7,0

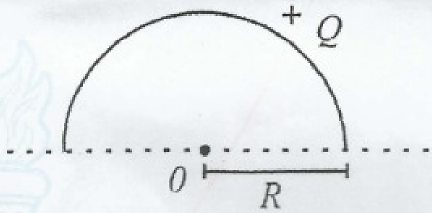
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL
ENGENHARIAS DA COMPUTAÇÃO E ELÉTRICA
DISCIPLINA DE ELETROMAGNETISMO APLICADO
1ª AVALIAÇÃO PARCIAL (08/05/2017)
PROF. CARLOS ELMANO

Nome: Andre Rodrigo Corrêa da Silva Mat.: 356654.

1. O condutor filiforme semicircular da figura ao lado, de raio R e carregado uniformemente com uma carga total +Q, encontra-se em um espaço cuja permissividade elétrica é ε_0. Calcule:

1,0 a. A densidade linear de cargas da distribuição; (1pt)

1,0 b. O campo elétrico no centro de curvatura da distribuição (ponto O); (2pt)

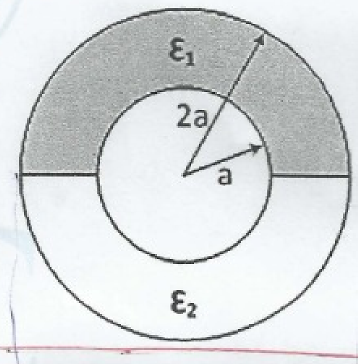


1,0 2. Uma carga de Q coulombs foi distribuída de forma homogênea em uma esfera maciça de raio R. Sabendo que a permissividade elétrica dentro e fora dessa esfera é ε_o, use a Lei de Gauss para determinar o campo elétrico dentro e fora da esfera. (3pt)

3. A figura ao lado mostra um capacitor **cilíndrico**. Sabendo que a altura das placas condutoras é h e que os efeitos de borda podem ser desprezados, determine a capacitância desse capacitor:

2,0 a) Se $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_o$; (2pt)

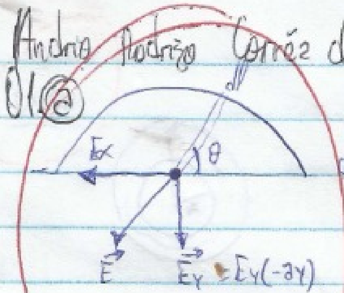
2,0 b) Se $\varepsilon_1 = 2 \cdot \varepsilon_2 = \varepsilon_o$ a capacitância total aumenta ou diminui? (2pt)



Boa prova!

Andrio Rodrigo Corrêa da Silva - 356654 - Engenharia da Computação.

01 a)



• A densidade linear de cargas da distribuição é calculada pela carga sobre o comprimento:

$$q_e = \frac{q}{l}$$

onde:

• $q = +Q$

• $l = \int dl$; $dl = R d\theta$

• $\int_0^{\pi} dl = \pi . R$, portanto:

$$\boxed{q_e = \frac{+Q}{\pi R}}$$

b) • Para o cálculo do campo elétrico temos somar a distribuição de cargas ao longo desse condutor.

• Logo:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$dq = q_e . dl$$

$$dl = R d\theta$$

$$r = R$$

$$q_e = \frac{+Q}{\pi R}$$

$$dE_y = dE . \operatorname{sen}\theta$$

$$dE_y = \frac{q_e . dl . \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$E_x = ?$

$$dE_y = \frac{q_e . R d\theta . \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$, Somando de 0 a π.

$$E_y = \int_0^{\pi} \frac{q_e . R d\theta . \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \Rightarrow E_y = \int_0^{\pi} \frac{q_e . d\theta . \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow \frac{q_e}{4\pi\varepsilon_0 . R} \int_0^{\pi} \operatorname{sen}\theta d\theta$$

$$= \frac{q_e}{4\pi\varepsilon_0 . R} \Big[-\cos\theta \Big]_0^{\pi} \Rightarrow \frac{q_e . 2}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow \frac{q_e}{2\pi\varepsilon_0 R}$$ e finalmente substituindo q_e: $\Rightarrow$

$= \frac{Q}{\pi R} \cdot \frac{1}{2\pi \varepsilon_0 R} = \frac{Q}{2\pi^2 \varepsilon_0 R^2}$, portanto:

$$\boxed{\vec{E}_y = \frac{Q}{2\pi^2 \varepsilon_0 R^2} (-\hat{a}_y)}$$

02ª.

Fora da Esfera:

$\rho_V = \frac{Q}{V}$

$Q = \rho_V \cdot V$, onde V é o volume da esfera e vale $\frac{4\pi R^3}{3}$

Portanto:

$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$E \int ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$

$E(4\pi r^2) = \frac{\rho_V \cdot 4\pi r^3}{\varepsilon_0}$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho_V \cdot r}{\varepsilon_0} \cdot \hat{a}_r}$$

02

Dentro:

• Primeiro será necessário encontrar a Q_{env}, logo:

$$Q_{env} = \int \rho_v \, dv$$

$\rho_v = ?$

$\rho_a?$

$$Q_{env} = \rho_v \int_0^r \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r^2 \cdot \operatorname{sen}\phi \cdot d\phi \cdot d\theta \cdot dr$$

$$Q_{env} = \rho_v \cdot \left[\frac{r^3}{3}\right]_0^r \cdot \left[\theta\right]_0^{2\pi} \cdot \left[-\cos\phi\right]_0^{\pi}$$

$$Q_{env} = \rho_v \cdot \frac{r^3}{3} \cdot 2\pi \cdot 2$$

$$Q_{env} = \frac{4\pi \cdot r^3 \cdot \rho_v}{3}$$

• Utilizando lei de Gauss:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{env}}{\varepsilon_0},$$ onde $\vec{E}$ e $d\vec{A}$ estão na mesma direção e também no mesmo sentido, portanto o ângulo entre eles é 0, logo:

$$\int_0^{4\pi r^2} E \cdot dA = \frac{Q_{env}}{\varepsilon_0}$$

CADÊ OS VETORES?

$$E(4\pi r^2) = \frac{4\pi r^3 \cdot \rho_v}{3\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho_v \cdot r}{3\varepsilon_0} \cdot \hat{a}_r}$$

0.3

03) a) Para quando $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0$, temos:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\begin{cases} \vec{E} = \dfrac{Q}{2\pi r h \varepsilon_0} \, (\hat{r}) \\ d\vec{l} = dr\,(-\hat{r}) \end{cases}$$

$$E \int ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi r h) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi r h \varepsilon_0}$$

• Calculando V:

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V = -\int \frac{Q}{2\pi r h \varepsilon_0} \cdot dr\,(-\hat{r})$$

$$V = \frac{Q}{2\pi h \varepsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$V = \frac{Q}{2\pi h \varepsilon_0} \cdot \ln(2)$$

$C = \dfrac{Q}{V}$, substituindo o V encontrado

$$C = \frac{Q}{\dfrac{Q}{2\pi h \varepsilon_0} \cdot \ln(2)}$$

$$\boxed{C = \frac{2\pi h \varepsilon_0}{\ln(2)}}$$

Essa é a capacitância quando $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0$;

$$C_1 = \frac{\pi h \varepsilon_0}{\ln(2)}$$

$$C_2 = \frac{\pi h \varepsilon_0}{\ln(2)}$$

b) Se $\varepsilon_1 = 2 \cdot \varepsilon_2 = \varepsilon_0$:

Como $2 \cdot \varepsilon_2 = \varepsilon_0$, logo $\dfrac{\varepsilon_0}{2} = \varepsilon_2$ substituindo

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = \frac{\pi h \varepsilon_0}{\ln(2)} + \frac{\pi h \varepsilon_0}{2\ln(2)}$$

• A capacitância total diminui visto que ε_2 é metade de ε_0.

04