Esta va para

Igod

Reglas básicas de la derivación

En cálculo (rama de las matemáticas), la derivada representa cómo una función cambia a medida que su entrada cambia.En términos poco rigurosos, una derivada puede ser vista como cuánto está cambiando el valor de una cantidad en un punto dado.
La derivada de una función en un valor de entrada dado describe la mejor aproximación lineal de una función cerca del valor de entrada. Para funciones de valores reales de una sola variable, la derivada en un punto representa el valor de la pendiente de la recta tangente en la gráfica de la función en dicho punto. En dimensiones más elevadas, la derivada de una función en un punto es la transformación lineal que más se aproxima a la función en valores cercanos de ese punto. Algo estrechamente relacionado es el diferencial de una función.

1.Para una constante "a":
·Si $f(x)=a$, su derivada es $f'(x)=0$
Ejemplo:
→ Si $f(x)=16$, su derivada es $f'(x)=0$

2. Para la función identidad f(x)= x.
·Si $f(x)= x$, su derivada es $f'(x)= 1$.
Ejemplo:
→Si $f(x)= x$,su derivada es $f'(x) =1$

3.Para una constante "a" por una variable "x":
·Si $f(x)=ax$, su derivada es $f'(x)=a$
Ejemplo:
→Si $f(x)= 7x$, su derivada es $f'(x)= 7$

4.Para una varibale "x" elevada a una potencia "n":
·Si $f(x)=x^n$, su derivada es $f'(x)= nx^{n-1}$
Ejemplo:
→Si $f(x)= x^2$, su derivada es $f'(x)= 2x$

5.Para una constante "a" por una varibale "x' elevada a una potencia "n"
·Si $f(x)= ax^n$ su derivada es $f'(x)= anx^{n-1}$
Ejemplo:
→Si $f(x) = 4x^2$, su derivada es $f'(x)= 8x$

6. Para una suma de funciones:
·Si $f(x) = u(x) +v(x)$, su derivada es $f'(x) = u'(x) + v'(x)$
Ejemplo:
→Si $f(x)= 3x^2+4x$, su derivada es $f'(x) = 6x+4$

7.La regla de producto.

·Esta regla es útil cuando se tiene una funcion formada de la multiplicación de polinomios, como por ejemplo: $f(x)=(2x^3+3)(3x^3-5)$; la regla de producto es :

Si "u" y "v" son los polinomios:
La función:$f(x) = uv$
Su derivada: $f'(x) = u'v + uv'$

Veamos un ejemplo:
¿Cuál es la derivada de $f(x)= (2x^3+3)(3x^3-5)$?
→Solución:
$f(x)= (2x^3+3)(3x^3-5)$
$f(x)= (6x^2)(3x^3-5) + (2x^3+3)(12x^3)$
Si es fácil simplificar la expresión,entonces debe simplificarse.

8. La regla de cociente.

·Esta regla es útil cuando se tiene una funcion formada de la división de polinomios, como por ejemplo: $f(x)= 2x^3+3/3x^2-5$; la regla de cociente es:

Si "u" y "v" son los polinomios:
La función: $f(x)= u/v$
Su derivada: $f'(x)= u'v- uv'/v^2$

Veamos un ejemplo:
¿Cuál es la derivada de $f(x) = 2x^3+3/3x^2-5$?
→Solución:
$f(x) = 2x^3+3/3x^2-5$
$f'(x)= (6x^2)(3x^2-5)-(2x^3+3)(12x^3)/(3x^2-5)^2$
Si es fácil simplificar la expresión,entonces debe simplificarse.

9.Regla de cadena.

·Esta regla es útil cuando se tiene una función formada por un polinomio elevado a una potencia como por ejemplo: $f(x) = (2x^3+3)^3$; la regla de cadena es:

Si "u" es el polinomio:
La funcíón: $f(x)= u^n$
Su derivada:$f'(x) = n(u)^{n-1}(u')$

Veamos un ejemplo:¿Cuál es la derivada de $f(x) = (2x^3+3)^3$?
→Solución:
$f(x)=(2x^3+3)^3$
$f'(x)=3(2x^3+3)^2(6x^2)$
$f'(x)=18x^2(2x^3+3)^2$

Si $f(x) = c$
entonces
$f'(x) = 0$

Si $f(x) = x^n$
entonces
$f'(x) = n \cdot x^{n-1}$

Si $g(x) = c \cdot f(x)$
entonces
$g'(x) = c \cdot f'(x)$

Si
$h(x) = f(x) \pm g(x)$
entonces
$h'(x) = f'(x) \pm g'(x)$

DERIVADA DE FUNCIONES TRIGONOMÉTRICAS

FUNCIÓN SENO

$$f(x) = Sen\ x \longrightarrow f'(x) = Cos\ x$$

FUNCIÓN COSENO

$$f(x) = Cos\ x \longrightarrow f'(x) = -Sen\ x$$

DEFINICIÓN DE DIFERENCIAL TOTAL

Si $z = f(x, y)$ y Δx y Δy son los incrementos en x y en y, entonces las **diferenciales** de las variables independientes x y y son

$$dx = \Delta x \qquad \text{y} \qquad dy = \Delta y$$

y la **diferencial total** de la variable dependiente z es

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x}\, dx + \frac{\partial z}{\partial y}\, dy = f_x(x, y)\, dx + f_y(x, y)\, dy.$$

DEFINICIÓN DE DIFERENCIABILIDAD

Una función f dada por $z = f(x, y)$ es **diferenciable** en (x_0, y_0) si Δz puede expresarse en la forma

$$\Delta z = f_x(x_0, y_0)\, \Delta x + f_y(x_0, y_0)\, \Delta y + \varepsilon_1 \Delta x + \varepsilon_2 \Delta y$$

donde ε_1 y $\varepsilon_2 \to 0$ cuando $(\Delta x, \Delta y) \to (0, 0)$. La función f es **diferenciable en una región R** si es diferenciable en todo punto de R.

TEOREMA 13.4 CONDICIONES SUFICIENTES PARA LA DIFERENCIABILIDAD

Si f es una función de x y y, para la que f_x y f_y son continuas en una región abierta R, entonces f es diferenciable en R.

TEOREMA 13.5 DIFERENCIABILIDAD IMPLICA CONTINUIDAD

Si una función de x y y es diferenciable en (x_0, y_0), entonces es continua en (x_0, y_0).

TEOREMA 13.6 REGLA DE LA CADENA: UNA VARIABLE INDEPENDIENTE

Sea $w = f(x, y)$, donde f es una función derivable de x y y. Si $x = g(t)$ y $y = h(t)$, donde g y h son funciones derivables de t, entonces w es una función diferenciable de t, y

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{dy}{dt}.$$

Ver figura 13.39.

TEOREMA 13.7 REGLA DE LA CADENA: DOS VARIABLES INDEPENDIENTES

Sea $w = f(x, y)$, donde f es una función diferenciable de x y y. Si $x = g(s, t)$ y $y = h(s, t)$ son tales que las derivadas parciales de primer orden $\partial x/\partial s$, $\partial x/\partial t$, $\partial y/\partial s$ y $\partial y/\partial t$ existen, entonces $\partial w/\partial s$ y $\partial w/\partial t$ existen y están dadas por

$$\frac{\partial w}{\partial s} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial s} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial s} \quad \text{y} \quad \frac{\partial w}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}.$$

TEOREMA 13.8 REGLA DE LA CADENA: DERIVACIÓN IMPLÍCITA

Si la ecuación $F(x, y) = 0$ define a y implícitamente como función derivable de x, entonces

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{F_x(x, y)}{F_y(x, y)}, \qquad F_y(x, y) \neq 0.$$

Si la ecuación $F(x, y, z) = 0$ define a z implícitamente como función diferenciable de x y y, entonces

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x(x, y, z)}{F_z(x, y, z)} \quad \text{y} \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y(x, y, z)}{F_z(x, y, z)}, \quad F_z(x, y, z) \neq 0.$$

DEFINICIÓN DE LA DERIVADA DIRECCIONAL

Sea f una función de dos variables x y y, y sea $\mathbf{u} = \cos\theta\,\mathbf{i} + \operatorname{sen}\theta\,\mathbf{j}$ un vector unitario. Entonces la **derivada direccional de f en la dirección de u**, que se denota $D_{\mathbf{u}} f$, es

$$D_{\mathbf{u}} f(x, y) = \lim_{t \to 0} \frac{f(x + t\cos\theta,\, y + t\operatorname{sen}\theta) - f(x, y)}{t}$$

siempre que este límite exista.

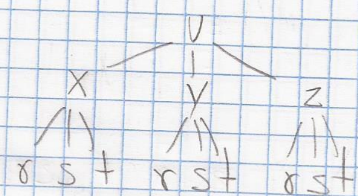
TEOREMA 13.9 DERIVADA DIRECCIONAL

Si f es una función diferenciable de x y y, entonces la derivada direccional de f en la dirección del vector unitario $\mathbf{u} = \cos\theta\,\mathbf{i} + \operatorname{sen}\theta\,\mathbf{j}$ es

$$D_{\mathbf{u}} f(x, y) = f_x(x, y)\cos\theta + f_y(x, y)\operatorname{sen}\theta.$$

Derivadas parciales — Victor Galvan — MGS 7-3

Si $U = x^2y + y^2z^3$



$x = rse^t$

$y = rs^2e^{-t}$

$z = r^2 s \sin t$

determine el valor de $\frac{du}{ds}$ cuando $r = 2$ $s = 1$ $t = 0$

$$\frac{du}{ds} = \frac{du}{dx}\frac{dx}{ds} + \frac{du}{dy}\frac{dy}{ds} + \frac{du}{dz}\frac{dz}{ds}$$

$$\frac{du}{ds} = (4x^3y)(re^t) + (x^4 + 2yz^3)(2rse^{-t}) + (3y^2z^2)(r^2 \operatorname{sen} t)$$

$x = 2 \quad y = 2 \quad z = 0$

$$\frac{du}{ds} = (4(2)^3(2))(2e^0) + (2^4 + 2(2)(0)^3)(2(2)(1)e^{-0}) + (3(2)^2(0)^2)((2)^2 \operatorname{sen}(0))$$

$$\frac{du}{ds} = (64)(2) + (16)(4) + (0)(0) = 192$$

1. Se realiza el diagrama
2. Se obtiene la expresión para $\frac{du}{ds}$
3. Se deriva en base a los valores de "d"
4. Se remplazan los valores
5. Se realizan las operaciones y se obtiene el resultado