; $i_c = i_1 - i_3 = \frac{692}{437} - \frac{543}{437}$

$\rightarrow i_c = \frac{149}{437} A$; $i_d = i_3 \rightarrow i_d = \frac{543}{437} A$; $i_e = i_3 - i_4 = \frac{543}{437} + \frac{384}{437} = \frac{927}{437} A$

$i_f = -i_4 \rightarrow i_f = \frac{384}{437} A$; $i_g = i_2 \rightarrow i_g = \frac{478}{437} A$

Logo, temos as tensões, definidas pela lei de Ohm por $V=Ri$ sendo:

$V_a = 2i_a = 2.\frac{692}{437} = \frac{1384}{437}V$; $V_b = 3i_b = 3.\frac{214}{437} = \frac{642}{437}V$

$V_c = 4.i_c = 4.\frac{149}{437} = \frac{596}{437}V$; $V_d = 1.i_d = \frac{543}{437}V$; $V_e = 1.i_e = \frac{927}{437}V$

$V_f = 1.i_f = \frac{384}{437}V$; $V_g = 5.i_g = 5.\frac{478}{437} = \frac{2390}{437}V$

* Aplicando o teste das potências e sabendo que $Pot = V.i$, temos:

I) Potência fornecida pelas fontes:

$Pot_f = -2i_3 - 6i_1 - 4i_2 - 3i_4 = -2.\frac{543}{437} - 6.\frac{692}{437} - 4.\frac{478}{437} - 3.\frac{384}{437}$

$\rightarrow \boxed{Pot_f = -\frac{8302}{437}W}$

II) Potência dissipada pelos resistores:

$Pot_d = V_ai_a + V_bi_b + V_ci_c + V_di_d + V_ei_e + V_fi_f + V_g.i_g$

$\rightarrow Pot_d = \frac{1384}{437}.\frac{692}{437} + \frac{642}{437}.\frac{214}{437} + \frac{596}{437}.\frac{149}{437} + \frac{543}{437}.\frac{543}{437} + \frac{927}{437}.\frac{927}{437} + \frac{384}{437}.\frac{384}{437}$

$+ \frac{2390}{437}.\frac{478}{437} = \boxed{\frac{8302}{437}W}$

$\rightarrow$ Como $Pot_d = -Pot_f$, o teste das potências é verificado.