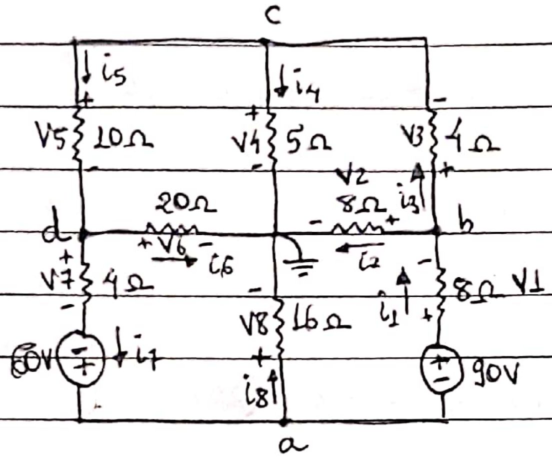
data . .
S T Q Q S S D

Circuitos Elétricos I - AP1

[redacted]

(1)



No circuito apresentado há 5 nós essenciais, o nó do centro sendo o nó de referência, ou seja, onde a tensão é 0V. Portanto esse circuito pode ser solucionado com 5-1 = 4 equações.

Atribuindo tensões para os nós do circuito, têm-se que para o nó 'a' a tensão será va, para o nó 'b' a tensão será vb, para o nó 'c' a tensão será vc e para o nó 'd' a tensão será vb.

Além disso, segundo a LKC a soma das correntes que entram em um nó é igual a soma das correntes que saem do mesmo. Logo:

- No nó 'a':

$i_7 = i_8 + i_1 \rightarrow i_7 - i_8 - i_1 = 0$

- No nó 'b':

$i_1 = i_2 + i_3 \rightarrow i_1 - i_2 - i_3 = 0$

- No nó 'c':

$i_3 = i_4 + i_5 \rightarrow i_3 - i_4 - i_5 = 0$

- No nó 'd':

$i_5 = i_6 + i_7 \rightarrow i_5 - i_6 - i_7 = 0$

Transformando, então, o somatório das correntes em cada um dos nós em equações envolvendo tensões, têm-se que:

- $\dfrac{vd + 60 - va}{4} - \dfrac{va - 0}{16} - \left(\dfrac{va + 90 - vb}{8}\right) = i_7 - i_8 - i_1 = 0 \quad (\cdot 16)$

$4vd + 4 \cdot 60 - 4va - va - 2va - 2 \cdot 90 + 2vb = 0$

data . .

S T Q Q S S D

$$-7va + 2vb + 4vd = -240 + 180 \quad (-1)$$

$$\boxed{7va - 2vb - 4vd = 60}$$

- $$\frac{va - vb + 90}{8} - \left(\frac{vb - 0}{8}\right) - \left(\frac{vb - vc}{4}\right) = i_1 - i_2 - i_3 = 0 \quad (8)$$

$$va - vb + 90 - vb - 2vb + 2vc = 0$$

$$\boxed{va - 4vb + 2vc = -90}$$

- $$\frac{vb - vc}{4} - \frac{vc - 0}{5} - \left(\frac{vc - vd}{10}\right) = i_3 - i_4 - i_5 = 0 \quad (20)$$

$$5vb - 5vc - 4vc - 2vc + 2vd = 0$$

$$\boxed{5vb - 11vc + 2vd = 0}$$

- $$\frac{vc - vd}{10} - \frac{vd - 0}{20} - \left(\frac{vd - va + 60}{4}\right) = i_5 - i_6 - i_7 = 0 \quad (20)$$

$$2vc - 2vd - vd - 5vd + 5va - 5 \cdot 60 = 0$$

$$\boxed{5va + 2vc - 8vd = 300}$$

Resolvendo o sistema, tem-se que:

$$\begin{cases} 7va - 2vb - 4vd = 60 \\ va - 4vb + 2vc = -90 \\ 5vb - 11vc + 2vd = 0 \\ 5va + 2vc - 8vd = 300 \end{cases}$$

$$va = -\frac{95}{9}\,V; \quad vb = \frac{185}{9}\,V; \quad vc = \frac{25}{18}\,V; \quad vd = -\frac{175}{4}\,V$$

Substituindo os valores encontrados em cada corrente, obtém-se:

$$i_1 = \frac{va - vb + 90}{8} = \frac{-95/9 - 185/9 + 90}{8} = \frac{530}{72}\,A$$

$$i_2 = \frac{vb}{8} = \frac{185}{9} \cdot \frac{1}{8} = \frac{185}{72}\,A$$

data . .

S T Q Q S S D

$i_3 = \frac{v_b - v_c}{4} = \left(185/9 - 25/18\right)/4 = \frac{115}{24} A$

$i_6 = \frac{v_d}{20} = \frac{-175}{4} \cdot \frac{1}{20} = \frac{-175}{80} A$

$i_4 = \frac{v_c}{5} = \frac{25}{18} \cdot \frac{1}{5} = \frac{5}{18} A$

$i_7 = \frac{v_d - v_a + 60}{4} = \left(\frac{-175}{4} + \frac{95}{9} + 60\right)/4 = \frac{965}{144} A$

$i_5 = \frac{v_c - v_d}{10} = \left(\frac{25}{18} + \frac{175}{4}\right)/10 = \left(\frac{25}{18} + \frac{175}{4}\right)/10 = \frac{1625}{360} A$

$i_8 = \frac{v_a}{16} = \frac{-95}{9} \cdot \frac{1}{16} = \frac{-95}{144} A$

Pela Lei de Ohm, a tensão sobre um resistor é dada por:

$V = R \cdot i$

Sendo assim é possível encontrar a tensão em cada um dos resistores, logo:

$v_1 = 8 \cdot i_1 = \frac{530 \cdot 8}{72} = \frac{530}{9} V$

$v_5 = 10 \cdot i_5 = 10 \cdot \frac{1625}{360} = \frac{1625}{36} V$

$v_2 = 8 \cdot i_2 = 8 \cdot \frac{185}{72} = \frac{185}{9} V$

$v_6 = 20 \cdot i_6 = 20 \cdot \frac{-175}{80} = \frac{-175}{4} V$

$v_3 = 4 \cdot i_3 = 4 \cdot \frac{115}{24} = \frac{115}{6} V$

$v_7 = 4 \cdot i_7 = \frac{4 \cdot 965}{144} = \frac{965}{36} V$

$v_4 = 5 \cdot i_4 = \frac{5 \cdot 5}{18} = \frac{25}{18} V$

$v_8 = 16 \cdot i_8 = 16 \cdot \frac{-95}{144} = \frac{-95}{9} V$

Calculando a potência absorvida e a potência fornecida, têm-se:

$P_{fornecida} = -(60 \cdot i_7 + 90 \cdot i_1) = -\left(60 \cdot \frac{5}{144} + 90 \cdot \frac{530}{72}\right) = -\frac{12775}{12} W$

$P_{fornecida} = -\frac{12775}{12} W = -1064,58 W$

Potência dissipada em cada um dos resistores:

$P_1 = v_1 \cdot i_1 = 70225/162 W$

$P_5 = v_5 \cdot i_5 = 528125/2592 W$

$P_2 = v_2 \cdot i_2 = 34225/648 W$

$P_6 = v_6 \cdot i_6 = 6125/64 W$

$P_3 = v_3 \cdot i_3 = 13225/144 W$

$P_7 = v_7 \cdot i_7 = 931225/5184 W$

$P_4 = v_4 \cdot i_4 = 125/324 W$

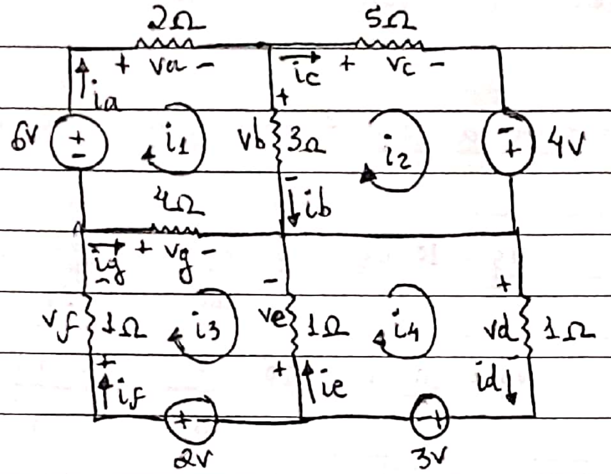
$P_8 = v_8 \cdot i_8 = 9025/1296 W$

$$P_{absorvida} = P1 + P2 + P3 + P4 + P5 + P6 + P7 + P8$$

$$P_{absorvida} = \frac{12775}{12} = 1064,58 \text{ W}$$

Uma vez que $P_{absorvida} = -P_{fornecida}$, então pode-se afirmar que o teste de potência foi verificado e a solução encontrada para o circuito está correta

(2)



Segundo a LKT, a soma das tensões numa malha do circuito é 0V, portanto, para resolver o circuito apresentado, será aplicada a técnica de correntes de malha, em que o somatório das tensões em cada uma das quatro malhas do circuito será transformada em equações envolvendo correntes. Logo:

Aplicando LKT na malha de 'i_1':

$$6 - va - vb + vg = 0$$

$$va + vb - vg = 6$$

$$2i_1 + 3(i_1 - i_2) - 4(i_3 - i_1) = 6$$

$$2i_1 + 3i_1 - 3i_2 - 4i_3 + 4i_1 = 6$$

$$\boxed{9i_1 - 3i_2 - 4i_3 = 6}$$

data . .
S T Q Q S S D

Aplicando LKT em 'i_2':

$4 + v_b - v_c = 0$

$v_b - v_c = -4$

$3(i_1 - i_2) - 5i_2 = -4$

$3i_1 - 3i_2 - 5i_2 = -4$

$\boxed{3i_1 - 8i_2 = -4}$

Aplicando LKT em 'i_3':

$2 - v_f - v_g + v_c = 0$

$v_f + v_g - v_c = 2$

$i_3 + 4(i_3 - i_1) - (i_4 - i_3) = 2$

$i_3 + 4i_3 - 4i_1 - i_4 + i_3 = 2$

$\boxed{-4i_1 + 6i_3 - i_4 = 2}$

Aplicando LKT em 'i_4':

$3 + v_e + v_d = 0$

$v_d + v_e = -3$

$\boxed{i_4 + i_4 - i_3 = -3} \rightarrow \boxed{-i_3 + 2i_4 = -3}$

Resolvendo o sistema das equações encontradas, tem-se:

$$\begin{cases} 9i_1 - 3i_2 - 4i_3 = -6 \\ 3i_1 - 8i_2 = -4 \\ -4i_1 + 6i_3 - i_4 = 2 \\ 2i_4 - i_3 = -3 \end{cases}$$

$i_1 = \frac{692}{437} = 1{,}58A$ $\quad i_3 = \frac{543}{437} = 1{,}24A$

$i_2 = \frac{478}{437} = 1{,}09A$ $\quad i_4 = \frac{-384}{437} = -0{,}88A$

Pelas correntes de referência i_1, i_2, i_3 e i_4, sabe-se que:

$i_a = i_1 = \frac{692}{437} = 1{,}58A$

$i_e = i_4 - i_3 = \frac{-384}{437} - \frac{543}{437} = \frac{-927}{437} = -2{,}12A$

$i_b = i_1 - i_2 = \frac{692}{437} - \frac{478}{437} = \frac{214}{437} = 0{,}49A$

$i_f = i_3 = \frac{543}{437} = 1{,}24A$

$i_c = i_2 = \frac{478}{437} = 1{,}09\,A$

$i_g = i_3 - i_1 = \frac{543}{437} - \frac{692}{437} = \frac{-149}{437} = -0{,}34A$

$i_d = i_4 = \frac{-384}{437} = -0{,}88A$

data . .
S T Q Q S S D

Pela Lei de Ohm $(V = R \cdot i)$, a tensão em cada um dos resistores será:

$va = 2 \cdot ia = 2 \cdot \frac{692}{437} = \frac{1384}{437} = 3,17\,V$

$ve = 1 \cdot ie = 1 \cdot \frac{-927}{437} = \frac{-927}{437} = -2,12\,V$

$vb = 3 \cdot ib = 3 \cdot \frac{214}{437} = \frac{642}{437} = 1,47\,V$

$vf = 1 \cdot if = 1 \cdot \frac{543}{437} = \frac{543}{437} = 1,24\,V$

$vc = 5 \cdot ic = 5 \cdot \frac{478}{437} = \frac{2390}{437} = 5,47\,V$

$vg = 4 \cdot ig = 4 \cdot \frac{-149}{437} = \frac{-596}{437} = -1,36\,V$

$vd = 1 \cdot id = 1 \cdot \frac{-384}{437} = \frac{-384}{437} = -0,88\,V$

Calculando a potência fornecida e a potencia absorvida do circuito, obtêm-se:

$P_{for} \rightarrow$ Potência fornecida, $P_{abs} \rightarrow$ Potência absorvida

$P_{for} = -(6 \cdot i_1 + 4 \cdot i_2 - 3 \cdot i_4 + 2 i_3)$

$P_{for} = -\left(6 \cdot \frac{692}{437} + 4 \cdot \frac{478}{437} - 3 \cdot \frac{-384}{437} + 2 \cdot \frac{543}{437}\right)$

$P_{for} = -\left(\frac{4152}{437} + \frac{1912}{437} + \frac{1152}{437} + \frac{1086}{437}\right) = -\left(\frac{8302}{437}\right) = -18,99\,W$

A potência dissipada em cada um dos resistores é:

$Pa = va \cdot ia = (1384/437) \cdot (692/437) = 957728/190969\ W$

$Pb = vb \cdot ib = (642/437) \cdot (214/437) = 137388/190969\ W$

$Pc = vc \cdot ic = (2390/437) \cdot (478/437) = 1142420/190969\ W$

$Pd = vd \cdot id = (-384/437) \cdot (-384/437) = 147456/190969\ W$

$Pe = ve \cdot ie = (-927/437) \cdot (-927/437) = 859329/190969\ W$

$Pf = vf \cdot if = (543/437) \cdot (543/437) = 294849/190969\ W$

$Pg = vg \cdot ig = (-596/437) \cdot (-149/437) = 88804/190969\ W$

A potência absorvida pelos resistores é:

$P_{abs} = Pa + Pb + Pc + Pd + Pe + Pf + Pg = 3627974/190969 = 8302/437 = 18,99\,W$

data . .

S T Q Q S S D

Uma vez que $P_{abs} = -P_{for}$, pode-se afirmar que o teste de potência foi verificado e a solução encontrada para o circuito está correta.