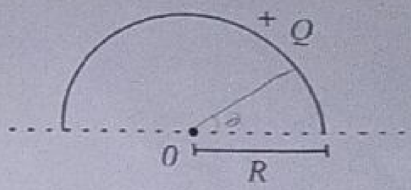
UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS SOBRAL
ENGENHARIAS DA COMPUTAÇÃO E ELÉTRICA
DISCIPLINA DE ELETROMAGNETISMO APLICADO
1ª AVALIAÇÃO PARCIAL (18/11/2015)
PROF. CARLOS ELMANO

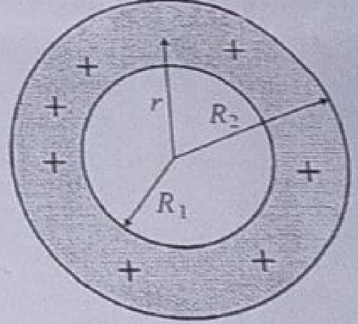
7,0

Nome: Francisco Estephanyo A. de Albuquerque Mat.: 356806

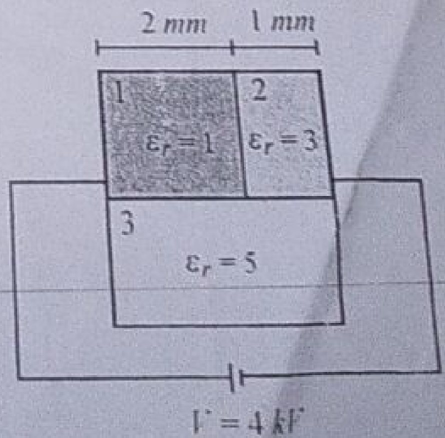
1. Dado o condutor filiforme semicircular da figura ao lado, de raio R e carregado uniformemente com uma carga total +Q, encontra-se em um espaço cuja permissividade elétrica é ε_0. Calcule:
   0,0 a. A densidade linear de cargas da distribuição; (1pt)
   0,0 b. O campo elétrico no centro de curvatura da distribuição (ponto O); (2pt)



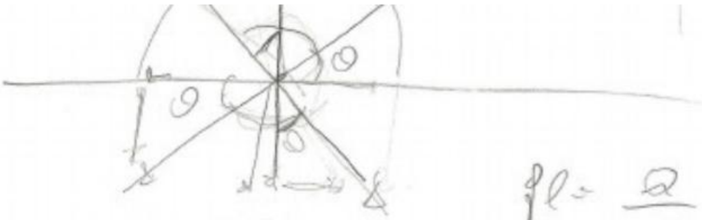
2. Uma esfera oca, apresentada em corte na figura ao lado, é carregada com uma densidade volumétrica de cargas ρ_v, possui raio interno R_1 e raio externo R_2. A variável r representa um raio genérico. A permissividade elétrica em todo o espaço é ε_0. Calcule o campo elétrico para:
   2,0 a. $r \leq R_1$; (1pt)
   1,5 b. $R_1 < r \leq R_2$; (1,5pt)
   1,0 c. $r > R_2$; (1pt)



3. Na figura ao lado as placas condutoras estão submetidas a uma diferença de potencial de 4kV. As placas estão separadas por uma combinação de dielétricos cujas permissividades elétricas estão no desenho. Além disso, todos os dielétricos possuem uma rigidez dielétrica de 1,5kV/mm. Calcule:
   2,5 a. O campo elétrico em cada dielétrico; (2,5pt)
   1,0 b. Há ruptura de algum dos dielétricos? Quais? Justifique. (1pt)



Boa prova!



$$\rho_l = \frac{Q}{\pi R}$$

$$dE_y = \frac{dq \, \mathrm{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$dE_y = \frac{\mathrm{sen}\theta \, \rho_l \, dl}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$$E_y = \frac{\rho_l}{4\pi\varepsilon_0 R^2}\int_0^{\pi} \mathrm{sen}\theta \, R \, d\theta$$

$$E_{y_1} = \frac{\rho_l \, R \, 2}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{\rho_l R 2}{4\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}$$

$$\oint \vec{E}\, d\vec{s} = \frac{Q_{inv}}{\varepsilon_0}$$

$\cancel{E}$ $E(\cancel{ap})$

$$E \, 2\pi b \cdot \cancel{2a} = \frac{\rho_l \cancel{2a}}{\varepsilon_0}$$

$$E_y = \frac{\rho_l}{2\pi b\varepsilon_0}$$

$$E = \int \frac{\rho_0 \cos\theta \, ds}{4\pi\varepsilon_0 r}$$

$$E = \int_{\pi/6}^{5\pi/6}\int_R^{2R} \frac{\rho_0 \cos\theta \, r \, dr \, d\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

$$E = \int\int \frac{\rho_0 \cos\theta}{4\pi\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho_0 R \ln 2}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\pi/6}^{5\pi/6} \cos\theta \, d\theta$$

(e)

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

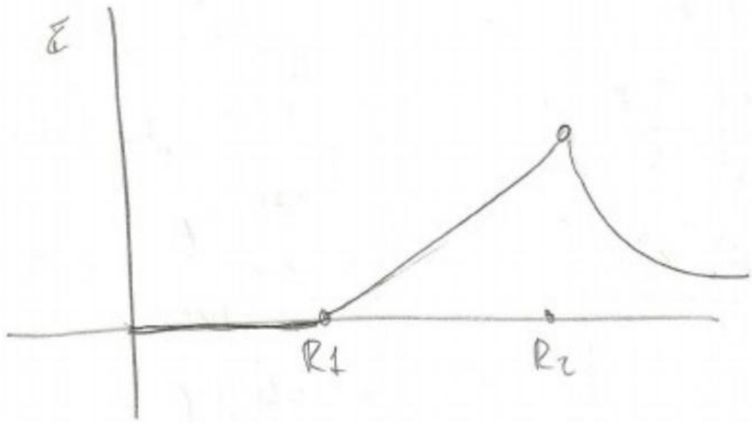
$$dq = \rho\, dV$$

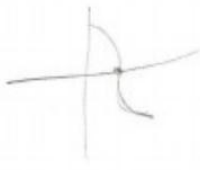
$$q = \rho \int_{R_1}^{R_2}\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\pi} r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi\, dr$$

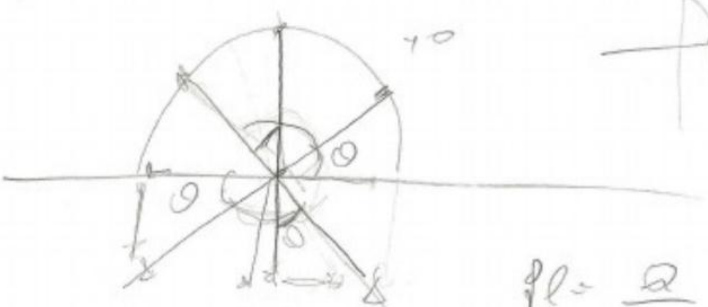
$$q = \frac{4\pi\rho\,(R_2^3 - R_1^3)}{3}$$

$$E = \frac{\cancel{4\pi}\rho\,(R_2^3 - R_1^3)}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 r^2\, 3}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho\,(R_2^3 - R_1^3)}{3\varepsilon_0 r^2}}$$







$$\rho_l = \frac{Q}{\pi R}$$

$$dE_y = \frac{dq\, \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

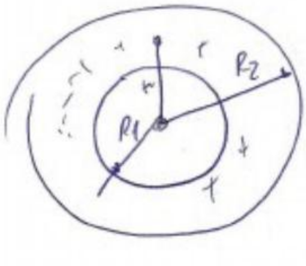
$4\pi\varepsilon_0$ $\quad 4\pi\varepsilon_0$ $\quad 4\pi\varepsilon_0$

(3.13) Uma esfera oca, apresentada em corte na fig. 3.44 é carregada com uma densidade volumétrica de carga ρ; r representa um ponto genérico. Considere $\varepsilon = \varepsilon_0$ em todo o domínio. Calcule E para:

(a) $r \leq R_1$;

(b) $R_1 \leq r \leq R_2$

(c) $r > R_2$



(a) $r \leq R_1$ $\quad dE = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0$

(b) $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$dq = \rho\, dV$$

$$q = \int_{R_1}^{r}\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\pi} \rho\, r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi\, dr$$

$$q = \rho\int_{R_1}^{r}\int_{0}^{2\pi} 2r^2\, d\phi\, dr$$

$$q = 2\rho\int_{R_1}^{r} 2\pi r^2\, dr$$

$$q = 4\pi\rho\int_{R_1}^{r} r^2\, dr$$

$$q = 4\pi\rho\,\frac{(r^3 - R_1^3)}{3}$$

$$E = \frac{\cancel{4\pi}\rho\,(r^3 - R_1)^3}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0 r^2\; 3}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho\,(r^3 - R_1^3)}{3\,\varepsilon_0 r^2}}$$

(c) $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$$dq = \rho\, dV$$

$$q = \rho\int_{R_1}^{R_2}\int_{0}^{2\pi}\int_{0}^{\pi} r^2 \operatorname{sen}\theta\, d\theta\, d\phi\, dr$$

$$q = \frac{4\pi\rho\,(R_2^3 - R_1^3)}{3}$$

$E = \dfrac{4\pi\rho\,(R_2^3 - R_1^3)}{\ldots}$

03) a) Para quando $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0$, temos:

$$\int \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0} \qquad \begin{cases} \vec{E} = \dfrac{Q}{2\pi r h \varepsilon_0} \; (\hat{r}) \\ d\vec{l} = dr\,(-\hat{r}) \end{cases}$$

$$E \int ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E(2\pi r h) = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{Q}{2\pi r h \varepsilon_0}$$

• Calculando V:

$$V = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V = -\int \frac{Q}{2\pi r h \varepsilon_0} \cdot dr\,(-\hat{r})$$

$$V = \frac{Q}{2\pi h \varepsilon_0} \int_a^b \frac{dr}{r}$$

$$V = \frac{Q}{2\pi h \varepsilon_0} \cdot \ln(2)$$

$C = \dfrac{Q}{V}$, substituindo o V encontrado

$$C = \frac{Q}{\dfrac{Q}{2\pi h \varepsilon_0} \cdot \ln(2)}$$

$$\boxed{C = \frac{2\pi h \varepsilon_0}{\ln(2)}}$$

Essa é a capacitância quando $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_0$;

$$C_1 = \frac{\pi h \varepsilon_0}{\ln(2)}$$

$$C_2 = \frac{\pi h \varepsilon_0}{\ln(2)}$$

b) Se $\varepsilon_1 = 2 \cdot \varepsilon_2 = \varepsilon_0$:

Como $2 \cdot \varepsilon_2 = \varepsilon_0$, logo $\dfrac{\varepsilon_0}{2} = \varepsilon_2$ substituindo

$$C_{eq} = C_1 + C_2$$

$$C_{eq} = \frac{\pi h \varepsilon_0}{\ln(2)} + \frac{\pi h \varepsilon_0}{2\ln(2)}$$

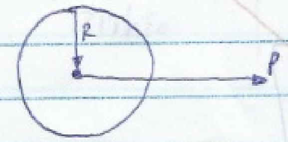
• A capacitância total diminui visto que ε_2 é metade de ε_0.

04

$$= \frac{Q}{\pi R} \cdot \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 R} = \frac{Q}{2\pi^2 \varepsilon_0 R^2}$$, portanto:

$$\boxed{\vec{E}_y = \frac{Q}{2\pi^2 \varepsilon_0 R^2} (-\hat{a}_y)}$$

02ª.



Fora da Esfera:

$$\rho_V = \frac{Q}{V}$$

$Q = \rho_V \cdot V$, onde V é o volume da esfera e vale $\frac{4\pi R^3}{3}$

Portanto:

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E \oint ds = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

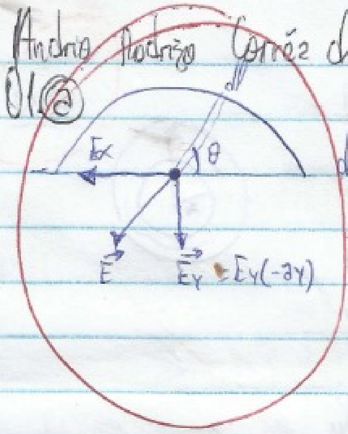
$$E(4\pi r^2) = \frac{\rho_V \cdot 4\pi r^3}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho_V \cdot r}{\varepsilon_0} \cdot \hat{a}_r}$$

02

Andrio Rodrigo Corrêa da Silva - 356654 - Engenharia da Computação.

01 (a)



. A densidade linear de cargas da distribuição é calculada pela carga sobre o comprimento:

$$q_e = \frac{q}{l}$$

onde:

- $q = +Q$
- $l = \int dl$; $dl = R\,d\theta$
- $\int_0^{\pi} dl = \pi . R$, portanto:

$$\boxed{q_e = \frac{+Q}{\pi R}}$$

(b) . Para o cálculo do campo elétrico temos somar a distribuição de cargas ao longo desse condutor.

. Logo:

$$dE = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \qquad dq = q_e . dl$$

$$dl = R\,d\theta$$

$$r = R$$

$$q_e = \frac{+Q}{\pi R}$$

$$dE_Y = dE . \operatorname{sen}\theta$$

$$dE_Y = \frac{q_e . dl . \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$

$E_x = ?$

$$dE_Y = \frac{q_e . R\,d\theta . \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$$, Somando de 0 a π.

$$E_Y = \int_0^{\pi} \frac{q_e . R\,d\theta . \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2} \Rightarrow E_Y = \int_0^{\pi} \frac{q_e . d\theta . \operatorname{sen}\theta}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow \frac{q_e}{4\pi\varepsilon_0 . R} \int_0^{\pi} \operatorname{sen}\theta\, d\theta$$

$$= \frac{q_e}{4\pi\varepsilon_0 . R} \Big[-\cos\theta \Big]_0^{\pi} \Rightarrow \frac{q_e . 2}{4\pi\varepsilon_0 R} \Rightarrow \frac{q_e}{2\pi\varepsilon_0 R}$$ e finalmente substituindo q_e: $\Rightarrow$

Dentro:

· Primeiro será necessário encontrar a Q_{env}, logo:

$$Q_{env} = \int \rho_v \, dv$$

$\rho_v = ?$

ρ_v?

$$Q_{env} = \rho_v \int_0^r \int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} r^2 . sen\phi . d\phi . d\theta . dr$$

$$Q_{env} = \rho_v . \left[\frac{r^3}{3}\right]_0^r . \left[\theta\right]_0^{2\pi} . \left[-\cos\phi\right]_0^{\pi}$$

$$Q_{env} = \rho_v . \frac{r^3}{3} . 2\pi . 2$$

$$Q_{env} = \frac{4\pi . r^3 . \rho_v}{3}$$

· Utilizando lei de Gauss:

$\int \vec{E} . d\vec{A} = \frac{Q_{env}}{\varepsilon_0}$, onde $\vec{E}$ e $d\vec{A}$ estão na mesma direção e também no mesmo sentido, portanto o ângulo entre eles é 0, logo:

?

$$\int_0^{4\pi r^2} E . dA = \frac{Q_{env}}{\varepsilon_0}$$

CADÊ OS VETORES?

$$E (4\pi r^2) = \frac{4\pi r^3 . \rho_v}{3\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\vec{E} = \frac{\rho_v . r}{3\varepsilon_0} . \hat{a}_r}$$

0.3