Circuito Resistivo Capacitivo (RC):
Resposta Natural

Assuntos abordados

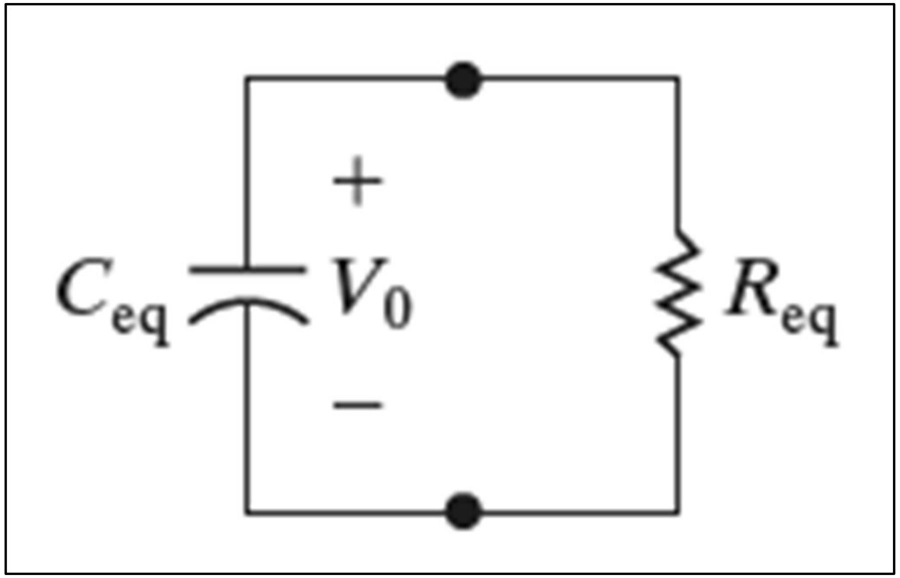
- Conceitos fundamentais;
- Definição de Resposta natural;
- Análise física:
  - Pré-carga;
  - Descarga natural;
- Constante de tempo (τ);
- Exemplo;

Conceitos fundamentais

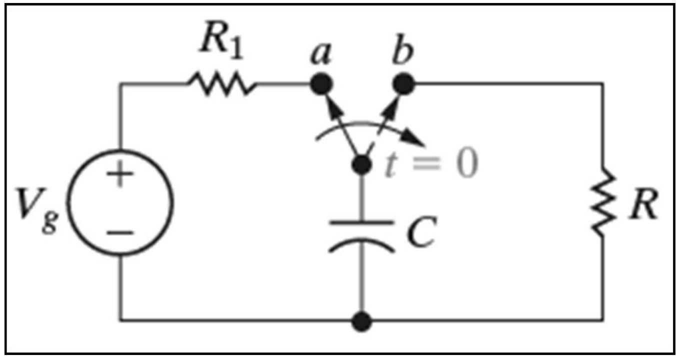
- *Um circuito é dito RC quando é composto somente por fontes, resistores e por capacitores;*
- *Um circuito elétrico é dito de 1ª ordem quando só possui um elemento armazenador de energia (EDO 1ª ordem);*
- *Eventualmente, um circuito RC de ordem superior a 1 pode ser reduzido por equivalência à 1ª ordem;*

Resposta Natural

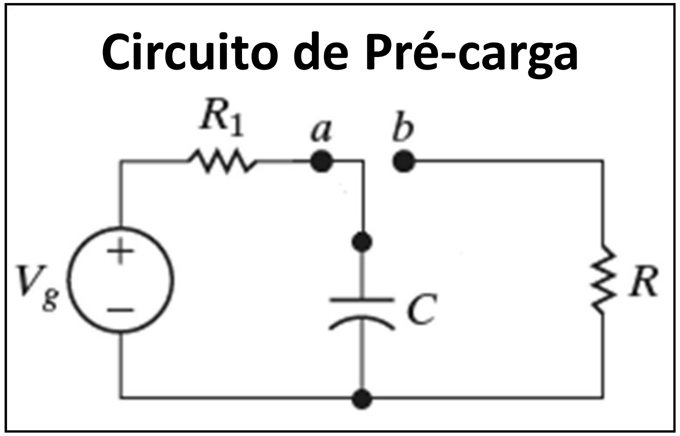
"A resposta natural de um circuito é aquela obtida quando ele opera sem a intervenção de qualquer tipo de fonte de energia."



- *Circuito RC base:*



- *Topologias possíveis:*

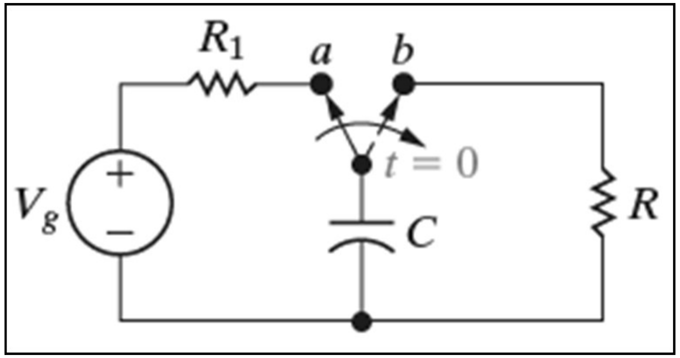


$$i)\, i(t) = \frac{V_g - v_c(t)}{R_1}$$

$$ii)\, v_c(t \to \infty) = V_g \to i(\infty) = 0$$

$$iii)\, E_c(\infty) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \left(V_g\right)^2$$

- *Circuito RC base:*



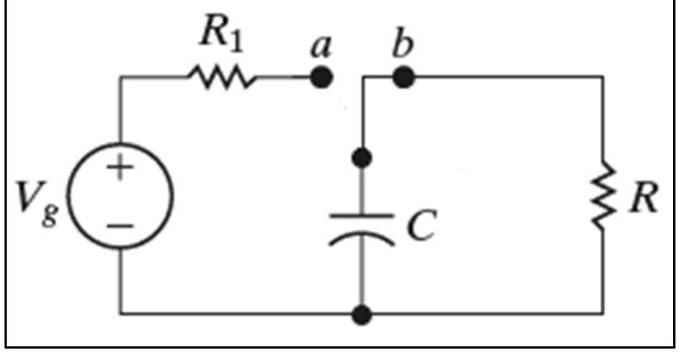
- *Topologias possíveis:*

$$i)\ E_c(0) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \left(V_g\right)^2$$

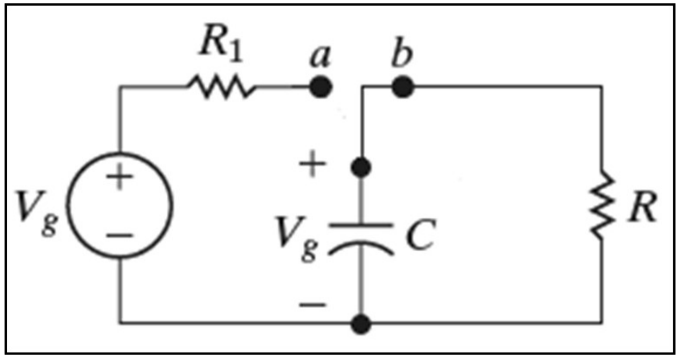
$$ii)\ i(0) = \frac{V_g}{R}$$

$$iii) v_c(\infty) = 0 \rightarrow i(\infty) = 0$$

Resposta Natural



Análise Física



- Como os elementos estão em série:

$i)\ i_C(t) = i_R(t)$

$$\rightarrow -C \cdot \frac{dv(t)}{dt} = \frac{v(t)}{R}$$

$$\rightarrow \frac{1}{v(t)} dv(t) = -\frac{1}{R \cdot C} dt$$

$$\rightarrow \int_{V_g}^{v(t)} \frac{1}{x} dx = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot \int_0^t d\tau$$

$$\rightarrow \ln\left(\frac{v(t)}{V_g}\right) = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot t$$

$$\rightarrow \frac{v(t)}{V_g} = e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

$$\rightarrow \boxed{v(t) = V_g \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}}$$

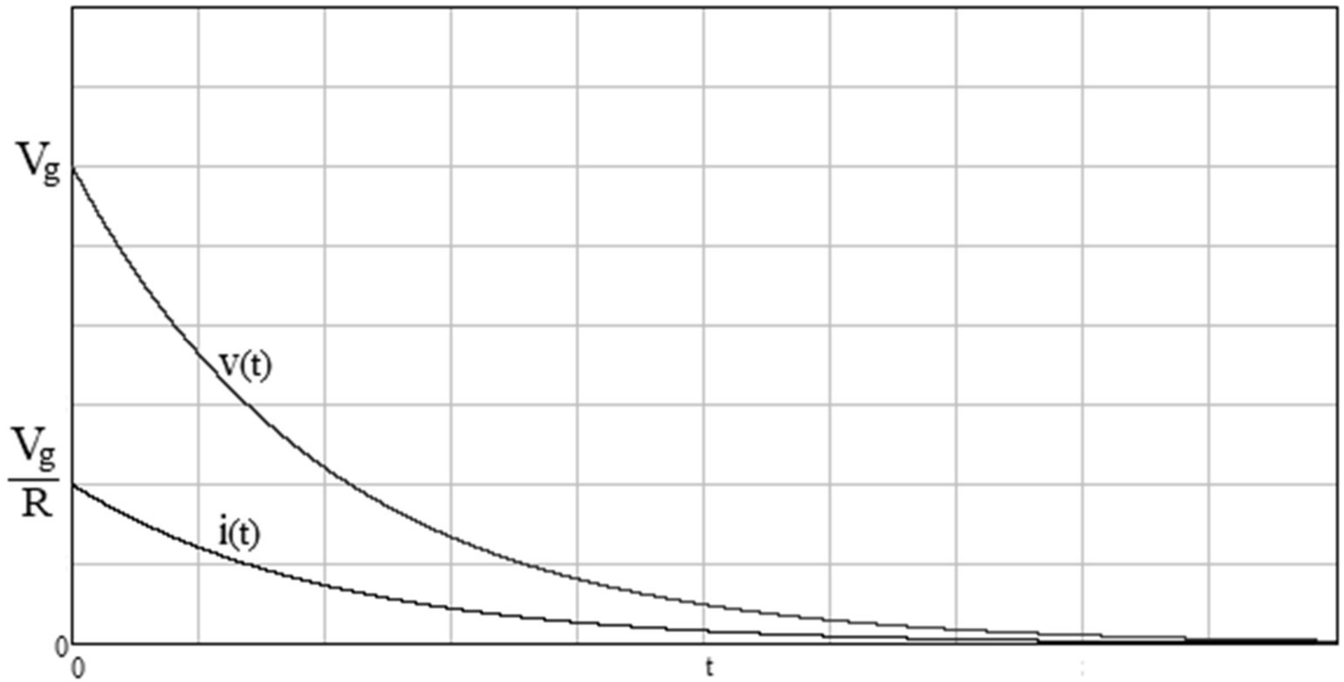
$ii)\ Pela\ Lei\ de\ Ohm$:

$$\rightarrow \boxed{i(t) = \frac{v(t)}{R} \equiv \frac{V_g}{R} \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}}$$

Tensão x Corrente

$$v(t) = V_g \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} \equiv \frac{V_g}{R} \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$



Constante de Tempo (τ)

$$v(t) = V_g \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} \equiv \frac{V_g}{R} \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$$

$$\therefore R = \frac{V}{i}, i = \frac{Q}{t} \text{ e } C = \frac{Q}{V}$$

$$\rightarrow R \cdot C = \frac{V}{\frac{Q}{t}} \cdot \frac{Q}{V}$$

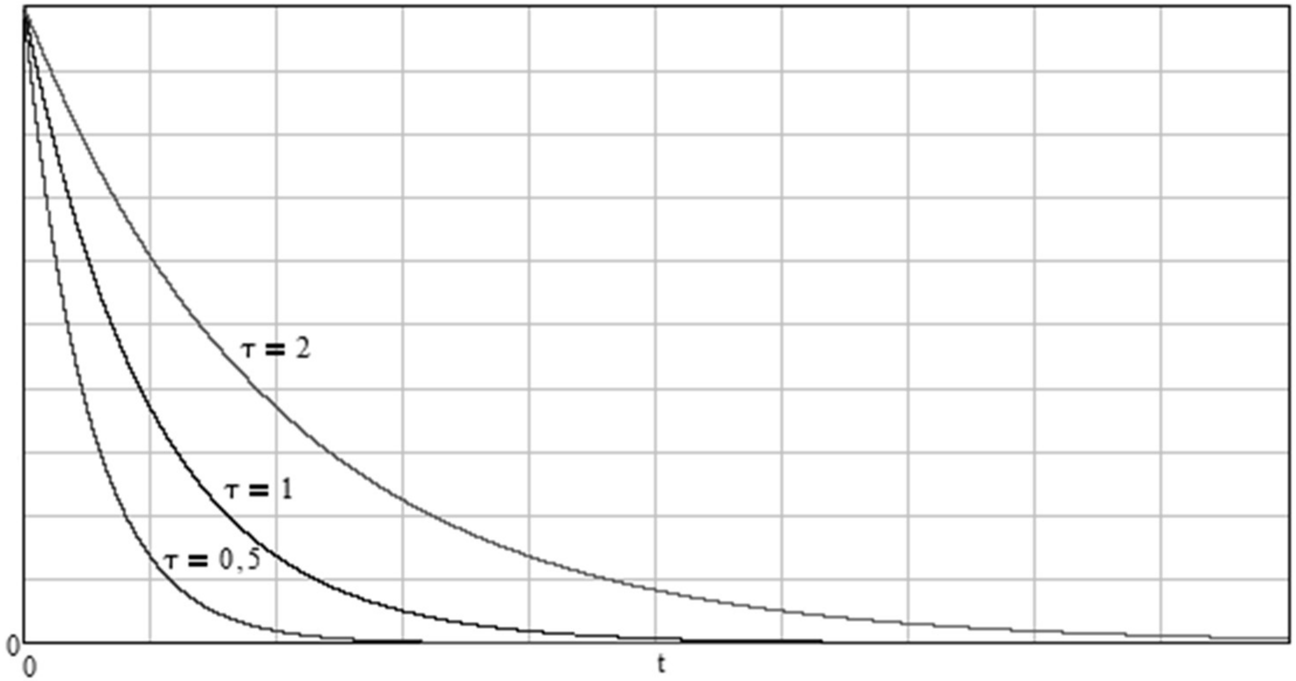
$$\rightarrow R \cdot C = t \equiv \tau$$

(constante de tempo do circuito)

Constante de Tempo (τ)

$$v(t) = V_g \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t}$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} \equiv \frac{V_g}{R} \cdot e^{-\frac{1}{\tau}\cdot t}$$



Constante de Tempo (τ)

$$v(t) = V_g \cdot e^{-\frac{1}{\tau} \cdot t}$$

$$i(t) = \frac{v(t)}{R} \equiv \frac{V_g}{R} \cdot e^{-\frac{1}{\tau} \cdot t}$$

t	$e^{-t/\tau}$	t	$e^{-t/\tau}$
τ	$3{,}6788 \times 10^{-1}$	6τ	$2{,}4788 \times 10^{-3}$
2τ	$1{,}3534 \times 10^{-1}$	7τ	$9{,}1188 \times 10^{-4}$
3τ	$4{,}9787 \times 10^{-2}$	8τ	$3{,}3546 \times 10^{-4}$
4τ	$1{,}8316 \times 10^{-2}$	9τ	$1{,}2341 \times 10^{-4}$
5τ	$6{,}7379 \times 10^{-3}$	10τ	$4{,}5400 \times 10^{-5}$

Regime Permanente

Exemplo

7.3 A chave no circuito mostrado esteve fechada por um longo tempo e é aberta em $t = 0$. Determine

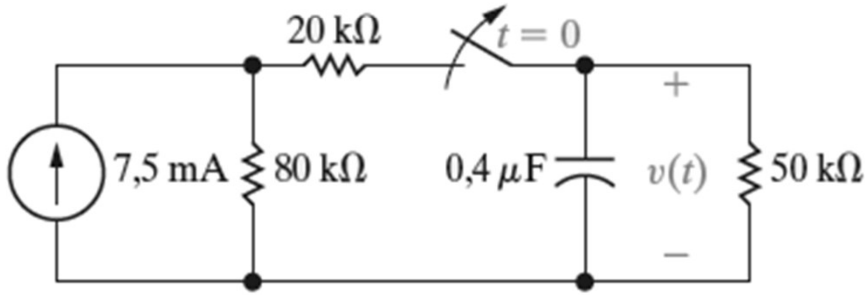
a) o valor inicial de $v(t)$,

b) a constante de tempo para $t > 0$,

c) a expressão numérica para $v(t)$, após a chave ter sido aberta,

d) a energia inicial armazenada no capacitor e

e) o tempo necessário para que 75% da energia inicialmente armazenada seja dissipada.



Resposta: (a) 200 V;

(b) 20 ms;

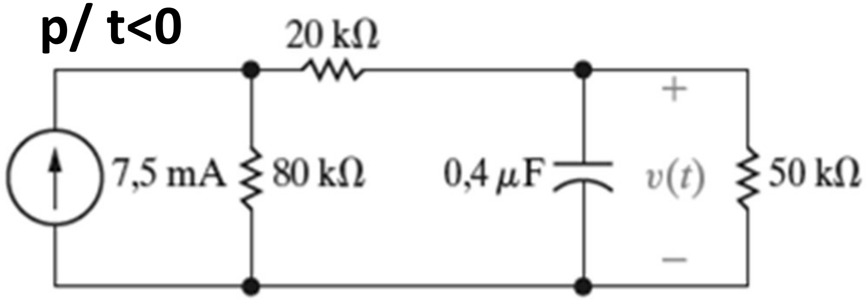
(c) $200e^{-50t}$ V, $t \geq 0$;

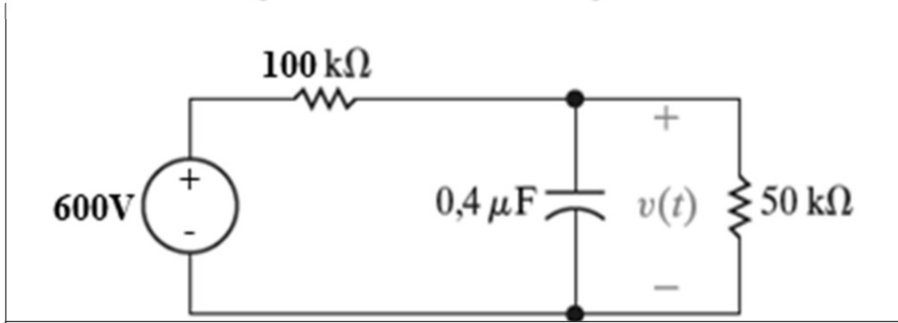
(d) 8 mJ;

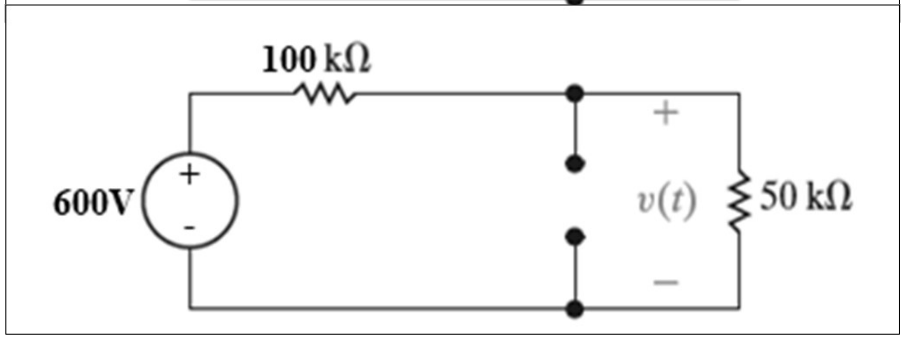
(e) 13,86 ms.

Exemplo

p/ t<0







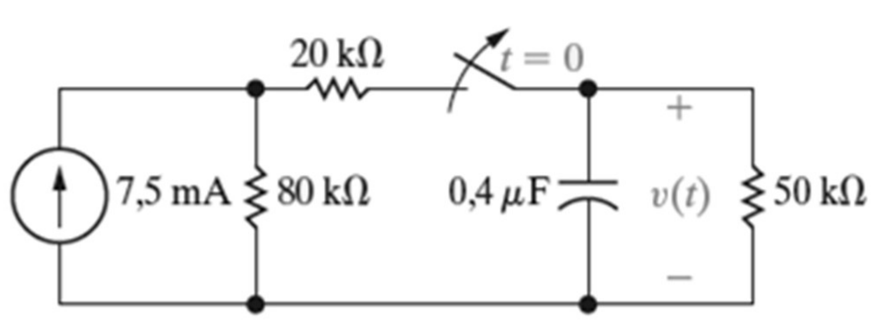
a) *Valor inicial de v(t):*

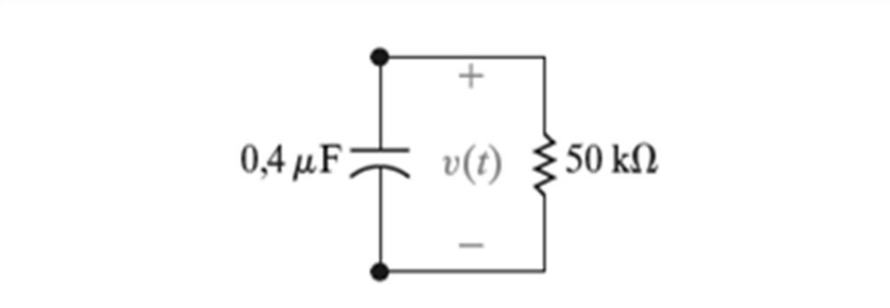
$i)\ v(0-) = \frac{1}{3} \cdot 600 \equiv 200V$

$ii)\ No\ capacitor$:

$$v(0-) = v(0+) \rightarrow v(0) = 200V$$

Exemplo





b) A constante de tempo p/ t>o:

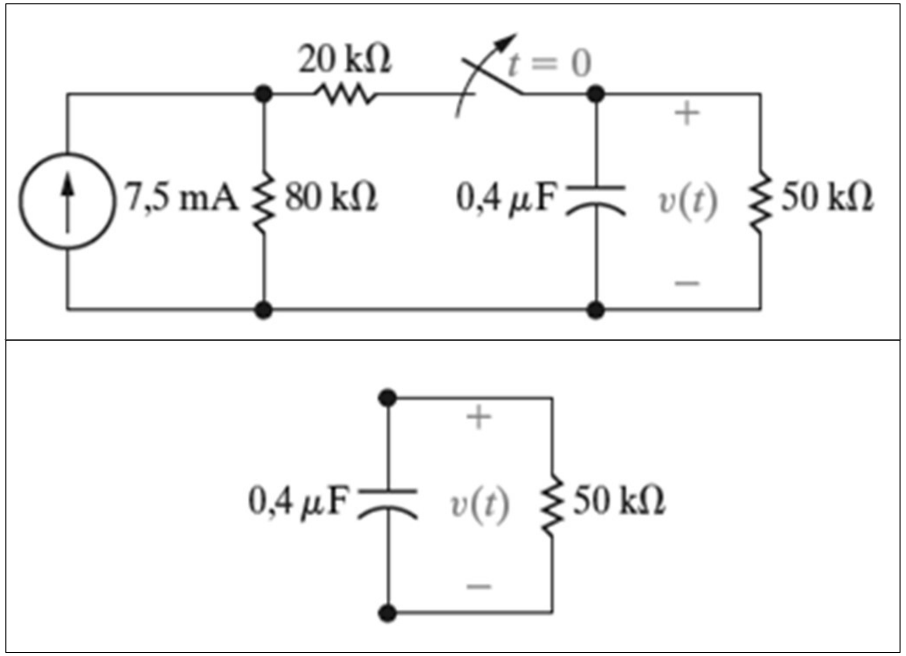
$i)\ \tau = R \cdot C \ \rightarrow\ \tau = 0{,}4 \times 10^{-6} \cdot 50 \times 10^{3}$

$\rightarrow\ \tau = 20ms$

c) A tensão v(t) p/ t>o:

$i)\ \ v(t) = v(0) \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$

$\rightarrow\ v(t) = 200 \cdot e^{-50 \cdot t}\ \ V$



d) A energia inicial no capacitor:

$$i)\ E_c(t) = \frac{1}{2} \cdot C \cdot \big(v(t)\big)^2$$

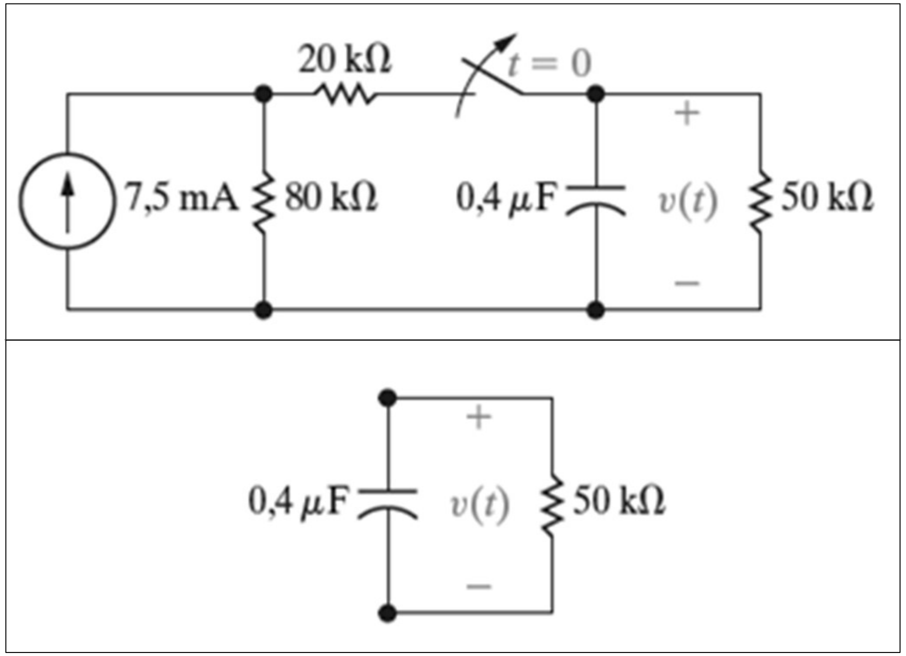
$$\rightarrow E_c(t) = \frac{1}{2} \cdot 0{,}4 \times 10^{-6} \cdot (200 \cdot e^{-50 \cdot t})$$

$$\rightarrow E_c(t) = 8 \times 10^{-3} \cdot e^{-100 \cdot}\ \ J$$

$ii)$ $Portanto$:

$$E_c(0) = 8mJ$$

Exemplo



e) Tempo pra dissipar 75% de $E_c(0)$:

$i)$ *Restam no capacitor*:

$$25\% \cdot E_c(0) = \frac{1}{4} \cdot 8 \times 10^{-3} \equiv 2mJ$$

$ii)$ *O instante no qual ocorre*:

$$8 \times 10^{-3} \cdot e^{-100\cdot} \quad = 2 \times 10^{-3}$$

$$\rightarrow e^{-100\cdot t} \quad = \frac{1}{4}$$

$$\rightarrow t \ = -\frac{1}{100} \cdot \ln\left(\frac{1}{4}\right)$$

$$\rightarrow t \ = 13{,}86ms$$