



# A\_具說服效果的廣告模型 (Persuasive Advertising Model)

## Persuasive Advertising

- $Q(A, p) = \beta A^{\varepsilon_A} p^{\varepsilon_p}$ 
  - $\beta > 0, 0 < \varepsilon_A < 1, \varepsilon_p < -1$
  - $A$ : the firm's expenditure on advertising
  - $Q$ : the quantity demanded
  - $p$ : the price for this product
- $\max_{A, p} \pi(A, p) = pQ - cQ - A$ 
  - $c$ : the unit cost of the product

乘法型需求 (Multiplicative Demand)，可用於分析 廣告如何影響需求。

### ◆ 3. 利潤函數

$$\max_{A, p} \pi(A, p) = pQ - cQ - A$$

代入  $Q$  :

$$\pi(A, p) = (p - c)\beta A^{\varepsilon_A} p^{\varepsilon_p} - A$$

▶ 利潤包含三部分：

1. 營收： $pQ$

公司賣出  $Q$  件，每件賣價  $p$

2. 生產成本： $cQ$

生產一單位成本  $c$ ，因此總成本為  $cQ$

3. 廣告成本： $A$

廣告直接消耗  $A$  元（視為額外固定成本）

---

◆ 4. 最佳化問題：選  $p$  與  $A$  使利潤最大化

此模型的兩個決策變數——價格  $p$  及廣告支出  $A$ ——都會影響需求，因此企業必須同時選擇最佳廣告強度與價格。

為什麼必須限制  $A$  與  $p$ ？

## ① 數學原因：需求公式 $Q(A,p)$ 會「爆炸」或「崩潰」

你的需求函數是：

$$Q = \beta A^{\varepsilon_A} p^{\varepsilon_p}$$

其中：

- $0 < \varepsilon_A < 1$
- $\varepsilon_p < -1$  (價格彈性負而且絕對值大)

→ 如果  $p$  太小  $\rightarrow p^{\varepsilon_p} \rightarrow$  無限大

例如  $p = 0.01$  且  $\varepsilon_p = -2$ ：

$$Q = 0.01^{-2} = 10,000$$

→  $Q$  會暴衝

→ 利潤  $\pi$  會變成很怪或無意義的數字

→ Q-learning 會崩壞 (reward 失控  $\rightarrow$  Q-table 震盪)

⚠  $p$  不能接近 0、不能為負，更不能無限制讓它變小。

→ 如果  $A$  太大  $\rightarrow A^{\varepsilon_A}$  成本會巨大， $Q$  不會成比例增加  $\rightarrow \pi$  變巨大負值

例如  $\varepsilon_A = 0.3$  (遞減報酬)

$A = 10,000$ ， $A^{0.3} \approx 10$

→ 廣告花 10,000 元

→ 需求只增加成 10 倍

→ 利潤直接爆負 (-10,000)

⚠  $A$  不能無限制增大，不然 Q-learning 每次都變超大負值，學不下去。

2. 經濟直覺： $p \rightarrow$  無限大  $\rightarrow$  沒人買 ( $Q \rightarrow 0$ )、廣告越大，邊際效益越低

3. 強化學習 (Q-learning) 原因：連續決策一定要「離散化」

而  $p$  與  $A$  原本是連續值，所以一定要：設 min、設 max

變數	值	原因
penalty	-1e6	讓非法行為永遠不被選 + 避免 reward 爆炸
converge_eps	1e-3	利潤改善不足 0.1% 就停，快速又穩定
last_best_profit	-1e9	確保第一回合不會誤判為收斂

終止條件的踩到與設計：

1.  $\alpha$  decay、 $\epsilon$  decay  $\rightarrow$  讓  $\Delta Q$  真的逐漸變小（調整演算法本身）
2. 承認  $\Delta Q$  不會太小  $\rightarrow$  收斂判準只看「策略穩不穩」

## 第一題作業