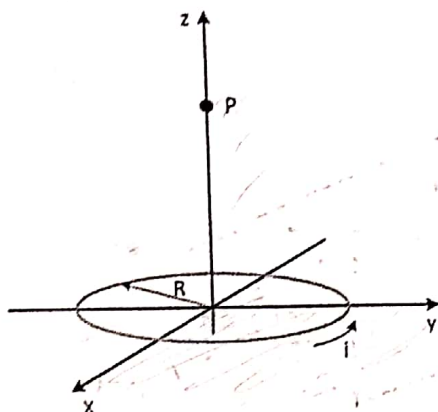




9.0

Nome: FRANCISCO WILLIAN SANTOS PRACIANO Mat.: 385112

1. Utilizando a lei de Biot-Savart, demonstre quem é o vetor campo magnético no ponto P gerado pela corrente  $i$  que circula na espira circular que se encontra sobre o plano xy dos eixos coordenados mostrados abaixo. O raio da espira é  $R$  e o ponto P se encontra sobre o eixo z a uma distância  $D$  da origem. (3pt)

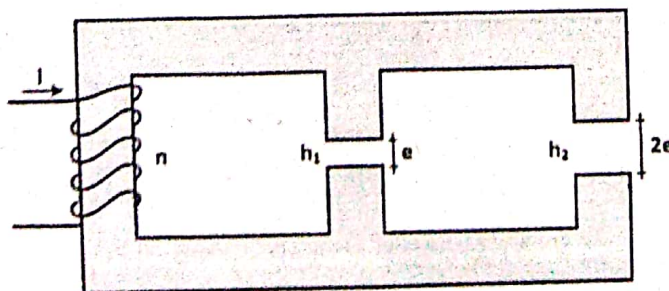


2. Um condutor linear e infinito é percorrido por uma corrente ' $i$ ' que se distribui uniformemente através da seção transversal do condutor, a qual é circular de raio ' $a$ '. Sendo ' $\rho$ ' uma distância qualquer a partir do centro da seção transversal do condutor, utilizando a Lei de Ampere, determine justificando adequadamente sua resposta:

- a) O campo magnético para  $0 < \rho < a$ ; (2 pt)  
b) O campo magnético para  $\rho \geq a$ ; (1 pt)

3. Para o circuito magnético mostrado abaixo, cuja seção transversal do núcleo é  $S$  e a permeabilidade magnética do núcleo é muito maior do que a do ar que o rodeia, determine justificando suas respostas:

- a) O fluxo magnético através do gap 1; (1 pt)  
b) O fluxo magnético através do gap 2; (1 pt)  
c) O campo magnético no gap 1 ( $h_1$ ); (1 pt)  
d) O campo magnético no gap 2 ( $h_2$ ); (1 pt)



01) Pela Lei de Biot-Savart, temos

$$d\vec{H} = \frac{i}{4\pi} \frac{d\vec{\ell} \times \hat{a}_r}{r^2}$$

onde  $d\vec{\ell}$  é um vetor de comprimento infinitesimal que aponta no mesmo sentido da corrente.  
 $\hat{a}_r$  é um vetor unitário que aponta de  $d\vec{\ell}$  até o ponto onde se deseja calcular o campo e  $r$  é a distância reta de  $d\vec{\ell}$  ao ponto.

Nota-se pela Fig. 4 que o ângulo entre  $\hat{a}_r$  e  $d\vec{\ell}$  é sempre  $90^\circ$   
logo

$$\rightarrow dH = \frac{i}{4\pi} \frac{d\ell \cdot \sin 90^\circ}{r^2}$$

Vemos que, neste caso

$$r = \sqrt{D^2 + R^2} \rightarrow \text{sempre}$$

Logo

$$\rightarrow dH = \frac{i d\ell}{4\pi (D^2 + R^2)}$$

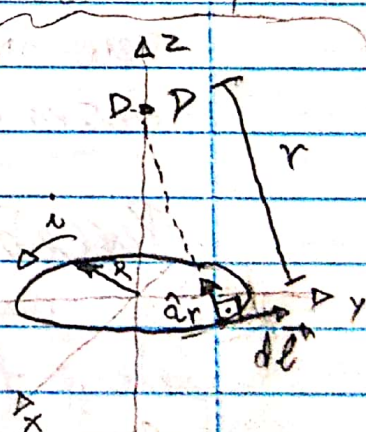
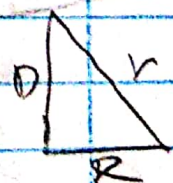


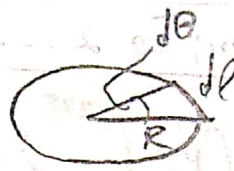
Fig. 4





# 1. Continuação ...

Convertendo  $dl$ , temos  
que  $dl = R d\theta$ , logo



$$dH = \frac{i R d\theta}{4\pi (D^2 + R^2)}$$

Portanto

$$H = \int_0^{2\pi} \frac{i R}{4\pi (D^2 + R^2)} d\theta$$

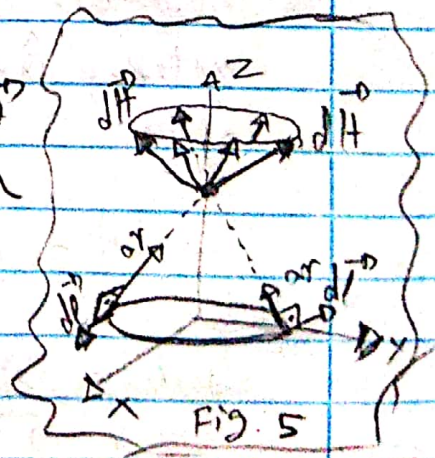
Somou sem decompor?

$$H = \frac{i R 2\pi}{4\pi (D^2 + R^2)}$$

$$\rightarrow H = \frac{i R}{2 (D^2 + R^2)}$$

Fazendo uma análise física vemos o produto vetorial de  $dl$  e  $\hat{r}$  geram um vetor resultante em  $P$ , ao colocarmos vários desses vetores resultantes gerados pelo produto de várias  $dl$ , teremos um desenho como o da fig. 5

Percebe-se que para cada  $dH$  há um outro  $dH$  simétrico a ele, fazendo com que suas componentes horizontais se cancelem, portanto, no ponto  $P$ , só haverá campo para cima, no sentido positivo do eixo  $Z$ .



$$\vec{H} = \left( \frac{i R}{2 (D^2 + R^2)} \right) \hat{z}$$

Falou decompõe!



Q2  
a

Dado o condutor infinito de raio  $a$  visto na fig. 1, supondo uma sup. amperiana de raio

$0 < \rho < a$  concêntrica com o condutor, pela lei de Ampère  $\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = i_{env}$

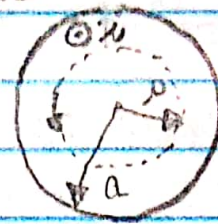


Fig. 1

Considerando uma corrente ' $i$ ' que passa pelo condutor saindo do plano, pela regra da mão direita o campo gira no sentido anti-horário. Faremos então uma amperiana no sentido anti-horário também.

Pela Fig. 2 o ângulo entre  $d\vec{H}$  e  $d\vec{\ell}$  é  $90^\circ$  logo

$$\oint H d\ell \cos 90^\circ = i_{env}$$

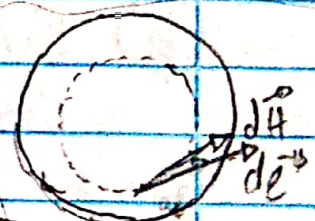
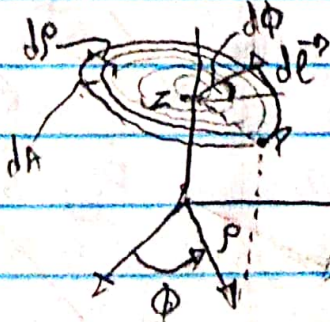


Fig. 2

Em coord. cilíndricas, temos



$$d\ell = \rho d\phi \rightarrow d\vec{\ell} = \rho d\phi \hat{Q}_\phi$$

$$\oint d\ell = \int_0^{2\pi} \rho d\phi = \rho 2\pi$$

$$dA = \rho d\phi d\rho$$

$$\int dA = \int_0^a \int_0^{2\pi} \rho d\phi d\rho = \pi \rho^2$$

Percebe-se que  $\vec{H} = H(\rho) \hat{Q}_\phi$ , logo



## ② Continuação . . .

$$\rightarrow \oint H(\rho) \cdot \rho d\phi = i_{env}$$

$$\rightarrow H(\rho) \cdot \rho \oint d\phi = i_{env} \quad (20)$$

$$\rightarrow H(\rho) \cdot \rho \cdot \int_0^{2\pi} d\phi = i_{env}$$

$$\rightarrow H(\rho) \cdot \rho \cdot 2\pi = i_{env}$$

Percebe-se que, como  $i$  se distribui uniformemente

$$j = \frac{i}{\pi a^2} = \frac{i_{env}}{\pi \rho^2} \rightarrow i_{env} = \frac{i \rho^2}{a^2}$$

$$\rightarrow H(\rho) \cdot \rho \cdot 2\pi = \frac{i \rho^2}{a^2}$$

$$\hookrightarrow H(\rho) = \frac{i \rho^2}{2\pi a^2 \rho}$$

$$\hookrightarrow H(\rho) = \frac{i \rho}{2\pi a^2}$$

$$\vec{H}(\rho) = \left( \frac{i \rho}{2\pi a^2} \right) \hat{\phi}$$

b) Para uma sup. Amperiana de raio  $\rho \geq a$  concêntrica com o condutor como mostra a Fig. 3.

Sendo a corrente saindo do condutor, então orientamos a amperiana no sentido anti-horário, (o mesmo do campo, pela regra da mão direita)

Pela Lei de Ampere

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{\ell} = i_{env}$$

$$\rightarrow \oint H d\ell \cos \theta = i_{env}$$

$$\rightarrow \oint H(\rho) d\ell = i$$

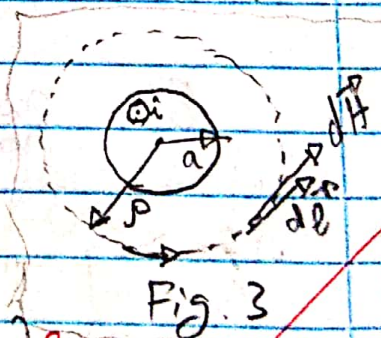


Fig. 3

De fato, vez toda a corrente vai estar envolvida, logo  $i_{env} = i$ .

② Continuação 2...

$$\oint \phi dl = \int_0^{2\pi} \rho d\phi$$

$$\hookrightarrow H(\rho) \int_0^{2\pi} \rho d\phi = i$$

$$\hookrightarrow H(\rho) \cdot \rho \cdot 2\pi = i$$

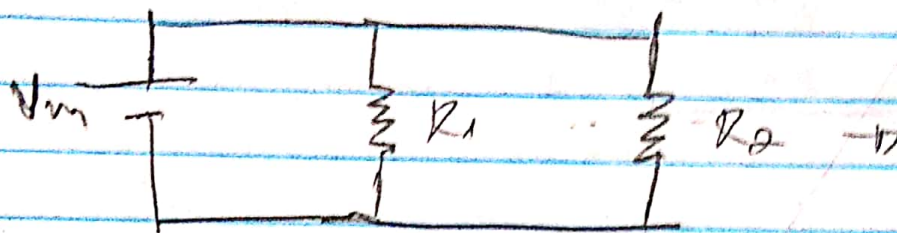
$$\hookrightarrow H(\rho) = \frac{i}{2\pi\rho}$$

$$\vec{H}(\rho) = \left( \frac{i}{2\pi\rho} \right) \hat{a}_\phi$$



03

Fazendo a analogia para circuitos elétricos, como a permeabilidade magnética do núcleo é maior que a do ar, desconsideramos sua relutância (do núcleo), funcionando como um fio comum em circ. elétrico. Redesenhando, temos:



Como há uma bobina de  $n$  espiras por onde circula uma corrente  $i$ , temos que  $V_m = n \cdot i$

Agora, utilizando analogias de Lei de Ohm para circ. magnético, temos  $V_m = R \cdot \Phi_B$

Logo

$$R = \frac{V_m}{\Phi_B} = \frac{H \cdot l}{B \cdot S} = \frac{\mu \cdot l}{\mu_0 \cdot \mu_r \cdot S}$$

$$R = \frac{l}{\mu \cdot S}$$

Portanto

$$R_1 = \frac{l}{\mu_0 \cdot S} \quad e \quad R_2 = \frac{2l}{\mu_0 \cdot S}$$



03) continuação...

a) Sendo  $V_m = R_1 \Phi_{B1}$

$$\Phi_{B1} = \frac{V_m}{R_1}$$

$$\Phi_{B1} = \frac{n i \mu_0 S}{e}$$

$$\Phi_{B1} = \frac{n i}{\left(\frac{e}{\mu_0 S}\right)}$$

$$\Phi_{B1} = \frac{n i \mu_0 S}{e}$$

b) Sendo  $V_m = R_2 \Phi_{B2}$

$$\Phi_{B2} = \frac{V_m}{R_2}$$

$$\Phi_{B2} = \frac{n i}{\left(\frac{2e}{\mu_0 S}\right)}$$

$$\Phi_{B2} = \frac{n i \mu_0 S}{2e}$$

$$\Phi_{B2} = \frac{n i \mu_0 S}{2e}$$

c) Sendo a definição de fluxo  
 $\Phi = \oint \vec{B} \cdot d\vec{S} \rightarrow \Phi = BS$

Logo

$$B = \frac{\Phi}{S} \rightarrow \mu_0 H = \frac{\Phi}{S} \rightarrow H = \frac{\Phi}{\mu_0 S}$$

$$H_1 = \frac{\Phi_{B1}}{\mu_0 S} = \frac{\left(\frac{n i \mu_0 S}{e}\right)}{\mu_0 S}$$

$$H_1 = \frac{n i}{e}$$

$$H_1 = \frac{n i}{e}$$

$$H_1 = n_1$$



### 3) Continuação 2. -

d) Análogo ao item anterior

$$H_2 = \frac{\Phi_{BA}}{\mu_0 S}$$

$$H_2 = \frac{\left( \frac{n i \mu_0 S}{2l} \right)}{\mu_0 S}$$

$$H_2 = \frac{n i}{2l}$$

$$H_2 = \frac{n i}{2l}$$

$$\underline{\underline{H_1 = H_2}}$$