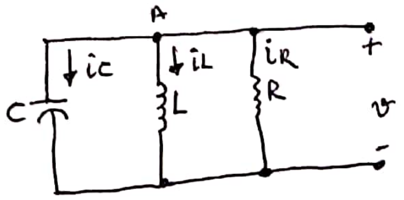
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ - CAMPUS SOBRAL
ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO
DISCIPLINA DE CIRCUITOS ELETRICOS I
3ª AVALIAÇÃO PARCIAL

[redacted]

1



$R = 4k\Omega$
$C = 6{,}25nF$
$L = 400\,mH$
$i_L(0) = 30mA$
$v_C(0) = -60V \rightarrow$ tensão inicial do capacitor

Para saber o tipo de resposta é necessário encontrar os valores da frequência de Neper e da frequência natural de oscilação que para um circuito RLC Paralelo são:

$$a = \frac{1}{2RC} = \frac{1}{2 \cdot 4\times10^3 \cdot 6{,}25\times10^{-9}} = 20000 \text{ Rad/s}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{400\times10^{-3} \cdot 6{,}25\times10^{-9}}} = 20\,000 \text{ Rad/s}$$

Como $a = \omega_0$, então diz-se que a resposta do circuito apresentado é criticamente amortecida.

a) Num circuito RLC ~~[illegible]~~ Paralelo de resposta criticamente amortecido, a tensão no circuito é dada por:

$$v(t) = [D_1 t + D_2]e^{-at}$$

Para $t = 0$, a tensão no circuito é igual a $-60V$, logo:

$$v(0) = v_C(0) = [D_1 \cdot 0 + D_2]e^{-a\cdot 0}$$
$$D_2 = -60V$$

Se derivar $v(t)$ em relação ao tempo e multiplicar $\frac{dv(t)}{dt}$ por C para $t=0$, obtem-se a corrente inicial no capacitor, portanto:

$$C \cdot \frac{dv(0)}{dt} = i_C(0) = C(D_1 - 20000(-60))$$

$$i_C(0) = 6{,}25\times10^{-9}(D_1 + 1200000)$$

Para $t = 0$, a corrente inicial no resistor R será:

$$i_R(0) = \frac{v_C(0)}{R} = \frac{-60}{4\times10^3} = -15mA$$

Aplicando LKC no nó A, têm-se, para $t = 0$:

$$i_C(0) + i_L(0) + i_R(0) = 0$$
$$i_C(0) = -i_L(0) - i_R(0)$$
$$i_C(0) = -30\times10^{-3} + 15\times10^{-3}$$
$$i_C(0) = -15mA$$

Substituindo o valor encontrado (-15 mA) em $\frac{i_C(0)}{C} = D_1 + 1200000$, têm-se:

$$\frac{-15\times10^{-3}}{6{,}25\times10^{-9}} = D_1 + 1200000$$

$$D_1 = -3{,}6\times10^{6}\ V/s$$

Substituindo, por fim, os valores encontrados em $v(t)$, obtem-se:

$$\underline{v(t) = (-3{,}6\times10^{6}t - 60)\,e^{-20000t}\ V}$$

b) $i_R(t)$ será, portanto:

$$i_R(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{(-3{,}6\times10^{6}t - 60)\,e^{-20000t}}{4\times10^{3}}$$

$$i_R(t) = -t\,900\,e^{-20000t} - 0{,}015\,e^{-20000t}$$

$$\underline{i_R(t) = (-900t - 0{,}015)\,e^{-20000t}\ A}$$

c) Derivando $v(t)$ e multiplicando por C, obtêm-se:

$$i_C(t) = C\cdot\frac{dv(t)}{dt}$$

$$i_C(t) = 6{,}25\times10^{-9}\cdot[-3{,}6\times10^{6}e^{-20000t} + (-3{,}6\times10^{6}t\cdot -20000\,e^{-20000t}) + 1200000\,e^{-20000t}]$$

$$i_C(t) = 6{,}25\times10^{-9}[-3{,}6\times10^{6}e^{-20000t} + (7{,}2\times10^{10}t\,e^{-20000t}) + 1200000\,e^{-20000t}]$$

$$i_C(t) = 6{,}25\times10^{-9}(7{,}2\times10^{10}t\cdot e^{-20000t} - 2{,}4\times10^{6}e^{-20000t})$$

$$i_C(t) = 450t\cdot e^{-20000t} - 0{,}015\,e^{-20000t}$$

$$\underline{i_C(t) = (450t - 0{,}015)\,e^{-20000t}\ A}$$

d) Aplicando LKC no nó A, têm-se:

$$i_C(t) + i_L(t) + i_R(t) = 0$$

$$i_L(t) = -i_C(t) - i_R(t)$$

$$i_L(t) = -[(-900t - 0{,}015)\,e^{-20000t}] - [(450t - 0{,}015)\,e^{-20000t}]$$

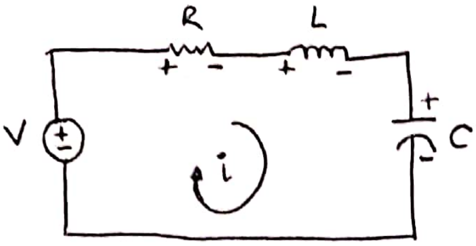
$$i_L(t) = -(-900t\,e^{-20000t} - 0{,}015\,e^{-20000t}) - (450t\,e^{-20000t} - 0{,}015\,e^{-20000t})$$

$$i_L(t) = 900t\,e^{-20000t} + 0{,}015\,e^{-20000t} - 450t\,e^{-20000t} + 0{,}015\,e^{-20000t}$$

$$i_L(t) = 450\,t\,e^{-20000t} + 0{,}030\,e^{-20000t}$$

$$\underline{i_L(t) = (450t + 0{,}030)\,e^{-20000t}\ A}$$

(2)



$V = 200V$

$R = 4\Omega$

$C = 40mF$

$L = 40mH$

Calculando as frequencias de Neper e Natural de oscilação obtêm-se o tipo de resposta do circuito apresentado. Logo:

Para o circuito RLC série, 'a' e 'wo' serão:

$$a = \frac{R}{2L} = \frac{4}{2 \cdot 40 \times 10^{-3}} = 50 \text{ rad/s}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} = \frac{1}{\sqrt{40 \times 10^{-3} \cdot 40 \times 10^{-3}}} = 25 \text{ rad/s}$$

Uma vez que $a > \omega_0$, então diz-se que o tipo de resposta do circuito é superamortecida.

a) A corrente $i(t)$ de um circuito de resposta superamortecido é dada pela seguinte fórmula:

$$i(t) = A_1 e^{s_1 t} + A_2 e^{s_2 t}$$

Calculando s_1 e s_2, obtem-se:

$$s_1 = -a + \sqrt{a^2 - \omega_0^2} = -50 + \sqrt{50^2 - 25^2} = -6{,}70 \text{ rad/s}$$

$$s_2 = -a - \sqrt{a^2 - \omega_0^2} = -50 - \sqrt{50^2 - 25^2} = -93{,}30 \text{ rad/s}$$

Para $t = 0$:

$$i(0) = A_1 + A_2$$

Derivando $i(t)$ e multiplicando por L para $t=0$, então:

$$\frac{di(0)}{dt} = \frac{V_L(0^+)}{L} = A_1 s_1 + A_2 s_2 = -6{,}70 A_1 - 93{,}30 A_2$$

$$V_L(0) = 40 \times 10^{-3} (-6{,}70 A_1 - 93{,}30 A_2)$$

Para $t = 0^-$, o regime permanente no circuito foi atingido, logo, a tensão no capacitor, após ter se carregado será igual a tensão na fonte $V_C(0^-) = V = 200V$, a tensão no indutor será 0V e a tensão no resistor também será 0V. Como o capacitor passa a se comporta como um circuito aberto após o circuito atingir o regime permanente, então $i(0^-)$ será 0A. Para $t \geq 0$, a polaridade da fonte se inverte e terá valor igual a -200V. Como ocorreu um degrau de tensão e o capacitor não tolera mudança brusca de tensão, então em $t = 0^+$ sua tensão será 200V. A corrente do circuito irá se inverter, saindo do capacitor e buscando o potencial negativo de -200V, sendo assim a tensão no indutor em $t = 0^+$ é igual a -400V, uma vez que ele não tolera mudança brusca de corrente. Portanto, a corrente no indutor para $t = 0^+$ é 0A.

Substituindo os valores encontrados na análise, obtêm-se que:

$i(0^-) = 0 = i_L(0^-)$

$i(0^+) = A_1 + A_2$

$A_1 + A_2 = 0$

$v_L(0^+) = -400V$

$v_L(0^+) = 40\times10^{-3}(-6{,}70A_1 - 93{,}30A_2)$

$-400 = 40\times10^{-3}(-6{,}70A_1 - 93{,}30A_2)$

$-6{,}70A_1 - 93{,}30A_2 = -10000$

Resolvendo o sistema:

$$\begin{cases} A_1 + A_2 = 0 \\ -6{,}70A_1 - 93{,}30A_2 = -10000 \end{cases} \qquad A_1 = -A_2 \rightarrow A_2 = 115{,}47A$$

$-6{,}70A_1 + 93{,}30A_1 = -10000$

$86{,}6\,A_1 = -10000$

$A_1 = -115{,}47A$

Substituindo, por fim, os valores encontrados em $i(t)$, obtêm-se para $t \geq 0$:

$i(t) = -115{,}47e^{-6{,}70t} + 115{,}47e^{-93{,}30t}\,A$ → em $t=0$: $i(0) = 0A$
em $t\rightarrow\infty$: $i(\infty) = 0A$

b) $v_R(t)$ para $t \geq 0$ será:

$v_R(t) = R\cdot i(t)$ → Lei de Ohm

$v_R(t) = 4(-115{,}47e^{-6{,}70t} + 115{,}47e^{-93{,}30t})$

$v_R(t) = -461{,}88e^{-6{,}70t} + 461{,}88e^{-93{,}30t}\,V$ → em $t=0$: $v_R(0) = 0V$
em $t\rightarrow\infty$: $v_R(\infty) = 0V$

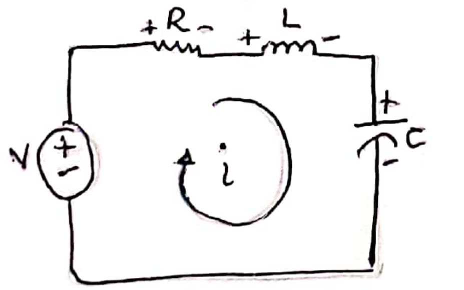
c) Derivando $i(t)$ e multiplicando por L, é possível encontrar $v_L(t)$, Logo:

$\frac{di(t)}{dt}\cdot L = v_L(t)$

$v_L(t) = 40\times10^{-3}(773{,}7e^{-6{,}70t} - 10{,}773{,}4e^{-93{,}30t})$

$v_L(t) = 30{,}9e^{-6{,}70t} - 430{,}9e^{-93{,}30t}\,V$ → Para $t=0$: $v_L(0) = -400V$
Para $t\rightarrow\infty$: $v_L(\infty) = 0V$

d) Aplicando LKT no circuito é possível obter $v_C(t)$, logo:



$-V + v_R(t) + v_L(t) + v_C(t) = 0$

$v_C(t) = V - v_R(t) - v_L(t)$

$v_C(t) = -200 - (-461{,}88e^{-6{,}70t} + 461{,}88e^{-93{,}30t}) - (30{,}9e^{-6{,}70t} - 430{,}9e^{-93{,}30t})$

$v_C(t) = -200 + 431e^{-6{,}70t} - 31e^{-93{,}30t}\,V$

Para $t=0$: $v_C(0) = 200V$

Para $t\rightarrow\infty$: $v_C(\infty) = -200V$