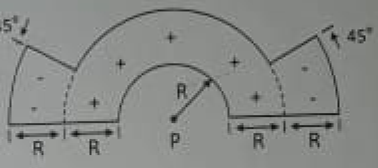
9,0

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL
ENGENHARIAS DA COMPUTAÇÃO E ELÉTRICA
DISCIPLINA DE ELETROMAGNETISMO APLICADO
1ª AVALIAÇÃO PARCIAL (12/09/2018)
PROF. CARLOS ELMANO

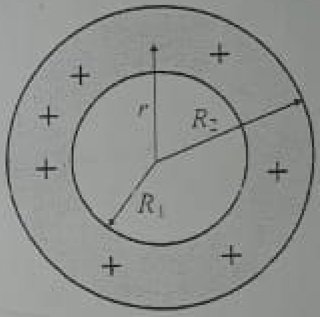
Nome: Francisco Jonas Silva Pinto - 391257 Mat.: 391257

1. A figura abaixo mostra uma distribuição de cargas **planar**. A **densidade superficial de cargas** é uniforme e constante em módulo, embora a polaridades das cargas varie ao longo da superfície conforme indicado na figura.



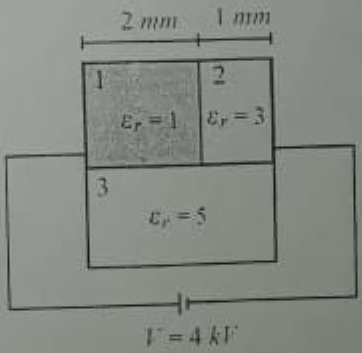
1,0 a) Faça a análise da simetria do problema; (1pt)
2,0 b) Determine o **vetor campo elétrico** em P. (2pt)

2. Uma **esfera** oca, apresentada em corte na figura ao lado, é carregada com uma densidade volumétrica de cargas ρ_v, possui raio interno R_1 e raio externo R_2. A variável r representa um raio genérico. A permissividade elétrica em todo o espaço é ε_0. Calcule o campo elétrico para:



1,0 a. $r \leq R_1$; (1pt)
1,0 b. $R_1 < r \leq R_2$; (1,5pt)
0,5 c. $r > R_2$; (1pt)

3. Na figura ao lado as placas condutoras estão submetidas a uma diferença de potencial de 4kV. As placas estão separadas por uma combinação de dielétricos cujas permissividades elétricas estão no desenho. Além disso, todos os dielétricos possuem uma rigidez dielétrica de 1,5kV/mm. Sabendo que $\varepsilon_r = \varepsilon_i / \varepsilon_0$ (i=1,2 ou 3), calcule:



2,5 a. O campo elétrico em cada dielétrico; (2,5pt)
1,0 b. Há ruptura de algum dos dielétricos? Quais? Justifique. (1pt)

2- a) 

Como não há densidade volumétrica de cargas em $r \leq R_1$, não há campo elétrico nessa parte.

b) $R_1 < r \leq R_2$

• Aplicando a lei de Gauss: onde $d\vec{s} = r^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\varphi \, \hat{a}_r$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} E \cdot r^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\varphi = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow$$

$$r^2 E \, [-\cos\theta]_0^{\pi} \cdot [\varphi]_0^{2\pi} = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow E \cdot 2 \cdot 2\pi r^2 = \frac{q}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{q}{4\varepsilon_0 \pi r^2}\hat{a}_r} \; [I]$$

• Como $q = \rho v \cdot dv$, temos que calcular uma integral de volume:

$$\int dq = \int_v \rho v \, dv \Rightarrow q = \rho v \int_{R_1}^{r}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} r^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\varphi \, dr \Rightarrow$$

$$q = \rho v \cdot \left[\frac{r^3}{3}\right]_{R_1}^{r} \cdot [-\cos\theta]_0^{\pi} \cdot [\varphi]_0^{2\pi} \Rightarrow q = \rho v \cdot 4\pi \left[\frac{r^3}{3} - \frac{R_1^3}{3}\right] \Rightarrow$$

$$\boxed{q = \frac{4\pi \rho v}{3}[r^3 - R_1^3]} \; II$$

Subs. II em I:

$$\vec{E} = \frac{\cancel{4\pi} \rho v [r^3 - R_1^3]}{3\cancel{4\pi} \varepsilon_0 r^2} \Rightarrow \boxed{\frac{\rho v [r^3 - R_1^3]}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{a}_r}$$

c) $r > R_2$; (Fora da esfera).

Sabendo que o campo é $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ (I), falta apenas encontrar q.

$dq = \int_V \rho_V dV \Rightarrow q = \rho_V \int_{R_1}^{R_2}\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} r^2 \operatorname{sen}\theta \, d\theta \, d\phi \, dr$?

$q = \left[\frac{R_2^3}{3} - \frac{R_1^3}{3}\right] \cdot 4\pi\rho_V \Rightarrow \boxed{\frac{4\pi\rho_V[R_2^3 - R_1^3]}{3}}$ (II)

Subst. II em I:

$\vec{E} = \frac{\cancel{4\pi}\rho_V[R_2^3 - R_1^3]}{\cancel{3 \cdot 4\pi}\varepsilon_0 r^2} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\rho_V[R_2^3 - R_1^3]}{3\varepsilon_0 r^2}\hat{a}_r}$

3- a)

- Podemos encontrar o campo elétrico de 3 de maneira simples pela fórmula:

$V = -\int E \cdot dl$

Onde dl é a distância.

Como nos importa apenas o módulo do campo, podemos colocar $|V| = \int E \cdot dl \Rightarrow$

$V = E \cdot d$

Então: $E_3 = \frac{V}{d} \Rightarrow E_3 = \frac{4KV}{3mm} \Rightarrow \boxed{E_3 = 1,33 \text{ KV/mm}}$

- Para achar os campos elétricos de 1 e de 2, partimos da seguinte relação

$V_1 + V_2 = 4KV$

Para encontrar V_1 e V_2, devemos encontrar as respectivas capacitâncias:

OBS.: Considerando 1mm = d.

$\boxed{C_1 = \frac{\varepsilon_0 A}{2d}}$ $\boxed{C_2 = \frac{3\varepsilon_0 A}{d}}$

Sabendo que $C = Q/V$, achamos V_1 e V_2:

- $C_1 = \frac{Q}{V_1} \Rightarrow V_1 = \frac{Q}{C_1} \Rightarrow V_1 = \frac{Q}{\frac{\varepsilon_0 A}{2d}} \Rightarrow \boxed{V_1 = \frac{2Qd}{\varepsilon_0 A}}$

- $C_2 = \frac{Q}{V_2} \Rightarrow V_2 = \frac{Q}{C_2} \Rightarrow V_2 = \frac{Q}{\frac{3\varepsilon_0 A}{d}} \Rightarrow \boxed{V_2 = \frac{Qd}{3\varepsilon_0 A}} \times 6 = \frac{6Qd}{3\varepsilon_0 A} \Rightarrow \frac{2Qd}{\varepsilon_0 A}$

Temos que $V_2 = \frac{V_1}{6}$, então:

- $V_1 + V_2 = 4KV \Rightarrow V_1 + \frac{V_1}{6} = 4KV \Rightarrow 7V_1 = 24KV \Rightarrow \boxed{V_1 = 3{,}43KV}$

- $V_2 = \frac{3{,}43KV}{6} \Rightarrow \boxed{V_2 = 0{,}57KV}$

Como $E_1 = \frac{V_1}{2d}$, temos que:

$E_1 = \frac{3{,}43KV}{2mm} \Rightarrow \boxed{E_1 = 1{,}715KV/mm}$

$E_2 = \frac{0{,}57KV}{1mm} \Rightarrow \boxed{E_2 = 0{,}57KV/mm}$

b) Para que haja ruptura é necessário que o campo elétrico seja maior que a constante dielétrica.

- $E_1 = 1{,}715 KV/m$: E_1 é maior que K_1, então há ruptura em 1.
- Como E_2 e $E_3 < 1{,}5KV/mm$, não há ruptura em 2 e em 3.