

SET1 Семестр 2. Задача А4 Совместимость фильтров Блума

Фролов-Буканов Виктор Дмитриевич БПИ-228

14 февраля 2024

1 Условие задачи

Задание А4 (7 баллов) Совместимость фильтров Блума

Предположим, что по двум множествам объектов A и B создано два фильтра Блума одинакового размера – $F(A)$ и $F(B)$ соответственно. Путём выполнения **поэлементного побитового И** над фильтрами $F(A)$ и $F(B)$ был получен третий фильтр, который обозначен $F(AB)$. Ответьте на следующие вопросы:

1. (3 балла) Верно ли, что $F(AB)$ будет выдавать положительные ответы о принадлежности объектов из множества $A \cap B$? Почему (нет)?
2. (4 балла) Верно ли, что $F(AB)$ будет в точности соответствовать другому фильтру, который будет получен в результате последовательной вставки объектов из множества $A \cap B$? Почему (нет)?

Фильтр Блума можно рассматривать в виде одного битового вектора.

2 Решение пункта 1

Рассмотрим некий $x \in A \cap B$. Так как $x \in A$, то в результате вставки x в фильтр Блума $F(A)$ какое-то количество единиц расставится на определённые позиции. Но у нас ещё $x \in B$, поэтому этот же x вставится и в фильтр Блума $F(B)$, причём единицы будут стоять ровно на тех же местах. Теперь, если мы выполним поиск данного x по фильтру $F(A)$ и $F(B)$, то получим *True* в силу того, что мы этот x действительно вставляли (таков инвариант любого фильтра Блума). Теперь, если мы выполним побитовое и над двумя полученными фильтрами, то единицы, которые получились при вставке x в оба фильтра останутся на тех же местах и в новом фильтре $F(AB)$ в силу определения побитового и. А значит, поиск x в фильтре $F(AB)$ вернёт нам *True*. Так как мы рассматривали любой $x \in A \cap B$, то ответ на этот пункт: **да, верно**

3 Решение пункта 2

Такое утверждение точно неверно, так как пересечение множеств A и B может быть пустым. В таком случае фильтр Блума, составленный по пустому множеству, будет являться битовым вектором, полностью заполненным нулями. Но при этом, составив фильтры Блума $F(A)$ и $F(B)$, мы получим какие-то ненулевые вектора (если, конечно, множества непусты, но это совсем вырожденный случай), и побитовое и над этими векторами в общем случае не даст нулевого вектора. Например, по некоему множеству A получился фильтр $F(A) = 1001$, а по множеству B - $F(B) = 0011$, при этом $A \cap B = \emptyset$, но $F(AB) = F(A) \& F(B) = 0001$ - не равен нулевому вектору (то есть фильтру Блума по пустому множеству $A \cap B$). Ответ: **нет, неверно**