



A_具說服效果的廣告模型 (Persuasive Advertising Model)

Persuasive Advertising

- $Q(A, p) = \beta A^{\varepsilon_A} p^{\varepsilon_p}$
 - $\beta > 0$, $0 < \varepsilon_A < 1$, $\varepsilon_p < -1$
 - A : the firm's expenditure on advertising
 - Q : the quantity demanded
 - p : the price for this product
- $\max_{A,p} \pi(A, p) = pQ - cQ - A$
 - c : the unit cost of the product

乘法型需求 (Multiplicative Demand), 可用於分析 廣告如何影響需求。

◆ 3. 利潤函數

$$\max_{A,p} \pi(A, p) = pQ - cQ - A$$

代入 Q :

$$\pi(A, p) = (p - c)\beta A^{\varepsilon_A} p^{\varepsilon_p} - A$$

► 利潤包含三部分：

1. 营收： pQ

公司賣出 Q 件，每件賣價 p

2. 生產成本： cQ

生產一單位成本 c ，因此總成本為 cQ

3. 廣告成本： A

廣告直接消耗 A 元（視為額外固定成本）

◆ 4. 最佳化問題：選 p 與 A 使利潤最大化

此模型的兩個決策變數——價格 p 及 廣告支出 A ——都會影響需求，因此企業必須同時選擇最佳廣告強度與價格。

為什麼必須限制 A 與 p ？

① 數學原因：需求公式 $Q(A,p)$ 會「爆炸」或「崩潰」

你的需求函數是：

$$Q = \beta A^{\varepsilon_A} p^{\varepsilon_p}$$

其中：

- $0 < \varepsilon_A < 1$
- $\varepsilon_p < -1$ (價格彈性負而且絕對值大)

→ 如果 p 太小 $\rightarrow p^{\varepsilon_p} \rightarrow$ 無限大

例如 $p = 0.01$ 且 $\varepsilon_p = -2$ ：

$$Q = 0.01^{-2} = 10,000$$

→ Q 會暴衝

→ 利潤 π 會變成很怪或無意義的數字

→ Q-learning 會崩壞 (reward 失控 \rightarrow Q-table 褴褛)

⚠ p 不能接近 0、不能為負，更不能無限制讓它變小。

→ 如果 A 太大 $\rightarrow A^{\varepsilon_A}$ 成本會巨大， Q 不會成比例增加 $\rightarrow \pi$ 變巨大負值

例如 $\varepsilon_A = 0.3$ (遞減報酬)

$A = 10,000, A^{0.3} \approx 10$

→ 廣告花 10,000 元

→ 需求只增加成 10 倍

→ 利潤直接爆負 (-10,000)

⚠ A 不能無限制增大，不然 Q-learning 每次都變超大負值，學不下去。

2. 經濟直覺： $p \rightarrow$ 無限大 \rightarrow 沒人買 ($Q \rightarrow 0$)、廣告越大，邊際效益越低

3. 強化學習 (Q-learning) 原因：連續決策一定要「離散化」

而 p 與 A 原本是連續值，所以一定要：設 min、設 max

變數	值	原因
penalty	-1e6	讓非法行為永遠不被選 + 避免 reward 爆炸
converge_eps	1e-3	利潤改善不足 0.1% 就停，快速又穩定
last_best_profit	-1e9	確保第一回合不會誤判為收斂

終止條件的踩到與設計：

1. α decay、 ε decay → 讓 ΔQ 真的逐漸變小（調整演算法本身）
2. 承認 ΔQ 不會太小 → 收斂判準只看「策略穩不穩」

第一題作業